

LEHRBUCH

Arnold Hanslmeier

Einführung in Astronomie und Astrophysik

4. Auflage

Springer Spektrum

Einführung in Astronomie und Astrophysik

Arnold Hanslmeier

Einführung in Astronomie und Astrophysik

4. Auflage

Springer Spektrum

Arnold Hanslmeier
Institut für Physik, Universität Graz
Graz, Österreich

ISBN 978-3-662-60412-0 ISBN 978-3-662-60413-7 (eBook)
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2002, 2007, 2014, 2020
Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.
Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.
Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Margit Maly
Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.
Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Vorwort

Diese Buch erscheint nun in der vierten Auflage. Moderne Astrophysik wird heute auf nahezu allen Wellenlängen betrieben; das gesamte elektromagnetische Spektrum, von den Gamma-Strahlen bis hin zu Radiowellen liefert Information über astronomische Objekte. Wir können bis zu einem Zeitpunkt beobachten, als das Universum etwa 400 000 Jahre alt war. Je weiter wir in die Tiefe des Universums blicken, desto mehr beobachten wir in dessen Vergangenheit. Die Erforschung der frühen Phasen des Universums geht einher mit modernen Theorien der Physik, so beispielsweise der Vereinheitlichung der vier Grundkräfte, oder dem Versuch die Quantenphysik mit der Relativitätstheorie zu vereinen. Mit neuen Satellitenmissionen ist es möglich, bisher unvorstellbar genaue Daten von etwa 1 % aller Sterne der Milchstraße zu bekommen. Die Entdeckung neuer Planeten außerhalb des Sonnensystems ist zur Routine geworden. Eine Sensation war die erste direkte Beobachtung von Gravitationswellen. Damit eröffnet sich quasi ein neues Beobachtungsfenster für die Astrophysik.

Trotz der großen Fortschritte gibt es aber auch immer noch viele offene Fragen. Wie entstand Leben auf unserem Planeten? Gibt es auf anderen Objekten des Sonnensystems bzw. auf Exoplaneten Leben? Ist unser Sonnensystem einzigartig? Wie kann man die Dunkle Materie bzw. die Dunkle Energie erklären?

Das Buch umfasst 17 Kapitel beginnend mit klassischer Astronomie und einem kurzen Überblick über die Geschichte der Astronomie. Nach der Beschreibung astronomischer Beobachtungsinstrumente werden die Objekte des Sonnensystems vorgestellt, sowie die Physik der Sonne. Dann folgen Kapitel über Zustandsgrößen der Sterne, deren Aufbau und Entwicklung. In den nächsten Kapiteln geht es um die Beschreibung der interstellaren Materie und des Aufbaus unserer Milchstraße sowie von Galaxien allgemein. Dann folgt das Kapitel über Kosmologie in dem auch kurz neue physikalische Theorien skizziert werden, wie z. B. die Schleifengravitation und die Stringtheorien. Das Kapitel über Astrobiologie geht auf die Suche nach habitablen Planeten ein. Ein Besonderheit dieses Buches ist eine kurze Einführung über gängige mathematische Methoden, die in der wissenschaftlichen Praxis verwendet werden. Die Programme sind alle in der Programmiersprache Python angegeben, welche frei zugänglich ist, und inzwischen in der Astrophysik eine enorme Verbreitung gefunden hat.

Ich bedanke mich bei allen Kolleginnen und Kollegen die zum Zustandekommen dieses Buches beigetragen haben. Besonderen Dank möchte ich dem Springer Verlag aussprechen für die ausgezeichnete Zusammenarbeit, besonders mit Frau Meike Barth und Frau Margit Maly. Viele Studierende meiner Vorlesungen gaben Verbesserungsvorschläge, ebenso zahlreiche Emails von Leserinnen und Lesern.

Meiner Lebensgefährtin Anita und meinen Kindern danke ich für deren Geduld und Verständnis.

Graz Arnold Hanslmeier
Juli 2020

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung 1

2 Sphärische Astronomie 5
2.1 Koordinatensysteme 6
2.1.1 Grundprinzip zur Erstellung von Koordinatensystemen 6
2.1.2 Horizontsystem 6
2.1.3 Äquatorsystem 8
2.1.4 Ekliptiksystem 10
2.1.5 Galaktisches System 10
2.1.6 Transformationen der Systeme 11
2.2 Die Zeit 12
2.2.1 Definitionen, Sonnenzeit und Sternzeit 12
2.2.2 Kalender 15
2.2.3 Der Stern von Bethlehem 19
2.3 Sternpositionen 20
2.3.1 Sternbilder und Tierkreis 20
2.3.2 Refraktion 21
2.3.3 Aberration 23
2.3.4 Parallaxe 24
2.3.5 Präzession, Nutation 27
2.3.6 Sternkataloge 28
2.3.7 Lichtablenkung und Exoplaneten 31
2.4 Orts- und Zeitbestimmung 32
2.4.1 Geographische Breite Φ 33
2.4.2 Zeitbestimmung 33
2.4.3 Moderne Navigationssysteme 35
2.5 Weiterführende Literatur 36
Aufgaben 36

3 Geschichte der Astronomie 39
3.1 Astronomie der Vor- und Frühgeschichte 39
3.1.1 Steinzeit 40
3.1.2 Ägypten, Mesopotamien 41
3.1.3 China 43
3.1.4 Mittel- und Nordamerika 44
3.1.5 Altes Europa 44
3.2 Astronomie der Griechen 45
3.2.1 Philosophische Überlegungen 45
3.2.2 Erste Messungen 46
3.2.3 Navigation 48
3.3 Astronomie im Mittelalter und Neuzeit 49
3.3.1 Astronomie der Araber 50
3.3.2 Mittelalter 50
3.3.3 Geozentrisch → heliozentrisch 51
3.3.4 Kepler, Galilei, Newton 53
3.3.5 Himmelsmechanik 57
3.4 Moderne Astrophysik und Kosmologie 58
3.4.1 Die Entdeckung weiterer Objekte im Sonnensystem 58
3.4.2 Astrophysik 59
3.4.3 Das Universum 61
3.4.4 Schlussbemerkung 62
3.4.5 Was ist Materie? 63
3.5 Weiterführende Literatur 64

4 Himmelsmechanik 65
4.1 Mond- und Planetenbahnen 66
4.1.1 Beschreibung von Planetenbahnen, Bahnelemente 66
4.1.2 Ephemeridenrechnung 68
4.1.3 Scheinbare Planetenbahnen am Himmel 70
4.1.4 Periheldrehung 72
4.1.5 Mondbahn 73
4.1.6 Exoplaneten–Tidal locking 74
4.1.7 Gezeiten 75
4.1.8 Vergleich von Gezeitenkraft des Mondes und Kapillarwirkung in Pflanzen 77
4.2 Zweikörperproblem 78
4.2.1 Definition des Zweikörperproblems 78
4.2.2 Drehimpuls, Flächensatz 80
4.2.3 Bahnform 80
4.2.4 Energiesatz 81
4.2.5 Drittes Keplergesetz 84

4.3 N-Körperproblem 84
4.3.1 Das allgemeine N-Körperproblem 84
4.3.2 Das allgemeine Dreikörperproblem 86
4.3.3 Eingeschränktes Dreikörperproblem 87
4.3.4 Das Runge-Kutta-Verfahrens zur numerischen Integration 90
4.3.5 Stabilität 91
4.4 Vielteilchensysteme 92
4.4.1 Virialsatz und Entfernung einer interstellaren Gaswolke 93
4.4.2 Ergodisches Verhalten 94
4.5 Raumflug 95
4.5.1 Entweichgeschwindigkeiten 95
4.5.2 Raketenformel 97
4.5.3 Satellit im Erdorbit 102
4.5.4 Einflüsse auf Satellitenbahnen 103
4.6 Resonanzen und Chaos im Planetensystem 104
4.6.1 Chaos 104
4.6.2 Resonanzen im Sonnensystem 105
4.6.3 Migration von Planeten 105
4.6.4 Chaos im Sonnensystem 106
4.7 Finsternisse 107
4.7.1 Mondfinsternisse 107
4.7.2 Sonnenfinsternisse 108
4.7.3 Planetentransits 112
4.8 Weiterführende Literatur 114
Aufgaben 115

5 Astronomische Instrumente 117
5.1 Teleskope 117
5.1.1 Grundlegende Eigenschaften 118
5.1.2 Seeing und große Teleskope 122
5.1.3 Abbildungsfehler 123
5.1.4 Teleskoptypen 124
5.1.5 Teleskopmontierungen 126
5.1.6 Robotische Teleskope 128
5.2 Moderne optische Teleskope 130
5.2.1 Moderne erdgebundene Teleskope 130
5.2.2 Das Hubble-Space-Teleskop und andere Projekte 131
5.3 Detektoren 134
5.3.1 Menschliches Auge und Photographie 134
5.3.2 CCD 135
5.3.3 CMOS 136

5.3.4 Back-illuminated sensor . . . 137
5.3.5 Speckle-Interferometrie . . . 137
5.3.6 Bildkorrektur . . . 137
5.4 Nicht-optische Teleskope . . . 138
5.4.1 Radioteleskope . . . 138
5.4.2 Infrarotteleskope . . . 141
5.4.3 Röntgenteleskope . . . 143
5.5 Spektroskopie . . . 145
5.5.1 Allgemeines zur Spektroskopie . . . 145
5.5.2 Typen von Spektrographen . . . 147
5.6 Strahlung und Spektrum . . . 148
5.6.1 Das elektromagnetische Spektrum . . . 148
5.6.2 Thermische Strahlung . . . 149
5.6.3 Emissions- und Absorptionslinien . . . 151
5.6.4 Polarisiertes Licht . . . 154
5.6.5 Magnetfelder und Strahlung . . . 155
5.6.6 Einstein-Koeffizienten . . . 157
5.6.7 Kohärenz . . . 158
5.7 Weiterführende Literatur . . . 158
Aufgaben . . . 159

6 Physik der Körper des Sonnensystems . . . 161
6.1 Übersicht . . . 161
6.1.1 Sonne und Planeten . . . 162
6.1.2 Ein Modell des Sonnensystems . . . 163
6.1.3 Das Sonnensystem von außen gesehen . . . 164
6.2 Eigenschaften der Planeten . . . 165
6.2.1 Rotationsdauer . . . 165
6.2.2 Massenverteilung . . . 166
6.2.3 Albedo . . . 166
6.2.4 Spektrum . . . 167
6.2.5 Globaler Energiehaushalt . . . 168
6.2.6 Hydrostatisches Gleichgewicht . . . 169
6.2.7 Stabilität eines Satelliten, Roche-Grenze . . . 170
6.2.8 Planetenatmosphären . . . 171
6.3 Erde und Mond . . . 173
6.3.1 Aufbau der Erde . . . 173
6.3.2 Geologische und biologische Entwicklung . . . 175
6.3.3 Erdmagnetfeld . . . 175
6.3.4 Erdatmosphäre . . . 178
6.3.5 Der Mond–Allgemeines . . . 183
6.3.6 Entstehung des Mondes . . . 187

6.3.7 Das Mondinnere . . . 188
6.3.8 Die Rückseite des Mondes . . . 189
6.4 Merkur und Venus . . . 190
6.4.1 Merkur–Grunddaten . . . 190
6.4.2 Die Rotation des Merkur . . . 191
6.4.3 Die Oberfläche des Merkur . . . 192
6.4.4 Venus–Grunddaten . . . 193
6.4.5 Oberfläche der Venus . . . 194
6.4.6 Atmosphäre der Venus . . . 196
6.4.7 Venus und der Klimawandel auf der Erde . . . 198
6.5 Mars . . . 199
6.5.1 Mars–Allgemeine Daten . . . 200
6.5.2 Marsoberfläche . . . 200
6.5.3 Marsatmosphäre . . . 205
6.5.4 Mars – Terraforming? . . . 206
6.5.5 Marsmonde . . . 208
6.6 Jupiter und Saturn . . . 209
6.6.1 Jupiter–Allgemeine Eigenschaften . . . 209
6.6.2 Raumfahrtmissionen zum Jupiter . . . 210
6.6.3 Aufbau der Riesenplaneten . . . 211
6.6.4 Jupiteratmosphäre . . . 212
6.6.5 Magnetosphäre des Jupiters . . . 213
6.6.6 Jupiterringe und Jupitermonde . . . 215
6.6.7 Saturn–Allgemeine Daten . . . 219
6.6.8 Saturnringe . . . 220
6.6.9 Saturnmonde . . . 221
6.7 Uranus und Neptun . . . 224
6.7.1 Entdeckung des Uranus und Neptun . . . 225
6.7.2 Ringe und Satelliten von Uranus und Neptun . . . 225
6.8 Zwergplaneten und Asteroiden . . . 228
6.8.1 Pluto . . . 228
6.8.2 Ceres und weitere Zwergplaneten . . . 230
6.8.3 Asteroiden: Benennung und Typen . . . 232
6.8.4 Verteilung der Asteroiden . . . 235
6.8.5 NEOs . . . 237
6.9 Kometen . . . 240
6.9.1 Kometen: Grundeigenschaften . . . 240
6.9.2 Kuipergürtel und Oort'sche Wolke . . . 244
6.9.3 Sungrazer . . . 246
6.10 Meteoroiden . . . 247
6.10.1 Nomenklatur . . . 247
6.10.2 Klassifikation . . . 248

6.10.3 Interplanetare Materie 249
6.11 Entstehung des Sonnensystems 250
6.11.1 Extrasolare Planetensysteme 250
6.11.2 Theorien der Entstehung 251
6.11.3 Protoplanetarer Nebel 253
6.12 Weiterführende Literatur 254
Aufgaben 254

7 Die Sonne 257
7.1 Grunddaten und Koordinaten 257
7.1.1 Grunddaten 258
7.1.2 Koordinaten 258
7.1.3 Entfernung 259
7.1.4 Sonnenmasse 260
7.1.5 Radius 261
7.1.6 Leuchtkraft 261
7.1.7 Effektive Temperatur 262
7.1.8 Sonnenbeobachtung 262
7.2 Der Aufbau der Sonne, die ruhige Sonne 265
7.2.1 Genereller Aufbau der Sonne 265
7.2.2 Sonneninneres 266
7.2.3 Photosphäre 267
7.2.4 Chromosphäre 268
7.2.5 Korona 271
7.3 Die aktive Sonne 272
7.3.1 Sonnenflecken 272
7.3.2 Fackeln 278
7.3.3 Protuberanzen 279
7.3.4 Flares und koronale Massenauswürfe 279
7.3.5 Die Radiostrahlung 283
7.3.6 Röntgenstrahlung der Korona 286
7.4 Das Weltraumwetter–Solarterrestrische Beziehungen 289
7.4.1 Der Sonnenaktivitätszyklus 289
7.4.2 Zeitreihen, Periodenanalyse 290
7.4.3 Die solare Irradianz 291
7.5 Helioseismologie 295
7.5.1 Mathematische Beschreibung 296
7.5.2 Beobachtungsergebnisse 299
7.6 Magnetohydrodynamik der Sonne 301
7.6.1 Maxwell-Gleichungen 301
7.6.2 Induktionsgleichung 303

7.6.3 Plasmagleichungen . . . 303
7.6.4 Bewegung eines Teilchens in einem Magnetfeld . . . 305
7.7 Weiterführende Literatur . . . 309
Aufgaben . . . 309

8 Zustandsgrößen der Sterne . . . 311
8.1 Entfernung, Helligkeiten . . . 311
8.1.1 Scheinbare Helligkeit . . . 312
8.1.2 Entfernung . . . 313
8.1.3 Absolute Helligkeit, Entfernungsmodul . . . 314
8.1.4 Bolometrische Helligkeit . . . 315
8.2 Sternradien . . . 316
8.2.1 Grundprinzip . . . 317
8.2.2 Sterninterferometer . . . 317
8.2.3 Sternbedeckungen durch den Mond . . . 318
8.2.4 Bedeckungsveränderliche Sterne . . . 319
8.2.5 Speckle-Interferometrie . . . 321
8.2.6 Microlensing . . . 322
8.3 Masse . . . 322
8.3.1 Drittes Keplergesetz . . . 322
8.3.2 Gravitationsrotverschiebung . . . 324
8.3.3 Microlensing . . . 325
8.3.4 Abgeleitete Größen . . . 325
8.4 Sterntemperaturen . . . 326
8.4.1 Sterne als Schwarze Körper . . . 326
8.4.2 Weitere Temperaturbegriffe . . . 327
8.5 Klassifikation der Sterne, HRD . . . 327
8.5.1 Spektralklassifikation . . . 328
8.5.2 Das Hertzsprung-Russell-Diagramm . . . 330
8.5.3 Leuchtkraftklassen . . . 333
8.5.4 Balmersprung . . . 335
8.5.5 Sternpopulation und FHD . . . 336
8.5.6 Die Masse-Leuchtkraft-Beziehung . . . 337
8.6 Rotation und Magnetfelder . . . 337
8.6.1 Rotation . . . 338
8.6.2 Magnetfelder . . . 340
8.7 Besondere Sterne . . . 341
8.7.1 Helle Sterne . . . 341
8.7.2 Algol und Bedeckungsveränderliche . . . 341
8.8 Weiterführende Literatur . . . 344
Aufgaben . . . 344

9 Sternatmosphären 347
9.1 Quantenmechanische Beschreibung 348
9.1.1 Beschreibung eines Teilchens 348
9.1.2 Schrödinger-Gleichung 348
9.1.3 Wellenfunktionen für Wasserstoff 349
9.1.4 Quantenzahlen 352
9.1.5 Elektronenkonfigurationen 353
9.1.6 Wasserstoff-Feinstruktur 354
9.1.7 Komplexe Atome 355
9.2 Anregung und Ionisation 356
9.2.1 Thermodynamisches Gleichgewicht 356
9.2.2 Boltzmann-Formel 357
9.2.3 Saha-Gleichung 359
9.3 Strahlungstransport 360
9.3.1 Transportgleichung 360
9.3.2 Lösungen der Transportgleichung 364
9.4 Absorptionskoeffizienten 367
9.4.1 Kontinuierliche Absorption 367
9.4.2 Streuung 368
9.4.3 Theorie der Absorptionslinien 369
9.5 Linienprofile 371
9.5.1 Dämpfung 371
9.5.2 Dopplerverbreiterung 373
9.5.3 Voigt-Profil 374
9.6 Analyse von Sternspektren 375
9.6.1 Wachstumskurven 376
9.6.2 Quantitative Spektralanalyse 377
9.7 Sternatmosphärenmodelle 378
9.7.1 Vergleich: Sonne und Wega 378
9.7.2 Numerische Lösungen 380
9.8 Asteroseismologie 382
9.8.1 Beobachtungen 382
9.8.2 Typen von Wellen 384
9.9 Weiterführende Literatur 387
Aufgaben 387

10 Sternaufbau 389
10.1 Physikalische Grundgesetze des Sternaufbaus 389
10.1.1 Hydrostatisches Gleichgewicht 390
10.1.2 Bewegungsgleichung bei sphärischer Symmetrie 392
10.1.3 Allgemeine Relativitätstheorie 394

10.1.4 Zustandsgleichung . . . 395
10.1.5 Entartung . . . 397
10.1.6 Zusammenfassung: Zustandsgleichung . . . 399
10.2 Energietransport . . . 399
10.2.1 Konvektion . . . 400
10.2.2 Opazität . . . 403
10.3 Energiequellen . . . 405
10.3.1 Thermonukleare Energieerzeugung . . . 407
10.3.2 Neutrinos . . . 413
10.4 Spezielle Sternmodelle . . . 415
10.4.1 Polytrope Modelle . . . 415
10.4.2 Homologe Gleichungen . . . 418
10.5 Weiterführende Literatur . . . 419
Aufgaben . . . 420

11 Sternentwicklung . . . 421
11.1 Sternentstehung und -entwicklung . . . 422
11.1.1 Protosterne . . . 422
11.1.2 Kollaps eines sonnenähnlichen Sterns . . . 424
11.1.3 Das Alter der Sterne . . . 425
11.1.4 Entwicklung eines Sterns mit einer Sonnenmasse . . . 426
11.2 Vergleich der Sternentwicklung . . . 429
11.2.1 Massearme Sterne . . . 429
11.2.2 Massereiche Sterne . . . 429
11.3 Weiße Zwerge . . . 431
11.3.1 Allgemeine Eigenschaften . . . 431
11.3.2 Allgemeine Relativitätstheorie und Weiße Zwerge . . . 433
11.3.3 Magnetfelder . . . 433
11.3.4 Braune Zwerge . . . 434
11.4 Neutronensterne . . . 434
11.4.1 Bildung von Neutronensternen . . . 434
11.4.2 Pulsare . . . 436
11.5 Supernovae . . . 440
11.5.1 Klassifizierung . . . 440
11.5.2 Kernsynthese während einer SN . . . 442
11.5.3 Beobachtete Supernovae . . . 443
11.6 Schwarze Löcher . . . 445
11.6.1 Allgemeines . . . 446
11.6.2 Kandidaten für Schwarze Löcher . . . 447
11.6.3 Quantentheorie Schwarzer Löcher . . . 448
11.6.4 Akkretion . . . 450

11.7 Gamma Ray Bursts 451
11.7.1 Eigenschaften der GRB 451
11.7.2 Erklärung der GRB 451
11.8 Veränderliche Sterne 453
11.8.1 Allgemeines 453
11.8.2 Pulsationsveränderliche 456
11.8.3 Halbregelmäßig Veränderliche 459
11.8.4 Eruptive Veränderliche 460
11.8.5 Pekuliare Sterne 463
11.8.6 Planetarische Nebel 463
11.9 Sternaktivität 465
11.9.1 Sternaktivität und Konvektion 465
11.9.2 Masseverlust von Sternen 467
11.10 Weiterführende Literatur 469
Aufgaben 469

12 Interstellare Materie 473
12.1 Entdeckung, allgemeine Eigenschaften 473
12.1.1 Entdeckung der interstellaren Materie 474
12.1.2 Zusammensetzung der interstellaren Materie 474
12.2 Interstellarer Staub 475
12.2.1 Extinktion 475
12.2.2 Streuung 477
12.2.3 Polarisation 478
12.3 Interstellares Gas 479
12.3.1 Neutraler Wasserstoff 479
12.3.2 Emissionsnebel, H-II-Regionen 481
12.3.3 Besondere Emissionsnebel 484
12.3.4 Lichtechos 485
12.4 Kosmische Strahlung 486
12.4.1 Entdeckung 486
12.4.2 Zusammensetzung und Herkunft 486
12.4.3 Magnetfelder und geladene Teilchen 486
12.4.4 Sonnenaktivität und kosmische Strahlung 487
12.5 Weiterführende Literatur 488
Aufgaben 488

13 Die Galaxis 489
13.1 Methoden zur Entfernungsbestimmung 490
13.1.1 Trigonometrische Methoden 490
13.1.2 Photometrische Standardkerzen 492

13.2 Der Aufbau unserer Milchstraße 494
13.2.1 Grober Aufbau 494
13.2.2 Galaktische Koordinaten 495
13.2.3 Verteilung der Sterne 497
13.2.4 Galaxis: Komponenten 499
13.2.5 Lokale Sonnenumgebung, Local Bubble 501
13.2.6 Stellarstatistik 502
13.3 Sternpopulationen und Dichtewellen 503
13.3.1 Sternpopulationen 503
13.3.2 Dichtewellen, Spiralstruktur 504
13.4 Rotation der Galaxis 506
13.4.1 Radial- und Tangentialbewegung 506
13.4.2 Galaktische Rotation, LSR 507
13.4.3 Galaktische Rotationskurve 509
13.5 Dunkle Materie in der Milchstraße 514
13.5.1 Die Natur der Dunklen Materie 515
13.5.2 Galaktisches Microlensing 515
13.6 Galaktisches Zentrum 516
13.6.1 Definition des Zentrums 516
13.6.2 Zentraler Sternhaufen und Schwarzes Loch 517
13.7 Entwicklung der Galaxis 518
13.7.1 Theorien zur Entstehung der Spiralarme 518
13.7.2 Alter der Galaxis und Magnetfeld 518
13.8 Weiterführende Literatur 520
Aufgaben 521

14 Extragalaktische Systeme 523
14.1 Klassifikation 523
14.1.1 Verzeichnisse 524
14.1.2 Hubble-Klassifikation 526
14.1.3 Aktive Galaxien 529
14.1.4 Andere Klassifikationen von Galaxien 530
14.2 Besprechung der einzelnen Typen 530
14.2.1 Elliptische Galaxien, E 530
14.2.2 Spiralgalaxien 532
14.2.3 Irreguläre Galaxien 533
14.2.4 Verteilung auf die Typen 534
14.2.5 Integrale Eigenschaften und Durchmesser 536
14.2.6 Die Magellan'schen Wolken 537
14.2.7 Populationssynthese 538

14.3 Supermassive Schwarze Löcher 539
14.3.1 Detektion von SMBHs 539
14.3.2 SMBHs und Galaxieneigenschaften 540
14.4 Aktive Galaxien 541
14.4.1 Aktive Galaxienkerne 541
14.4.2 Radiogalaxien 543
14.4.3 Quasare 547
14.4.4 Galaxien mit hoher Rotverschiebung 552
14.4.5 Blazare 552
14.5 Galaxienhaufen 552
14.5.1 Die Lokale Gruppe 552
14.5.2 Abell-Verzeichnis von Galaxienhaufen 553
14.5.3 Galaxienkollisionen 553
14.5.4 Superhaufen 556
14.5.5 Besondere Galaxienhaufen 556
14.6 Weiterführende Literatur 558
Aufgaben 560

15 Kosmologie 561
15.1 Expansion des Universums 562
15.1.1 Blick in die Vergangenheit 562
15.1.2 Olbers-Paradoxon 563
15.1.3 Zählungen 563
15.1.4 Die Galaxienflucht 564
15.1.5 Das Alter des Universums 565
15.1.6 Homogenität und Isotropie 566
15.1.7 Methoden der Entfernungsbestimmung 567
15.2 Newton'sche Kosmologie 568
15.2.1 Expansion 568
15.2.2 Bewegungsgleichung 569
15.2.3 Energieerhaltung 569
15.3 Relativitätstheorie 570
15.3.1 Spezielle Relativitätstheorie 571
15.3.2 Vierervektoren, Transformationen 574
15.3.3 Allgemeine Relativitätstheorie 576
15.3.4 Materie und Raum-Zeit-Krümmung 577
15.3.5 Metrik des Raumes 579
15.3.6 Friedmann-Lemaître-Gleichungen 582
15.3.7 Gravitationswellen 586
15.4 Dunkle Energie, beschleunigte Expansion 587
15.4.1 Beobachtungen 587
15.4.2 Dunkle Energie 588

15.5 Das frühe Universum . . . 590
15.5.1 Urknall-Beobachtungshinweise . . . 590
15.5.2 Sunyaev-Zel'dovich-Effekt . . . 591
15.5.3 Akustische Oszillationen . . . 595
15.5.4 Bildung der Teilchen . . . 596
15.5.5 Quarks und Quark-Gluonen-Plasma . . . 597
15.5.6 Teilchenerzeugung . . . 598
15.6 Symmetriebrechung im frühen Universum . . . 600
15.6.1 Die vier Naturkräfte . . . 600
15.6.2 Das frühe Universum . . . 602
15.6.3 Inflationäres Universum . . . 602
15.6.4 Stringtheorie . . . 605
15.6.5 Quantenschaum . . . 609
15.6.6 Quantenvakuum . . . 609
15.6.7 Schleifengravitation, Quantum Loop Gravity . . . 610
15.6.8 Die ersten Sterne . . . 611
15.6.9 Paralleluniversen . . . 612
15.7 Zeitskala . . . 612
15.8 Weiterführende Literatur . . . 613
Aufgaben . . . 614

16 Astrobiologie . . . 617
16.1 Leben auf der Erde und im Sonnensystem . . . 617
16.1.1 Was ist Leben? . . . 617
16.1.2 Leben auf der Erde . . . 618
16.1.3 Schutzschirme für Leben auf der Erde . . . 620
16.1.4 Leben im Sonnensystem . . . 621
16.2 Entdeckung extrasolarer Planetensysteme . . . 621
16.2.1 Astrometrie . . . 621
16.2.2 Radialgeschwindigkeitsmethode . . . 622
16.2.3 Lichtkurven, Transitbeobachtungen . . . 622
16.2.4 Microlensing . . . 623
16.2.5 Einstein-Beaming . . . 623
16.2.6 Erdgebundene Beobachtungen . . . 624
16.3 Host Stars . . . 625
16.3.1 Hertzsprung-Russell-Diagramm . . . 625
16.3.2 Habitable Zone . . . 627
16.3.3 Beispiele . . . 628
16.4 Weiterführende Literatur . . . 631
Aufgaben . . . 631

17 Mathematische Methoden 633
17.1 Python–ein Crashkurs 633
17.1.1 Was ist Python? 633
17.1.2 Ein erstes einfaches Python-Programm 634
17.1.3 Ein Beispiel: Helligkeitsmessungen 635
17.2 Statistik 636
17.2.1 Mittelwerte 636
17.2.2 Verteilungsfunktionen 639
17.2.3 Momente 640
17.3 Kurvenfits und Korrelationsrechnung 642
17.3.1 Anpassen von Kurven, Methode kleinster Quadrate 642
17.3.2 Korrelationen 646
17.4 Differenzialgleichungen 649
17.4.1 Lineare Differenzialgleichungen erster Ordnung 650
17.4.2 Schwingungsgleichung 651
17.4.3 Partielle Differenzialgleichungen 651
17.5 Numerische Mathematik 652
17.5.1 Interpolationspolynome 652
17.5.2 Dividierte Differenzen 653
17.5.3 Newton'sches Interpolationsverfahren 654
17.5.4 Interpolation mit ungleichmäßig verteilten Stützstellen 655
17.5.5 Numerische Differenziation 656
17.5.6 Numerische Integration 658
17.5.7 Numerische Lösung von Differenzialgleichungen 659
17.6 Fouriermethoden 663
17.6.1 Autokorrelation 663
17.6.2 Die schnelle Fourier Transformation, FFT 664
17.6.3 Digitale Filter 665
17.6.4 Fouriertransformationen in der Optik 667
17.7 Vektorrechnung 669
17.7.1 Allgemeines 669
17.7.2 Gradient, Divergenz, Rotation 671
17.7.3 Anwendungen 672
17.8 Splines 672
17.9 Spezielle Softwarepakete 674
17.9.1 Das Programmpaket ephem 674
17.9.2 Berechnung der Lichtkurven von Exoplanetentransits 675
17.9.3 Bildverarbeitung–image processing 676
17.9.4 Das Dateiformat fits 677
17.10 Weiterführende Literatur 679
Aufgaben 679

18 Anhang 683
18.1 Literatur 683
18.1.1 Allgemein 683
18.1.2 Zeitschriften 684
18.1.3 Wichtige Internetadressen 684
18.1.4 Software (professionelle) 685
18.2 Testfragen 685
18.3 Tabellen 687

Stichwortverzeichnis 693

Einleitung

1

Astronomie ist eine der sich am schnellsten entwickelnden Wissenschaftsdisziplinen. Dieses Buch erscheint hiermit in der vierten Auflage und wurde in allen Kapiteln aktualisiert, und es wurden auch neue Abschnitte hinzugefügt. Besonders schnell entwickelten sich wiederum unsere Kenntnisse über unser Planetensystem sowie Exoplaneten, die großräumige Struktur des Universums, Dunkle Energie und Dunkle Materie. Auch der direkte Nachweis von Gravitationswellen war ein Meilenstein.

Dieses Buch behandelt Astronomie[1] und Astrophysik. Weshalb die Unterscheidung? Generell ist *Astronomie* die Wissenschaft von den Sternen. Sie umfasst aber auch die sogenannte klassische Astronomie, die sich mit Planetenbewegungen, sphärischer Astronomie, Koordinatensystemen usw. beschäftigt. Die *Astrophysik* konzentriert sich vorwiegend auf die Physik der Objekte, der Planeten, Sterne, Galaxien. Typische Fragen der Astronomie/Astrophysik lauten:

- Standortbestimmung: Wo befinden wir uns im Universum?
- Sind wir allein im Universum?
- Frage nach der Entstehung: Wie und wann ist das Universum entstanden?
- Frage nach der Zukunft: Wie werden sich das Universum, die Erde, unsere Sonne etc. weiterentwickeln?

Im Gegensatz zu allen anderen Naturwissenschaften kann man in der Astronomie mit den Objekten der Forschung (Sterne, Galaxien, Universum) nicht direkt experimentieren. Infolge der großen Entfernungen sind die einzigen Informationen, die wir von unseren Objekten auswerten, deren Strahlung und deren Position. Hier setzt speziell die Astrophysik an: Mit welchen physikalischen Methoden und Gesetzen kann man diese Strahlung erklären bzw. interpretieren?

[1] $\alpha\sigma\tau\rho o\nu$ griech. Stern.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_1

Betrachten wir das *Licht* eines Sterns. Es ist mehrere Billionen Kilometer zu uns unterwegs. Wir können es aber durch ein Prisma oder Gitter zerlegen. In der Physik gibt es den bekannten *Dopplereffekt.* Nähert sich eine Strahlungsquelle dem Beobachter, dann erscheint das Licht blauverschoben, bei Entfernung hingegen rotverschoben. Deshalb kann man durch Messung der Linien im zerlegten Licht (Spektrum) feststellen, ob sich der Stern von uns fort oder auf uns zu bewegt. Nach der Atomtheorie sendet jedes chemische Element ganz bestimmte Linien aus. Durch Vergleich des Sternspektrums mit uns bekannten Spektren können wir die chemische Zusammensetzung des Sterns ermitteln. Aus der Farbe eines Sterns (ein dunkelrot glühender Ofen ist „kühler" als ein hellrot glühender) ermitteln wir dessen Temperatur. Nun sind die Theoretiker gefragt. Die experimentelle Astrophysik liefert die Werte für Zusammensetzung, Geschwindigkeiten, Temperatur, Druck usw. eines Sterns, und man kann mittels einfacher Gleichungen ein Modell über den Aufbau und die Atmosphäre eines Sterns aufstellen.

Die zweite Information über Sterne, die wir als passive Zuseher geliefert bekommen, ist ihre *Position* am Himmel. Daraus folgen weitere wichtige Größen wie z. B. die Entfernung. Diese Messungen werden für viele Sterne durchgeführt, und man findet, dass wir Teil eines riesigen Systems sind, der Milchstraße oder Galaxis. Bald stellte sich heraus, dass es viele Galaxien gibt und diese in Haufen angeordnet sind. Damit haben wir dann die großräumige Struktur des Universums.

Genaue Positionsmessungen von Sternen bzw. Messungen von deren Positionsveränderungen führten auch zu bahnbrechenden neuen Erkenntnissen während der letzten beiden Jahrzehnte. Es wurde bewiesen, dass sich im Zentrum unseres Milchstraßensystems ein supermassives Schwarzes Loch mit mehreren Millionen Sonnenmassen befindet; dunkle, nicht leuchtende Materie wurde nachgewiesen sowie zum erstenmal die Existenz von Planeten außerhalb unseres Sonnensystems.

Aber was hat Astrophysik mit der Praxis zu tun? Gibt es überhaupt Anwendungen astrophysikalischer Erkenntnisse? Die oben genannten Fragestellungen klingen zunächst etwas abstrakt. Wozu das Ganze?

Man sollte nicht vergessen, dass sich Astronomie aus einem ganz einfachen Bedürfnis der Menschen entwickelte: Einteilung der Zeit. Alle Kalender beruhen auf astronomischen Ereignissen: Ein Tag ist eine Drehung der Erde um ihre Achse, ein Jahr ist ein Umlauf der Erde um die Sonne. Die Sterne hatten für die alten Kulturvölker etwas Göttliches, Unveränderbares, und selbst Einstein glaubte, als er Lösungen seiner Feldgleichungen fand, die ein instabiles Universum ergaben, dass hier irgendetwas nicht stimmen könne, und führte einen mathematischen Trick ein, um die Lösung stabil zu bekommen. Heute wissen wir jedoch:

- Das Universum hat eine Evolution.
- Das Universum dehnt sich aus.

- Das Universum ist vor etwa 13,7 Mrd. Jahren aus einem Zustand extrem hoher Dichte und Temperatur hervorgegangen (Urknall).
- Sterne entstehen und vergehen, zu einem weißen Zwerg, oder enden in einer Supernovaexplosion.

Die Astrophysik behandelt Objekte verschiedener Ausdehnungen, Dichten und Temperaturen, wie in Tab. 1.1 und 1.2 gezeigt wird, und ist daher eine Wissenschaft, die sich mit extremen physikalischen Bedingungen auseinandersetzt:

- extrem kühl (nahe absoluter Nullpunkt, interstellarer Staub) oder extrem heiß (im Sterninneren bis zu 100 Mio. K);
- extrem dünnes (interstellare Materie) und extrem dichtes Plasma, Kristallisationszustände (z. B. in Neutronensternen);
- extrem hohe Energien; Entstehung der Teilchen und Elemente beim Urknall ...

Aus der Untersuchung der Physik derartiger Objekte gewann man wesentliche Erkenntnisse und Impulse für die moderne Physik. Da an astronomische Instrumente extreme Anforderungen gestellt werden, ergaben sich hieraus ebenfalls industriell verwertbare Erkenntnisse.

Tab. 1.1 Typische Objekte der Astrophysik

Objekt	Dichte [g/cm^3]	Temperatur [K]	Größe [cm]
Sonne	1,4 (Mittel)	$10^4 \ldots 10^7$	10^{11}
Sonnensystem	10^{-23}	10^5	10^{15}
Gasnebel	$10^{-19} \ldots 10^{-16}$	$10^2 \ldots 10^4$	$10^{18} \ldots 10^{21}$
Galaxie	10^{-24}	$10^2 \ldots 10^4$	10^{23}
Galaxienhaufen	10^{-27}	10^5	3×10^{24}
Universum	10^{-29}	$10^{-5} \ldots 10^9$	10^{29}

Tab. 1.2 Typische Plasmen der Astrophysik

Plasma	N_e [cm^{-3}]	Temperatur T_e [K]	H [Gauß]
Interplanetarer Raum	$1 \ldots 10^4$	$10^2 \ldots 10^3$	$10^{-6} \ldots 10^{-5}$
Sonne, Korona	$10^4 \ldots 10^8$	10^6	$10^{-5} \ldots 1$
Sterninneres (normal)	10^{27}	$10^{7,5}$	–
Planetarische Nebel	$10^3 \ldots 10^5$	$10^3 \ldots 10^4$	$10^{-4} \ldots 10^{-3}$
Weiße Zwerge	10^{32}	10^7	10^6
Pulsare	10^{42} (Zentrum)		10^{12} (Oberfl.)
Intergalaktischer Raum	$\leq 10^{-5}$	$10^5 \ldots 10^6$	$\leq 10^{-6}$

Ein Beispiel dafür ist das Material Zerodur für astronomische Spiegelteleskope. Aus diesem Material lassen sich auch Ceranfelder herstellen, die heute sehr verbreitet in den Küchen sind. Durch Vergleich der Erdatmosphäre mit der dichten CO_2-Atmosphäre der Venus lernen wir, was ein zu hoher Treibhauseffekt bedeutet.

Fast die gesamte Materie im Weltraum kann als *Plasma* angesehen werden. Darunter versteht man ein ionisiertes Gas, welches aus Elektronen, Ionen und neutralen Atomen besteht. In Tab. 1.2 geben wir einige typische Werte für die Anzahl der Elektronen pro Kubikzentimeter, deren Temperatur T_e und Magnetfeldstärke (Gauß) der betreffenden Plasmen an.

Neue Felder für die Astrophysik tun sich bei der Astroteilchenphysik auf sowie bei der Gravitationswellenastronomie. Wir werden darauf in den entsprechenden Kapiteln eingehen. Das Kapitel über mathematische Methoden wurde vollständig neu gestaltet. Es wurde ausschließlich die frei verfügbare Programmiersprache Python verwendet, die in der Astrophysik sehr verbreitet ist und in welcher es unzählige Zusatzpakete gibt.

Die Astrophysik bietet immer wieder geeignete Forschungsthemen an, mit denen *Nobelpreise* errungen wurden. Als Anreiz für Leserinnen und Leser geben wir eine Liste der hier relevanten Nobelpreisträger der letzten Jahre.

- 1967, H.A. Bethe, Entdeckungen über die thermonukleare Energieproduktion in Sternen.
- 1970, H. Alvén, Magnetohydrodynamik.
- 1974, M. Ryle, Apertursynthese in Radioastronomie.
- 1978, A. Hewish, A.A. Penzias, R.W. Wilson, Mikrowellenhintergrundstrahlung.
- 1983, S. Chandrasekhar, W. Fowler, Sternaufbau und Sternentwicklung.
- 1993, R.A. Hulse, J.H. Taylor, Doppelpulsare.
- 2002, R. Davis, M. Koshiba, R. Giacconi, kosmische Neutrinos.
- 2006, J.C. Mather, G.F. Smoot, Anisotropie der kosmischen Hintergrundstrahlung.
- 2011, S. Perlmutter, B.P. Schmidt, A. Riess, Entdeckung der beschleunigten Expansion des Universums.
- 2017, R. Weiss, B. Barish, K. Thorne, direkte experimentelle Entdeckung von Gravitationswellen, die bei der Kollision zweier schwarzer Löcher entstehen.
- 2019, M. Mayor, D. Queloz für die erste Entdeckung eines Exoplaneten um einen sonnenähnlichen Stern, sowie J. Peebles für seine Beiträge zur Kosmologie.

Des Weiteren haben die folgenden Physiker wesentlich zur Entwicklung der Astronomie beigetragen und bekamen den Nobelpreis, jedoch nicht für ihre Beiträge zur Astronomie:

- 1921, A. Einstein,
- 1938, E. Fermi,
- 1952, E.M. Purcell,
- 1964, C.H. Townes,
- 1980, J.W. Cronin.

Sphärische Astronomie

2

Inhaltsverzeichnis

2.1 Koordinatensysteme 6
2.2 Die Zeit 12
2.3 Sternpositionen 20
2.4 Orts- und Zeitbestimmung 32
2.5 Weiterführende Literatur 36
Aufgaben 36

Zur Untersuchung der Verteilung astronomischer Objekte am Himmel ist es notwendig, geeignete *Koordinatensysteme* zu definieren, und durch zwei Koordinaten ist die Position eines Objektes am Himmel eindeutig definiert (vgl. Längen- und Breitengrade auf der Erde). Je nach Problemstellung ist es oft günstig, verschiedene Koordinatensysteme zu verwenden. Blickt man zum Himmel, so kann man ungefähr bestimmen, in welcher *Richtung* man das Objekt gesehen hat (S, W, N oder O) und in welcher *Höhe.* Als Merkregel gilt dafür, dass eine ausgestreckte Faust etwa 8 Grad am Himmel misst.

Die sphärische Astronomie wird zusammen mit der später behandelten Himmelsmechanik oft auch als *klassische Astronomie* bezeichnet. Sie erlebten eine Renaissance in der Weltraumfahrt. Exakte Positionsbestimmungen von astronomischen Objekten führten zur Entdeckung von Weißen Zwergen und Schwarzen Löchern (z. B. im Zentrum unserer Milchstraße) und auch zur Entdeckung von extrasolaren Planetensystemen.

Wir wenden uns zunächst astronomischen Koordinatensystemen zu, untersuchen dann den Einfluss der Erdatmosphäre auf die Position der Himmelsobjekte und schließlich Fragen des Kalenders bzw. der Zeit.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_2

2.1 Koordinatensysteme

Koordinatensysteme kennen wir aus der Mathematik und Geographie. Sie dienen der Beschreibung der Position von Objekten. Wie kann man Koordinatensysteme am Himmel definieren, wo befindet sich der Nullpunkt?

2.1.1 Grundprinzip zur Erstellung von Koordinatensystemen

Von einem Himmelsobjekt kann man i. A. nur dessen Position angeben bzw. dessen Strahlung messen. Zur Angabe der Position denkt man sich die Sterne an eine unendlich ferne *Himmelskugel* projiziert und legt dann zwei sphärische Koordinaten fest. Die dritte Koordinate wäre dann die Entfernung, die hier aber keine Rolle spielt.

Für jedes System benötigt man

- eine Grundebene, einen *Grundkreis,* mit dazugehörenden Polen;
- einen Abstand vom Grundkreis, er wird durch *Breitenkreise* definiert;
- *Längenkreise,* wobei hier wieder ein Ausgangspunkt zu definieren ist *(Null-Längenkreis).* Der Abstand eines Objektes von diesem Null-Längenkreis definiert dann die zweite Koordinate.

Analogon: Geographische Breite (bezogen auf den Grundkreis Äquator) und geographische Länge (bezogen auf den Meridian durch Greenwich).

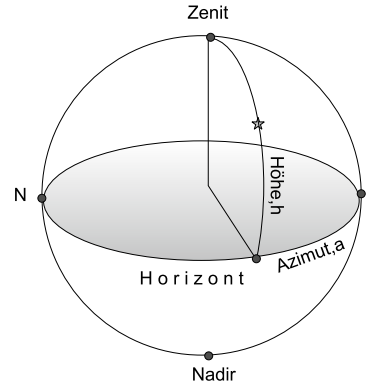
2.1.2 Horizontsystem

Dies ist das System der unmittelbaren Beobachtung: In welcher Himmelsrichtung und in welcher Höhe sieht man ein Himmelsobjekt (Abb. 2.1)?

- Grundkreis: *Horizont,* der obere Pol wird als *Zenit,* der unterere Pol als *Nadir* bezeichnet.
- Längenkreise: Großkreise durch Zenit, auch *Vertikale* oder Höhenkreise genannt. Null-Längenkreis: Vertikal durch *Südpunkt,* dieser Null-Längenkreis heißt auch *Meridian.*
- Die Koordinaten im Horizontsystem lauten:
  - *Höhe h* über dem Horizont (0°. . . 90°).
  - *Azimut a,* Winkel zwischen Vertikal durch das Objekt und Meridian; wird von S über W, N, O gezählt. In der Radioastronomie auch von N-O-S-W.

Sehr große Teleskope und auch Amateurgeräte sind azimutal montiert. Solche Montierungen sind einfacher und billiger, aber es gibt einen Nachteil: Die Höhe und der Azimut ändern sich laufend. Man muss das Teleskop immer in zwei Ebenen nachführen, um der täglichen

Abb. 2.1 Horizontsystem



Bewegung eines Sternes zu folgen. Das Bild eines Objektes scheint im Laufe der Zeit zu rotieren (Abb. 2.2).

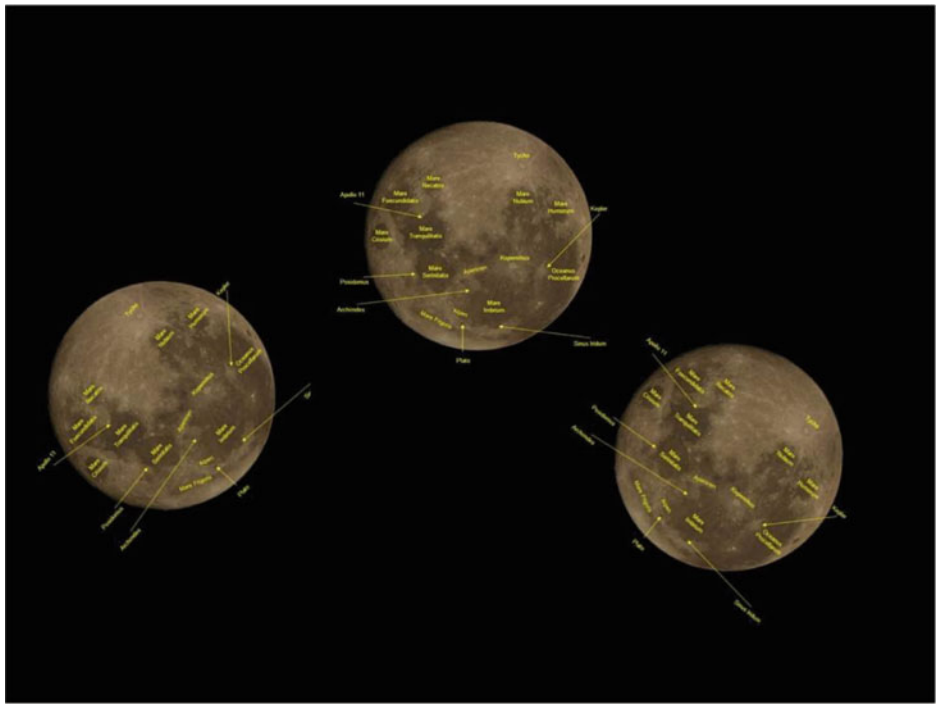


Abb. 2.2 Bildrotation bei einem horizontal montierten Teleskop. Links der Mond beim Aufgang, in der Mitte beim oberen Meridiandurchgang, rechts beim Untergang. Aufnahme: A. Hanslmeier

2.1.3 Äquatorsystem

Hier unterteilt man in festes Äquatorsystem und bewegliches Äquatorsystem.

Festes Äquatorsystem
dient zur Beobachtung am Teleskop (Abb. 2.3).

- Grundkreis: *Himmelsäquator,* darunter versteht man die Projektion des Erdäquators an die Himmelssphäre. Nord- und Südpol am Himmel ergeben sich als Verlängerung der Erdachse. Zufällig befindet sich gegenwärtig in der Nähe des Nordpols ein relativ heller Stern, der *Polarstern.* Auf der Südhalbkugel gibt es keinen Polarstern.
- Null-Längenkreis: Meridian, geht durch Pol, Zenit und Südpunkt.
- Die Koordinaten lauten: *Deklination* δ: Abstand vom Äquator ($\pm 90°$);
  Stundenwinkel t: Abstand des Längenkreises durch das Himmelsobjekt vom Meridian. Man zählt wieder von S-W-N-O.

Sterne, die sich nördlich des Himmelsäquators befinden, sind auf der Nordhemisphäre der Erde mehr als 12^h über dem Horizont (vgl. Sonne im Sommerhalbjahr). Die *Höhe des Himmelspols* wird durch die *geographische Breite* Φ gegeben. Befindet sich der Beobachter am Erdäquator, dann ist der Pol am Horizont (also $\Phi = 0°$). Befindet sich ein Beobachter am Nordpol der Erde, dann steht der Polarstern und damit der Himmelsnordpol genau senkrecht im Zenit, also ist $\Phi = 90°$. *Zirkumpolarsterne* gehen für einen Ort der geographischen Breite Φ niemals unter.

Für die Nordhalbkugel der Erde gilt:

- $\delta = 0$, Objekt 12^h über Horizont.
- $\delta > 0$, Objekt mehr als 12^h über Horizont.
- $\delta < 0$, Objekt weniger als 12^h über Horizont.

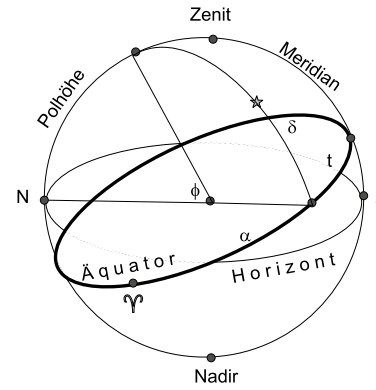


Abb. 2.3 Äquatorsystem. t ist der Stundenwinkel, S der Südpunkt, α die Rektaszension, δ die Deklination, Υ der Frühlingspunkt

- $\delta > 90° - \Phi$, Zirkumpolarsterne.
- Am Pol der Erde sind alle Sterne nördlich des Äquators zirkumpolar.

Dieses Koordinatensystem besitzt einen großen Nachteil: Der Stundenwinkel durchläuft wegen der Rotation der Erde im Laufe eines Tages alle Werte.

Die *Kulminationshöhe* eines Sterns beträgt $h_{\max} = 90 - \Phi + \delta \ldots$ Das ist der höchste Punkt am Himmel den ein Stern (z. B. die Sonne) erreicht.

Der Stundenwinkel t ist die seit dem Meridiandurchgang eines Sterns vergangene Zeit.

- $t = 0^{\mathrm{h}}$ Stern in *oberer Kulmination,* steht genau im Süden am höchsten über dem Horizont;
- $t = 12^{\mathrm{h}}$ Stern in *unterer Kulmination.*

Zur Umrechnung von Zeitangaben in Graden verwendet man: $24^{\mathrm{h}} = 360°$, entsprechend 1^{h}=15° usw.

Bei der *äquatorialen* oder *parallaktischen Montierung* eines Teleskops steht die Stundenachse parallel zur Erdachse, und man braucht daher nur mehr in einer Ebene nachzuführen.

$1^{\mathrm{h}} \sim 15°$	$1° \sim 4^{\mathrm{m}}$
$1^{\mathrm{m}} \sim 15'$	$1' \sim 4^{\mathrm{s}}$
$1^{\mathrm{s}} \sim 15''$	$1'' \sim 0{,}07^{\mathrm{s}}$

Bewegliches Äquatorsystem

Da sich der Stundenwinkel laufend ändert, definiert man das *bewegliche Koordinatensystem.*

- Grundkreis: Himmelsäquator.
- Null-Längenkreis: Stundenkreis durch den *Frühlingspunkt.* Dieser ist definiert als einer der Schnittpunkte zwischen Sonnenbahn *(Ekliptik)* und Äquator, und zwar der Ort der Sonne zu Frühlingsbeginn.
- Die Koordinaten lauten: δ *Deklination,* α *Rektaszension.* Die Rektaszension gibt den Abstand der Stundenkreise durch Himmelsobjekt und Frühlingspunkt an. Wichtig: α wird entsprechend der Bewegung der Sonne nach Osten gezählt.

Vorteil: Beide Koordinaten sind nun fest und zur *Katalogisierung* der Objekte geeignet. Man führt noch die *Sternzeit* Θ ein: Stundenwinkel des Frühlingspunktes. Es gilt:

$$t = \Theta - \alpha \tag{2.1}$$

- Am häufigsten in der Astronomie verwendet man die Koordinaten Rektaszension α und Deklination δ. Die Sternzeit Θ ist der Stundenwinkel des Frühlingspunktes. Damit ist die Position der Himmelsobjekte festgelegt.

2.1.4 Ekliptiksystem

Hier ist der Grundkreis die *Ekliptik* (Abb. 2.4), also die scheinbare Bahn der Sonne am Himmel (die durch die Bewegung der Erde um die Sonne entsteht), und man definiert als Koordinaten die *ekliptikale Länge* λ (vom Frühlingspunkt aus gezählt) sowie die *ekliptikale Breite* β. Die Ekliptik ist um 23,5° gegenüber dem Äquator geneigt. Die Deklination der Sonne zu Sommerbeginn beträgt daher 23,5 Grad. So kann man die *Neigung der Ekliptik* bestimmen. In Tab. 2.1 sind alle Koordinaten der Sonne zu Beginn der Jahreszeiten gegeben.

2.1.5 Galaktisches System

Der Grundkreis ist durch die *Milchstraßenebene* definiert, und der Null-Längenkreis geht durch das *galaktische Zentrum.* Dies führt auf die Koordinaten b, *galaktische Breite,* und l, *galaktische Länge.* Galaktische Koordinaten verwendet man zur Untersuchung der Verteilung von Sternen und Sternhaufen in unserer Milchstraße (Galaxis).

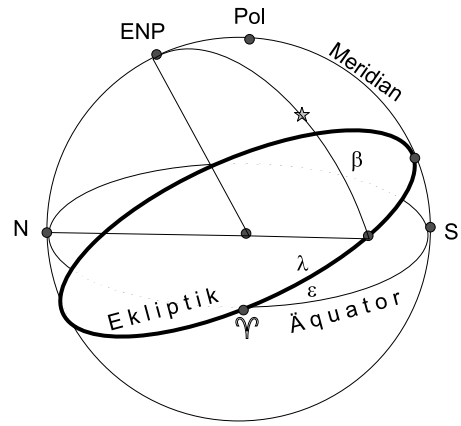


Abb. 2.4 Ekliptiksystem; ENP ist der ekliptische Nordpol, Pol bezeichnet den Himmelsnordpol. λ ist die ekliptikale Länge, β die ekliptikale Breite. Die Bewegung der Sonne erfolgt per Definition in der Ekliptikebene. Mond und Planeten bewegen sich nahe der Ekliptik

Tab. 2.1 Koordinaten der Sonne im Äquatorsystem bzw. Position der Sonne im Tierkreiszeichen. Äquinoktium bedeutet Tag-und-Nachtgleiche, Solstitium Sonnenwende

Datum	Dekl.	RA	Sonne in
21. März, Frühlingsbeg., Äquinoktium	0°	0^h	Widder
22. Juni, Sommerbeg., Solstitium	+23,5°	6^h	Krebs
23. September, Herbstbeg., Äquinoktium	0°	12^h	Waage
22. Dezember, Winterbeg., Solstitium	−23,5°	18^h	Steinbock

2.1.6 Transformationen der Systeme

Man hat zur Zeit t in der Höhe h unter dem Azimutwinkel a ein Objekt gesehen. Wie kann man daraus die Koordinaten erhalten, die zu einer Katalogisierung des Objektes führen? Oder umgekehrt: Man hat die Koordinaten eines Objekts in einem Verzeichnis gegeben und möchte wissen, in welcher Himmelsrichtung und Höhe das Objekt zu finden ist, oder wann es auf- oder untergeht.

Dazu benötigen wir *Koordinatentransformationen.* Um die Transformationsformeln herzuleiten, verwendet man sphärische Dreiecke, die auf einer Kugeloberfläche definiert sind (Abb. 2.5). In einem derartigen Dreieck gelten der *Sinus-* und der *Cosinussatz:*

$$\frac{\sin a}{\sin \alpha} = \frac{\sin b}{\sin \beta} = \frac{\sin c}{\sin \gamma} \tag{2.2}$$

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha \tag{2.3}$$

$$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos \beta \tag{2.4}$$

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos \gamma \tag{2.5}$$

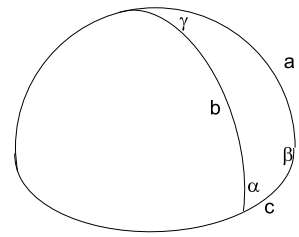


Abb. 2.5 Sphärisches Dreieck, auf einer Kugeloberfläche definiert. Man beachte, dass alle Größen Winkel sind, also auch die Seiten

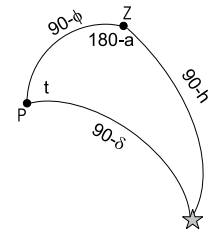


Abb. 2.6 Astronomisches sphärisches Dreieck

Das sogenannte *astronomische Dreieck* (Abb. 2.6) entsteht durch Überlagerung des Horizontsystems mit dem Äquatorsystem; dessen Enden sind bestimmt durch Pol P, Zenit Z und Objekt; die Seiten lauten $90° - \delta$, $90° - \Phi$, $z = 90° - h$. Weiterhin kennt man zwei Winkel t und $180° - a$ (Abb. 2.6).

Mit den Formeln der sphärischen Trigonometrie findet man:

$$\sin z \sin a = \cos\delta \sin t \tag{2.6}$$

$$\cos z = \sin\phi \sin\delta + \cos\Phi \cos\delta \cos t \tag{2.7}$$

$$-\sin z \cos a = \cos\Phi \sin\delta - \sin\Phi \cos\delta \cos t \tag{2.8}$$

bzw.:

$$\cos\delta \sin t = \sin z \sin a \tag{2.9}$$

$$\sin\delta = \sin\Phi \cos z - \cos\Phi \sin z \cos a \tag{2.10}$$

$$\cos\delta \cos t = \cos\Phi \cos z + \sin\Phi \sin z \cos a \tag{2.11}$$

2.2 Die Zeit

Nach der Orientierung am Himmel widmen wir uns nun dem Zeitbegriff. Wie kann man Zeit anhand astronomischer Ereignisse definieren? Wann steht der Mond wieder an derselben Stelle am Himmel nach einem Umlauf und weshalb ist dann nicht dieselbe Mondphase? Welche Probleme ergeben sich bei der Erstellung eines Kalenders? Wie berechneten die alten Ägypter den Zeitpunkt der Nilüberschwemmung und woher stammt unser Kalender?

2.2.1 Definitionen, Sonnenzeit und Sternzeit

Es gibt verschiedene Zeitbegriffe:

- *Sternzeit:* Stundenwinkel des Frühlingspunktes.
- *Sterntag:* Zeit zwischen zwei Meridiandurchgängen des Frühlingspunktes. Die Sternzeit ist für alltägliche Zwecke nicht geeignet, da sich die Sonne bewegt und $\Theta = 0^{\mathrm{h}}$ zu verschiedenen Tageszeiten eintritt.

- *Wahre Sonnenzeit:* Stundenwinkel der wahren Sonne + 12^h (somit Tagesanfang nachts). Diese ist jedoch ein ungleichmäßiges Zeitmaß, da sich die Geschwindigkeit der Sonne ändert (im Winter durchläuft die Erde den sonnennächsten Punkt ihrer Bahn und bewegt sich daher schneller) und die Sonne in der Ekliptik und nicht am Äquator läuft.
- *Mittlere Sonnenzeit:* Man definiert eine fiktive Sonne, die gleichmäßig am Äquator läuft. Die *Zeitgleichung* ist der Unterschied zwischen wahrer und mittlerer Zeit. In der Zeitgleichung gibt es zwei Perioden:
  - ganzjährige Periode: entsteht durch die wechselnde Geschwindigkeit der Erde (auf der Nordhalbkugel dauert das Sommerhalbjahr 186 Tage, das Winterhalbjahr nur 179 Tage);
  - halbjährige Periode wegen des Projektionseffekts auf den Äquator.

  Die Maxima in der Zeitgleichung sind am 14.5. (+3,7 min) bzw. 4.11. (+16,4 min). Die Minima sind am 12.2. (−14,3 min) und am 26.7. (−6,4 min).

Bedingt durch den Umlauf der Erde um die Sonne in einem Jahr bewegt sich diese scheinbar in einem Jahr um den gesamten Himmel (360°), daher also pro Tag rund 1° nach Osten weiter, was etwa vier Zeitminuten entspricht.

Bei der Rotation der Erde unterscheidet man (siehe Abb. 2.7) zwischen

- *synodischer* Rotation der Erde, nach einer synodischen Rotation ist die Sonne wieder an derselben Stelle am Himmel, und
- *siderischer* Rotation der Erde, nach einer siderischen Rotation ist ein Stern wieder an derselben Position am Himmel.

Pro Tag ergibt sich so ein Unterschied von vier Minuten (in Abb. 2.7 durch den Winkel α angedeutet), was in einem Monat zwei Stunden ausmacht. Geht also ein Stern am Monats-

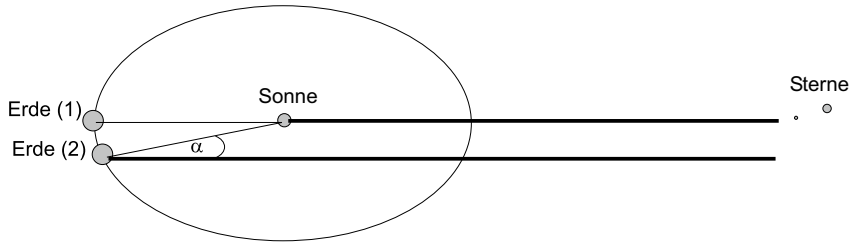


Abb. 2.7 Unterschied zwischen synodischer und siderischer Rotation. Nach einer siderischen Rotation befindet sich ein Stern wieder im Meridian, die Sonne jedoch ist um den Winkelbetrag α entfernt

anfang um 22 Uhr auf, so erfolgt sein Aufgang am Monatsende bereits um 20 Uhr. Da sich die Erde um die Sonne bewegt, ist nach einer siderischen Rotation (von Position 1 nach Position 2 in Abb. 2.7) die Sonne um $\sim 360°/365 \sim 1° \sim 4^{\mathrm{m}}$ zurückgeblieben und noch nicht im Meridian. Damit ist der Sonnentag länger als der Sterntag.

24^{h} Sonnenzeit entspricht $24^{\mathrm{h}}3^{\mathrm{m}}56{,}55^{\mathrm{s}}$ Sternzeit.

24^{h} Sternzeit entspricht $23^{\mathrm{h}}56^{\mathrm{m}}4{,}09^{\mathrm{s}}$ mittlerer Sonnenzeit.

Für jede geographische Länge gilt eine eigene Sonnenzeit, und daher ist die Einführung von *Zeitzonen* zweckmäßig: In Streifen von etwa 15° Länge soll die bürgerliche Zeit gleich sein.

In Mitteleuropa ist die mittlere Sonnenzeit = Zonenzeit für Orte auf 15° Länge (l).

Für $l < 15°$ steht die Sonne später im Meridian, für $l > 15°$ früher.

Beispiele:

- $l = 0°$ Greenwich = WEZ (westeuropäische Zeit).
- $l = 15°$ = MEZ (mitteleuropäische Zeit).
- $l = 30°$ = OEZ (osteuropäische Zeit).

In Tab. 2.2 ist angegeben, wie man die Sternzeit für Graz (Länge entspricht $+1^{\mathrm{h}}01^{\mathrm{min}}47^{\mathrm{s}}$) für 15 Uhr MEZ berechnet (= 14 Uhr UT, Weltzeit). In Abb. 2.8 ist der wahre Mittag für München gegeben.

Für einen Ort der Länge $l = 10°$ erfolgt der Meridiandurchgang der mittleren Sonne um 20^{m} (da $1° \sim 4^{\mathrm{m}}$) nach dem wahren Mittag. Dazu kommt noch die Zeitgleichung. Diese beträgt z. B. am 12. Februar 14^{m}, also ist dort der Meridiandurchgang erst um $12^{\mathrm{h}}34^{\mathrm{m}}$, daher relativ langer Nachmittag.

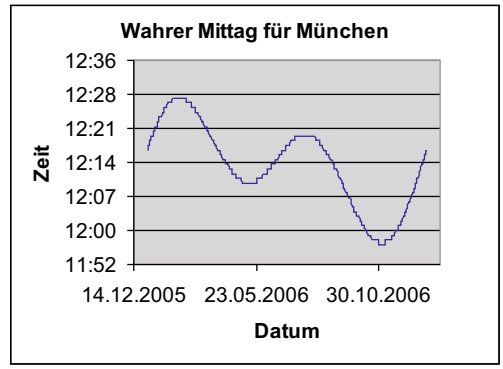


Abb. 2.8 Wahrer Mittag für München berechnet

Tab. 2.2 Berechnung der Sternzeit

$+14^{\mathrm{h}}00^{\mathrm{min}}$	Zeit in UT
$+\sim 2^{\mathrm{min}}$	Korrektur der 14 h auf Sternzeit
$4^{\mathrm{h}}00^{\mathrm{min}}$	Sternzeit um 0^{h} UT$\leftarrow$ Jahrbuch
$+1^{\mathrm{h}}01^{\mathrm{min}}47^{\mathrm{s}}$	Umrechnung geograph. Länge in Zeit
$19^{\mathrm{h}}04^{\mathrm{min}}$	**Lokale Sternzeit in Graz**

Datumsgrenze: bei $l = 180°$: Reist man nach Osten, hat man einen Tag doppelt, bei der Reise nach Westen wird ein Tag übergangen.

Die *Weltzeit* (Universal Time, UT) ist die *Greenwicher Zeit.* Sie wird meist bei astronomischen Ereignissen angegeben.

Wir behandeln nun die Zeiteinheit *Jahr.* Grob gesagt ist ein Jahr ein Erdumlauf um die Sonne. Es gibt verschiedene Jahresbegriffe:

- *Tropisches Jahr:* Umlauf von Frühlingspunkt zu Frühlingspunkt $365^{\mathrm{d}}5^{\mathrm{h}}48^{\mathrm{m}}46^{\mathrm{s}} = 365{,}24220^{\mathrm{d}}$ mittlere Sonnenzeit. ***Das tropische Jahr bestimmt die Jahreszeiten, daher sollte ein Kalender ihm angepasst sein.*** Den Beginn des tropischen Jahres rechnet man, wenn für die mittlere Sonne $\alpha = 280°$ beträgt (annus fictus).
- *Siderisches Jahr:* Die Zeit, nach der zu einer bestimmten Uhrzeit ein Stern wieder an derselben Position am Himmel steht. Dieses ist um 20^{m} länger als das tropische Jahr $365^{\mathrm{d}}6^{\mathrm{h}}9^{\mathrm{m}}10^{\mathrm{s}} = 365{,}25636^{\mathrm{d}}$.
- *Anomalistisches Jahr:* Umlauf von Perihel (sonnennächster Punkt der Erdbahn) zu Perihel. Die Erdbahnellipse ist nicht raumfest infolge der Störungen durch die anderen Planeten, $365^{\mathrm{d}}6^{\mathrm{h}}13^{\mathrm{m}}53^{\mathrm{s}} = 365{,}25946^{\mathrm{d}}$.

2.2.2 Kalender

Mit dem Sesshaftwerden der Menschen, die Ackerbau betrieben, wurde eine Einteilung der Zeit, also ein *Kalender* wichtig. Die Einheiten aller Kalender sind im wesentlichen

- Tag (entspricht einer Erdrotation),
- Monat (entspricht in etwa einem Mondumlauf um die Erde) und
- Jahr (entspricht einem Erdumlauf um die Sonne).

Im Prinzip sollte ein Kalender dem *tropischen Jahr* angepasst sein, da dieses die Jahreszeiten bestimmt.

Im alten *Ägypten* wurde zunächst ein reiner *Sonnenkalender* mit einem Jahr von 365 Tagen verwendet. Das Jahr hatte 12 Monate zu 30 Tagen, und dann gab es noch fünf Zusatztage. Nun ist aber das tatsächliche Sonnenjahr um ca. $1/4$ Tag länger, und daher durchläuft der

Jahresbeginn nach 1461 Jahren ($1461 = 365,25 \times 4$) einmal den gesamten ägyptischen Kalender. Der Zeitpunkt der *Nilüberschwemmungen* fiel zunächst mit dem heliakischen Aufgang des *Sirius* (Sothis) zusammen.[1] Alle vier Jahre verschob sich das Ganze um einen Tag, was mit der Zeit auffällig wurde: Die Nilüberschwemmungen fielen nicht mehr mit dem heliakischen Aufgang des Sirius zusammen, da die Jahreslänge falsch war. 238 v. Chr. wurde von Ptolemäus III. im *Dekret von Canopus* der Kalender reformiert:

Das Jahr hat 365 Tage, und alle vier Jahre gibt es einen zusätzlichen Tag, also 366 Tage.

Im Jahre 48 v. Chr. landete dann *Julius Cäsar* mit seinen Truppen in Alexandrien, und bereits im Jahre 46 v. Chr. reformierte er den Kalender in Rom.

Julianischer Kalender

Das Jahr hat 365 Tage, und alle vier Jahre gibt es ein Schaltjahr zu 366 Tagen.

Die Jahreslänge beträgt also $365^{\mathrm{d}}6^{\mathrm{h}}$ und ist um 11^{m} länger als das tropische Jahr. Dies addierte sich im 16. Jh. auf einen merkbaren Fehler von mehr als zehn Tagen, und deshalb führte Papst *Gregor XIII.* eine Reform ein, den *gregorianischen Kalender;* auf den 04.10.1582 folgte unmittelbar der 15.10.1582.

Gregorianischer Kalender

Das Jahr hat 365 Tage, alle vier Jahre ist ein Schaltjahr, volle Jahrhunderte sind aber nur dann ein Schaltjahr, wenn sie durch 400 ohne Rest teilbar sind.

Das Jahr 2000 war ein Schaltjahr, das Jahr 1900 hingegen nach dem gregorianischen Kalender nicht (es ist zwar durch vier ohne Rest teilbar, nicht aber durch 400 ohne Rest). Der Fehler gegenüber dem tropischen Jahr beträgt somit in 3300 Jahren einen Tag.

Die Jahreslänge im gregorianischen Kalender beträgt: $365 + 1/4 - 3/400 = 365{,}2425^{\mathrm{d}} = 365^{\mathrm{d}}5^{\mathrm{h}}49^{\mathrm{m}}12^{\mathrm{s}}$.

Die Zählung der Jahre war zunächst kompliziert, und wir bringen Beispiele:

- Nach Regenten: „Jahre nach Diokletian“.
- Ab urbe condita, a. u. c.[2]: nach der Gründung Roms (753 v. Chr. nach der Varronischen Zählung [meistens verwendet] bzw.752 v. Chr. nach der Capitolinischen Zählung); das

[1] Darunter versteht man den Zeitpunkt, zu dem Sirius nach seiner Konjunktion mit der Sonne zum ersten Mal wieder am Morgenhimmel gesehen werden kann.

[2] Von der Gründung der Stadt Rom an.

Tab. 2.3 Tabelle zur Berechnung des Osterdatums nach Gauß

J	m	n
1583–1699	22	2
1700–1799	23	3
1800–1899	23	4
1900–2099	24	5
2100–2199	24	6
2200–2299	25	0

Jahr 1 a. u. c. = 753 v. Chr. Der Tod des Herodes war 750 a. u. c. = 4 v. Chr. Man beachte: 753 a .u. c.= 1 v. Chr. und 754 a. u. c. = 1 n. Chr., es gibt kein Jahr 0.

- Olympiaden: Beginn 776 v. Chr.; vier Jahre bilden eine Olympiade.
- Indiktion: Römerzinszahl, ein 15-jähriger Zyklus, der sich aus dem Divisionsrest (Jahreszahl +3)/15 ergibt (0 entspricht 15).
- Um 525 hat *Dionysius Exiguus* die Zählung nach Christi Geburt eingeführt (sich aber bei der Festlegung des Jahres von Christi Geburt geirrt). Diese Zählung wurde offiziell von den Päpsten erst 1491 anerkannt.

Man beachte: Es gibt kein Jahr 0. Das astronomische Jahr 0 entspricht dem historischen Jahr 1 v. Chr. Cäsar starb 44 v. Chr. = –43, daher war sein 2000-jähriger Todestag 1957. Im *christlichen Kalender* liegt das Weihnachtsfest immer am 25. und 26. Dezember. Auf dem *Konzil von Nicäa* wurde 325 *Ostern* auf den ersten Sonntag nach dem ersten Vollmond nach Frühlingsanfang festgelegt. Dies hat historische Gründe (Jesus wurde am jüdischen Passahfest gekreuzigt, dieses fiel aber nach dem jüdischen Kalender immer auf den ersten Vollmond nach Frühlingsanfang). Der Frühlingsanfang wurde auf den 21. März festgelegt. Vereinfacht kann man das *Osterdatum* nach der *Gauß'schen Regel* berechnen. J sei die Jahreszahl, m und n folgen aus der Tab. 2.3. Weiter berechnet man die Jahreszahl J dividiert durch verschiedene Werte wie unten angegeben und schreibt den Rest der Divisionen als $a, b, \ldots$

$$J : 19 = a \qquad J : 4 = b \qquad J : 7 = c$$
$$(19a + m) : 30 = d \qquad (2b + 4c + 6d + n) : 7 = e$$

(immer die Reste der Divisionen).

Der Ostersonntag fällt dann auf den

$(22 + d + e)$. März bzw. $(d + e - 9)$. April.

Grenzfälle: statt 26. April stets der 19. April. Statt 25. April der 18. April ($d = 28$, $e = 6$, $a > 10$).

Die *Siebentagewoche* findet man zum ersten Mal im *jüdischen Kalender.* Die Tage wurden bis auf den Sabbat (Samstag) nummeriert. Der jüdische Kalender ist nur auf den Mond

ausgerichtet.[3] Da der synodische Umlauf des Mondes (von Vollmond zu Vollmond) 29,5 Tage beträgt, sind die Monate abwechselnd 29 bzw. 30 Tage lang. Um den Mondkalender mit dem Sonnenlauf in Übereinstimmung zu bringen, gibt es ein Gemeinjahr mit 12 Monaten und ein Schaltjahr mit 13 Monaten. Es gibt das abgekürzte Gemeinjahr mit 353 Tagen, das überzählige Gemeinjahr mit 355 Tagen, das ordentliche Gemeinjahr mit 365 Tagen, ein abgekürztes Schaltjahr mit 383 Tagen, ein ordentliches mit 384 Tagen sowie ein überzähliges mit 385 Tagen. Die jüdischen Monate heißen Tischri, Marcheschan, Kisslew, Tewet, Schewat, Adar, Adar II (im Schaltjahr), Nissan, Ijar, Siwan, Tammus, Aw und Elul. Beginn der jüdischen Weltära ist das Jahr 3761 v. Chr. (Erschaffung der Welt).

Die Monate im *islamischen Kalender* beginnen mit dem ersten Sichtbarwerden der Mondsichel am Abendhimmel. 12 Monate werden zu einem Mondjahr zusammengefasst: Moharrem (30 Tage), Safar (29 Tage), Rebî-el-awwel (30 Tage), Rebî-el-accher (29 Tage), Dschemâdi-el-awwel (30 Tage), Deschemâdi-el-accher (29 Tage), Redscheb (30 Tage), Schabân (29 Tage), Ramadân (30 Tage), Schewwâl (29 Tage), Dsû'l-kade (30 Tage), Dsû'l-hedsche (29 Tage), Schaltjahr (30 Tage). Der Schalttag war notwendig, um die Monatsanfänge mit dem Aufleuchten der Mondsichel in Übereinstimmung zu halten. Innerhalb einer Jahresperiode von 30 Jahren gibt es elf Schaltjahre. Die Jahreszählung erfolgt von der *Hedschra* aus (Flucht des Propheten Mohammed aus Mekka nach Medina, 622 n. Chr).

Die alten *Maya* besaßen einen kultischen Kalender *(Tzolkin)* mit 260 Tagen. Weiterhin gab es aber auch das Jahr *(Haab)* von 365 Tagen. Dieses wurde in 18 Monate zu je 20 Tagen eingeteilt. Der letzte Monat hatte nur fünf Tage. Darüber hinaus gab es interessante Zählungen:

1 Kin = 1 Tag,
1 Uinal = 20 Kin = 20 Tage,
1 Tun = 18 Uinal = 360 Tage,
1 Katun = 20 Tun = 7200 Tage,
1 Baktun = 20 Katun = 144 000 Tage,

Ausgangspunkt der Zählung ist der 11.8.3.114 v. Chr. Im Maya Kalender hatte dies das Datum 13.0.0.0.0. (13 Baktun, 0 Katun, 0 Tun,…). Dieses Datum wiederholt sich alle 1 872 000 Tage, also am 21. Dezember 2012, und laut einigen Esoterik-Kreisen sollte da wieder einmal die Welt untergehen.

Im Jahre 1790 wurde bei Bauarbeiten der berühmte Kalenderstein der *Azteken* gefunden (heute im Nationalmuseum in Mexiko-City). Der Durchmesser beträgt 4 m und die Dicke ca. 1 m. In der Mitte befindet sich der Sonnengott, und dann folgt ein Ring, welcher in 20 gleich große Abschnitte geteilt ist. Die Symbole sind ähnlich wie beim Tzolkin der Maya, nur heißt hier die 260-tägige Periode „tonalpohualli".

[3] Dies geht zurück auf das Alte Testament: „Du hast den Mond gemacht, das Jahr zu teilen".

Auch die *Chinesen* kannten ein Jahr mit 12 Monaten, mit 29 bzw. 30 Tagen. Der chinesische Bauernkalender heißt *nongli,* der bürgerliche Kalender *gongli.* Der Tag beginnt um Mitternacht. Die scheinbare Bahn der Sonne am Himmel, *Ekliptik,* war ebenfalls bekannt, und man nannte sie die gelbe Bahn. Diese wurde in 12 Zeichen unterteilt (ähnlich unseren Tierkreiszeichen): Maus, Rind, Tiger, Hase, Drache, Schlange, Pferd, Schaf, Affe, Hahn, Hund, Schwein.

Zur Erleichterung chronologischer Berechnungen sowie für Beobachtungen und Ephemeriden hat J. *Scaliger* (1592) die *julianische Tageszählung* (JD) eingeführt. Der Julianische Tag beginnt jeweils um 12^{h} UT, und den Beginn des Julianischen Tages 0 legte man auf den 1.1.4713 v. Chr. fest. Am 01.01.2002 fängt um 12^{h} UT der Julianische Tag 2 452 276 an. Im Jahre 1975 hat man dann die modifizierten Julianischen Tageszahlen eingeführt (MJD):

$$\mathrm{MJD} = \mathrm{JD} - 2\,400\,000 \tag{2.12}$$

Ist ein Datum gegeben als Jahr y, Tag d, Monat m, dann kann man das Julianische Datum nach folgender Formel berechnen:

$\mathrm{JD} = (1461(y + 4800 + (m - 14)/12))/4 + (367(m - 2 - 12((m - 14)/12)))/12 - (3((y + 4900 + (m - 14)/12)/100))/4 + d - 32\,075$

2.2.3 Der Stern von Bethlehem

An dieser Stelle wollen wir kurz auf die Problematik des Bibelberichts über den Stern von Bethlehem eingehen. Die Deutung ist sehr schwierig und hängt von der Auslegung der Bibelstelle Matthäus 2,1–12 und 16 ab. Dort wird vom Erscheinen eines hellen Sterns berichtet, der über der Krippe mit dem Jesuskind stillstand. Einen weiteren Hinweis bietet der von König Herodes angeordnete Kindsmord. Jupiter galt als Königsstern der römischen Besatzer, Saturn als Beschützer der Juden.

Die Deutung des Sterns von Bethlehem geht von zwei Konjunktionen aus:

- Jahr 7/6 vor unserer Zeitrechnung: Dreifachkonjunktion der Planeten Jupiter und Saturn im Sternbild Fische.
- Jahr 3/2 vor unserer Zeitrechnung: Konjunktionen zwischen Jupiter und Regulus sowie zwischen Jupiter und Venus.

Möglicherweise waren die drei Weisen aus dem Morgenland Astrologen aus Babylon, welche die Dreifachkonjunktion des Planeten des Ostens mit dem Planeten des Westens im bedeutungsvollen Sternbild der Fische als einen klaren Hinweis auf die Geburt des Heilands interpretierten.

Trotzdem gibt es mit der Datierung ein Problem: Herodes soll 4 v. u. Z. verstorben sein, und kurz zuvor wurde eine Mondfinsternis beobachtet. Der Kindsmord musste also in den

Jahren vor 4 v. u. Z. erfolgt sein. Eine andere Mondfinsternis, die hineinpassen würde, wäre im Jahre 1 v. u. Z. gewesen. Dann wäre also der Stern von Bethlehem eine Konjunktion zwischen Jupiter, Venus und Regulus.

Ein Komet scheidet aus, da Kometen immer als Unheilsbringer galten. Für das Jahr 5 v. Chr. wird allerdings in verschiedenen historischen Quellen über einen 70 Tage lang sichtbaren Kometen berichtet.

2.3 Sternpositionen

Wozu benötigen wir genaue Sternpositionen? Aus der Analyse der Sternpositionen erhält man wichtige Hinweise auf die Bewegung der Erde und des Sonnensystems und man kann die Entfernung naher Sterne mit der Parallaxenmethode ermitteln.

2.3.1 Sternbilder und Tierkreis

Der Sternenhimmel ist in 88 Sternbilder unterteilt, wobei die Bezeichnung der Sternbilder des Nordhimmels meist aus der griechischen Mythologie stammt und die des Südhimmels von den Seefahrern. In der Astronomie verwendet man die lateinische Bezeichnung und kürzt mit drei Buchstaben ab. Die 12 Sternbilder des *Tierkreises,* die längs der Ekliptik liegen, findet man in der Tab. 2.4.

Die Tierkreiszeichensymbole sind in Abb. 2.9 dargestellt.

Die Bezeichnung der Sterne erfolgt für helle Sterne mit Namen (meist arabischen Ursprungs), z. B. Wega.[4] *Johannes Bayer* hat 1603 folgende Bezeichnung eingeführt: griechischer Buchstabe (α für den hellsten Stern, β für den zweithellsten in einem Sternbild usw.) + Sternbild: Der Stern α Aqr ist also der hellste Stern im Sternbild Wassermann (Aquarius). Schwache Sterne erhalten eine Nummer in einem Katalog.

Die Bestimmung der *Sternörter* erfolgt durch ein im Meridian aufgestelltes Teleskop, und man misst beim *Sterndurchgang* durch den Meridian die Zenitdistanz z sowie die Uhrzeit U des Durchgangs. Fehler ergeben sich durch die Aufstellung (Neigungsfehler, Achse nicht horizontal, Azimutfehler, Achse nicht Ost-West) und durch das Instrument selbst (Kollimationsfehler, wenn die optische Achse nicht senkrecht zur Drehachse ist, Teilungsfehler des Kreises für die Ablesung, Exzentrizitätsfehler, wenn der Drehpunkt nicht im Mittelpunkt ist, und Zenitpunktfehler, wenn die Nullpunkte der Kreise falsch sind). Bei den *Fundamentalsternen* sind die Koordinaten exakt bekannt, und man hat dann:

$$\Delta\delta = \Delta z \tag{2.13}$$

$$\Delta\alpha = \Delta U \tag{2.14}$$

[4] Bedeutet herabstoßender Adler: an-nasr al-wa-qi.

Tab. 2.4 Sternbilder des Tierkreises

Widder	Aries	Ari	Waage	Libra	Lib
Stier	Taurus	Tau	Skorpion	Scorpius	Sco
Zwillinge	Gemini	Gem	Schütze	Sagittarius	Sgr
Krebs	Cancer	Cnc	Steinbock	Capricornus	Cap
Löwe	Leo	Leo	Wassermann	Aquarius	Aqr
Jungfrau	Virgo	Vir	Fische	Pisces	Psc



Abb. 2.9 Symbole der Tierkreiszeichen

Auf Photoplatten und CCD-Aufnahmen kann man die rechtwinkligen Koordinaten x, y eines unbekannten Objektes (z. B. neu entdeckter Komet) in sphärische Koordinaten umwandeln, wenn es mindestens drei Anhaltesterne in der Umgebung des gesuchten Objektes gibt, deren Positionen bekannt sein müssen. Derartig bestimmte Sternörter nennt man auch relative Örter. Bei den absoluten Örtern muss man die Polhöhe sowie die Schiefe der Ekliptik berücksichtigen und den Fehler der Uhr. Weitere Effekte ergeben sich durch Strahlenbrechung in der Erdatmosphäre (→ Refraktion) sowie durch die Bewegung der Erde um die Sonne (→ Aberration) und die Kreiselbewegung der Erdachse (→ Präzession).

2.3.2 Refraktion

Unter der astronomischen Refraktion versteht man die Strahlenbrechung in der Erdatmosphäre. Das *Snellius'sche Brechungsgesetz* (Abb. 2.10) besagt:

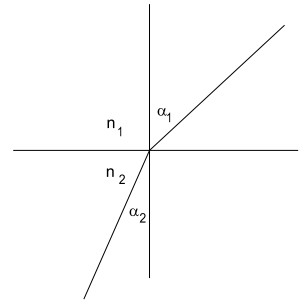


Abb. 2.10 *Brechungsgesetz* nach Snellius. Ein Lichtstrahl wird beim Durchgang von einem Medium mit dem Brechungsindex n_1 in ein Medium mit dem Brechungsindex n_2, wobei $n_2 > n_1$ ist, zum Lot gebrochen

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \tag{2.15}$$

$$n_i \sin\alpha_i = \text{const} \tag{2.16}$$

Man denkt sich die Erdatmosphäre aus vielen planparallelen Schichten i aufgebaut, für die der Brechungsindex n_i beträgt.

Sei z_b die beobachtete Zenitdistanz und R die Refraktion (Abb. 2.11), dann gilt für die *wahre Zenitdistanz* z (die Sterne erscheinen durch die Refraktion angehoben):

$$z = z_b + R \qquad \sin(z_b + R) = n \sin z_b \tag{2.17}$$

Unter Verwendung des Additionstheorems und Berücksichtigung der kleinen Werte für R gilt:

$$\sin z_b \underbrace{\cos R}_{1} + \cos z_b \underbrace{\sin R}_{R} = n \sin z_b$$

Daraus folgt:

$$R = (n-1)\tan z_b \tag{2.18}$$

oder als Faustregel: $R['] = \tan z_b$, wenn im Bogenmaß gerechnet wird. Bei einer Zenitdistanz von 10° wird $R = 0{,}18'$, bei einer Zenitdistanz $z = 90°$ (Stern am Horizont) bereits $R = 35'$, was etwa dem scheinbaren Sonnen- oder Monddurchmesser entspricht.

Wenn die Sonne den Horizont berührt, ist sie in Wirklichkeit daher unter dem Horizont.

Die Refraktion R nimmt mit der Luftdichte zu (abnehmende Temperatur und zunehmender Druck).

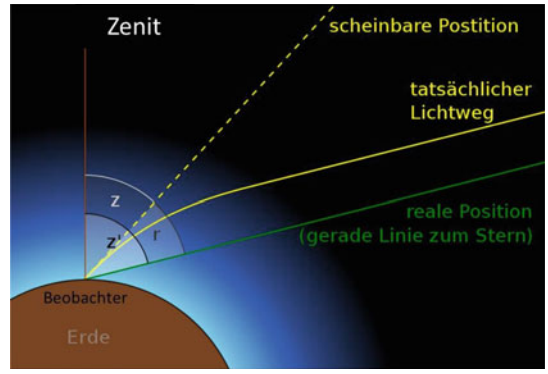


Abb. 2.11 Strahlenbrechung in der Erdatmosphäre. Man sieht, dass die wahre Position eines Himmelsobjektes besonders in Horizontnähe angehoben erscheint

Unter *Szintillation* versteht man rasche Refraktionsänderungen infolge Turbulenzen in der Erdatmosphäre. Es gibt die *Richtungsszintillation* (Zittern eines Sternes) und die *Helligkeitsszintillation* (Blinken der Sterne). Beide Effekte fasst man unter dem Begriff *Seeing* zusammen. Man spricht von guten Beobachtungsbedingungen bei einem Seeing unterhalb $1''$. Der Brechungsindex wächst mit abnehmender Wellenlänge (blaues Licht wird stärker gebrochen als rotes). Aus dem Bild eines Sternes wird so ein kleines Spektrum: Blau zum Zenit, Rot zum Horizont.

Für $z = 70°$ hat man: $\Delta R = R_{\text{blau}} - R_{\text{rot}} = 3{,}5''$.

Um Störungen durch die Erdatmosphäre klein zu halten, werden moderne Observatorien meist auf hohen Bergen an klimatisch begünstigten Stellen (Hawaii, Kanarische Inseln, Chile, …) gebaut.

Observatorien werden heutzutage erst nach einem ausgiebigen *Site Testing* errichtet. Man sucht nach Orten mit idealen Beobachtungsverhältnissen, stabiler Luftschichtung, fernab von irdischen Lichtquellen (Lichtverschmutzung).

2.3.3 Aberration

Aberration entsteht durch die Bewegung des Beobachters und die endliche Geschwindigkeit des ankommenden Lichtstrahls. Das Licht kommt dann scheinbar aus einer anderen Richtung.

Analog: Geht man durch Regen, muss man den Schirm schräg nach vorne halten.

Wenn v die Geschwindigkeit des Beobachters ist und c die Lichtgeschwindigkeit des ankommenden Strahls (Abb. 2.12) sowie $v \ll c$ und $v \perp c$, dann gilt:

$$\tan\alpha \sim \alpha = \frac{v}{c} \tag{2.19}$$

Wenn v nicht klein gegen c ist, dann gilt:

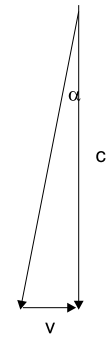


Abb. 2.12 Aberration des Sternlichts

$$\tan\alpha = \frac{v/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \tag{2.20}$$

Beispiel: $v = 0{,}9\,\mathrm{c} \rightarrow \alpha = 64°$.

Die *Jährliche Aberration* entsteht durch die Bewegung der Erde um die Sonne. Das Licht eines Sternes kommt mit der Lichtgeschwindigkeit $c = 300\,000\,\mathrm{km/s}$ an, die Bewegung der Erde um die Sonne erfolgt mit $v = 30\,\mathrm{km/s}$, daher ist das Verhältnis $v/c = 10^{-4}$. Wenn γ der Winkel zwischen v und c ist, dann gilt:

$$\alpha = \frac{10^{-4}}{\sin 1''}\sin\gamma = k\sin\gamma \qquad k = 20{,}50'' \tag{2.21}$$

k ist die Konstante der jährlichen Aberration. Deshalb:

- Sterne beschreiben jährliche Ellipsen mit großer Halbachse k und kleiner Halbachse $k\sin\beta$ (β ... ekliptikale Breite des Sterns).
- Am Pol der Ekliptik beschreiben die Sterne einen Kreis mit Radius k.
- Für Sterne in der Ekliptikebene ergibt sich eine Gerade mit der Länge $2k$.

Die *Tägliche Aberration* ergibt sich infolge der Erdrotation.

$$v = v_{\ddot{a}q}\cos\Phi \qquad v_{\ddot{a}q} = 465\,\mathrm{m/s} \tag{2.22}$$

$v_{\ddot{a}q}$ ist die Rotationsgeschwindigkeit der Erde am Äquator. Die Aberrationskonstante beträgt hier $0{,}32''\cos\Phi$. Die Kulmination eines Sternes (Durchschreiten seines höchsten Punktes im Meridian) ist also um $0{,}021^{\mathrm{s}}\cos\Phi\sec\delta$ verschoben, der Stern geht zu spät durch den Meridian.

Durch die Rotation der Sonne um das Zentrum der Milchstraße in 200 Mio. Jahren kommt es zur *säkularen Aberration.* Am Pol der Milchstraße beschreiben die Sterne einen Kreis von etwa $2'$ Durchmesser in 200 Mio. Jahren.

2.3.4 Parallaxe

Ändert man den Beobachtungsort, verschiebt sich die Position eines näher gelegenen Objekts bezüglich eines weiter entfernteren. Wieder unterscheidet man:

Tägliche Parallaxe (Abb. 2.13): z ist die Zenitdistanz eines Sterns am Beobachtungsort, z_o die Zenitdistanz am Erdmittelpunkt; dann gilt (wegen $a/\sin p = r/\sin(180-z)$; $\sin(180-z) = \sin z$):

$$\sin p = \frac{a}{r}\sin z \tag{2.23}$$

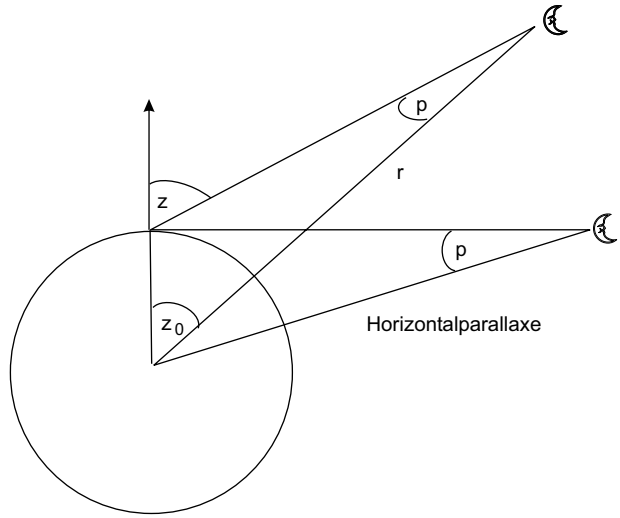


Abb. 2.13 Tägliche Parallaxe eines Sternes (nur bei Mond direkt messbar)

a ... Erdradius, r Entfernung. Die *Horizontalparallaxe* gilt für $z = 90°$. Dies ist der Winkel, unter dem von einem Objekt (Sonne, Mond,...) aus gesehen der Erdradius erscheint. Die Horizontal-Äquatorial-Parallaxe P ist gegeben durch $\sin P = a_{\text{äq}}/r$. Für den Mond hat man $P = 57'$, also fast zwei Vollmondbreiten, für die Sonne $P = 8{,}79''$, also 1/400 des Mondes. Folglich ist die Sonne 400 mal weiter von uns entfernt als der Mond.

Die *Sonnenparallaxe* ist nicht direkt beobachtbar, da die Sonne am Tageshimmel steht; man bestimmt die Sonnenentfernung durch trigonometrische Entfernungsbestimmung eines Kleinplaneten, der der Erde wesentlich näher kommt als die Sonne (z. B. Eros), und wendet dann das dritte Keplergesetz an. Für Fixsterne ist die tägliche Parallaxe nicht messbar.

Die *Jährliche Parallaxe* (Abb. 2.14) entsteht infolge der Erdbewegung um die Sonne.

$$\sin \pi = \frac{a}{d} \sin \gamma \tag{2.24}$$

a ... Erdbahnradius , d ... Entfernung des Sternes.

Der mittlere Abstand Erde – Sonne beträgt 150×10^6 km und wird als Astronomische Einheit, AE, bezeichnet (engl. AU, astronomical unit).

Der Winkel γ liegt zwischen Erde und Stern von der Sonne aus gesehen. Wenn $\gamma = 90°$, ergibt sich der Maximalwert = Winkel, unter dem der Erdbahnradius vom Stern aus erscheint. Die Sterne beschreiben Ellipsen mit den Halbachsen π, $\pi \sin \beta$, wobei β die ekliptikale Breite des Sternes ist. Der Parallaxe $\pi = 1''$ entspricht die Entfernung von 206 265

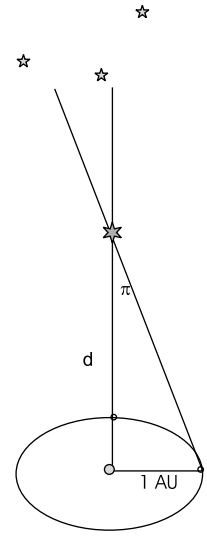


Abb. 2.14 Jährliche Parallaxe eines Sterns bezogen auf weiter entfernt liegende Sterne. Ein naher Stern bewegt sich durch den jährlichen Umlauf der Erde um die Sonne; die Größe der Parallaxe π hängt von der Entfernung des Sterns d ab

Erdbahnradien = 30×10^{12} km = 3,26 Lj.[5] Diese Distanz dient als Entfernungseinheit in der Astronomie und heißt *Parsec*. Weiterhin: 1 kpc = 10^3 pc, 1 Mpc = 10^6 pc.

Stellare Entfernungen werden in der Einheit parsec angegeben. 1 pc = 3,26 Lichtjahre.

$$\pi'' = \frac{1}{d[pc]} \tag{2.25}$$

Die größte Parallaxe (nächster Fixstern) hat man bei Proxima Centauri gemessen: $\pi = 0{,}762'' \rightarrow d = 1{,}3$ pc = 4,26 Lj.

Die Aberrationsellipsen kann man leicht von den Parallaxenellipsen trennen (siehe Abb. 2.15):

- Sie sind um 90° gegeneinander phasenverschoben.
- Die Aberrationsellipsen sind unabhängig von der Entfernung der Sterne.

Die *Säkulare Parallaxe* entsteht durch die Bewegung der Sonne.

[5] 1 Lj = Lichtjahr (engl. Ly), wird in der populären Literatur oft als Entfernungseinheit angegeben. Es ist die Distanz, die Licht innerhalb eines Jahres zurücklegt: 300 000 km/s × 86 400 s × 365. = 10 Billionen km.

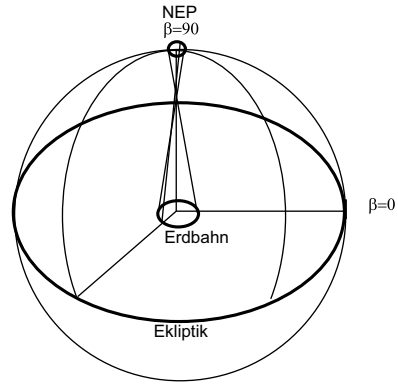


Abb. 2.15 Die Sterne beschreiben im Laufe des Jahres eine Ellipse am Himmel; befindet sich ein Stern in der Ekliptik, so beschreibt er eine Gerade, am Pol der Ekliptik einen Kreis

2.3.5 Präzession, Nutation

Die Erde kann als rotierender *Kreisel* aufgefasst werden, der den Kräften vor allem der Sonne und des Mondes ausgesetzt ist. Dadurch ändern sich sowohl die Polachse der Erde als auch die Erdbahn selbst (Ekliptik) (Abb. 2.16).

Man unterscheidet:

Lunisolare Präzession: Durch die Anziehung von Mond und Sonne auf den Äquatorwulst der Erde entsteht ein Drehmoment, das die Erdachse aufzurichten versucht, und diese reagiert mit einer Kreiselbewegung.

Die Erdachse beschreibt einen Kegel mit 23,5° Öffnung um den Pol der Ekliptik. Der Frühlingspunkt (der ja einer der Schnittpunkte zwischen Ekliptik und Äquator ist) wandert deshalb rückwärts (lat. praecedere, vorangehen) um den Wert $P_o = 50{,}3878''$ pro Jahr. Dies sind die 20 min Differenz zwischen siderischem und tropischem Jahr was eine Umlaufszeit von 25 700 Jahren ergibt *(platonisches Jahr).* In etwa 12 000 Jahren ist also Wega Polarstern (siehe Abb. 2.18). Seit der Entdeckung der Präzession durch *Hipparch* (130 v. Chr.) wanderte der Frühlingspunkt um mehr als ein Sternbild weiter. Damals befand er sich im Sternbild Widder (daher das Widderzeichen für den Frühlingspunkt), heute befindet er sich im Grenzgebiet Fische/Wassermann.

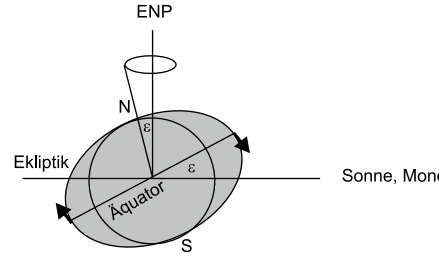


Abb. 2.16 Präzession

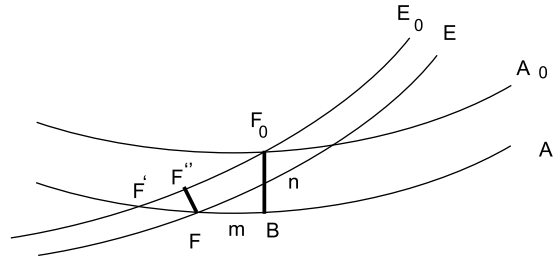


Abb. 2.17 Lunisolare und planetare Präzession

Durch die Präzession ergibt sich der Unterschied zwischen den Sternbildern und den Tierkreiszeichen (mit denen die Astrologen rechnen).

Planetare Präzession: Durch den Einfluss der Planeten verlagert sich die Erdbahn (Abb. 2.17), also der Pol der Ekliptik, dies bedingt eine zusätzliche Verschiebung des Frühlingspunktes um $P_{\text{pl}} = 0{,}1055''$ pro Jahr. Sei A_0, E_0, F_0 Äquator, Ekliptik bzw. Frühlingspunkt am Beginn eines Jahres und A, E, F am Ende des Jahres, dann ist $P_o = F_o F'$ die lunisolare Präzession und $P_{\text{pl}} = F'F$ die Präzession durch die Planeten. Der Einfluss der Präzession (pro Jahr) auf die Position der Sterne folgt aus:

$$n = 20{,}0431'' \tag{2.26}$$

$$m = 46{,}1244'' = 3{,}0750^{\text{s}} \tag{2.27}$$

$$\Delta\alpha = m + n \tan\delta \sin\alpha \tag{2.28}$$

$$\Delta\delta = n \cos\alpha \tag{2.29}$$

Bei Angabe von Sternkoordinaten ist daher die Angabe des *Äquinoktiums* notwendig. Alle diese Größen sind auch noch zeitabhängig.

Nutation: Die Mondbahn ist um 5° gegenüber der Ekliptikebene geneigt. Die Sonne übt auf diese ein Drehmoment aus, welches versucht, die Mondbahn aufzurichten, und wiederum kommt es zu einer Kreiselbewegung, bei der sich die Schnittpunkte der Mondbahn mit der Ekliptikebene (Knoten) mit einer Periode von 18,6 Jahren verschieben (Abb. 2.18). Die Verschiebung der wahre Pol beschreibt daher eine Nutationsellipse mit den Halbachsen $9{,}21''$ bzw. $6{,}86''$.

2.3.6 Sternkataloge

Wie sind nun die Örter von Sternen angegeben?

- *Scheinbarer Ort:* beobachteter Ort, korrigiert wegen Instrumentenfehler, Refraktion und täglicher Aberration.

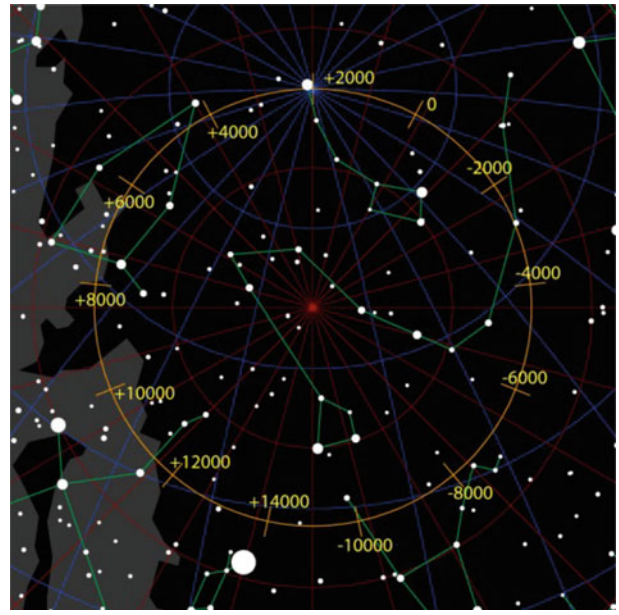


Abb. 2.18 Durch die Präzession der Erdachse ändert sich die Position des Himmelspols, gegenwärtig nahe beim Polarstern. Nach Tau Olunga

- *Wahrer Ort:* scheinbarer Ort, korrigiert wegen jährlicher Aberration und Parallaxe.
- *Mittlerer Ort:* wahrer Ort, korrigiert wegen Präzession, Nutation bezogen auf ein Äquinoktium.

In den Katalogen findet man immer die mittleren Orte. Es werden einige Kataloge mit den Jahreszahlen der Äquinoktien angegeben. *Fundamentalkataloge* (FK4, FK5) enthalten etwa 1500 Sterne mit genauen mittleren Örtern. AGK1…3: Kataloge der Astronomischen Gesellschaft (AGK 1 Äquinoktium 1875, 200 000 Sterne; AGK 3 Äquinoktium 1950). Durch Vergleich der Kataloge erhält man die Eigenbewegungen der Sterne. Die Durchmusterungen enthalten viele Sterne mit geringerer Genauigkeit (BD, *Bonner Durchmusterung,* 1855, 458 000 Sterne, *HD Henry Draper Katalog,* 1900.0, 223 000 Sterne; SAO Smithsonian Astrophys. Obs., 259 000 Sterne), *POSS* (Palomar Sky Survey, photographischer Atlas, 879 Felder aufgenommen mit dem Mt. Palomar Teleskop), *HIPPARCHOS* (Katalog für den HIPPARCHOS-Satelliten, enthält etwa 118 000 Sterne). Der *Tycho-Katalog* enthält etwa eine Million Sterne, allerdings mit geringerer Präzision als die HIPPARCHOS-Daten. Der *GSC* (Guide Star Catalogue) wurde für das Hubble-Weltraumteleskop angefertigt und enthält Daten von Sternen aus 9537 Zonen (jeweils etwa 7,5°). Er enthält astrometrische und photometrische Daten von etwa 15 Mio. Sternen (Vers. 1.1, 1989).

Wir wollen hier noch die GAIA (globales astrometrisches Interferometer für die Astrophysik) Satellitenmission anführen, eine Nachfolgerin der HIPPARCOS-Mission. Die astrometrische Genauigkeit ist 200-mal größer als bei HIPPARCOS, und es werden 10.000-mal

mehr Objekte untersucht. Insgesamt werden etwa eine Milliarde Objekte, also etwa 1 % aller Sterne der Galaxis, mit einer Genauigkeit im Mikrobogensekundenbereich vermessen. Der Start dieser Sonde der europäischen Weltraumagentur ESA (European Space Agency) erfolgte am 19. Dezember 2018 in Französisch Guyana. Die Sonde befindet sich am 1,5 Mio. km entfernten Lagrange-Punkt L_2 (Abb. 2.19) wo sich die Gravitationskräfte aufheben und die Sonde ungestört den Himmel beobachten kann. Man wollte insbesondere Temperaturschwankungen vermeiden, die die Messgenauigkeit beeinflusst hätten.

Ein Problem bei solchen Missionen ist die riesige anfallende Datenmenge. Man erwartet Daten, deren Speicherung etwa 200.000 DVDs erfordert. Das GAIA archive ist zugänglich unter **gea.esac.esa.int.** Neben den Positionsdaten findet man auch Geschwindigkeitsmessungen der Sterne und vieler anderer Objekte. Der GAIA Datenrelease 2 DR2 fand im April 2018 statt.

Ein heute sehr verbreiterter Katalog ist der *SLOAN Digital Sky Survey* (SDSS). Es gibt zwei Versionen: SDSS-I, 2000–2005; SDSS-II, 2005–2008. Seit 2008 ist der SDSS-III in Arbeit. Zur Erstellung des Katalogs wird das 2,5 m-Apache Point Teleskop verwendet. Der Datensatz umfasst Positionen von etwa 500 Mio. Sternen und Spektren von nahezu 2 Mio. Sternen. Daneben findet man mehr als 900 000 Galaxien sowie mehr als 100 000 Quasare. In Abb. 2.20 sieht man ein Beispiel.

Die M-Nummer steht für Nummer im *Messier-Katalog,* einem von *Ch. Messier* in den Jahren zwischen 1764 und 1782 aufgestellten Katalog von mehr als 100 hellen Objekten.

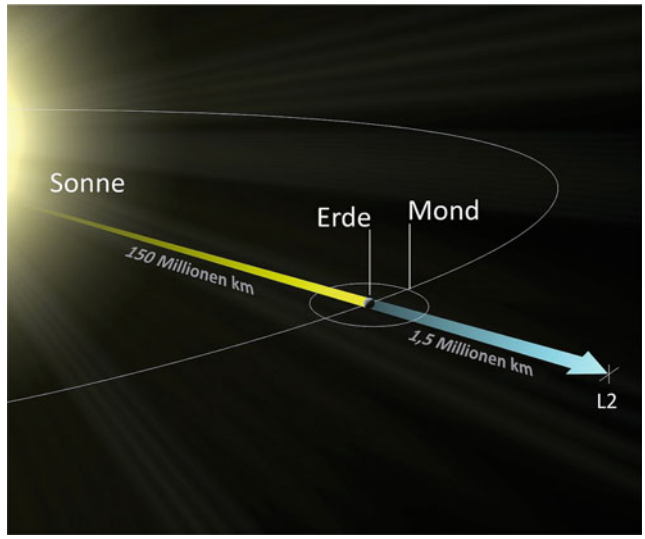


Abb. 2.19 Der Lagrange-Punkt L_2, in vierfacher Mondentfernung hinter der Erde, wo sich GAIA befindet. NASA/ESA

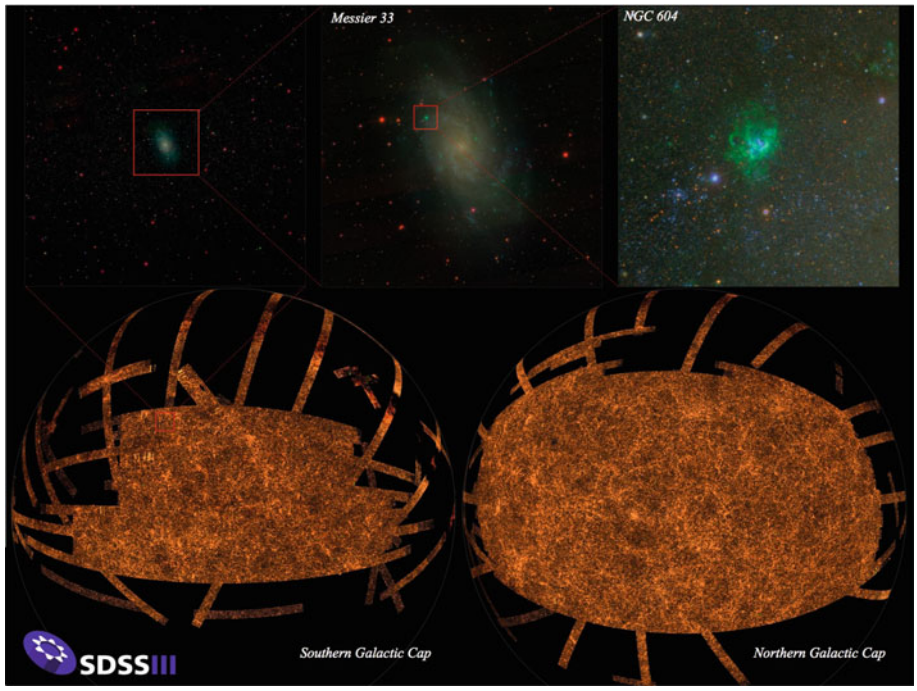


Abb. 2.20 Beispiele aus den SDSS-Bildern sowie Skizze des Himmels, der abgebildet wurde in den SDSS-Durchmusterungen. M. Blanton and the SDSS-III collaboration

2.3.7 Lichtablenkung und Exoplaneten

Wir wollen ein Beispiel zur Anwendung sehr genauer Messungen von Sternpositionen geben; es ist dies die Lichtablenkung im Gravitationsfeld einer Masse M. Die Eigenschaften des Raumes und der Zeit um eine Masse werden durch die sogenannte *Schwarzschild-Metrik* nach der Allgemeinen Relativitätstheorie beschrieben (Abschn. 15.3). Daraus kann man die Ablenkung des Lichts in einem Gravitationsfeld herleiten:

$$\phi = 4\frac{GM}{R_0 c^2}\,\text{rad} \tag{2.30}$$

Dabei passiert der Lichtstrahl eine Masse M im Abstand R_0 von deren Zentrum. Setzt man in die Formel die Sonnenmasse und den Sonnenradius ein, dann ergibt sich $\phi = 1{,}7''$. Um diesen Betrag wird der Lichtstrahl eines Sternes am Sonnenrand abgelenkt.

Man diskutiere, wie man dies in der Praxis messen kann!

Mit dieser Methode kann man durch sogenanntes *Microlensing* Planeten außerhalb unseres Sonnensystems finden *(Exoplaneten)*. Damit ist es auch möglich, Planeten von Erdgröße zu finden in einer Entfernung von mehreren kpc. Ein im Vordergrund stehendes Objekt (wirkt

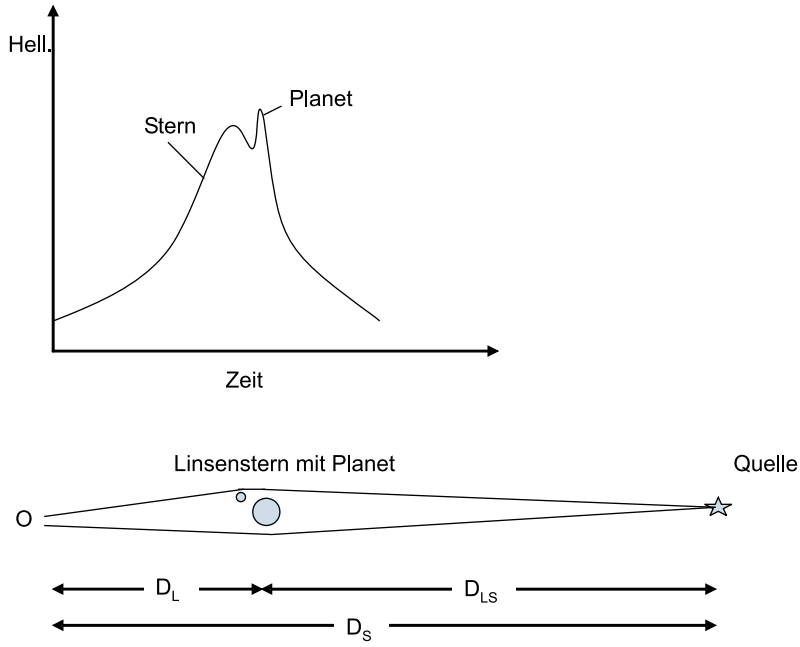


Abb. 2.21 Prinzip des Microlensing. Eine Quelle zieht hinter einer Linse (gebildet durch den Stern) vorbei und wird durch diese verstärkt. Ein zusätzlicher Effekt tritt auf, wenn sich ein massereicher Planet an geeigneter Position befindet (siehe Lichtkurve oben)

als Linse) verstärkt die Helligkeit eines weit entfernten Objekts (Quelle). Eine Verstärkung tritt auf, wenn sich die Quelle im Einstein-Radius der Linse bewegt (Abb. 2.21). Wenn D_L die Distanz zwischen Beobachter und Linse, D_S die Distanz zwischen Beobachter und Quelle, D_{LS} die Distanz zwischen Linse und Quelle bezeichnen, dann gilt für den Einstein-Radius:

$$\theta_{\mathrm{E}} = \sqrt{\frac{4GM}{c^2}\frac{D_{\mathrm{LS}}}{D_L D_S}} \tag{2.31}$$

Besitzt nun die Linse einen Planeten, dann kann kurzzeitig die Helligkeit nochmals ansteigen. Es gibt Beobachtungsprogramme zur Überwachung vieler Sterne nach solchen Microlensing-Events.

2.4 Orts- und Zeitbestimmung

Die Orts- und Zeitbestimmung war früher ein sehr wichtiges praktisches Anwendungsgebiet der Astronomie. Wir wollen hier nur kurz die Prinzipien erläutern um zu illustrieren, wie

sich aus astronomischen Beobachtungen der Ort auf der Erde (geographische Breite und Länge) ergibt. Schließlich gehen wir noch auf die modernen Navigationssysteme ein.

2.4.1 Geographische Breite Φ

Die geographische Breite folgt aus der Höhe des Pols oder wenn sich der Stern im Meridian befindet:
für Sterne südlich des Zenits:

$$\delta_1 + z_1 = \Phi$$

für Sterne nördlich des Zenits:

$$\delta_2 - z_2 = \Phi$$

Weiterhin gibt es die Methode nach *Horrobow-Talcott:* Man beobachtet zwei Sterne, die hintereinander mit etwa gleicher Zenitdistanz z durch den Zenit gehen, der eine nördlich, der andere südlich:

$$\Phi = \frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_2) + \frac{1}{2}(z_1 - z_2)$$

Wenn die Zenitdistanzen sehr ähnlich sind, fallen Effekte der Refraktion heraus. 1888 hatte *Küstner* mit dieser Methode *Polhöheschwankungen* festgestellt. Diese besitzen eine einjährige Periode (jahreszeitliche Verlagerungen infolge Schneebelastung usw.) und die sogenannte *Chandler-Periode* von 14 Monaten.

2.4.2 Zeitbestimmung

Die astronomische Zeitbestimmung erfolgt mit dem Meridiankreis; beim Meridiandurchgang eines Sternes der Rektaszension α gilt:

$$\Theta = \alpha$$

Θ ist die lokale Ortssternzeit.

Der Stundenwinkel folgt aus:

$$\cos z = \sin \Phi \sin \delta + \cos \Phi \cos \delta \cos t$$

und die lokale Ortssternzeit bei Kenntnis der Rektaszension α:

$$\Theta = t + \alpha$$

Die ältesten Zeitmesser waren Sonnen-, Wasser- und Sanduhren. Die Pendeluhr wurde um 1656 von *Huygens* erfunden, die Abweichung betrug etwa 10 s pro Tag . Der absolute Fehler moderner Pendeluhren liegt bei 3 s pro Jahr (3 s/a). Federuhren nutzen Federschwingungen

aus (Huygens 1675). Im Labor kann man eine *Quarzuhr* verwenden, welche periodische Eigenschwingungen (piezoelektrischer Effekt, Frequenz $10^4\,s^{-1}$) von Quarzkristallen verwendet, die man mit einem elektrischen Schwingkreis steuert. Der absolute Fehler einer sehr präzisen Quarzuhr liegt bei 0,001 s/a. Die Schwingung eines Quarzes ist aber über längere Zeiträume hinweg nicht konstant. Noch genauere Uhren sind die *Atomuhren,* die auf den unveränderlichen Eigenschwingungen von Molekülen beruhen. Bei der Caesium-Atomuhr treten aus einer Düse parallele Strahlen von Cs-Atomen aus. Sie gelangen in ein elektrisches Feld und werden in energiereiche und energiearme Strahlen getrennt. Die energiereichen werden in einen Hohlraumresonator abgelenkt, wo die Cs-Atome zu frequenzstabilen Eigenschwingungen angeregt werden. Mit Quarzuhren und Atomuhren kann man die Zeit genauer messen als mit der *Erdrotation,* die variabel ist. Man hat mit ihnen unregelmäßige, periodische und säkulare Änderungen der Erdrotation festgestellt.

- Unregelmäßige Schwankungen: durch Massenverlagerungen im Erdinneren. Auch starke Erdbeben wie die Katastrophe von Fukoshima im Jahre 2011 haben Auswirkungen: Dabei wurde die Lage der Erdachse um etwa 10 cm verschoben und die Rotationszeit der Erde um mehr als eine Mikrosekunde verkürzt.
- Periodische Schwankungen: meteorologisch (ganzjährige Periode, Amplitude 22 ms), halbjährige Periode durch Gezeitenkräfte der Sonne; Amplitude 10 ms.
- 13,8- und 27,6-tägige Periode mit sehr kleiner Amplitude durch die Gezeitenkräfte des Mondes.

Im Mai geht die Erde um 30 ms nach, im September um 25 ms vor. Schließlich gibt es noch die säkularen Änderungen. Diese entstehen hauptsächlich durch die Gezeitenreibung (Kapitel Himmelsmechanik).

Alle Effekte bedingen eine Zunahme der Tageslänge um 1 s in 60 000 Jahren. Diese Änderungen der Erdrotation machen die Definition eines konstanten Zeitmaßes notwendig.

Man hat die *Ephemeridenzeit, ET,* eingeführt als Länge der astronomischen Sekunde zu Beginn des 20. Jahrhunderts. $1\,s = 1/31556925{,}9746$ des trop. Jahres 1900. Die Differenz zwischen UT und ET für 1900 war 0. Für 2006.0 betrug sie bereits 64 s. TAI ist die internationale Atomzeit.

Definition der Sekunde: 1 s = 9 192 631 770 Schwingungen des ^{133}Cs beim Übergang in den Grundzustand.

2.4.3 Moderne Navigationssysteme

Das *Global Positioning System (GPS)* ist ein satellitengestütztes Navigationssystem, ursprünglich vom US-Verteidigungsministerium für militärische Anwendungen entwickelt und seit 1995 in Betrieb. Dabei strahlen 24 Satelliten ständig Signale aus, und aus deren Laufzeit kann der GPS-Empfänger Position und Höhe seines Ortes bestimmen. Bei einer Frequenz von 1575,42 MHz wird der C/A-Code übertragen (*coarse acquisition,* für zivile Anwendungen). Für genauere militärische Anwendungen gibt es den P/A-Code *(precision encrypted),* der verschlüsselt ist. Die Messgenauigkeit ist in 90 % aller Fälle besser als 10 m.

Bis Ende 2019 wird das europäische Satellitennavigationssystem *GALILEO* fertig sein (für ausschließlich zivile Zwecke). Dabei verwendet man 30 Satelliten, wovon drei in Reserve sind. In Russland verwendet man *GLONASS.*[6] In China plant man (früher als *COMPASS* bezeichnet) *BeiDou,* BDS (großer Bär). Der erste von mehr als 35 Satelliten wurde 2000 in eine Umlaufbahn gebracht (Abb. 2.22).

Wie wir später sehen werden, ist die Genauigkeit der GPS-Navigation von verschiedenen Faktoren bestimmt, unter anderem auch von der Aktivität der Sonne (Weltraumwetter, space weather). Deshalb möchte man die Aktivität der Sonne möglichst genau vorhersagen; hier ergibt sich wiederum eine praktische Anwendung der Astrophysik, in diesem Falle der Sonnenphysik.

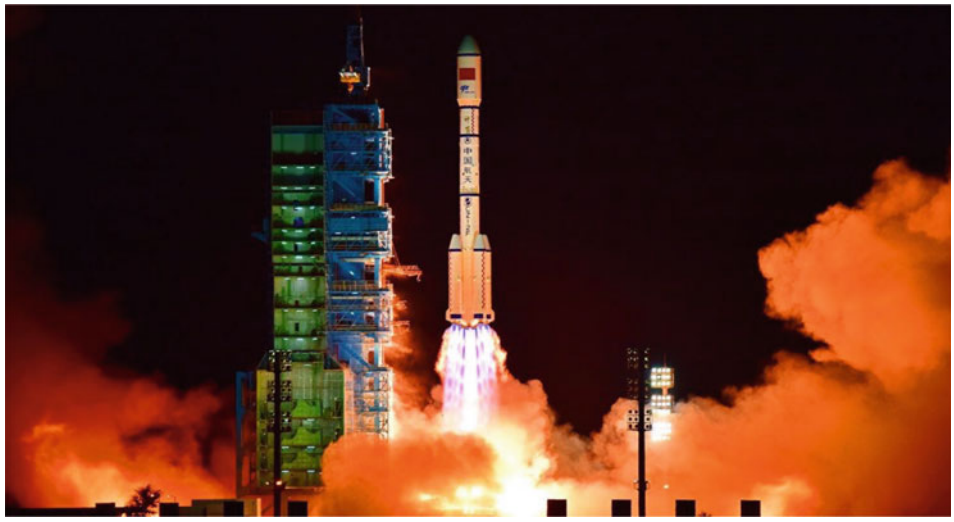


Abb. 2.22 Start zweier BeiDou Satelliten, Raumfahrtzentrum Xichang, China, 2018. Sirf News

[6] Globalnaja Nawigazionnaja Sputnikowaja Sistema.

2.5 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.
Spherical Astronomy, R.M. Green, Cambridge Univ. Press, 1985
Practical Astronomy with your calculator, P. D. Smith, Cambridge Univ. Press, 1989
Orientierung, Navigation und Zeitbestimmung, G. Wolfschmidt, tredition, 2019
Astronomische Navigation, W.F. Schmidt, Springer, 1996
Astronavigation, B. Schenk, Delius Klasing, 2018

Aufgaben

2.1 An welchem Ort der Erde sind alle Sterne je 12^{h} über bzw. unter dem Horizont?

Lösung
Äquator

2.2 Bei welchem Stundenwinkel befindet sich ein Stern im Meridian?

Lösung
Bei $t = 0$ und bei $t = 12^{\mathrm{h}}$.

2.3 a) Wann befindet sich die Sonne im Frühlingspunkt und b) wann ist die Sternzeit in guter Näherung gleich der bürgerlichen Zeit?

Lösung
a) Zu Frühlingsbeginn, b) zu Herbstbeginn

2.4 Die Rektaszension des Mars am 21. März 2012 beträgt etwa $10^{\mathrm{h}}40^{\mathrm{min}}$. Wann in etwa ist der Planet genau im Süden? Sieht man den Planeten am Abendhimmel?

Lösung
Da die Rektaszension der Sonne zu Frühlingsbeginn 0^{h} ist, geht Mars etwa 10 h 40 min später als die Sonne durch den Meridian, also um 22 Uhr 40. Er ist also gut am Nachthimmel zu beobachten.

2.5 Wann steht die Sonne für München am 4.11. im Meridian (wann genau ist also Mittag)?

Lösung
Wir berücksichtigen die geographische Länge von München = 11,5 Grad Ost. Es ergibt sich eine Differenz von 3,5 Grad gegenüber der 15-Grad-MEZ-Zone, und dem entsprechen:

1 Grad = 4 min, also um 14 min geht die Sonne später durch den Meridian, d. h. um 12 Uhr 14 min. Dazu kommt noch die Zeitgleichung, ZG = 16,4 min (Wahre Zeit – mittl. Zeit = ZG, Mittl. Zeit = Wahre Zeit – ZG) d. h. der wahre Mittag in München tritt also bereits um 11 Uhr 57 min ein (Abb. 2.8).

2.6 Bei welchem Stundenwinkel befindet sich ein Stern im Meridian?

Lösung
Bei $t = 0$ und bei $t = 12^{\mathrm{h}}$.

2.7 Wann befindet sich ein Stern der Rektaszension α im Meridian?

Lösung
Wenn $\Theta = \alpha$ ist.

2.8 Angenommen, die Sonne stehe im Frühlingspunkt. Wieviele Stunden ist sie dann in Deutschland sichtbar?

Lösung
Genau 12 h.

2.9 Wie hoch kann die Sonne in Graz zu Sommerbeginn maximal stehen?

Lösung
Die geographische Breite von Graz beträgt $\Phi = 47°$, also ist die Höhe des Himmelsäquators gleich $90° - \Phi$, und die maximale Höhe der Sonne beträgt: $h_{\max} = 90° - \Phi + 23{,}5°$.

2.10 Bei welcher geographischen Breite steht die Sonne zu Sommerbeginn im Meridian im Zenit?

Lösung
Am Wendekreis ($\Phi = 23{,}5°$).

2.11 Berechnen Sie die Ortssternzeit für ein bestimmtes Datum um 15 Uhr MEZ für Graz. Die geographische Länge von Graz ist etwas mehr als 15°, also ca. 1^{h} Differenz gegenüber Greenwich. Aus einer Tabelle entnimmt man die Sternzeit für Greenwich um 0^{h} UT (Weltzeit, Universal Time) z. B.: 4^{h}.

Lösung
Die Lösung ist in Tab. 2.2 angegeben.

2.12 Man berechne das Osterdatum für 1818.

Lösung
22.3. (Extremwert).

2.13 Ein Stern habe die Parallaxe von $0,1''$, man berechne die Entfernung.

Lösung
10 pc.

Geschichte der Astronomie

3

Inhaltsverzeichnis

3.1 Astronomie der Vor- und Frühgeschichte 39
3.2 Astronomie der Griechen 45
3.3 Astronomie im Mittelalter und Neuzeit 49
3.4 Moderne Astrophysik und Kosmologie 58
3.5 Weiterführende Literatur 64

In diesem Abschnitt geben wir eine Übersicht der Geschichte der Astronomie.

> Die Beobachtung des Himmels gab es bei allen Kulturvölkern, und sie hatte durchaus praktische Zwecke: Kalender und Navigation.

Außerdem wurden nach bestimmten Himmelsrichtungen Grabstätten ausgerichtet bzw. Gebäude errichtet. Erste Anfänge der naturwissenschaftlichen Methode des Messens und Experimentierens finden wir bei den alten Griechen.

3.1 Astronomie der Vor- und Frühgeschichte

Astronomie spielte schon in der Altsteinzeit bei der Ausrichtung von Gräbern und Steinsetzungen, die als Kalender dienten, eine Rolle. Neben den alten Kulturen des nahen und mittleren Ostens betrachten wir auch die alten Kulturen in China und auf dem amerikanischen Kontinent.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_3

3.1.1 Steinzeit

Seit der *Neandertalzeit* (vor rund 60 000 Jahren) hat der Mensch seine Toten in Gräbern bestattet. Aus diesen Gräbern kann man indirekte Hinweise auf astronomische Kenntnisse bekommen, die aber eng mit religiösen Vorstellungen verknüpft waren. Aus der *Altsteinzeit* stammen nach den Haupthimmelsrichtungen ausgerichtete Gräber sowie Höhlenmalereien (z. B. die Höhlenmalereien von *Lascaux*).

Gegen Ende der *Mittelsteinzeit* findet man in Skandinavien eine Westausrichtung der Gräber (die Abweichung betrug maximal drei Grad). Mit Beginn der *Jungsteinzeit* (Neolithikum) wurden die Menschen sesshaft und betrieben Ackerbau und Viehzucht. Die frühen Gräber aus der Jungsteinzeit zeigen eine Ausrichtung: Die Skelette sind nach Nord-Süd ausgerichtet, die Augen blicken in Richtung Osten (Bsp. Quedlingburg). Dies ist charakteristisch für die *Glockenbecher-Kultur* (ca. 2600 v. Chr. bis 2200 v. Chr.). Typisch für diese Kultur ist die Bestattung:

- Frauen: Kopf im Süden, Füße im Norden,
- Männer: Kopf im Norden, Füße im Süden.

In beiden Fällen blickt der Schädel nach Osten. Diese Art der Bestattung unterscheidet sich von jener der *Schnurkeramik* (ca. 2800 v. Chr. bis 2200 v. Chr.), wo die Ausrichtung Ost-West ist und der Schädel nach Süden zeigt. Ebenso findet man hier wieder eine bipolare Ausrichtung, bei den Frauen liegt der Schädel im Osten, bei den Männern im Westen (siehe Abb. 3.1).

Im europäischen Raum sind aus der Zeit vor Christi Geburt die megalithischen *Steinsetzungen* bekannt (hier vor allem die Steinsetzung von *Stonehenge* in England, Abb. 3.2). Die Steine sind dabei kreisförmig angeordnet und bilden Visierlinien. So bilden z. B. in Stonehenge vier bestimmte Steine ein Rechteck, dessen Seiten den Sonnenaufgang bei



Abb. 3.1 Während der Glockenbecher- und der Schnurkeramik-Kultur wurden die Toten in Hockerstellung beigesetzt. Die Ausrichtung der Skelette erfolgte für Männer und Frauen unterschiedlich. Der Schädel zeigte dabei entweder nach Osten oder nach Süden. Mitterkirchen, Österreich. W. Sauber



Abb. 3.2 Der Steinkreis von Stonehenge

Winteranfang bzw. Sommeranfang anzeigten. Stonehenge wurde zwischen 2200 und 1600 v. Chr. errichtet. Eine ähnliche Setzung findet sich bei Carnac in Frankreich.

Derartige Steinsetzungen waren also in erster Linie *Kalender* und so für die Menschen der Steinzeit das einzige Hilfsmittel, das Jahr einzuteilen.

Ohne Kalender wäre die um 10 000 v. Chr. einsetzende Landbestellung und Sesshaftigkeit der Menschen unmöglich gewesen (Aussaattermine). Daneben entstand aber auch der Glaube, über kultische Handlungen die Götter günstig stimmen zu können. Darin liegt die Wurzel der Astrologie.

Die Himmelsscheibe von *Nebra* (Abb. 3.3), gefunden nahe der Stadt Nebra in Sachsen-Anhalt, besitzt eine Masse von 2 kg, etwa 32 cm Durchmesser und stammt aus der Zeit um 1600 v. Chr. Es sind 32 Objekte abgebildet, darunter Mond und Sonne und auch der Sternhaufen Plejaden.

3.1.2 Ägypten, Mesopotamien

Um 2000 v. Chr. gab es im Bereich der Flüsse Nil, Euphrat und Tigris sowie Indus bereits blühende Kulturen. Dabei waren die Gestirne und deren Beobachtung ein wichtiger Bestandteil der religiösen Vorstellungen. So entstand Astronomie gemeinsam mit Astrologie. Durch immer exaktere Beobachtungen löste sich die Astronomie jedoch von der Astrologie.



Abb. 3.3 Himmelsscheibe von Nebra

Mehrere Faktoren begünstigten die Entwicklung der Astronomie in Ägypten und Mesopotamien. Erstens war dort das Klima für astronomische Beobachtungen günstig, zweitens hatte die gebildete Oberschicht viel Zeit für astronomische Beobachtungen. Weiterhin war die Entwicklung einer Schriftsprache wesentlich. So konnte man astronomische Beobachtungen aufzeichnen und an nachfolgende Generationen weitergeben.

Über den Kalender der Ägypter wurde bereits im vorigen Abschnitt berichtet. *Re* galt als Sonnengott und wurde oft als Falkenkopf mit einer Scheibe auf dem Kopf, der Sonnenscheibe, dargestellt. Die beiden Kinder Res waren *Nut* (Himmelsgöttin) und *Geb* (Erde). Die Pyramiden von Gizeh (Abb. 3.4) wurden zwischen 2700 und 2200 v. Chr. errichtet und sind nach N-S bzw. O-W ausgerichtet. Der Eingang der *Cheops-Pyramide* zeigt direkt zu einem bestimmten Stern. Ein Sarkophagdeckel zeigt die ägyptische Göttin Nut mit vielen der uns heute bekannten *Tierkreiszeichen* (z. B. Löwe, Waage, Fische, Stier und Zwillinge) (Abb. 3.5).

Der Beginn der *babylonischen Astronomie* geht bis in das dritte Jahrtausend v. Chr. zurück. Die mittlere Dauer zwischen zwei gleichen Mondphasen *(synodischer Monat)* war (Ende des 3. Jh. v. Chr.) zu 29,530641 Tagen bestimmt worden. Ebenso waren synodische Umlaufszeiten der Planeten mit großer Genauigkeit bekannt. Die älteste datierbare Beobachtung einer totalen Sonnenfinsternis im alten Babylon fiel auf den 15.6.763 v. Chr. Den *Saroszyklus* kannte man bereits. Dieser besagt, dass sich Finsternisse nach 6585,3 Tagen wiederholen (das sind 18 Jahre 11 1/3 Tage oder 18 Jahre 10 1/3 Tage, je nachdem, wie viele Schaltjahre dazwischen liegen).

Beispiel: am 31.05.2003 um 5:30 Uhr gab es eine von Mitteleuropa aus sichtbare partielle Sonnenfinsternis. Wann gibt es nach diesem Zyklus die nächste? Lsg.: 31.05.2003 + 18 Jahre 10 1/3 Tage = 10. Juni 2021 gegen 11:30.



Abb. 3.4 Die Pyramiden bei Gizeh. Ricardo Liberato

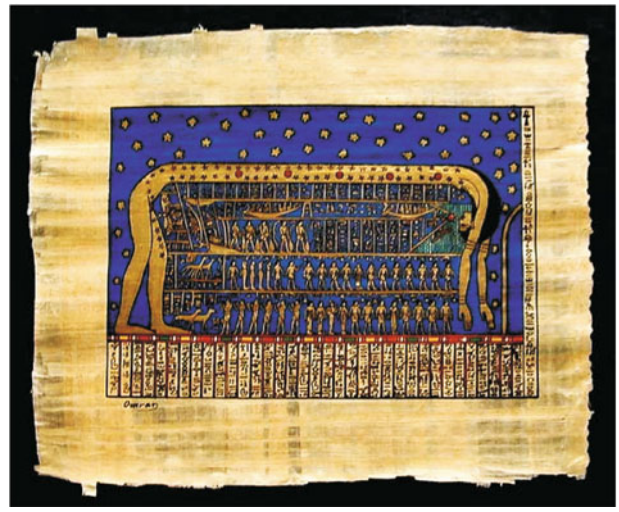


Abb. 3.5 Das Weltbild der Ägypter. Die Sterne sind an der Himmelsgöttin Nut befestigt, die die Erde umspannt. Die Füße sind im Westen. Die Göttin verschluckt die Sonne abends und gebärt sie morgens wieder. (Quelle: Archiv Vetter)

Genaueres zum Saroszyklus folgt im Abschn. (4.7) über Finsternisse.

3.1.3 China

Hier sind einige astronomische Beobachtungen überliefert, so unter anderem auch die erstmalige Beobachtung von sehr großen Sonnenflecken (nur bei tief stehender Sonne manchmal mit freiem Auge möglich). Die Astronomen waren Hofbeamte und mussten astronomische Ereignisse vorhersagen, damit bestimmte Rituale ausgeführt werden konnten. Ebenso wie die Chaldäer erkannten die Chinesen, dass *Sonnenfinsternisse* nur um die Zeit des Neumon-

des stattfinden können. Man glaubte übrigens an zehn Sonnen, je eine für jeden Tag der chinesischen Zehntagewoche. Ende des 3. Jahrtausends v. Chr. wurden die Astronomen *Hi* und *Ho* mit dem Tode bestraft, weil sie eine Sonnenfinsternis nicht vorausgesagt hatten (am 13. Okt. 2128 v. Chr.). Die Chinesen glaubten, dass während einer Finsternis ein Drache die Sonne zu verschlingen versucht und man diesen durch lauten Trommelwirbel wieder wegtreiben müsse. 613 v. Chr. wurde der *Halley'sche Komet* beobachtet. Um die Zeit von Christi Geburt verfasste *Lio Hsin* ein astronomisches Handbuch.

3.1.4 Mittel- und Nordamerika

Auch hier sind Beobachtungen überliefert, und Pyramiden wurden nach Himmelsrichtungen ausgerichtet. Dabei verkörpert die Ausrichtung nach Osten die Auferstehung, auch Geburt, und die Ausrichtung nach Westen das Ende, den nahenden Tod. Am 15.2.3379 v. Chr. wurde eine Mondfinsternis beobachtet und aufgezeichnet. Der Nullpunkt des berühmten *Maya-Kalenders* war der 11. August 3114 v. Chr. Bei *Chichen Itza* (auf der Halbinsel Yucatan) wurden die Punkte markiert, an denen die Sonne genau im Osten auf- und im Westen unterging. Man kannte relativ genau den Mondlauf und konnte auch Finsternisse vorhersagen. Die *Milchstraße* wurde als Weltbaum beschrieben. Die Sternwolken, aus denen sie besteht, wurden als Lebensbaum bezeichnet, von dem alles Leben auf der Erde stammt. Die Maya kannten die Zahl 0 und verwendeten ein Vigesimalsystem (also als Basis 20: im Dezimalsystem hat man die Folge 10–100–1000 usw., im Vigesimalsystem 20–400–8000 usw.).

Für die *Navajo-Indianer* war *Tsohanoai* der Sonnengott. Die Inka betrachteten *Inti* als ihren Sonnengott. Dieser befahl ihnen, die Hauptstadt *Cuzco* zu bauen. Die *Azteken* glaubten an *Tonatiuh* als Sonne und dachten, dass mit jeder Ära eine Sonne stirbt und eine neue geboren wird. Nach ihrer Ansicht lebten sie in der 5. Ära, also vier Sonnen waren bereits vergangen. Dem Gott *Huitzilopochtli,* der Sonne und Krieg verkörperte, brachte man Menschenopfer dar. Die Abb. 3.6 zeigt den berühmten Kalenderstein der Azteken.

3.1.5 Altes Europa

Bei den *Kelten* wurde ebenfalls die Sonne als Gott *Lugh* verehrt. Dieser Name tritt auch als Lleu und Lugos auf (Letzteres bei den Galliern; die Namen der Städte Lyon, Leyden und Laon gehen darauf zurück). Bei den alten *Germanen* wurden Sonnen- und Mondfinsternisse als Bedrohung von Sonne und Mond durch Werwölfe aufgefasst. Generell war astronomisches Wissen hier nicht stark ausgeprägt, was wohl auch auf die schlechteren Wetterverhältnisse zurückzuführen sein dürfte. Als Sternbilder kannte man den Großen Wagen, Orion sowie die Gluckhenne (Plejaden). Von den Planeten waren insbesondere der Morgen- und Abendstern bekannt. Auch der Glaube, dass der zunehmende Mond günstig sei beim Säen und Pflanzen



Abb. 3.6 Kalenderstein oder Sonnenstein. Die vier Zeichen bedeuten die vier Zeitabschnitte der Zerstörung und des Wiederaufbaus. In der Mitte befindet sich die 5. Sonne, Tonatiuh. Museo Nac. de Antropologia, Mexico City

sowie für die Fruchtbarkeit, stammt von den alten Germanen. Vieles über die alten Germanen ist vom römischen Schriftsteller *Tacitus* überliefert.

3.2 Astronomie der Griechen

Im antiken Griechenland kommt es zum ersten Mal zu einer Anwendung der grundlegenden Methode der Naturwissenschaften: dem Experiment.

Man versucht durch Messen neue Erkenntnisse zu gewinnen und nicht nur durch bloße Hypothesen, die nicht überprüfbar sind. Die astronomischen Kenntnisse der alten Griechen waren erstaunlich; man wusste, dass die Erde eine Kugel ist und der Mond viel näher sein muss als die Sonne. Sogar der Erdumfang wurde berechnet. Wie man mit einfachsten Messungen ohne Hilfsmittel derartige Größen bestimmen konnte, wird in diesem Kapitel gezeigt.

3.2.1 Philosophische Überlegungen

Die Griechen übernahmen das astronomische Wissen der Babylonier; darüber hinaus beschränkte man sich jedoch nicht nur auf reine Himmelsbeobachtungen, sondern stellte erstmals Theorien und Hypothesen auf und versuchte, Gesetzmäßigkeiten am Himmel dadurch zu erklären. Wir geben einige Beispiele.

Bei *Hesiod* (7. Jh. v. Chr., wird auch als Bauerndichter bezeichnet) findet sich die Vorstellung von einer runden Erdscheibe, die vom *Okeanos* umflossen wird. Über der Erde ist der Himmel als Halbkugel gewölbt; unterhalb befindet sich ebenso eine Halbkugel, *Tartaros* genannt. Außerhalb der Himmelskugel ist die gähnende Leere, das *Chaos.*

Am 28.5.585 v. Chr. trat eine von *Thales von Milet* vorausgesagte Sonnenfinsternis ein, und dieses Wissen hat sogar eine Schlacht beeinflusst. Die Gegner, die davon nichts wussten, sind aus Angst geflohen. *Pythagoras* stellte Ende des 6. Jh. v. Chr. Lehrsätze über Trigonometrie (pythagoreischer Lehrsatz) auf und lieferte wertvolle Beiträge zur Positionsastronomie. Seine These war, dass sich alle Himmelskörper um die im Zentrum des Weltalls ruhende Erde drehen. Die Erde schwimmt auf dem Wasser. Nach *Anaximenes* ist Luft der Ursprung allen Seins. Die Erde ist eine flache Platte, die von Luft getragen wird.

Um 440 v. Chr. bestimmte *Meton* mittels eines Gnomons (Schattenstab) die Sonnenwendepunkte. Um 400 v. Chr. meinte *Demokrit,* dass die Milchstraße aus zahllosen Einzelsternen besteht, eine sehr moderne Vorstellung also, die er aber nicht beweisen konnte.

Nach *Anaxagoras* ist die Sonne eine glühende Steinmasse.

Aristoteles (384–322 v. Chr.) vertrat die Ansicht, die Erde sei eine Kugel. Dies sei durch den stets kreisförmigen Schatten der Erde zu Anfang und Ende einer totalen Mondfinsternis erklärbar.

3.2.2 Erste Messungen

Neben den oben angestellten philosophischen Überlegungen gab es im antiken Griechenland erstmals den Versuch, astronomisches Wissen durch Messungen zu erlangen.

Um 265 v. Chr. stellte *Aristarch* erstmalig ein heliozentrisches Weltsystem vor. Dabei versuchte er auch, Entfernungen zu bestimmen, und er fand für das Verhältnis der *Entfernung Erde – Mond zu Erde – Sonne:* 1:19.[1] Die Methode des Aristarch ist in Abb. 3.7 erklärt. Der Mond steht im ersten Viertel, d. h. er hat ein Viertel seiner Umlaufbahn um die Erde zurückgelegt. Für das Verhältnis Entfernung Erde-Mond (d) zur Entfernung Erde-Sonne (D) erhält man:

$$\cos\alpha = \frac{d}{D} \tag{3.1}$$

Der exakte Wert für α (vom Mond aus gesehen der Winkel zw. Sonne und Erde; in Wirklichkeit sehr schwer zu bestimmen, da er von der Bestimmung des Zeitpunktes für den Mond im ersten Viertel abhängt) beträgt $89°51',4$.

Um 220 v. Chr. versuchte *Eratosthenes* den *Erdumfang* zu bestimmen. Er untersuchte die Tatsache, dass an einem bestimmten Datum des Jahres die Sonne in *Kyrene* (auch Syene,

[1] Richtiger Wert 1:400.

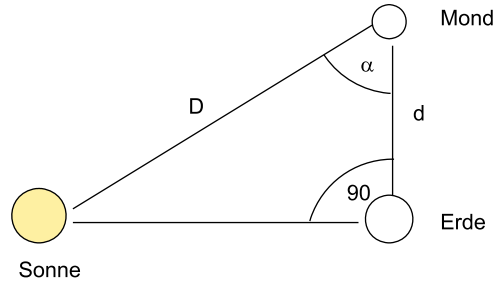


Abb. 3.7 Die Methode des Aristarch zur Bestimmung des Entfernungsverhältnisses Erde – Sonne zu Erde – Mond. Der Mond befindet sich dabei von der Erde aus gesehen im ersten Viertel, es ist also Halbmond

das heutige Assuan) von einem tiefen Brunnen aus gesehen werden kann, nicht jedoch von Alexandria aus, das nördlicher liegt (Abb. 3.8). Damit man die Sonne von einem tiefen Brunnen aus sehen kann, muss sie sich im Zenit befinden. Die Entfernung zwischen Syene und Alexandria beträgt 770 km, und in Alexandria stand die Sonne zum selben Zeitpunkt um 7,2° vom Zenit entfernt.

Aus der Beziehung:

$$7{,}2^\circ/360^\circ = 770\,\mathrm{km}/U \tag{3.2}$$

folgt der Erdumfang U.

Um 150 v. Chr. entdeckte *Hipparch* die *Präzession,* als er neue Sternkarten erstellte und diese mit alten verglich. Seine Sternkarten enthielten insgesamt 850 Sterne.

Um 140 n. Chr. fasst *Ptolemäus* (Abb. 3.9) das astronomische Wissen seiner Zeit zusammen in dem Werk „Mathematices syntaxeos biblia XIII", welches später von den Arabern als Almagest zu uns gelangte.

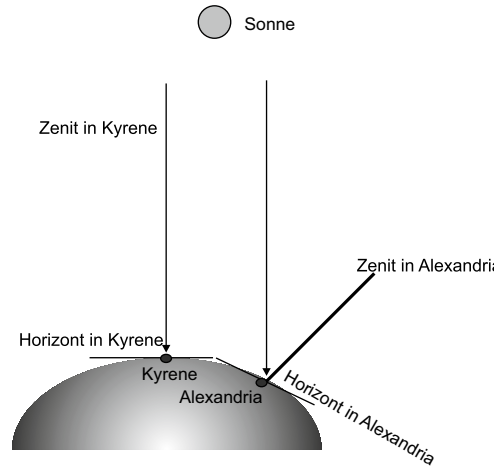


Abb. 3.8 Die Methode des Eratosthenes zur Bestimmung des Erdumfangs



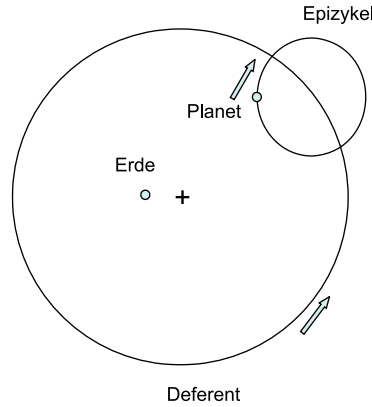


Abb. 3.9 Ptolemäus, der Begründer des geozentrischen Weltsystems. Rechts: Die zur Erklärung der Schleifenbahnen der äußeren Planeten im geozentrischen System verwendete *Epizykeltheorie* des Ptolemäus; die Erde befindet sich nicht im Mittelpunkt (+) des Deferenten

Ptolemäus gilt als der Begründer des *geozentrischen Weltsystems.*

Die Erde ruht im Mittelpunkt des Universums, und alle Planeten, Sterne sowie Sonne und Mond umkreisen diese. Die Bewegungen dieser Himmelskörper erfolgen auf Kreisbahnen.

Die komplizierten Bewegungen, die ein äußerer Planet um die Zeit seiner Oppositionsstellung ausführt, da ihn die Erde auf ihrer weiter innen liegenden Bahn überholt, erklärte man sich mithilfe der *Epizykeltheorie* (Abb. 3.9). Der Planet läuft auf einem Kreis, Epizykel genannt. Dessen Mittelpunkt bewegt sich auf einem zweiten Kreis (Deferent) usw. Im Almagest findet sich der Einfluss der aristotelischen, auf Dogmen basierenden Philosophie („Aristoteles dixit.“).

Im heliozentrischen Weltsystem ergibt sich die Schleifenbewegung dadurch, dass sich die Erde schneller um die Sonne bewegt als ein außerhalb der Erdbahn kreisender Planet (Abb. 3.10).

3.2.3 Navigation

Hier kommen wir noch kurz auf einen weiteren wichtigen Aspekt der Astronomie zu sprechen, der bereits für die Völker des Altertums von großer Bedeutung war: *Navigation.* Im

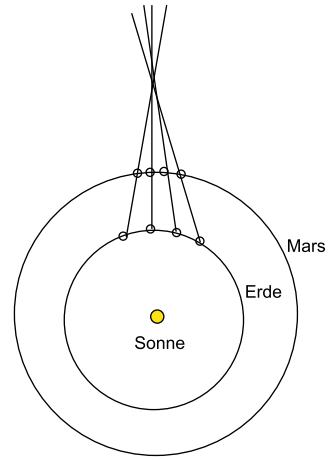


Abb. 3.10 Die *Schleifenbahnen* der äußeren Planeten ergeben sich im heliozentrischen Weltbild einfach dadurch, dass die schneller um die Sonne umlaufende Erde den langsamer um die Sonne laufenden äußeren Planeten überholt

Altertum bevorzugte man zunächst Küstengewässer, wo Landmarken und das Lot eine Orientierung erlaubten. Die Griechen besaßen Küsten- und Hafenbeschreibungen (Perploi). Aber seit dem 5. Jahrhundert v. Chr. sind Hochseefahrten von Kaufleuten nachweisbar, und es war klar, dass man sich, sobald die Küsten außer Sichtweite lagen, auf die Gestirne als Wegweiser verlassen musste. *Thales von Milet* soll Anfang des 6. Jahrhunderts v. Chr. über nautische Astronomie geschrieben haben. Sein Schüler war *Anaximander,* der den ersten Himmelsglobus erstellte. Wenig später hat *Kleostratos* die 12 Teile des *Tierkreises* definiert. Zur Messung der geographischen Breite diente die Position des *Polarsterns,* der damals allerdings noch weiter vom Himmelspol entfernt war (Heute ist er nur ca. 1° entfernt. Zur damaligen Zeit galt *Kochab* im Kleinen Wagen als Polarstern). Zur Bestimmung der geographischen Längen sind Zeitmessungen erforderlich, die aber damals zu ungenau waren.

3.3 Astronomie im Mittelalter und Neuzeit

Im Mittelalter kam es zu einer Stagnation in den Wissenschaften. Man berief sich hauptsächlich auf den Philosophen Aristoteles und hinterfragte die Wirklichkeit nicht. Am Beginn der Neuzeit steht dann Kopernikus, der das heliozentrische Weltsystem in seinem Hauptwerk vertrat. Kepler erklärte später, wie sich die Planeten bewegen, und Newton stellte das Gravitationsgesetz auf, das die Anziehungskräfte zwischen Massen beschreibt.

3.3.1 Astronomie der Araber

In der Zeit zwischen Ptolemäus und Copernicus gab es keine neuen Entwicklungen bei der Vorstellung des Weltbildes, aber die *Araber* haben Beobachtungstechnik und Mathematik weiterentwickelt. *Al Bettani*[2] (†929 n. Chr.) hat den Cosinussatz formuliert. *Abul Wefa* (940–998) hat Tabellen der trigonometrischen Funktionen aufgestellt.

Die Araber haben das antike astronomische Wissen ins Abendland gebracht.

Von den *Indern* übernahmen sie das Zahlensystem sowie die Darstellung der Zahlen (arabische Zahlen). Ebenso entwickelten sie die Algebra (Al gebr).

Das wichtigste Buch des Ptolemäus, die Griechen nannten es *Megistos,* wurde vom persischen Astronomen *Al Sufi* (903–986) (auch *Abd ar-Rahman as-Sufi,* oder *Abd al-Rahman Abu al-Husain*) am Hof in Isfahan übersetzt, der berühmte Almagest. In seinem im Jahre 964 auf arabisch geschriebenen Hauptwerk (Buch der Fixsterne[3]) erwähnt er zum ersten Mal die große *Magellan'sche Wolke* und die *Andromedagalaxie.* Dieses dient auch noch heute als Quelle zur Untersuchung der Eigenbewegungen der Sterne und für Helligkeitsmessungen von variablen Sternen.

Der Kalif *Al Mamum* hat die Erde neu vermessen lassen von *Muhammad Ibn Mu-sa-al-Khwarizmi* (ca. 780 bis ca. 850), welcher auch lineare und quadratische Gleichungen löste und ein Buch über das Bild der Erde herausgab.[4] *Ibn Junus* (†1009) entdeckte das Phänomen der astronomischen *Refraktion.*

Ulugh Beg (1393–1449) erstellte einen sehr genauen Katalog von 994 Sternen auf seiner Sternwarte in *Samarkand* (1428 errichtet) und erweiterte damit den Katalog Al Sufis.

3.3.2 Mittelalter

Im Mittelalter gab es in Europa eine Stagnation der Astronomie. Ausschließlich Theologen befassten sich damit.

Ioannes de Sacrobosco (†1256) verfasste das erste abendländische Lehrbuch der Astronomie. *Nikolaus Cusanus* (†1464) vertrat moderne Ideen: Er sprach erstmalig von der Unendlichkeit des Universums.

Johannes Regiomontanus wurde 1436 in Königsberg geboren (sein eigentlicher Name war Johannes Müller); er war der bedeutendste Astronom des Spätmittelalters. Im April 1450 ging er nach Wien, wo er u. a. auch die ersten Wetteraufzeichnungen machte. Er vollendete die Arbeit seines Lehrers *Georg von Peuerbach,* den Almagest neu zu übersetzen, und begab

[2] Als Albategnius bekannt.
[3] Kitab al-Kawatib al-Thabit al-Musawwar.
[4] Kitab surat al-ard.

sich daher um 1460 nach Rom. 1469 entstand so ein neues Handbuch für Sternenkunde, und die Berechnungen des Ptolemäus wurden auf eine präzisere mathematische Grundlage gestellt. 1467 ging Regiomontanus nach Pressburg (heute Bratislava), um dort im Auftrag des Königs *Matthias I. Corvinus* die größte Bibliothek des Abendlandes aufzubauen, und 1471 nach Nürnberg, wo er nachwies, dass Kometen Himmelserscheinungen sind. Seine genauen Tabellen dienten Christoph Columbus als Navigationshilfe. 1475 wurde er von Papst *Sixtus IV.* nach Rom berufen, um an der Kalenderreform mitzuwirken, er starb jedoch schon 1476.

3.3.3 Geozentrisch → heliozentrisch

1453 kam es zur Eroberung *Konstantinopels* durch die Türken. Dadurch gelangten viele Werke der Antike durch byzantinische Gelehrte ins Abendland. 1492 erfolgte die Entdeckung Amerikas, und ein neues Zeitalter kündigte sich an.

Zu dieser Zeit verdrängte die *platonische Denkweise* die des *Aristoteles:* Der Erkenntnisvorgang besteht in einer fortschreitenden Anpassung unserer inneren Welt der Begriffe und Denkformen.

Nicolaus Copernicus (1473–1543, Abb. 3.11) lebte am Übergang vom Mittelalter zur Neuzeit. *Martin Luther* (1483–1546), *Philipp Melanchthon* (1497–1560), *Christoph Columbus* (1446–1502), *Leonardo da Vinci* (1452–1519) und *Albrecht Dürer* (1471–1528) waren seine berühmtesten Zeitgenossen. Copernicus wurde 1473 in Thorn geboren und verlor als Knabe seinen Vater. Nach Studien der Mathematik, Astronomie und humanistischer Fächer an der Universität Krakau wurde er auf Betreiben seines Onkels (Bischof Lukas Watzenrode) in



Abb. 3.11 Nikolaus Copernicus, der Begründer des heliozentrischen Weltbildes

das ermländische Domkapitel aufgenommen und von seinen Kapitelbrüdern nach Bologna, Padua und Ferrara geschickt, um Medizin und Kirchenrecht zu studieren. Ab 1512 lebte Copernicus meist in Frauenburg. Er war dort Kanzler des Domkapitels, Statthalter, Bistumsverweser, Deputierter bei den preußischen Landtagen usw. Aufgrund seiner humanistischen Bildung interessierte er sich sehr für das Gedankengut der Antike. Wesentliches Motiv für seine astronomischen Studien war die genaue Bestimmung der Jahreslänge. In einer als „Commentariolus“ bekannten Schrift hat er zwischen 1506 und 1514 erste Annahmen von einer zentralen Stellung der Sonne im Sonnensystem gemacht:

„Der Erdmittelpunkt ist nicht der Mittelpunkt der Welt, sondern nur der der Schwere und des Mondbahnkreises.“

„Was bei den Wandelsternen als Rückgang und Vorrücken erscheint, ist nicht von sich aus so, sondern von der Erde aus gesehen. Ihre Bewegung allein genügt also für viele verschiedenartige Erscheinungen am Himmel.“

Sein Hauptwerk „De Revolutionibus Orbium Coelestium Libri VI“ erscheint auf Drängen Kardinals Nicolaus von Schönberg aber erst in seinem Todesjahr (1543). Das Interesse der Kurie war auch der Grund dafür, dass Copernicus das Buch Papst *Clemens VII.* gewidmet hat.

Zunächst war das Buch wenig verbreitet. 39 Jahre nach dem Tode des Copernicus wurde aufgrund dessen genauer Beobachtungsdaten der Kalender unter Papst *Gregor XIII.* reformiert. Nach den Vorstellungen des Copernicus und der damaligen Kirche wurde der Offenbarungsgehalt der Bibel von dem rein mathematischen Sachverhalt, ob die Erde oder die Sonne im Zentrum des Planetensystems stehe, nicht berührt.

Erst 1616 wurde die kopernikanische Lehre als bibelwidrig verurteilt und erst 1822 das Verbot wieder aufgehoben.

Obwohl bereits Aristarch die Sonne im Zentrum vermutete, gilt Copernicus als der Begründer des heliozentrischen Weltsystems.

Tycho Brahe (1546–1601) vertrat ein gemischtes Weltsystem (Abb. 3.12). Um die Erde laufen Sonne und Mond; um die Sonne laufen die anderen Planeten. Brahe war der letzte große Beobachter mit freiem Auge. Er entdeckte im Jahre 1572 eine *Supernova* im Sternbild Cassiopeia. Im Jahre 1580 hat er eine Sternwarte Uraniborg auf der Insel Hven fertig gestellt. 1599 wurde er kaiserlicher Hofastronom bei *Rudolf II.* in Prag. Tycho Brahe war ein ausgezeichneter Beobachter, die Genauigkeit seiner Beobachtungen lag bei $2'$.

Schon zu seinen Lebzeiten holte er *Johannes Kepler* (1571–1630) nach Prag und übertrug ihm die Aufgabe einer genauen Berechnung der Marsbahn.

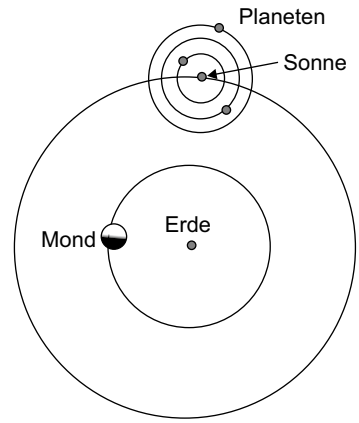


Abb. 3.12 Weltbild des Tycho Brahe. Die Erde ist im Mittelpunkt; um die Erde kreisen Mond und Sonne; um die Sonne kreisen die Planeten

3.3.4 Kepler, Galilei, Newton

Johannes Kepler wurde am 27.12.1571 (jul.) in Weil (Württemberg) geboren (Abb. 3.13). Seine Lebenszeit fällt in die Epoche der *Renaissance,* in der sich auf geistigem Gebiete große Umbrüche ereigneten. Aufgrund seiner guten schulischen Leistungen erhielt Kepler von Herzog Christoph ein Stipendium, und er begann 1589 das Studium der Theologie, Mathematik und Astronomie an der Universität Tübingen. Sein Lehrer war *Mästlin,* der ihn auch mit den Ideen des Copernicus vertraut machte. Durch seine kritischen Äußerungen verstieß er gegen die Dogmen und bekam keine Anstellung in Württemberg. Deshalb ging er nach *Graz,* wo er zwischen 1594 und 1600 als Landschaftsmathematiker arbeitete. 1597 heiratete er in Graz Barbara Müller. Bereits mit 24 Jahren verfasste er sein erstes Werk „Mysterium Cosmographicum"(Abb. 3.14). In diesem Werk wird die Erdbahn als Maß aller Dinge dargestellt. „Ihr umschreibe ein Dodekaeder, die Sphäre des Mars, innen liege ein Ikosaeder, die Sphäre der Venus ". 1600 siedelte Kepler nach *Prag* zu Tycho Brahe, und er wurde nach



Abb. 3.13 Johannes Kepler, der das „Wie" der Planetenbewegungen erklärte

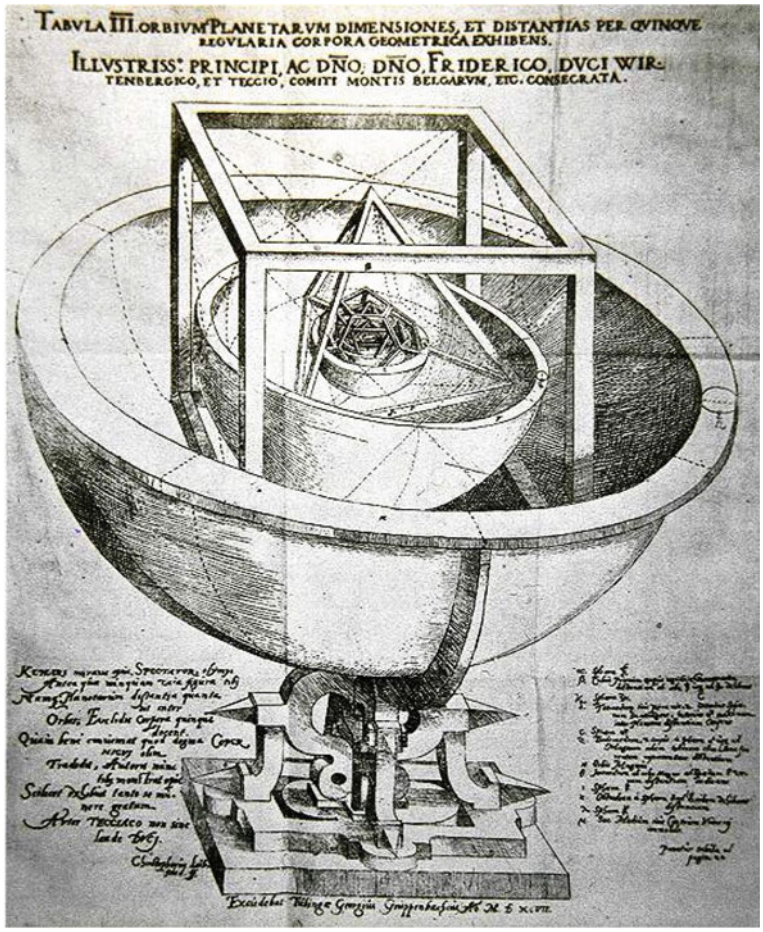


Abb. 3.14 Keplers Mysterium Cosmographicum

dessen Tod (1601) Nachfolger als Astronom Rudolfs II. bzw. als kaiserlicher Mathematiker. Der Tod Tycho Brahes ist eines der ungelösten Rätsel der Wissenschaftsgeschichte; es gibt zwei Theorien: (i) Vergiftung Brahes durch Kepler. Kepler wollte unbedingt an die exakten Beobachtungen Brahes gelangen, die dieser aber nicht herausgab. (ii) Tycho Brahe soll ausgiebige Festgelage gefeiert haben und an einer geplatzten Blase gestorben sein. Tatsache ist, dass Kepler aufgrund der äußerst genauen Beobachtungen Brahes 1605 zur Erkenntnis gelangte, dass die Marsbahn eine Ellipse ist. Die ersten beiden Keplergesetze erschienen 1609 in der „Astronomia Nova“. Er erfuhr 1611 von der Anwendung des Fernrohrs in der Astronomie und veröffentlichte ein Buch über Optik. Im Jahre 1612 starb *Rudolf II.,* und Kepler ging als Landschaftsmathematiker nach *Linz,* nachdem auch seine Frau gestorben war. Dort heiratete er 1613 Susanne Reutinger. Als er Vorbereitungen für die zweite Hochzeit

traf, bestellte er Weinfässer und entwickelte zur Berechnung ihres Volumens eine Formel. 1615 wird seine Mutter wegen Hexerei angeklagt. Nach einem geschäftlichen Streit mit der Gattin eines Glasers, Ursula Reinhold, wird sie von dieser angeklagt, ihr einen bitteren Trank gegeben zu haben. Erst nach einem Verhör unter Folter wird sie 1621 freigesprochen, woraufhin sie jedoch bald stirbt.

1619 erschien in den „Harmonices Mundi“ sein drittes Gesetz. In den ersten fünf Bänden geht es dabei um den Begriff der Harmonie in der Mathematik, in den letzten drei um Anwendungen dieses Begriffs auf Musik, Astronomie und Astrologie.

In den Jahren 1618–1622 veröffentlichte er eine siebenbändige Reihe über kopernikanische Astronomie, und 1627 erschienen die *Rudolfinischen Tafeln,* welche die bis dahin genauesten Tabellen der Planetenbewegungen waren. 1628 war Kepler in Ulm und Sagan in den Diensten *Wallensteins,* für den er vor allem als Astrologe arbeitete. 1630 reiste er wieder nach Linz, wo er erkrankte und am 15. November starb.

Galileo Galilei (Abb. 3.15) wurde 1564 in Pisa geboren. 1589 wurde er Professor für Mathematik in *Pisa,* 1592 in *Padua.* 1609 hat er ein Fernrohr nachgebaut (welches erstmalig 1608 vom Holländer *Lippershey* (1570–1619) konstruiert wurde). Seine Entdeckungen und Beobachtungen wurden 1610 im „Sidereus Nuncius“ (Sternenbote) veröffentlicht und waren für die damalige Zeit eine Sensation. Er berichtet von *Sonnenflecken, Jupitermonden, Phasen der Venus* und *Mondgebirgen.*

1616 erklärte die katholische Kirche die kopernikanischen Lehren für einen Irrtum. Man verlangte von Galilei, diese ebenfalls aufzugeben. 1623 wurde ein Freund Galileis zum Papst (Maffeo Barberini, *Urban VIII.*) ernannt, und Galilei bemühte sich sofort um Aufhebung des Dekrets. Er bekam die Erlaubnis, ein Buch über die Aristotelische und die Kopernikanische Theorie zu schreiben, in welchem er aber nicht Partei ergreifen durfte („ Dialogo“). Dieses Buch erschien in italienischer Sprache, und drei Gelehrte diskutieren darin über das heliozentrische und das geozentrische Weltsystem. Der Vertreter des geozentrischen Weltsystems, Simplicio, schnitt darin sehr schlecht ab, der Papst klagte Galilei 1633 wegen Ungehorsam an, und er musste unter Hausarrest. 1642 starb Galilei.

Abb. 3.15 Galileo Galilei



Erst 1979(!) erkannte der Vatikan offiziell an, dass Galileis Vorstellungen richtig seien.

Giordano Bruno (1548–1600) wurde wegen seiner Lehre von der Unendlichkeit der Welt im Jahre 1600 in Rom auf dem Scheiterhaufen verbrannt.

Im Sinne der *Aristoteliker* nahm man zunächst an, dass es einen prinzipiellen Unterschied zwischen himmlischer und irdischer Materie gäbe. Nun kam das Umdenken, und man ging davon aus, dass man irdische Naturgesetze auch zur Beschreibung astronomischer Phänomene verwenden kann.

Isaac Newton (1643–1727) (Abb. 3.16) veröffentlichte in seinem Hauptwerk „Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" das Gravitationsgesetz und daneben noch die Infinitesimalrechnung. Auch das Newton'sche Teleskop stammt von ihm.

Newton war einer der wenigen Forscher, die schon zu Lebzeiten geehrt wurden. Er wurde Präsident der Royal Society. Wegen der Herausgabe einiger Daten geriet er mit dem Direktor der königlichen Sternwarte, *Flamsteed,* in Konflikt. Aus Wut, den Prozess gegen Flamsteed verloren zu haben (gestohlene Daten), strich er jeden Verweis auf Flamsteed aus seinen Werken. Auch mit *Gottfried Wilhelm Leibniz* geriet er über die Frage in Streit, welcher als Erster die *Infinitesimalrechnung* erfunden hat. Viele der Artikel, die zur Verteidigung Newtons erschienen, stammen von ihm selbst und sind unter dem Namen von Freunden veröffentlicht worden. Von der Royal Society, deren Präsident Newton war, wurde Leibniz als Plagiator hingestellt.

- Der endgültige Wandel vom geozentrischen zum heliozentrischen Weltbild vollzog sich im Jahre 1543 mit der Veröffentlichung des Hauptwerks des Copernicus.



Abb. 3.16 Sir Isaac Newton und das von ihm konstruierte Teleskop

- Kepler erklärt, wie sich die Planeten bewegen.
- Newton erklärt, nach welchem Gesetz sich die Himmelskörper bewegen.

3.3.5 Himmelsmechanik

Carl Friedrich Gauß (1777–1855) (Abb. 3.17) entwickelte im Bereich der Astronomie die Methode der *Bahnbestimmung* sowie die *Methode der kleinsten Quadrate.* Zu dieser Zeit war die Himmelsmechanik stark aufstrebend, und wir erwähnen hier nur Namen wie *Euler, Lagrange, Poincaré* usw.

Die erste Messung von *trigonometrischen Sternparallaxen* gelangen im Jahre 1838 durch *F. W. Bessel (61 Cygni), F. G. W. Struve (Wega)* und *T. Henderson (Alpha Centauri).* Dies war der letzte Beweis für die Gültigkeit des *heliozentrischen Weltsystems.*

Sternparallaxen lassen sich nur durch den jährlichen Umlauf der Erde um die Sonne erklären.

Besonderes Interesse galt den Kometen, die generell als Unheilsbringer angesehen wurden. *Edmond Halley* (1656–1742) stellte fest, dass es sich bei den Kometen der Jahre 1531, 1607 und 1682 um denselben Kometen handeln musste, den später nach ihm benannten Halley'schen Kometen. Er sagte dessen Wiederkehr für 1759 vorher. Neben der Darstellung dieses Kometen in Abb. 3.18 ist die des Malers *Giotto* sehr bekannt, der den Kometen um 1301 gesehen hat und ihn als Stern von Bethlehem abbildete in seinem Fresko „Die Anbetung der Könige". Während seiner letzten Wiederkehr im Jahre 1986 wurde der Komet erstmals von fünf Raumsonden untersucht (darunter die GIOTTO-Mission der ESA). Die nächste Wiederkehr wird für 2061 erwartet.



Abb. 3.17 Gauß und Caroline Herschel



Abb. 3.18 Berühmte Darstellung auf einer Tapeßerie, Bayeux, 11. Jh. Sie zeigt die Eroberung Englands durch die Normannen sowie den Halley'schen Kometen

3.4 Moderne Astrophysik und Kosmologie

An dieser Stelle bringen wir nur einige exemplarische Beispiele, da sich die Astronomie bzw. Astrophysik in den letzten Jahrhunderten extrem rasch entwickelt hat.

3.4.1 Die Entdeckung weiterer Objekte im Sonnensystem

Bereits im Altertum wird über die fünf mit freiem Auge sichtbaren Planeten und deren Bahnen berichtet (Merkur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn). Am 13. März 1781 entdeckten *Caroline* und *William Herschel* den Planeten *Uranus*. Dieser Planet ist als Sternchen bereits im Feldstecher erkennbar und zeigt auch in relativ kleinen Teleskopen ein Scheibchen.

Die ersten Beobachtungen von *Neptun* gehen auf Galilei zurück. Am 28. Dezember 1612 beobachtete er Jupiter mit seinen großen Monden. In seinen Aufzeichnungen darüber findet sich auch ein Stern 8. Größe (die hellsten Sterne haben 1. Größe, die schwächsten, gerade noch mit freiem Auge sichtbaren Sterne haben 6. Größe). Einen Monat später, am 27. Januar 1613, beobachtete er wiederum diese beiden Objekte, meinte jedoch, dass es sich bei dem schwachen Stern um einen gewöhnlichen Fixstern handle.

Der Astronom *Lalande* beobachtete Neptun zwischen dem 8. und 10. Mai 1795. Auch *Lamont* beobachtete 1845 und 1846 Neptun und dachte, es handle sich dabei um einen Fixstern. Alle diese Beobachtungen führten nicht zur Erkennung der wahren Natur des Sterns und damit zur Entdeckung Neptuns. Der Himmelsmechaniker *Delambre* berechnete die Positionen des Uranus, und man erkannte bald Diskrepanzen zwischen den vorausgesagten Werten und den tatsächlichen Positionen. 1841 begann *Adams* sich für diese Diskrepanzen zu interessieren, ebenso der französische Himmelsmechaniker *Le Verrier*. Beide machten Vorhersagen der Position des neuen Planeten. Am 23.09.1846 erhielt *Johann Gottfried Galle*

von der Berliner Sternwarte die Mitteilung und beobachtete noch in derselben Nacht zum ersten Mal den Planeten Neptun.[5]

Percival *Lowell* (1855–1916) errichtete in *Flagstaff,* Arizona, eine Privatsternwarte und interessierte sich vor allem für Marsbeobachtungen. Um 1905 gab es bedingt durch Fortschritte in der astronomischen Photographie deutliche Verbesserungen in Positionsmessungen von Sternen. Am Flagstaff-Observatorium begann man mit der Suche nach einem weiteren Planeten, der aufgrund von Störungen der Neptunbahn vorausgesagt war (auch Uranus und Saturn zeigten derartige Störungen). Später befasste sich der eigentliche Konstrukteur des Flagstaff-Observatoriums, *W. H. Pickering* (1858–1938), mit der Entdeckung eines weiteren Planeten. Im Jahre 1929 wurde *C.W. Tombaugh* mit der Aufgabe betraut, nach einem Planeten jenseits der Neptunbahn zu suchen, und am 13.03.1930 gelang ihm die Entdeckung. Dabei verwendete er das Verfahren des *Blinkkomparators.* Man nimmt zwei Photoplatten, die durch ein Zeitintervall getrennt dasselbe Himmelsfeld zeigen. Die beiden Platten werden übereinander gelegt. Alle Sterne bleiben während des Blinkens auf ihrer Position, ein Planet, der weiterwandert, macht sich durch „Blinken" bemerkbar. Die Entdeckung Plutos fällt zusammen mit dem 75. Geburtstag von Lowell und dem 149. Jahrestag der Entdeckung des Uranus.

Doch auch in jüngster Zeit gibt es neue Entdeckungen im Sonnensystem. Es gibt viele ähnliche Objekte wie Pluto, der streng genommen gar nicht als Planet gelten dürfte, man spricht seit 2006 von *Zwergplaneten.* Um 1990 wurden jenseits der Neptunbahn Objekte des sogenannten *Kuipergürtels* gefunden, und unser Sonnensystem ist umhüllt von der *Oort'schen Wolke* (bis zu 100 000-fache Entfernung Erde-Sonne). Kuipergürtel und Oort'sche Wolke sind Überbleibsel aus der Bildung des Sonnensystems. Einige Beispiele für diese Objekte sind *Quaoar* (entdeckt 2002, Durchmesser 1260 km) oder *Eris,* ursprünglich auch als Xena bezeichnet (entdeckt 2003, Durchmesser 2400 km, somit größer als Pluto), oder Sedna (Durchmesser 1700 km, entdeckt 2003). Diese Objekte werden *trans-neptunische Objekte* genannt.

3.4.2 Astrophysik

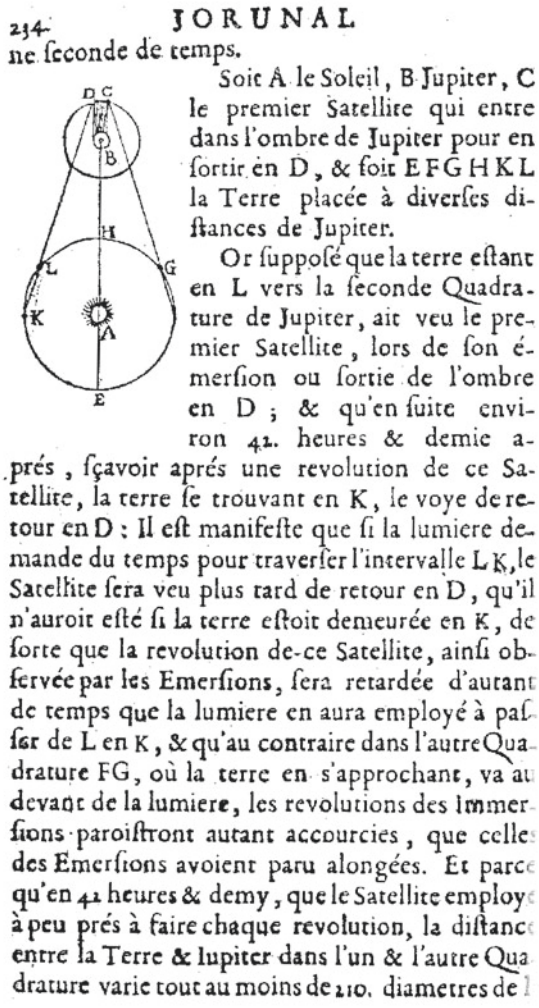
Die Frage nach der Natur der Sterne sowie deren Entstehung und Entwicklung ist ebenfalls ein wesentliches Element astronomischer Forschung. Im Jahre 1054 beobachteten chinesische Astronomen (und auch die Indianer) einen hellen Stern am Himmel, der einige Zeit sogar am Tage sichtbar war. 1942 wurde von *Oort* und Mitarbeitern der *Crab-Nebel* als Überrest dieser Supernovaexplosion identifiziert.

Eine wesentliche Informationsquelle ist das *Licht* der Sterne. Die Geschwindigkeit der Ausbreitung des Lichts wurde 1676 von *Roemer* gemessen, und er sagte vorher, dass eine Verfinsterung des Jupitermondes Io am 9. November 1676 um zehn Minuten früher eintreten werde als berechnet. Erde und Jupiter sind nicht immer gleich weit voneinander entfernt.

[5] Er lehnte es stets ab, als Entdecker zu gelten, und schrieb die Entdeckung Neptuns Le Verrier zu.

Nähert sich die Erde Jupiter, dann wird die Zeit zwischen Verfinsterungen der Jupitermonde geringer, als wenn sie sich von Jupiter entfernt (Abb. 3.19). 1728 bestimmte *Bradley* aus der Aberration die Lichtgeschwindigkeit, und im Jahre 1849 gelang *Fizeau* die erste Messung der Lichtgeschwindigkeit auf der Erde.

Astrophysik, also die Bestimmung der physikalischen Eigenschaften eines Sternes (Temperatur, Entstehung, Entwicklung, …), begann mit der Spektroskopie im 19. Jahrhundert. *Fraunhofer* machte um 1823 Versuche mit der Zerlegung von Licht. Er entdeckte mehr als



234 JORUNAL

ne ſeconde de temps.

Soit A le Soleil, B Jupiter, C le premier Satellite qui entre dans l'ombre de Jupiter pour en ſortir en D, & ſoit E F G H K L la Terre placée à diverſes diſtances de Jupiter.

Or ſuppoſé que la terre eſtant en L vers la ſeconde Quadrature de Jupiter, ait veu le premier Satellite, lors de ſon émerſion ou ſortie de l'ombre en D; & qu'en ſuite environ 42. heures & demie aprés, ſçavoir aprés une revolution de ce Satellite, la terre ſe trouvant en K, le voye de retour en D: Il eſt manifeſte que ſi la lumiere demande du temps pour traverſer l'intervalle L K, le Satellite ſera veu plus tard de retour en D, qu'il n'auroit eſté ſi la terre eſtoit demeurée en K, de ſorte que la revolution de ce Satellite, ainſi obſervée par les Emerſions, ſera retardée d'autant de temps que la lumiere en aura employé à paſſer de L en K, & qu'au contraire dans l'autre Quadrature F G, où la terre en s'approchant, va au devant de la lumiere, les revolutions des Immerſions paroiſtront autant accourcies, que celles des Emerſions avoient paru alongées. Et parce qu'en 42 heures & demy, que le Satellite employe à peu prés à faire chaque revolution, la diſtance entre la Terre & Iupiter dans l'un & l'autre Quadrature varie tout au moins de 210. diametres de l

Abb. 3.19 Die Originalarbeit Roemers zur Messung der Lichtgeschwindigkeit

500 dunkle Linien im Sonnenlicht, dieselben im Mondlicht (reflektiertes Sonnenlicht). Das zerlegte Licht einiger heller Sterne zeigte jedoch andere Linien. 1860 legte *Kirchhoff* die Grundlagen der Strahlungstheorie sowie der Beziehung zwischen Emissions- und Absorptionslinien. Durch Vergleich der Sternspektren mit Linien der Elemente im Labor konnte man die Zusammensetzungen der *Sternatmosphären* bestimmen. Ein weiterer Meilenstein in der Astronomie war die *Photographie.* 1872 gab es bereits erste photographische Sternspektren *(Draper). Vogel* bestimmte 1888 die ersten Radialgeschwindigkeiten von Sternen (durch Messung des Dopplereffekts). Um 1900 stellte *Planck* das Gesetz der spektralen Energieverteilung der Strahlung eines *schwarzen Körpers* auf, Sterne strahlen in erster Näherung wie ein solcher. 1913 wurde dann eines der wichtigsten Diagramme der Astrophysik veröffentlicht, das nach ihren Erfindern benannte *Hertzsprung-Russell*-Diagramm, HRD. *Eddington* lieferte bahnbrechende Arbeiten über den Aufbau der Sterne (1916). *Hale* fand um 1908 heraus, dass Sonnenflecken Gebiete mit starken Magnetfeldern sind.

Weitere Supernovabeobachtungen in unserer Galaxis gelangen 1572 *(Brahe),* 1603 *(Kepler),* 1987 (*Shelton* in der großen Magellan'schen Wolke). *Chandrasekhar* stellte 1930 fest, dass es eine Massenobergrenze für Weiße Zwerge gibt. Der erste beobachtete Weiße Zwerg war Sirius B (1862, *Clark*). *Zwicky* und *Baade* stellten um 1933 erstmals *Neutronensterne* als Supernovaüberreste vor. Supernovae sind also nicht neue Sterne, sondern Sterne am Ende ihrer Lebenszeit. Im Jahre 1967 entdeckten *Bell* und *Hewish* Radiopulse von einem Pulsar, und ein Jahr später lieferte *Gold* die Erklärung dazu: Pulsare sind rotierende Neutronensterne.

Moderne Astrophysik beruht auf Spektroskopie und der sich daraus ergebenden Analyse der Sternspektren.

3.4.3 Das Universum

Zunächst galt es herauszufinden, welchen Platz das Sonnensystem innerhalb der Galaxis (Milchstraße) einnimmt. 1610 erkannte *Galilei* mit seinem Teleskop, dass die *Milchstraße* aus vielen Einzelsternen besteht. 1755 äußerte *Kant* die Vermutung, dass die *Galaxis* eine rotierende Scheibe von Sternen sei, zusammengehalten durch die Schwerkraft. 1918 zeigte *Shapley,* dass Kugelsternhaufen symmetrisch nicht zum Sonnensystem, sondern zum Zentrum der Milchstraße angeordnet sind. Damals begann die Debatte, ob es sich bei den vielen beobachteten Spiralnebeln um Objekte außerhalb unseres Systems handelt oder nicht. 1923 konnte *E. Hubble* erstmals die Entfernung zur *Andromedagalaxie* bestimmen, und damit war klar, dass diese Objekte außerhalb unseres Systems liegen. Wenige Jahre später entdeckte Hubble die Expansion des Universums. 1930 fand *Trumpler,* dass es zwischen den Sternen Materie gibt, die das Licht abschwächt, die *interstellare Materie. Zwicky* konnte

im Jahre 1933 mithilfe des *Virialtheorems* nachweisen, dass der Coma-Galaxienhaufen aus wesentlich mehr Materie bestehen muss als sichtbar. 1963 konnte *Schmidt* zeigen, dass es sich bei den *Quasaren* um extrem weit entfernte Objekte handeln muss, er identifizierte Balmerlinien in deren Spektren.

Die *kosmische Hintergrundstrahlung,* also der Rest des heißen *Urknalls,* wurde 1965 von *Penzias* und *Wilson* entdeckt. 1987 fand man heraus, dass Galaxien in einem Umkreis von 200 Mio. Lichtjahren sich mit unserer zum sogenannten *Großen Attraktor* bewegen, und zwei Jahre später fand man die Große Wand *(Great Wall),* eine nur 15 Mio. Lichtjahre dicke, aber 500 Mio. × 200 Mio. Lichtjahre große Schicht von Galaxien.

Großes Aufsehen erregte die um 1999 entdeckte *beschleunigte Expansion* des Universums. Neben der dafür verantwortlichen *Dunklen Energie* gibt es auch die *Dunkle Materie*, die die Bewegung der Galaxien in einem Galaxienhaufen erklärt sowie die Rotation der Sterne um das galaktische Zentrum.

Neben diesen Entdeckungen spielte die Entwicklung der theoretischen Physik, insbesondere der Relativitätstheorie und der Quantentheorie, eine große Rolle: 1905 stellte *Einstein* die *Spezielle Relativitätstheorie* vor mit der berühmten Formel $E = mc^2$, (Energie und Masse sind äquivalent). 1915 wurde dann von Einstein die *Allgemeine Relativitätstheorie* aufgestellt, die den Zusammenhang von Materie und Raumkrümmung wiedergibt. Damit konnte man z. B. die schon von *Le Verrier* gefundene *Periheldrehung* der Merkurbahn erklären (ein Teil der Drehung lässt sich nicht durch Störungen durch die Planeten vorhersagen). Im Jahre 1919 unternahm *Eddington* eine Sonnenfinsternisexpedition, um die *Lichtablenkung* durch die Sonne zu messen, die von Einstein vorhergesagt wurde. *Zwicky* sagte bereits im Jahre 1937 die Existenz von *Gravitationslinsen* voraus. 1982 bestimmten *Taylor* und *Weisberg* die Energieverluste, die sich durch Rotation eines beobachteten Doppelquasars ergeben. 1967 führte *Wheeler* den Begriff *Schwarzes Loch* ein. Bereits im Jahre 1939 zeigten *Oppenheimer* und andere, dass ein Gravitationskollaps einer druckfreien Flüssigkeit zu einem völligen Abschneiden dieser von der übrigen Welt führen kann. 1974 fand *Steven Hawking,* dass Schwarze Löcher dennoch abstrahlen, obwohl aus ihnen eigentlich nicht einmal Licht entweichen kann. 2002 konnte durch Beobachtungen gezeigt werden, dass die Radioquelle *Sagittarius A* ein *supermassives Schwarzes Loch* im Zentrum der Galaxis ist.

Im Jahre 2015 konnten erstmals direkt *Gravitationswellen* nachgewiesen werden, die beim Kollaps zweier massiver schwarzer Löcher emittiert wurden.

3.4.4 Schlussbemerkung

Wir konnten hier nur die wesentlichsten Entdeckungen nennen. Weitere Daten findet man in den einzelnen Kapiteln, insbesondere die Ergebnisse der modernen Satellitenastronomie. Es soll jedoch betont werden, dass auf allen Bereichen der Astrophysik neue Erkenntnisse und Entdeckungen auch in jüngster Zeit gelangen, sei es die beschleunigte Expansion des Universums und die damit verbundene geheimnisvolle Dunkle Energie, die *Helioseismo-*

logie, mit deren Hilfe man in das Innere der Sonne blicken kann, neue *Zwergplaneten* im Sonnensystem und sogar Planeten außerhalb unseres Sonnensystems, Exoplaneten. Daneben gibt es mithilfe neuer Supercomputer und Computercluster immer genauere Modelle des Sternaufbaus und der Sternentwicklung und sogar der Dynamik ganzer Galaxien.

Mit der Entdeckung von Gravitationswellen eröffnet sich ein neues Fenster für die Astrophysik. Neue Aufschlüsse über das Universum liefern auch die Ergebnisse der Astro-Teilchenphysik. Hier werden Elementarteilchen kosmischen Ursprungs untersucht. Als Beispiel führen wir Neutrinos an, die bei einer Supernovaexplosion entstehen, oder hochenergetische Teilchen der kosmischen Strahlung. Andere Experimente suchen nach Kandidaten für die Dunkle Materie, die eventuell 25 % der Materie im Universum ausmacht. Bei den extrem kleinen Dimensionen des Universums beim Urknall versagt die Gültigkeit der Quantenphysik und der Allgemeinen Relativitätstheorie. Mögliche Auswege aus dieser Sackgasse bieten die *Stringtheorien* bzw. die *Schleifengravitation.*

Die Ergebnisse der modernen Astrophysik sind für die theoretische Physik von großer Bedeutung. Bei den extrem hohen Energien um die Zeit des Urknalls vor mehr als 13,7 Mrd. Jahren kam es zu einer Vereinigung der heute bekannten vier Kräfte, von denen die Gravitation die bei weitem schwächste Kraft ist.

3.4.5 Was ist Materie?

In diesem Abschnitt wollen wir kurz beschreiben, wie sich unser Verständnis von Materie im Laufe der Zeit entwickelt hat. Bereits *Demokrit* nahm an, dass alles aus kleinsten, unteilbaren Teilchen zusammengesetzt ist. Dies wurde als Atomismus bezeichnet. Atom bedeutet unteilbar. Aber Streuexperimente im vorigen Jahrhundert zeigten, dass Atome aus kleineren Einheiten bestehen. Das klassische *Bohr'sche Atommodell* geht von negativ geladenen Elektronen aus, die um einen positiv geladenen Kern kreisen, der aus den positiv geladenen Protonen und neutralen Neutronen besteht. Es zeigte sich jedoch, dass sich die atomare Welt anders verhält als unsere alltägliche Welt. Elektronen können nur auf bestimmten Bahnen um den Atomkern kreisen. Außerdem stellte man fest, dass zwar die Elektronen wirklich atomar, also unteilbar sind, jedoch Protonen und Neutronen aus noch kleineren Teilchen, den Quarks aufgebaut sind. Die Stringtheorien gehen sogar von einer fadenförmigen Struktur und nicht von einer Punktstruktur dieser Teilchen aus.

► **Wichtig**
Unser Weltbild entwickelt sich ständig weiter. Die Welt im Großen:

- Erde im Zentrum
- Sonne im Zentrum
- Die Sonne ist einer von mehreren 100 Mrd. Sternen der Galaxis.
- Es gibt mehrere Mrd. von Galaxien.
- Es gibt keine ausgezeichneten Punkte im Universum.
- Das Universum entstand vor etwa 13,7 Mrd. Jahren.

Die Welt im Kleinen:

- Alles besteht aus Atomen.
- Atome bestehen aus Kern und umkreisenden Elektronen.
- Protonen und Neutronen sind keine Elementarteilchen, sondern bestehen aus Quarks.
- Elementarteilchen sind möglicherweise langgezogenen Fäden, Strings.
- Bei den hohen Energien des Urknalls passen Allgemeine Relativitätstheorie und Quantenphysik nicht mehr zusammen.

3.5 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.
Die Geschichte der Astronomie: Von Kopernikus zu Stephen Hawking, P. Aughton, National Geographic, 2009
A Brief History of Astronomy and Astrophysics, K.R. Lang, World Scientific, 2018
Die Entdeckung des Universums, P. Murdin, Kosmos, 2014

Himmelsmechanik

4

Inhaltsverzeichnis

4.1 Mond- und Planetenbahnen 66
4.2 Zweikörperproblem 78
4.3 N-Körperproblem 84
4.4 Vielteilchensysteme 92
4.5 Raumflug 95
4.6 Resonanzen und Chaos im Planetensystem 104
4.7 Finsternisse 107
4.8 Weiterführende Literatur 114
Aufgaben 115

Die Jahrhunderte nach Newton waren die Blütezeit der Himmelsmechanik. Ging es zunächst um die Beschreibung der Planetenbahnen, so folgten bald präzise Bahnberechnungen. *Halley* beobachtete 1682 den später nach ihm benannten Kometen, dessen letzte Annäherung 1985/1986 beobachtet werden konnte (der Komet hat eine Umlaufszeit von 76,2 Jahren).

Heute hat sich das Feld der Himmelsmechanik erweitert auf die Untersuchung von Bahnen in Doppelsternsystemen, Dynamik von Sternhaufen und Galaxien sowie Stabilitätsbetrachtungen. Weiterhin können damit Fragen nach der Stabilität von Planetenbahnen beantwortet werden. Viele der neu entdeckten extrasolaren Planeten sind Riesenplaneten in Nähe ihrer Sonne, was Fragen nach der Entstehung dieser Planeten aufwirft – möglicherweise sind sie in größerer Entfernung vom Stern entstanden und dann zu diesem gewandert.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_4

4.1 Mond- und Planetenbahnen

Die Keplergesetze beschreiben die Bewegung der Planeten. Wir behandeln in diesem Abschnitt besonders die Erd- und Mondbahn. Durch den Einfluss der anderen Planeten sind die Bahnelemente der Erde nicht konstant und die Bewegung des Mondes um die Erde ist äußerst kompliziert wegen der vielen Störungen. Ein wichtiger Aspekt sind die Gezeitenkräfte, insbesondere die des Mondes auf die Erde.

4.1.1 Beschreibung von Planetenbahnen, Bahnelemente

Johannes Kepler (1571–1630) beschrieb als Erster die Planetenbahnen richtig. Das *1. Keplergesetz* besagt:

> Planetenbahnen sind Ellipsen mit der Sonne im Brennpunkt.

Zur Beschreibung einer Planetenbahn und deren Lage in Bezug auf eine Referenzebene (meist Ekliptik) verwendet man folgenden Satz von *Bahnelementen:*

1. *a große Bahnhalbachse, b* kleine Bahnhalbachse. Sei M der Mittelpunkt einer Ellipse (Abb. 4.1) und F der Brennpunkt, dann gilt $\overline{MF} = c$ und

$$a^2 = b^2 + c^2$$

2. *Exzentrizität e*: ϕ ist der Exzentrizitätswinkel, $c = ae$.
   Periheldistanz: Planet in Sonnennähe (Punkt P in Abb. 4.1):

$$\overline{PF} = a - c = a(1 - e) \tag{4.1}$$

   Apheldistanz: Planet in Sonnenferne (Punkt A in Abb. 4.1):

$$\overline{AF} = a + c = a(1 + e) \tag{4.2}$$

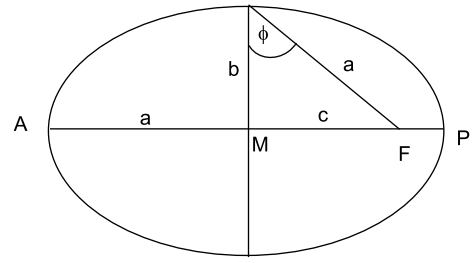


Abb. 4.1 Ellipse

Durch a, e ist die Form der Ellipse gegeben (Abb. 4.1).
Gegenwärtig befindet sich die Erde Anfang Januar im Perihel und Anfang Juli im Aphel.

3. Länge des *aufsteigenden Knotens* Ω: wird vom Frühlingspunkt weg gezählt (Abb. 4.2).
4. *Neigung der Bahn* gegen die Ekliptik i: $i < 90°$ Bahn ist rechtläufig, $i > 90°$ Bahn ist rückläufig.
5. *Perihellänge* ω: Länge des Perihels in der Bahn (von der Knotenlinie weg gezählt). Meist definiert man die Länge des Perihels durch den Winkel:

$$\tilde{\omega} = \Omega + \omega \tag{4.3}$$

Dieser Winkel ist die Summe von zwei Winkeln in verschiedenen Ebenen. Da die Bahnneigungen der meisten Planeten gering sind, ist die Summation aber gerechtfertigt.

6. Ort des Planeten in der Bahn: Durch die *Periheldurchgangszeit* T bestimmt.

Wir haben somit sechs *Bahnelemente* (Abb. 4.2).

- $\Omega, i, \tilde{\omega}$ geben die Lage der Ellipse im Raum an, ändern sich aber wegen der Präzession; man muss daher die Epoche angeben, für die diese Bahnparameter bestimmt wurden.
- a, e Form der Ellipse.
- T zeitliche Lage des Planeten auf seiner Umlaufbahn.

Große Werte für e findet man bei Merkur (0,206) und Pluto (0,248). Die Bahnneigungen sind außer bei Merkur ($i = 7{,}0°$) und Pluto ($i = 17{,}1°$) klein.

Berechnen wir die Perihel- und die Apheldistanz für den Zwergplaneten Pluto, $a = 39{,}88$ AE, $e = 0{,}25$, und vergleichen die Werte mit der großen Bahnhalbachse des Neptun

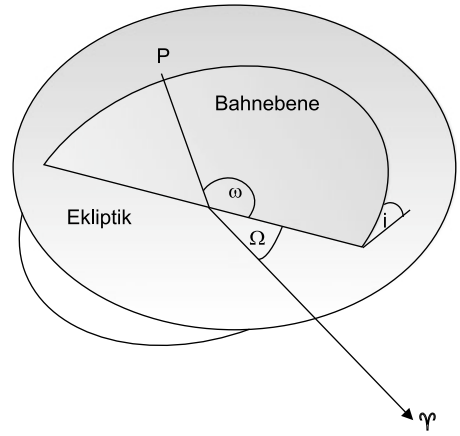


Abb. 4.2 Die Bahnelemente. Ekliptik ist die Erdbahnebene, die Bahnebene eines Planeten ist dazu geneigt

($a = 4509 \times 10^6$ km). Da 1 AE (astronomische Einheit, mittlere Entfernung Erde–Sonne)= 150×10^6 km entspricht, erhält man das Resultat, dass die Bahn Plutos für einige Zeit innerhalb der des Neptuns verläuft.

4.1.2 Ephemeridenrechnung

Ziel: Berechnung der Planetenbahnen und deren Positionen (ephemeros griech.: für einen Tag). Sei r der *Radiusvektor* des Planeten und v die *wahre Anomalie* (Abb. 4.3), dann gilt (Ellipsengleichung):

$$r = \frac{p}{1 + e\cos v} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e\cos v} \tag{4.4}$$

Das *zweite Keplergesetz* besagt, dass der Radiusvektor in gleichen Zeiten gleiche Flächen überstreicht.

Betrachten wir das Verhältnis Ellipsenfläche $ab\pi$ zu Umlaufszeit U und setzen wir für $b = a\sqrt{1 - e^2}$:

$$\frac{\pi ab}{U} = \frac{\pi a^2\sqrt{1 - e^2}}{U} \tag{4.5}$$

Weiterhin benötigt man noch die *exzentrische Anomalie* E (Abb. 4.3) sowie die *mittlere Anomalie* M, die sich aus der Ellipsengeometrie ableiten lassen:

$$M = \frac{2\pi T}{U} \tag{4.6}$$

Die *Keplergleichung* liefert bei gegebenen M und e die exzentrische Anomalie E:

$$E - e\sin E = M \tag{4.7}$$

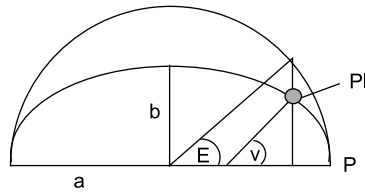


Abb. 4.3 Die verschiedenen Definitionen der Anomalien: E exzentrische, v wahre Anomalie; Pl Ort des Planeten. Die wahre Anomalie wird vom Ellipsenbrennpunkt weg gerechnet

In der Praxis geht man so vor:

- Man berechnet M.
- Aus der Keplergleichung folgen dann die exzentrische Anomalie E und die wahre Anomalie v mittels:

$$\tan\frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{E}{2} \tag{4.8}$$

- Der Radiusvektor ergibt sich aus

$$r = a(1 - e\cos E) \tag{4.9}$$

Somit erhalten wir die Position eines Planeten für jeden Zeitpunkt t, der seit seinem Periheldurchgang vergangen ist, also die ungestörte Bahn einer reinen Keplerellipse.

Dabei sind r, v die heliozentrischen Bahnkoordinaten des Objekts, und durch geeignete Transformationen erhält man daraus die heliozentrischen ekliptikalen Koordinaten bzw. die geozentrischen Koordinaten.

Erdbahn

Die *mittlere Sonnenentfernung* beträgt $a = 149{,}6 \times 10^6$ km. Diese Distanz dient als Entfernungseinheit, insbesondere für Berechnungen im Planetensystem:

▶ 1 astronomische Einheit, AE = mittlere Entfernung Erde-Sonne.

Die Exzentrizität der Erdbahn ist $e = 0{,}0167$, die kleine Bahnhalbachse beträgt $b = 0{,}9998\,a$. Daraus folgt:
Perihelabstand: $a(1-e) = 147 \times 10^6$ km, Geschw. (Formel 4.41): 30,3 km/s
Aphelabstand: $a(1+e) = 152 \times 10^6$ km, Geschw.: 29,3 km/s.

Derzeit durchläuft die Erde ihre Sonnenferne im Juli und die Sonnennähe Anfang Januar. Deshalb ist auf der Nordhalbkugel der Erde der Sommer um fast acht Tage länger als der Winter, da die Erde bei größerer Sonnenentfernung etwas langsamer um die Sonne läuft.

Infolge von Störungen durch andere Planeten kommt es zu Änderungen dieser Parameter und somit ändern sich Frühlingspunkt und Perihel:

- siderischer Umlaufszeit des Perihels: 111.270 Jahre (rechtläufig);
- siderischer Umlaufszeit des Frühlingspunktes: 25.800 Jahre (rückläufig);
- tropischer Umlaufszeit des Perihels: 20.900 Jahre (rechtläufig).

Vor 700 Jahren fielen Perihelzeit und Wintersolstitium zusammen, gegenwärtig durchläuft die Erde am 2.1. ihr Perihel.

Die Bewegung der Erde erfolgt von N aus gesehen rechtläufig, also gegen den Uhrzeigersinn. Der Frühlingspunkt wandert rückläufig, das Perihel rechtläufig.

4.1.3 Scheinbare Planetenbahnen am Himmel

Von der Erde aus gesehen unterscheidet man:

- *Untere (innere) Planeten* (Merkur, Venus): Bahn innerhalb der Erdbahn (Abb. 4.4); wichtige Stellungen sind die *untere Konjunktion* (Planet zwischen Erde und Sonne); steht der Planet links von der Sonne *(östliche Elongation),* so kann man ihn am Abendhimmel sehen, steht er rechts von der Sonne *(westliche Elongation),* dann sieht man ihn am Morgenhimmel. Am weitesten entfernt von der Erde steht er in seiner *oberen Konjunktion.* Bei dem Planeten Venus spricht man vom Morgen- bzw. Abendstern. Untere Planeten durchlaufen Phasen ähnlich wie unser Mond.
  - Untere Konjunktion: Planet unbeleuchtet, in Erdnähe.
  - Obere Konjunktion: Planet voll beleuchtet, steht jedoch mit der Sonne am Tageshimmel, in Erdferne.

  Unmittelbar vor und nach der unteren Konjunktion sieht man den Planeten als schmale Sichel beleuchtet.
- *Obere (äußere) Planeten* (Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptun): Bahn außerhalb der Erdbahn (Abb. 4.5).
  - Bei der Stellung Sonne–Erde–Planet (wenn er also der Sonne genau gegenübersteht und aufgeht, wenn die Sonne untergeht, und untergeht, wenn diese aufgeht) spricht

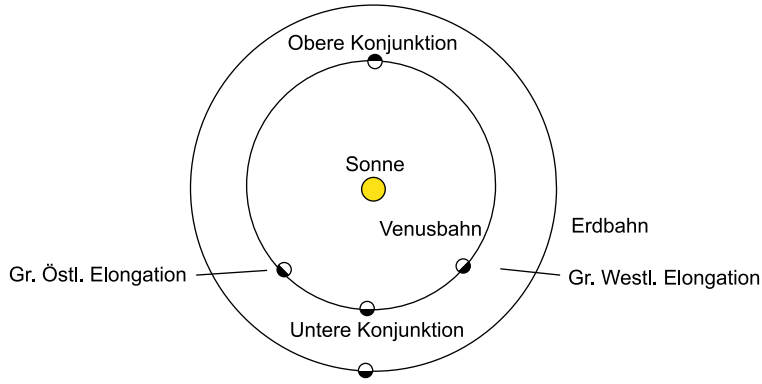


Abb. 4.4 Die besonderen Stellungen eines unteren Planeten

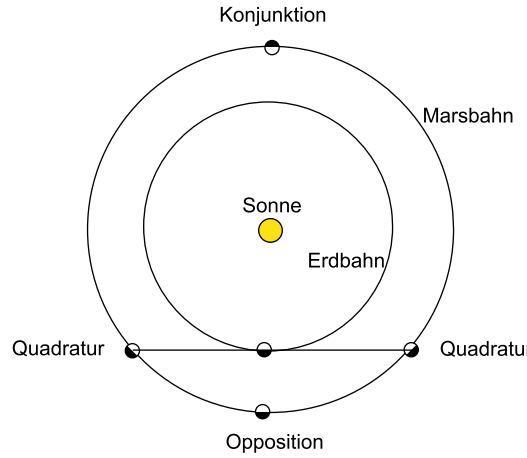


Abb. 4.5 Die besonderen Stellungen eines oberen Planeten

man von *Opposition.* Dann steht der Planet der Erde am nächsten und leuchtet auch am hellsten.

– Bei der *Konjunktion* mit der Sonne steht der Planet unsichtbar mit der Sonne am Tageshimmel und am weitesten von der Erde entfernt. Da die Erde schneller um die Sonne läuft als die äußeren Planeten, werden sie von der Erde überholt, was sich in einer *Schleifenbewegung* widerspiegelt.

Sei J ein siderisches Jahr (Erdumlauf), U der siderische Umlauf eines Planeten und S der synodische Umlauf eines Planeten (z. B. von Opposition zu Opposition), dann gilt:

- Die tägliche Bewegung des Planeten beträgt 360°/U.
- Die tägliche Bewegung der Erde: 360°/J.
- Der tägliche Vorsprung der Erde ist also 360°/J–360°/U und identisch mit der täglichen synodischen Bewegung des Planeten.

Man erhält daher:

$$\frac{360^\circ}{J} - \frac{360^\circ}{U} = \frac{360^\circ}{S}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{J} - \frac{1}{S}$$

Somit gilt für obere (äußere) Planeten:

$$U = \frac{SJ}{S - J} \tag{4.10}$$

und für untere Planeten:

$$U = \frac{SJ}{S+J} \tag{4.11}$$

Beispiel

Mars; $S = 2{,}135$ Jahre, daraus folgt $U = 1{,}881$ Jahre. Nach 2,135 Jahren steht Mars in Opposition, nach 1,881 Jahren an derselben Stelle am Himmel. Wenn daher am 27.07.2018 Mars in Opposition stand, dann muss er 2,135 Jahre davor ebenfalls in Opposition gewesen sein. Man kann leicht ausrechnen, wo sich der Planet 2020 bei seiner nächsten Opposition befindet, wenn er 2018 bei seiner Opposition im Sternbild westlichen Steinbock war: $360 \times (1{,}881 - 2{,}135)^\circ = 91{,}4^\circ$ verschoben Richtung Osten auf der Ekliptik. Nimmt man als mittlere Länge für ein Sternbild auf der Ekliptik den Wert 30° (12 Tierkreiszeichen!), dann steht er 2020 um drei Sternbilder nach Osten verschoben, in dem konkreten Fall im östlichen Teil der Fische.

Venus und Merkur sieht man entweder als Morgen- oder Abendstern am Himmel, die äußeren Planeten sieht man um die Opposition die ganze Nacht hindurch.

4.1.4 Periheldrehung

Betrachten wir den sonnennächsten Planeten *Merkur.* Neben der großen Sonnenmasse wirken noch die Kräfte der anderen Planeten. Bereits im 19. Jahrhundert beobachtete *Le Verrier,* dass sich der Perihelpunkt des Merkur (und damit die Bahn) verschiebt, und zwar um $5{,}7''$ pro Jahr. Rechnet man aber diesen Wert mit den Gesetzen der Newton'schen Mechanik nach, findet man, dass dieser um $0{,}43''$ pro Jahr zu groß ist. Erst die *Allgemeine Relativitätstheorie* Einsteins konnte diese Differenz erklären. Nach der Allgemeinen Relativitätstheorie wird sich das Perihel eines Planeten, der sich um einen Stern der Masse M auf einer Bahn mit den Parametern a, e bewegt, nach einem Umlauf um den Betrag

$$\Delta\Theta = 2\pi \frac{GM}{c^2 a(1-e^2)} \tag{4.12}$$

weiter drehen. Die Formel zeigt also:

- Je größer die Zentralmasse M, desto größer die Periheldrehung.
- Der Betrag der Periheldrehung wird kleiner bei größeren Abständen von der Zentralmasse und bei kleiner Bahnexzentrizität.

Tab. 4.1 Daten der Mondbahn

Mittl. Entfernung Erde–Mond	384.400 km
Kleinste Entf. (Perigäum)	356.410 km
Größte Entf. (Apogäum)	406.740 km
Neigung d. Bahn	$i = 5°8'$
Exzentrizität	$e = 0{,}0549$
Siderischer Monat (Fixstern–Fixstern)	27,321 Tage
Synodischer Monat (Phase-Phase)	29,531 Tage
Tropischer Monat (Frühlingspkt.–Frühlingspkt.)	27,322 Tage
Anomalistischer Monat (Perigäum–Perigäum)	27,555 Tage
Drakonitischer Monat (Knoten–Knoten)	27,212 Tage

Die *relativistische Periheldrehung* des Merkur beträgt $\Delta\Theta \approx 43''$ pro Jahrhundert.

4.1.5 Mondbahn

Die Berechnung der Mondbahn (Daten in Tab. 4.1) ist eines der schwierigsten himmelsmechanischen Probleme.

Der siderische Mondumlauf (Umlauf Fixstern-Fixstern) ist gleich der Rotationsperiode des Mondes.

Der Mond hat eine *gebundene Rotation,* wir sehen von der Erde stets nur dieselbe Hälfte der Mondkugel.

Wir geben folgende Störungen der Mondbahn an:

Große Ungleichheit: Aufgrund der elliptischen Bahn des Mondes sind seine Bahngeschwindigkeiten unterschiedlich – in Erdnähe bewegt er sich schneller. Die große Ungleichheit ist der Unterschied zwischen wahrem Mond und mittlerem Mond. Dazu kommt aber, dass der Mond während seiner Bewegung um die Erde folgende Störbeschleunigung von der Sonne (Masse $M_\odot$) erfährt:

$$a_\odot = 2GM_\odot \frac{R}{r^3} \tag{4.13}$$

R … Entfernung Mond-Erde; r … Entfernung Mond-Sonne. Bei Vollmond und Neumond *(Syzygien)* hat man eine von der Erde weg gerichtete Störbeschleunigung b vom Betrag $a_\odot$.

Bei Halbmond ist die Beschleunigung zur Erde gerichtet, und vom Betrag $b/2$ und bei $57{,}4°$ Elongation beträgt sie $a_\odot/\sqrt{2}$. Die radiale Komponente ändert die Entfernung des Mondes, die tangentiale Komponente die Geschwindigkeit des Mondes, und die Komponente senkrecht zur Bahnebene kippt die Mondbahn.

Die wichtigsten Störungen der Mondbahn sind:

- *Evektion:* Störung der großen Ungleichheit infolge unterschiedlicher Stellungen der Sonne zur Verbindungslinie Perigäum-Apogäum *(Apsidenlinie);* Periode jährlich, Amplitude 1°.
- *Variation:* Aufgrund der Tangentialkomponente kommt es zu einer Beschleunigung bzw. Abbremsung; Periode: halbmonatig, Amplitude: $39'$.
- *Jährliche Ungleichheit:* Die radiale Komponente ändert sich wegen der Exzentrizität der Erdbahn. Im Aphel ist der Einfluss der Erde stärker als im Perihel. Dies ändert die Umlaufszeit des Mondes um zehn Minuten.
- *Säkulare Akzeleration:* Die Exzentrizität der Erdbahn ändert sich. Heute ist die Umlaufszeit um 0,5 s kürzer als vor 2 000 Jahren.
- Drehung der Apsidenlinie: Periode 8,85 Jahre.
- Drehung der Knotenlinie (bedingt durch die senkrecht zur Bahn befindliche Störkomponente): Die Mondbahn reagiert darauf mit einer Präzessionsbewegung. Periode: 18,6 Jahre (rückläufig).
- Änderung der Bahnneigung: Periode: 173 Tage.
- *Libration:* Man sieht von der Erde aus mehr als die Hälfte des Mondes, da:
  - Libration in Länge: Rotation erfolgt mit konstanter Winkelgeschwindigkeit, die Umlaufsgeschwindigkeit um die Erde ist aber durch die Exzentrizität der Mondbahn variabel. Maximaler Effekt: $\approx 8°$.
  - Libration in Breite: Die Rotationsachse des Mondes ist nicht senkrecht zur Bahnebene, man sieht daher einmal über den Nordpol und einmal über den Südpol. Maximaler Effekt etwa 1°.
  - Parallaktische Libration: Man blickt von verschiedenen Punkten von der Erde aus oder von einem Punkt zu verschiedenen Zeiten. Maximaler Effekt: etwa 1°.

  Insgesamt sieht man also von der Erde aus 60 % der Mondoberfläche.
- Wechselwirkungen Erde-Mond: Sonne und Mond bewirken die Lunisolarpräzession, der Mond die Nutation. Erde und Mond bewegen sich um den gemeinsamen Schwerpunkt, der etwa 3/4 Erdradien vom Erdmittelpunkt entfernt ist. Weiterhin sind die *Gezeiten* zu erwähnen.

4.1.6 Exoplaneten–Tidal locking

Exoplaneten sind Planeten, die um andere Sterne als die Sonne kreisen. Man hat inzwischen mehr als 4000 derartiger Objekte gefunden. Interessant für die Suche nach Leben ist es, Planeten in der sogenannten habitablen Zone aufzuspüren. Die habitable Zone um einen

Stern herum definiert den Bereich, in dem auf einem Planeten, der sich dort befindet, Wasser in flüssiger Form existieren kann. Wir werden uns im Detail in einem eigenen Kapitel damit beschäftigen.

Viele der entdeckten Exoplaneten befinden sich sehr nahe ihrem Stern, was kein Wunder ist, da man sie dort leichter finden kann. Ist ein Planet relativ nahe bei seinem Stern, kann er durch die Gezeitenkräfte in eine Spin–Bahn–Resonanz (Spin = Eigendrehung) gezwungen werden. Der Planet rotiert also einmal um seine eigene Achse, während er sich einmal um seinen Mutterstern bewegt. Diesen Effekt bezeichnet man als *tidal locking*. Der Planet rotiert somit relativ langsam und das hat natürlich Auswirkungen auf die Einstrahlung auf seine Oberfläche. Beim sonnennächsten Planeten *Merkur* gilt folgende Resonanz: Drei Rotationen dauern gleich lang wie zwei Umläufe um die Sonne:

- Umlaufzeit 88 Tage
- Rotationsdauer (Tageslänge): 58 Tage und 15,5 h.

4.1.7 Gezeiten

Betrachten wir einen kugelförmigen Körper mit Radius r, der durch eine Masse m im Abstand $\mathbf{r}_0$ angezogen wird. Die Gezeitenbeschleunigung ergibt sich aus der Differenz der Beschleunigungen an der Oberfläche des Körpers (Distanz zur Masse m beträgt $(r_0 - r)$ und am Mittelpunkt des Körpers (Distanz zur Masse m beträgt in diesem Fall r_0) (siehe Abb. 4.6) und somit:

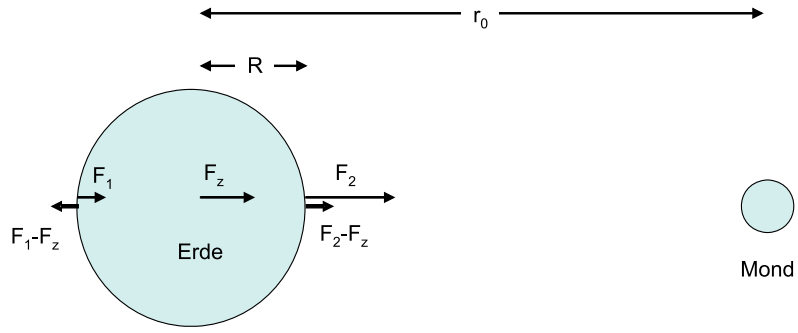


Abb. 4.6 Gezeitenkraft auf die Erde mit Radius R. Die Anziehung des rechts im Abstand r_0 befindlichen Mondes beträgt im Zentrum der Erde F_Z, an der dem Mond zugewandten Seite F_2, an der dem Mond abgewandten Seite F_1. Es gilt $F_1 < F_Z < F_2$. Bildet man die Differenzen der Kräfte, sieht man, dass sowohl auf der dem Mond zugewandten Seite als auch auf der gegenüberliegenden Seite eine resultierende Kraft (dicker Pfeil) übrig bleibt

▶ Die Gezeitenbeschleunigung beträgt:

$$\mathbf{a}_{\text{Gez}}(\mathbf{r}) = \frac{Gm}{|\mathbf{r_0} - \mathbf{r}|^3}(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}) - \frac{Gm}{r_0^3}\mathbf{r}_0 \tag{4.14}$$

Man findet durch Reihenentwicklung: Sei R der Radius der Erde und r_0 die Entfernung Erde-Mond, $r_0 \gg R$, dann gilt für die Differenz der vom Mond ausgeübten Beschleunigung an der Erdoberfläche und am Erdmittelpunkt:

$$\begin{aligned} a_{\text{Gez}} &= \frac{GM_{\text{Mond}}}{(r_0 - R)^2} - \frac{GM_{\text{Mond}}}{r_0^2} \\ &= \frac{GM_{\text{Mond}}}{r_0^2 - 2r_0R + R^2} - \dots \\ &= \frac{GM_{\text{Mond}}}{r_0^2\left(1 - 2R/r_0 + R^2/r_0^2\right)} - \dots \qquad R^2/r_0^2 \to 0 \\ &= \frac{GM_{\text{Mond}}}{r_0^2\left(1 - 2R/r_0\right)} - \dots \end{aligned}$$

und aus

$$(1 + x)^p = 1 + px \qquad x \ll 1$$

folgt

$$= \frac{GM_{\text{Mond}}}{r_0^2}(1 + 2R/r_0) - \frac{GM_{\text{Mond}}}{r_0^2} = \frac{2RNGM_{\text{Mond}}}{r_0^3} \tag{4.15}$$

Betrachten wir den Einfluss der Sonne und des Mondes getrennt:

- Die vom Mond ausgeübte Störbeschleunigung:

$$\Delta a_{\text{Mond}} = 2GM_{\text{Mond}}\frac{R}{r_{\text{Mond}}^3} \tag{4.16}$$

- Die von der Sonne ausgeübte Störbeschleunigung:

$$\Delta a_{\text{Sonne}} = 2GM_{\text{Sonne}}\frac{R}{r_{\text{Sonne}}^3} \tag{4.17}$$

Dabei ist r_{Mond} die Entfernung Erde–Mond, r_{Sonne} die Entfernung Erde–Sonne und R der Erdradius.

Die Masse des Mondes beträgt nur etwa 1/80 der Erdmasse, die wiederum 1/330.000 der Sonnenmasse ausmacht; trotzdem ist der Gezeiteneffekt des Mondes wegen seiner Nähe rund doppelt so groß wie der der Sonne:

$$\Delta a_{\text{Mond}}/\Delta a_{\text{Sonne}} = 2{,}18$$

Der Flutberg wandert in einem Mondtag = 24^h50^m um die Erde, d. h. alle 12^h25^m ist an einem bestimmten Ort Flut. Bei Vollmond bzw. Neumond wirken Sonne und Mond additiv, und man spricht von einer *Springflut,* bei Halbmond wirken sie subtraktiv *(Nippflut).* Auch die Erde wird deformiert: Durch den Mond um 21,4 cm, durch die Sonne um 9,9 cm, bei einer Springflut bis zu 1 m. Der Tidenhub kann bis zu 15 m betragen. Der Flutberg wandert über die Erdoberfläche, und es kommt zu einer *Gezeitenreibung.* Die Erde verliert an Rotationsenergie E_{rot}.

$$E_{\text{rot}} = \frac{I}{2}\omega^2, \tag{4.18}$$

wobei I das Trägheitsmoment der Erde ist und ω die Winkelgeschwindigkeit. Betrachtet man die Bilanz des Drehimpulses $\mathbf{L}$ mit

$$\mathbf{L} = I\omega \tag{4.19}$$

im System Erde–Mond, dann sieht man, dass deshalb die Entfernung Erde-Mond zunehmen muss um 10 cm pro Jahr. Die Erdrotationsdauer, also die Tageslänge, nimmt um 1/1000 s in 100 Jahren zu. Vor etwa 370 Mio. Jahren hatte daher das Jahr 400 Tage zu 22 h.

Der Mond wirkt auch stabilisierend auf die Erdachse, die gegenwärtig um etwa 23,5° zur Normalen auf die Ekliptikebene geneigt ist. Ohne Mond könnte die Erdachse zwischen 0 und 85° Neigung variieren. Mars besitzt keine großen Monde, und seine Rotationsachsenneigung kann im Bereich von 0 bis 60° variieren. Das könnte auch die Ursache für große Klimaschwankungen auf dem Planeten gewesen sein.

Der Mond stabilisiert die Lage der Erdachse.

4.1.8 Vergleich von Gezeitenkraft des Mondes und Kapillarwirkung in Pflanzen

In diesem kurzen Abschnitt wollen wir den Einfluss des Mondes auf biologische Vorgänge abschätzen. Für den Transport von Wasser in Lebewesen verwenden wir vereinfacht die Kapillarwirkung. Sie ist u. a. dafür verantwortlich, dass das Wasser in den Bäumen nach oben steigt (zusammen mit der Osmose[1]). Für die Kapillarwirkung von Wasser in einem Glasröhrchen, dessen Radius r beträgt, findet man folgende Formel für die Steighöhe h des Wassers:

[1] Theoretisch können Bäume auf der Erde bis 130 m hoch werden, erst dann reicht der osmotische Druck zusammen mit dem Kapillardruck nicht mehr aus, um das Wasser von den Wurzeln bis in die Baumkronen zu transportieren.

$$h \approx 1{,}4 \times 10^{-5} \frac{\mathrm{m}^2}{r} \tag{4.20}$$

In einem Glasröhrchen mit 0,01 mm Radius steigt das Wasser auf $h = 1{,}4\,\mathrm{m}$.

Betrachten wir das Verhältnis der Gezeitenkraft des Mondes zu dieser Kapillarkraft. Die Kapillarkraft F_c errechnet sich aus der Masse der Flüssigkeit multipliziert mit der Erdbeschleunigung, ist also gleich dem Gewicht der Flüssigkeitssäule:

$$F_c = mg = r^2 \pi h \rho g \tag{4.21}$$

Das Verhältnis Gezeitenkraft des Mondes F_G zu F_c ergibt sich dann zu:

$$V = F_c / F_G = \frac{mg}{2GmM_{\mathrm{Mond}}/r^3_{\mathrm{Mond}}} = \frac{g r^3_{\mathrm{Mond}}}{2GM_{\mathrm{Mond}}} \tag{4.22}$$

Die Mondmasse beträgt $M_{\mathrm{Mond}} = 7{,}4 \times 10^{22}\,\mathrm{kg}$ und die Mondentfernung $r_{\mathrm{Mond}} = 3{,}8 \times 10^8\,\mathrm{m}$. In einer dünnen Kapillare von $r = 0{,}01\,\mathrm{mm}$ ist das Verhältnis $V \approx 5 \times 10^{13}$!

Der Einfluss des Mondes ist daher auf die Kapillarwirkung in Pflanzen und Tieren absolut vernachlässigbar.

4.2 Zweikörperproblem

Das Zweikörperproblem, also die Bewegung zweier Massen, ist analytisch berechenbar. Sobald mehr als zwei Körper im Spiel sind, kann man die Gleichungen nur mehr näherungsweise lösen.

4.2.1 Definition des Zweikörperproblems

Definition: Sei $\mathbf{F}$ die Kraft, mit der sich zwei Massen anziehen, M, m die Massen dieser beiden Körper, $\mathbf{r}/r$ der Einheitsvektor in Richtung $\overline{Mm}$ und $G = 6{,}668 \times 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2\,kg^{-2}}$ die Gravitationskonstante, dann gilt:

$$\mathbf{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \tag{4.23}$$

Sei $\mathbf{r_1}$ der Abstand von M zu einem Punkt O und $\mathbf{r_2}$ der Abstand von m zum Punkt O, dann gilt für die Kraft von m relativ zu M (Abb. 4.7):

$$m\ddot{\mathbf{r}}_\mathbf{1} = -G \frac{Mm}{r^3} (\mathbf{r_2} - \mathbf{r_1}),$$

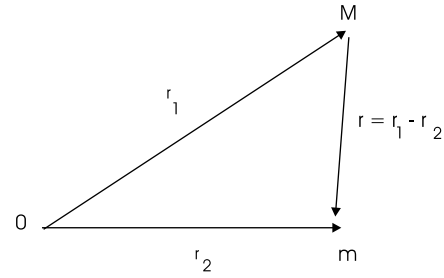


Abb. 4.7 Das Zweikörperproblem. Zu den Punkten M und m zeigen die entsprechenden Vektoren

und für die Kraft von M relativ zu m:

$$M\ddot{\mathbf{r}}_\mathbf{2} = -G\frac{Mm}{r^3}(\mathbf{r_1} - \mathbf{r_2}).$$

Wir dividieren die erste Gleichung durch m und die zweite durch M, subtrahieren beide Gleichungen und verwenden $\mathbf{r} = \mathbf{r_2} - \mathbf{r_1}$: Man erhält die Bewegungsgleichung des Zweikörperproblems:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -G\frac{M+m}{r^3}\mathbf{r} \tag{4.24}$$

Für $\mathbf{r} = (x, y, z)$ lautet sie in Komponentenschreibweise:

$$\ddot{x} = -G\frac{M+m}{r^3}x \tag{4.25}$$

und analog für die anderen Komponenten. Dies sind dann drei Differenzialgleichungen zweiter Ordnung. Zur Lösung sind also sechs Integrationen notwendig, und man findet:

- 1.–3. Integral: Bewegung erfolgt in einer Ebene.
- 4. Integral: Flächensatz (Impulssatz).
- 5. Integral: Energiesatz.
- 6. Integral: Bahn = Kegelschnitt.

Wenn $M \gg m$ ist, dann kann man schreiben $M + m \approx M$, und man hat die Bewegungsgleichung für ein *Einkörperproblem.*

Beispiel

Einkörperprobleme sind leicht zu lösen und liefern in vielen Fällen zumindest gute Abschätzungen: Sei M = Erdmasse und m die Masse eines Satelliten, so gilt sicher $m \ll M$.

4.2.2 Drehimpuls, Flächensatz

Wir untersuchen das Vektorprodukt der Bewegungsgleichung 4.24 mit $\mathbf{r}$. Daraus folgt, dass $\ddot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r} = 0$, da auf der rechten Seite $\mathbf{r} \times \mathbf{r}$ steht, was null ergibt.

Aus $\ddot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r} = \frac{d}{dt}(\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r}) = 0$ folgt:

$$\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r} = \mathbf{v} \times \mathbf{r} = \text{const} = -\mathbf{N} \tag{4.26}$$

Drehimpuls = $m(\mathbf{r} \times \mathbf{v})$, also ist $\mathbf{N}$ der auf die Masse 1 bezogene Drehimpulsvektor, und wir haben aus der Bewegungsgleichung den Drehimpulserhaltungssatz abgeleitet. Aus der Konstanz von $\mathbf{N}$ folgt auch, dass $\mathbf{r}$, $\mathbf{v}$ in derselben Ebene bleiben.

> Die Bewegung im Zweikörperproblem erfolgt in einer fixen Ebene.

Die Änderung dF der Fläche F beträgt (Abb. 4.8):

$$dF = \frac{1}{2}(\mathbf{r} \times d\mathbf{r}) \tag{4.27}$$

und für die Ableitung gilt:

$$\dot{\mathbf{F}} = \frac{1}{2}(\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}) = \text{const} = 1/2\mathbf{N} \tag{4.28}$$

Somit haben wir das *zweite Keplergesetz* abgeleitet:

> Die Änderung der Flächengeschwindigkeit ist konstant, in gleichen Zeiten werden vom Radiusvektor (Verbindungslinie Planet-Sonne) gleiche Flächen durchlaufen.

4.2.3 Bahnform

Um die Gleichung für die Bahnform zu erhalten, multipliziert man die Bewegungsgleichung vektoriell mit $\mathbf{N}$:

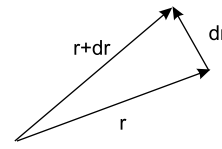


Abb. 4.8 Zur Ableitung der Flächengeschwindigkeit

$$\begin{aligned}\mathbf{N} \times \ddot{\mathbf{r}} &= -G\frac{M+m}{r^3}(\mathbf{N} \times \mathbf{r}) \\ &= -G\frac{M+m}{r^3}[(\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}) \times \mathbf{r}]\end{aligned}$$

Aus

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = (ac)\mathbf{b} - (bc)\mathbf{a}$$

folgt:

$$\mathbf{N} \times \ddot{\mathbf{r}} = -G\frac{M+m}{r^3}(r^2\dot{\mathbf{r}} - (r\dot{r})\mathbf{r})$$

und wegen

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) = \frac{r\dot{\mathbf{r}} - \dot{r}\mathbf{r}}{r^2}$$

hat man:

$$\begin{aligned}\mathbf{N} \times \ddot{\mathbf{r}} &= -G(M+m)\frac{d}{dt}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) \quad \Big| \int \\ \mathbf{N} \times \dot{\mathbf{r}} &= -G(M+m)\frac{\mathbf{r}}{r} - \mathbf{C}\end{aligned} \tag{4.29}$$

Nun multipliziert man diesen Ausdruck skalar mit $\mathbf{r}$ und beachtet: $\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r} = -\mathbf{N}$, sodass $(\mathbf{N} \times \dot{\mathbf{r}})\mathbf{r} = \mathbf{N}(\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r}) = -N^2$ folgt, und erhält:

$$N^2 = G(M+m)r + (\mathbf{rC}).$$

Mit den Größen p und e:

$$p = \frac{N^2}{G(M+m)} \qquad e = \frac{|C|}{G(M+m)} \tag{4.30}$$

folgt dann die bekannte Gleichung:

$$r = \frac{p}{1 + e\cos v} \tag{4.31}$$

also die Gleichung eines Kegelschnitts (erstes Keplergesetz!). e ist die Exzentrizität. Für einen Kreis ist $e = 0$, für eine Ellipse $e < 1$, für eine Parabel $e = 1$ und eine Hyperbel $e > 1$. Der Perizentrumsabstand beträgt bei einer Ellipse $a(1-e)$, bei einer Parabel $p/2$, der Apozentrumsabstand bei einer Ellipse $a(1+e)$.

4.2.4 Energiesatz

Die potenzielle Energie V ist definiert als:

$$V = -G\frac{Mm}{r} \tag{4.32}$$

Diese Energie wird frei, wenn der Abstand um den Betrag dr vergrößert wird. Es gilt:

$$\mathbf{F} = -\text{grad}V \qquad \mathbf{F}d\mathbf{r} = -\text{grad}V\,d\mathbf{r} \tag{4.33}$$

Das Potenzial von M im Abstand r (auf $m = 1$ bezogen) ist dann:

$$\tilde{V} = -GM/r \tag{4.34}$$

und die Bewegungsgleichung lautet:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -\text{grad}V. \tag{4.35}$$

Diese wird skalar mit $\dot{\mathbf{r}}$ multipliziert:

$$m\ddot{\mathbf{r}}\,\dot{\mathbf{r}} = -\text{grad}V\dot{\mathbf{r}} \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\dot{\mathbf{r}}^2\right) = -\frac{dV}{dt}$$

Somit haben wir den Energiesatz:

$$\frac{1}{2}mv^2 + V = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{r} = \text{const} \qquad E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = E = \text{const} \tag{4.36}$$

Aus dieser Gleichung folgt, dass die Geschwindigkeit im Perihel (kleines r) größer sein muss als im Aphel.

Durch zeitliche Mittelung der Bahnbewegung (gilt auch für elliptische Bahnen) erhält man den *Virialsatz:*

$$E_{\text{kin}} = -1/2E_{\text{pot}} \tag{4.37}$$

Virialsatz: Das zeitliche Mittel der kinetischen Energie entspricht betragsmäßig dem zeitlichen Mittel der Hälfte der potenziellen Energie.

Besonders einfach wird der Fall für eine *Kreisbahn:* Hier gilt ganz einfach Zentrifugalkraft = Anziehungskraft:

$$\frac{mv^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2} \tag{4.38}$$

Daraus erhält man die *Kreisbahngeschwindigkeit* zu:

$$v_c = \sqrt{\frac{GM}{r}} \tag{4.39}$$

Für eine *Parabelbahn* ist im Unendlichen $E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}} = 0$ und $mv^2/2 = GMm/r$, somit wird die Geschwindigkeit:

$$v_e = \sqrt{2} v_c \tag{4.40}$$

Diese nennt man auch *Fluchtgeschwindigkeit.* Wir erhalten daher für den Zusammenhang zwischen Energie und Bahnform:

- Ellipse $E_{\text{kin}} < E_{\text{pot}}$,
- Parabel $E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}}$,
- Hyperbel $E_{\text{kin}} > E_{\text{pot}}$.

Die Energie GMm/r ist notwendig, um eine Masse m im Schwerefeld einer Masse M ins Unendliche zu bringen. Die Geschwindigkeit in einem beliebigen Punkt beträgt für eine Ellipsenbahn:

$$v^2 = GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) \quad \text{Parabelbahn} \tag{4.41}$$

Virialsatz: Anwendung auf den Kollaps einer Wolke
An dieser Stelle eine kurze Anwendung des Virialsatzes. Im Gleichgewicht gilt:

$$E_{\text{kin}} + 2E_{\text{pot}} = 0 \tag{4.42}$$

Untersuchen wir, ab wann eine interstellare Gaswolke instabil wird und zu einem Stern kollabiert.[2] Die kinetische Energie der Gaswolke (wegen der Bewegung der Gasteilchen) beträgt:

$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} NkT \tag{4.43}$$

k ist die Boltzmann-Konstante, T die Temperatur und N die Anzahl der Teilchen. Die potenzielle Energie ist

$$E_{\text{pot}} = \frac{3}{5} \frac{GM_c^2}{R_c} \tag{4.44}$$

wobei M_c Masse der Gaswolke, R_c deren Radius ist. Die Bedingung für einen Kollaps lautet dann:

$$2E_{\text{kin}} < |E_{\text{pot}}| \tag{4.45}$$

Mehr darüber im Kapitel über Sternentstehung.

[2] In Wirklichkeit kommt es zuerst zu einer Fragmentation.

4.2.5 Drittes Keplergesetz

Betrachten wir nochmals die Bahngleichung $r = p/(1 + e\cos v)$. Setzen wir $v = 0$ ein, dann haben wir den Abstand im Perizentrum und bei $v = \pi$ den Abstand im Apozentrum. Deshalb gilt:

$$a = \frac{1}{2}\left(r_{\text{per}} + r_{\text{apo}}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{p}{1-e} + \frac{p}{1+e}\right) = \frac{p}{1-e^2}$$

und daher:

$$1 - e^2 = \frac{p}{a} = \frac{N^2}{G(M+m)a}$$

Die Umlaufszeit mal der Flächengeschwindigkeit ergibt die Ellipsenfläche:

$$U\frac{\mathbf{N}}{2} = ab\pi = \pi a^2\sqrt{1-e^2} = \frac{\pi a^2 \mathbf{N}}{\sqrt{G(M+m)a}}$$

und wir erhalten die strenge Form des *dritten Keplergesetzes:*

$$\frac{a^3}{U^2} = \frac{G}{4\pi^2}(M+m) \tag{4.46}$$

4.3 N-Körperproblem

Im N-Körperproblem untersuchen wir die Bewegung von N Körpern unter dem Einfluss ihrer gegenseitigen Gravitation. Sobald $N > 2$, gibt es keine analytischen Lösungen mehr, aber wir stellen ein numerisches Integrationsverfahren vor, wie man solche Probleme lösen kann. Das eingeschränkte Dreikörperproblem liefert für viele Fälle eine sehr gute Näherung und wird gesondert abgehandelt. Es hat heute praktische Anwendungen, z. B. für die Stationierung von Satelliten an den Lagrangepunkten des Systems Erde–Sonne. Hier heben sich die Gravitationskräfte von Erde und Sonne auf und Satelliten bleiben stabil an diesen Punkten.

4.3.1 Das allgemeine N-Körperproblem

Gegeben sind N Körper; $\mathbf{r}_i$ ist der Abstand der Masse m_i vom Schwerpunkt, $\mathbf{r}_{\text{ik}}$ der Abstand zwischen den Massen m_i, m_k. Die Bewegungsgleichung für die Masse m_i lautet dann:

$$m_i\ddot{\mathbf{r}}_i = -\sum_{k=1}^{n} G m_i m_k \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k}{r_{ik}^3} \tag{4.47}$$

Dies sind $3n$ Differenzialgleichungen 2. Ordnung; man benötigt zur Lösung $6n$-Integrationen. Es gibt aber nur zehn Integrale:

- Schwerpunktsatz: Addiert man alle Bewegungsgleichungen, ist:

$$\sum m_i \ddot{\mathbf{r}}_i = 0, \tag{4.48}$$

  da es zu jedem Glied $\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i$ ein Glied $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k$ gibt. Integriert man obige Gleichung zweimal, dann folgt:

$$\sum m_i \mathbf{r}_i = \mathbf{a}t + \mathbf{b}.$$

  D. h. der Schwerpunkt eines N-Körpersystems ist entweder in Ruhe oder in geradliniger Bewegung. In Summe ergibt dies sechs Integrale.
- Drehimpulssatz: Wie beim Zweikörperproblem erhält man hier auch:

$$\sum m_i \mathbf{r}_i \times \dot{\mathbf{r}}_i = \text{const} \tag{4.49}$$

  und somit drei weitere Integrale.
- Energiesatz: Das Potenzial lautet hier:

$$V = -G \sum_{i,k} \frac{m_i m_k}{r_{ik}} \tag{4.50}$$

  und die Bewegungsgleichungen:

$$\sum m_i \ddot{\mathbf{r}}_i = \text{grad}\, V \tag{4.51}$$

  Wiederum multipliziert man skalar mit $\dot{\mathbf{r}}$ und erhält den Energieerhaltungssatz.

Der Energieerhaltungssatz ist wichtig bei der Abschätzung der Stabilität eines Sternhaufens oder eines Galaxienhaufens. In einem N-Teilchensystem können einzelne Teilchen auf Kosten anderer Energie gewinnen und dem System entweichen.

Bruns und *Poincaré* zeigten, dass es außer den behandelten Integralen keine weiteren gibt. Somit ist also bereits ein 3-Körperproblem nicht mehr analytisch lösbar.

Man kann auch hier den Virialsatz angeben: Bleiben N Körper bei ihrer Bewegung stets in einem endlichen Volumen, dann gilt für die über die Zeit gemittelte kinetische bzw. potenzielle Energie:

$$\overline{E_{\text{kin}}} = -\frac{1}{2}\overline{E_{\text{pot}}} \tag{4.52}$$

4.3.2 Das allgemeine Dreikörperproblem

Man hat drei Massen gegeben, m_1, m_2, m_3. Die Bewegungsgleichungen lauten:

$$\begin{aligned} m_1\ddot{\mathbf{r}}_1 &= k^2\left(\frac{m_1m_2}{|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|^3}(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)+\frac{m_1m_3}{|\mathbf{r}_3-\mathbf{r}_1|^3}(\mathbf{r}_3-\mathbf{r}_1)\right)\\ m_2\ddot{\mathbf{r}}_2 &= k^2\left(\frac{m_1m_2}{|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|^3}(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)+\frac{m_2m_3}{|\mathbf{r}_3-\mathbf{r}_2|^3}(\mathbf{r}_3-\mathbf{r}_2)\right)\\ m_3\ddot{\mathbf{r}}_3 &= k^2\left(\frac{m_1m_3}{|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_3|^3}(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_3)+\frac{m_3m_2}{|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_3|^3}(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_3)\right) \end{aligned} \tag{4.53}$$

Energiesatz: $E = \frac{1}{2}(m_1\mathbf{v}_1^2 + m_2\mathbf{v}_2^2 + m_3\mathbf{v}_3^2)$. In diesem Gleichungssystem wurde, wie in der Himmelsmechanik auch heute noch üblich, folgendes Einheitensystem verwendet: Wir gehen aus vom dritten Keplergesetz und setzen die Masse der Sonne = 1:

$$T^2/a^3 = 4\pi^2/(k^2(1+m_p)) \tag{4.54}$$

Dabei ist m_p die Masse eines Planeten. Wenn nun $T = 365{,}2564$ Tage ist (geht auf Newton zurück) und $a = 1$ sowie die Masse des Planeten = 0, dann ist:

$$k = \frac{2\pi}{T} = 0{,}01720209895 \tag{4.55}$$

Für das Potenzial schreibt man:

$$V = -k^2\left(\frac{m_1m_2}{|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|}+\frac{m_1m_3}{|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_3|}+\frac{m_2m_3}{|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_3|}\right) \tag{4.56}$$

Schwerpunktsatz: $m = m_1 + m_2 + m_3$, und $m\mathbf{r} = m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2 + m_3\mathbf{r}_3$. Legt man den Nullpunkt des Koordinatensystems in den Schwerpunkt, werden alle $\mathbf{r}_i$ durch $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}$ ersetzt, und man hat noch die Beziehungen:

$$m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2 + m_3\mathbf{r}_3 = \mathbf{0} \qquad m_1\dot{\mathbf{r}}_1 + m_2\dot{\mathbf{r}}_2 + m_3\dot{\mathbf{r}}_3 = \mathbf{0} \tag{4.57}$$

Weiterhin kann man Relativkoordinaten einführen als: $\mathbf{q}_2 = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, $\mathbf{q}_3 = \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1$. Dann lauten die Bewegungsgleichungen:

$$\ddot{\mathbf{q}}_2 = -k^2\frac{m_1+m_2}{q_2^3}\mathbf{q}_2 + k^2m_3\left(\frac{\mathbf{q}_3-\mathbf{q}_2}{|\mathbf{q}_3-\mathbf{q}_2|^3}-\frac{\mathbf{q}_3}{q_3^3}\right) \tag{4.58}$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_3 = -k^2\frac{m_1+m_3}{q_3^3}\mathbf{q}_3 + k^2m_2\left(\frac{\mathbf{q}_2-\mathbf{q}_3}{|\mathbf{q}_2-\mathbf{q}_3|^3}-\frac{\mathbf{q}_2}{q_2^3}\right) \tag{4.59}$$

$\mathbf{r}_1$ folgt aus dem Schwerpunktsatz, da:

$$\mathbf{r}_1 = -\frac{1}{m}(m_2\mathbf{q}_2 + m_3\mathbf{q}_3) \tag{4.60}$$

4.3.3 Eingeschränktes Dreikörperproblem

Zwei große Massen kreisen um den gemeinsamen Schwerpunkt, eine dritte Masse soll deren Bewegung nicht beeinflussen, also $m_3 \ll m_1, m_2$. Aus dem allgemeinen Dreikörperproblem

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = \sum_{j=1, j\neq i}^{3} \frac{k^2 m_j}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^3}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i), \qquad 1 \leq i \leq 3 \tag{4.61}$$

folgt für $m_3 = 0$:

$$\ddot{\mathbf{r}}_1 = \frac{k^2 m_2(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} \tag{4.62}$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_2 = \frac{k^2 m_1(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} \tag{4.63}$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_3 = \frac{k^2 m_1(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3|^3} + \frac{k^2 m_2(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3|^3} \tag{4.64}$$

Sei $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ und $\mu = m_2/(m_1 + m_2)$. Dann gilt:

$$\mathbf{r}_1 = -\mu\mathbf{r} \qquad \mathbf{r}_2 = (1-\mu)\mathbf{r} \tag{4.65}$$

Nun wählen wir noch ein rotierendes Koordinatensystem, das sich mit derselben Winkelgeschwindigkeit n dreht, wie sich die beiden Primärmassen m_1, m_2 umeinander bewegen; $n = ka^{-3/2}\sqrt{m_1 + m_2}$. Wir nehmen an, die beiden Primärkörper bewegen sich auf einer Kreisbahn mit Radius p. Dann gilt:

$$r = p = N^2/(k^2(m_1 + m_2)) \tag{4.66}$$

Schließlich findet man folgende Bewegungsgleichungen für das sogenannte *kreisförmige eingeschränkte Dreikörperproblem:*

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} - n^2 x = k^2\left(m_1\frac{\mu p + x}{\rho_1^3} + m_2\frac{(x - (1-\mu)p)}{\rho_2^3}\right) \tag{4.67}$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} - n^2 y = -k^2 y\left(\frac{m_1}{\rho_1^3} + \frac{m_2}{\rho_2^3}\right) \tag{4.68}$$

Dabei ist $\mathbf{s} = (x, y, z)$ der Koordinatenvektor des Körpers m_3 und

$$\rho_1 = \sqrt{(\mu p + x)^2 + y^2} \qquad \rho_2 = \sqrt{((1-\mu)p - x)^2 + y^2} \tag{4.69}$$

Man findet ein weiteres Integral, das *Jacobi-Integral:*

$$n^2(x^2 + y^2) + 2k^2\left(\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}\right) - \dot{x}^2 - \dot{y}^2 = J \tag{4.70}$$

Wir betrachten die Bewegung eines Raumschiffs im System Erde-Mond. Setzen wir $m_1 = 1, m_2 = 1/81{,}3$ als Massen für Erde bzw. Mond, dann bekommt man $\mu = 1/82{,}3$. Die Bewegung des Raumschiffs folgt dann aus obigen Bewegungsgleichungen.

Als stationäre Lösungen findet man aus der Bewegungsgleichung die sogenannten *Librationspunkte:* $\dot{x} = \dot{y} = 0, \ddot{x} = \ddot{y} = 0$:

$$\frac{n^2}{k^2}x = m_1\frac{\mu p + x}{\rho_1^3} + m_2\frac{x - (1-\mu)p}{\rho_2^3} \tag{4.71}$$

$$\frac{n^2}{k^2}y = y\left(\frac{m_1}{\rho_1^3} + \frac{m_2}{\rho_2^3}\right) \tag{4.72}$$

Dies liefert folgende Lösungen (Abb. 4.9):

- Drei stationäre Lösungen für $y = 0$: Man erhält die sogenannten Librationspunkte L_1, L_2, L_3: Die Anordnung der Massen sieht folgendermaßen aus:[3]
  $L_1 : M_2 - M_3 - M_1$
  $L_2 : M_2 - M_1 - M_3$
  $L_3 : M_3 - M_2 - M_1$
  Die Punkte $L_1, \ldots, L_3$ sind instabil. Objekte werden sich durch kleine Störungen von diesen Punkten entfernen. Die zur Sonnenbeobachtung eingesetzte Raumsonde SOHO befindet sich im System Sonne-Erde im 1,5 Mio. km von der Erde entfernten Lagrange-Punkt L_1.
- Zwei stationäre Lösungen mit $y \neq 0$: Hier bilden die Massenpunkte die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks, was als Librationspunkte L_4 mit $y > 0$ bzw. L_5 mit $y < 0$ bezeichnet wird. Als Beispiel dafür kann man die Gruppe der Kleinplaneten der *Trojaner* (Abb. 4.10) ansehen, die sich an L_4 bzw. L_5 aufhalten und mit Sonne und Jupiter stets ein gleichseitiges Dreieck bilden. Der erste entdeckte Trojaner war das Objekt (588) Achilles und wurde 1906 von M. Wolf gefunden. 1990 wurden auch bei Mars Kleinplaneten entdeckt: Der Kleinplanet Eureka hat zwar eine relativ große Bahnneigung, befindet sich jedoch an L_5 im System Mars-Sonne. Auch bei Uranus und Neptun wurden Trojaner gefunden.

[3] m_3 soll sich am Librationspunkt L_i befinden.

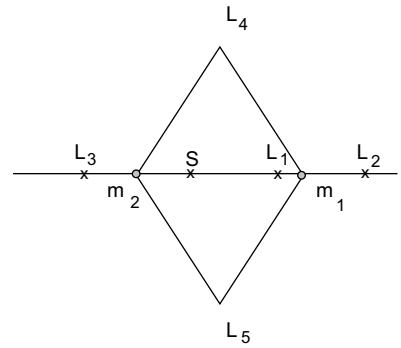


Abb. 4.9 Lösungen des eingeschränkten Dreikörperproblems

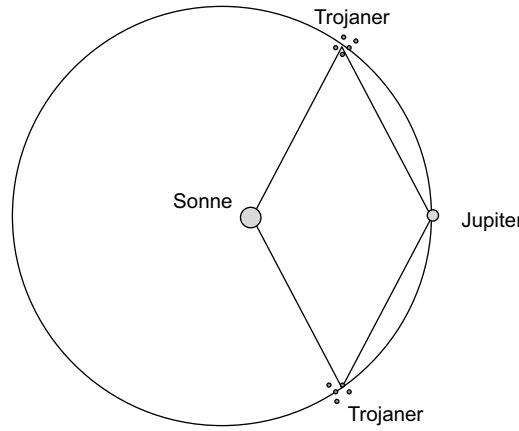


Abb. 4.10 Die Trojaner-Asteroiden. Bei L_4 kennt man 4188 Objekte, bei L_5 2268 Objekte. (Stand Jan. 2017)

Hill'sche Grenzflächen: Aus dem Jacobi-Integral folgt unter Beachtung, dass das Geschwindigkeitsquadrat stets positiv sein muss ($\dot{x}^2 + \dot{y}^2 \geq 0$):

$$n^2(x^2 + y^2) + 2k^2 \left(\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} \right) \geq J \tag{4.73}$$

Ergibt Gl. (4.73) null, so spricht man von Nullgeschwindigkeitsflächen. Diese trennen mögliche Aufenthaltsorte einer dritten Masse von den verbotenen Zonen, wo sich ein derartiger Massenpunkt niemals aufhalten kann. Man findet:

- m_3 nahe bei m_1,
- m_3 nahe bei m_2,
- m_3 weit außerhalb der Bahnen von m_1, m_2.

Derartige Untersuchungen sind für Planeten in Doppelsternsystemen interessant.

Betrachten wir noch folgendes Beispiel: Wo befindet sich im System Erde-Mond der neutrale Punkt, an dem sich die Anziehungskräfte von Erde und Mond aufheben?

Lsg.: r_1 sei der Abstand des neutralen Punktes von der Erde, r_2 der Abstand vom Mond und r die Entfernung Erde-Mond, wobei $r = r_1 + r_2$. Am neutralen Punkt heben sich die Kräfte auf:

$$\frac{m_{\text{Erde}} G}{r_1^2} = \frac{m_{\text{Mond}} G}{(r - r_1)^2} \tag{4.74}$$

Somit findet man für das Abstandsverhältnis:

$$\frac{r_1^2}{(r - r_1)^2} = \frac{m_{\text{Erde}}}{m_{\text{Mond}}} = 81 \tag{4.75}$$

und aus

$$\frac{r_1}{r - r_1} = 9 \rightarrow r_1 = 9r - 9r_1 \rightarrow r_1 = \frac{9}{10} r \tag{4.76}$$

Der neutrale Punkt ist daher 346 000 km von der Erde und 38 000 km vom Mond entfernt.

4.3.4 Das Runge-Kutta-Verfahrens zur numerischen Integration

Dieses Verfahren wurde bereits 1895 von Carl Runge aufgestellt und später von Heun und Kutta erweitert und verbessert und dient der Integration gewöhnlicher Differenzialgleichungen. Kennt man eine Lösung x_i zu einem Zeitpunkt t_i, dann kann man die Lösung zu einem späteren Zeitpunkt $x_{i+1} = x(t_i + h)$ angeben durch:

$$k_1 = h f(t_i, x_i) \tag{4.77}$$

$$k_2 = h f(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{k_1}{2}) \tag{4.78}$$

$$k_3 = h f(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{k_2}{2}) \tag{4.79}$$

$$k_4 = h f(t_i + h, x_i + k_3) \tag{4.80}$$

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \tag{4.81}$$

Nehmen wir die folgenden heliozentrischen Äquatorkoordinaten des Jupiters:

$$\mathbf{r}(t_0) = \begin{pmatrix} -5{,}433317 \\ -0{,}406439 \\ -0{,}041833 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{v}(t_0) = \begin{pmatrix} 0{,}000441975 \\ -0{,}006598355 \\ -0{,}002839125 \end{pmatrix}$$

Die Einheiten sind dabei die astronomische Einheit AE für die Länge bzw. für die Geschwindigkeit AE/Tag und die Sonnenmasse (= 1) für die Massen.

Die Bewegungsgleichung lautet:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -k^2 \frac{1+m}{r^3}\mathbf{r} \tag{4.82}$$

$m = 1/1047$ ist die Jupitermasse. Wählt man als Zeiteinheit $N = 1000$ Tage und

$$\mathbf{v}(t_0) = \begin{pmatrix} 0{,}441975 \\ -6{,}598355 \\ -2{,}839125 \end{pmatrix}$$

und setzen wir

$$\mathbf{x} = (x_1, ..., x_6) = (r_1, r_2, r_3, v_1, v_2, v_3)$$

dann erhält man mit $N^2 = 10^6$:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_4 \qquad \dot{x}_4 = -10^6 k^2 \frac{1+m}{r^3} x_1 \\ \dot{x}_2 &= x_5 \qquad \dot{x}_5 = -10^6 k^2 \frac{1+m}{r^3} x_2 \\ \dot{x}_3 &= x_6 \qquad \dot{x}_6 = -10^6 k^2 \frac{1+m}{r^3} x_3 \end{aligned} \tag{4.83}$$

Setzt man nun eine Schrittweite von 50 Tagen ein, $h_0 = 50$, dann erhält man:

$$\mathbf{r_1} = \begin{pmatrix} -5{,}398811 \\ -0{,}735176 \\ -0{,}183585 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{v_1} = \begin{pmatrix} 0{,}937583 \\ -6{,}546126 \\ -2{,}828813 \end{pmatrix}$$

Zur Probe kann man die Konstanz des Drehimpulses testen, der für zwei beliebige Zeitpunkte t_0 und t_1 gleich sein sollte:

$$\mathbf{N}(t_0) = \mathbf{r}(t_0) \times \mathbf{v}(t_0) = \mathbf{r}(t_1) \times \mathbf{v}(t_1)$$

Man kann eine Schranke für die Variation des Drehimpulses definieren. Wird diese bei einem Integrationsschritt verletzt, dann wiederholt man den Schritt mit einem kleineren Intervall h_0.

4.3.5 Stabilität

Die Lagrange-Punkte $L_1 \ldots L_3$ sind instabil, kleine Störungen lenken eine Masse m_3 aus dieser Position aus. L_4, L_5 sind stabil bei kleinen Störungen.

Generell werden Störung maximal, wenn Sonne, Planet und Störkörper m in einer Linie stehen: Die Beschleunigung von m auf P ist:

$$b_P = Gm/r^2 \tag{4.84}$$

Die Beschleunigung von m auf die Sonne beträgt:

$$b_{\odot} = Gm/(R+r)^2$$

Damit ergibt sich die Störung zu:

$$\Delta b = Gm\left(1/r^2 - 1/(R+r)^2\right)$$

Nur wenn R (Abstand von P zur Sonne) $\ll r$ ist (Abstand von P zu m), kann man folgende Reihenentwicklung ansetzen:

$$\frac{1}{(R+r)^2} = \frac{1}{r^2(\frac{R}{r}+1)^2} \qquad R/r << 1$$

$$\frac{1}{(1+\epsilon)^p} \approx 1 - p\epsilon \tag{4.85}$$

somit:

$$\frac{1}{(R+r)^2} = \frac{1}{r^2}\frac{1}{(1+R/r)^2} = \frac{1}{r^2}(1-2R/r)$$

Damit erhält man für die Störbeschleunigung:

$$\Delta b = 2Gm\frac{R}{r^3} \tag{4.86}$$

Setzt man die Beschleunigung durch die Sonne gleich 1, dann erhält man (Mittelwerte):
Störung von Venus auf Erde (max.): 1/37.000,
Störung von Jupiter auf Erde (Opposition): 1/53.000,
Störung von Jupiter auf Saturn (max.): 1/360.
Diese Störung enthält eine Orthogonalkomponente, die senkrecht zur Bahnebene wirkt und die Elemente Ω, i beeinflusst, sowie eine Komponente, die in der Bahnebene wirkt und a, e, ω beeinflusst.

4.4 Vielteilchensysteme

Durch die enorme Entwicklung der Computerrechenleistung kann man heute auch Vielteilchensysteme berechnen. Typische Beispiele dafür:

- Sternhaufen, bestehend aus mehreren 1000 bis 10^6 Sternen.
- Galaxienhaufen, bestehend aus vielen Galaxien.

- Galaxienhaufen und Verteilung der Dunklen Materie.
- Gaswolken und deren Dynamik.
- Sternbildung in Gaswolken.

Man kann für derartige Systeme die einzelnen Teilchen betrachten, und Differenzialgleichungen für deren Bewegungen lösen. Oft lassen sich auch Vereinfachungen machen, die schneller zu Resultaten führen. Wir geben zwei Anwendungen.

4.4.1 Virialsatz und Entfernung einer interstellaren Gaswolke

Betrachten wir ein System von Teilchen, die nicht miteinander kollidieren. Die einzige Wechselwirkung zwischen den Teilchen soll die Gravitation sein. Als Beispiel: interstellare Gaswolke; Kollisionen der Teilchen sind sehr unwahrscheinlich wegen der geringen Teilchendichte. Der Virialsatz bedeutet für die zeitlichen Mittelwerte aus kinetischer und potenzieller Energie:

$$< E_{\text{kin}} > + \frac{1}{2} < E_{\text{pot}} >= 0 \tag{4.87}$$

Wir betrachten m_i Teilchen mit einer Geschwindigkeit v_i.

$$< E_{\text{kin}} >=< \sum_i m_i v_i^2/2 > \tag{4.88}$$

Besitzen alle Teilchen die gleiche Masse, dann ist:

$$< E_{\text{kin}} >= M < V^2 > /2 \tag{4.89}$$

Die potenzielle Energie lautet:

$$< E_{\text{pot}} >= G < \sum m_i m_j / r_{ij} > \tag{4.90}$$

bzw. bei gleicher Masse aller Teilchen:

$$< E_{\text{pot}} >= -GM^2/R \tag{4.91}$$

R ist dabei ein gemittelter Radius. Für den Fall homogener Teilchendichte kann man $(5/3)R$ ansetzen und erhalt:

$$< V^2 >= \frac{3}{5} GM/R \tag{4.92}$$

Betrachten wir nun eine Gaswolke aus neutralem Wasserstoff. Die Geschwindigkeitsdispersion $< V^2 >$ ist dreidimensional, wir messen aber nur die radiale Komponente mit dem

Dopplereffekt, d. h. die Geschwindigkeitskomponente auf uns zu oder von uns weg. Man kann zeigen, dass es folgenden Zusammenhang gibt:

$$< V^2 >= 3\Delta V^2/8\ln(2) \tag{4.93}$$

ΔV ist die messbare Radialgeschwindigkeitsverteilung der Gaswolke. Die Masse der Gaswolke beträgt $\frac{4}{3}\pi R^3\rho$, die Massendichte $\rho = N_{\mathrm{HI}} m_H/2R$, wobei N_{HI} die sogenannte Säulendichte ist. Die Säulendichte bezeichnet die entlang der Sichtlinie aufintegrierte (= aufsummierte) Dichte und hat die Einheit Masse/Fläche. Sie ist beispielsweise für die Extinktion (= Schwächung) der Strahlung in Sichtrichtung verantwortlich. Es ergibt sich unter der Annahme der Gültigkeit des Virialsatzes für den Radius der Gaswolke:

$$R = 15\Delta V^2/(16\pi\ln(2) G M_H N_{\mathrm{H}} \tag{4.94}$$

Wir erhalten den wahren Radius der Gaswolke aus der beobachteten radialen Geschwindigkeitsverteilung und der Säulendichte. Die Entfernung folgt dann aus dem Vergleich des wahren Radius der Gaswolke mit der leicht messbaren Winkelausdehnung.

4.4.2 Ergodisches Verhalten

Wir betrachten ein Vielteilchensystem. Dieses soll sich wie ein thermodynamisches System verhalten. Ansätze dafür werden wir beispielsweise im Kapitel über Kosmologie kennenlernen; in der Theorie von Entstehung und Aufbau des Universums sieht man beispielsweise ganze Galaxien als Teilchen an, die sich ähnlich den Teilchen in einem Gas verhalten und entsprechend beschrieben werden können.

In unserem System sollen alle möglichen Zustände des Phasenraumes erreicht werden (molekulares Chaos). Der Phasenraum beschreibt die Menge aller möglichen Zustände des Systems. Betrachten wir die Bewegungen vieler Teilchen, dann ergibt sich ein Phasenraum mit einer sehr hohen Dimension. In der hamiltonschen Mechanik ist der Phasenraum der Raum aller Orte und Impulse der Teilchen. Gibt es N Teilchen im System (z. B. N Sterne in einem Sternhaufen), dann ist der Phasenraum $6N$-dimensional, da jedes Teilchen beschrieben werden kann durch:

- 3 Komponenten des Ortes
- 3 Geschwindigkeitskomponenten.

Eine *Trajektorie* bestimmt von einem bestimmten Anfangspunkt aus die zeitliche Entwicklung des Systems.

Ein System nennt man ergodisch, wenn dessen Trajektorien den gesamten Phasenraum ausfüllen.

Nun beschreiben wir das mittlere Verhalten des Systems. Bei einem ergodischen System kann man dieses Verhalten auf zwei Arten bestimmen:

- Man verfolgt die Entwicklung über einen sehr langen Zeitraum → Zeitmittel.
- Man mittelt über alle möglichen Zustände → Ensemblemittel.

Ein System heißt ergodisch, wenn Zeitmittel und Ensemblemittel mit der Wahrscheinlichkeit 1 zum gleichen Ergebnis führen. Bei einem schwach ergodischen System stimmen nur die Erwartungswerte und die Varianzen überein, Momente höherer Ordnung werden vernachlässigt.

Beispiel für ein ergodisches System: Teilchen, das sich regellos in einem abgeschlossenen Volumen bewegt. Das Volumen bestimmt den Phasenraum. Im Laufe der Zeit werden alle Punkte des Volumens erreicht. Es ist egal, ob man eine Mittelung über die Zeit oder den Raum ansetzt.

4.5 Raumflug

Wie fliegt man kostengünstig zu den Planeten? Auf direktem Wege? Welche Geschwindigkeiten muss ein Satellit erreichen, um die Erdanziehung zu überwinden bzw. auf einer Kreisbahn um diese zu gelangen? Wie funktionieren Raketen und welche Möglichkeiten des Antriebs gibt es? Diese Fragen werden wir in diesem Kapitel behandeln.

4.5.1 Entweichgeschwindigkeiten

Aus dem *Energieerhaltungssatz* kann man abschätzen, wie hoch ein Teilchen der Masse m in Erdnähe geworfen werden kann; wenn die Gesamtenergie 0 ist, dann gilt:

$$mv^2/2 = mgh \rightarrow h = v^2/(2\,g)$$

Diese Formel gibt uns also die Höhe h an, die ein mit einer Geschwindigkeit v senkrecht nach oben geworfenes Objekt erreicht.

Ein Stein wird mit einer Geschwindigkeit von 14 m/s nach oben geworfen. Welche Höhe erreicht er? Einsetzen in die Formel ergibt: 10 m.

Wirft man einen Stein in größere Höhen, dann muss man berücksichtigen, dass die Erdbeschleunigung g mit zunehmender Entfernung abnimmt:

$$mv^2/2 - (GMm/R) = -GMm/(R+h).$$

Daraus folgt auch die *Entweichgeschwindigkeit* von der Erde zu 11,2 km/s (man setzt auf der rechten Seite $h \to \infty$). Bei den meisten Raumfahrtmissionen gelangen die Satelliten zuerst einmal in eine *Erdumlaufbahn.* Weiterhin schießt man Raketen nach Osten, um die *Rotationsgeschwindigkeit* der Erde auszunutzen (am Äquator 465 m/s).

In Tab. 4.2 sind die Kreisbahndaten für Erdsatelliten in unterschiedlicher Höhe angegeben. Man beachte, dass Satelliten in Höhen unterhalb 200 km stark von der *Erdatmosphäre* abgebremst werden. Durch *Strahlungsausbrüche* auf der Sonne erhitzt sich die obere Erdatmosphäre und dehnt sich aus, was erdnahe Satelliten (LEOs, *low earth orbiting satellites*) zum Absturz bringen kann.

In Tab. 4.3 sind die Entweichgeschwindigkeiten für verschiedene Objekte angegeben.

Tab. 4.2 Kreisbahnen künstlicher Erdsatelliten. $h = 0$ ist natürlich hypothetisch

h [km]	Umlaufperiode	Geschw. [km/s]
0	1^h24^m	7,91
100	1^h26^m	7,85
1000	1^h45^m	7,36
10.000	5^h48^m	4,94
35.000	23^h56^m	3,07

Tab. 4.3 Entweichgeschwindigkeiten in km/s

Objekt	v_{Entw}
Mond	2,4
Erde	11,2
Jupiter	60
Sonne	620
Weißer Zwerg	7600
Neutronenstern	160.000
Schwarzes Loch	c = 300.000

4.5.2 Raketenformel

Die *Raketenformel* folgt aus der Impulserhaltung: Sei m, V, mV Masse, Geschwindigkeit und Impuls der Rakete. S sei die Ausströmgeschwindigkeit der Treibgase relativ zur Rakete. $V - S$ ist die Strahlgeschwindigkeit relativ zum raumfesten System.

Wir bekommen daher nach einer Zeit dt:

- Masse der ausgeströmten Gase: dm,
- Impuls der Gasmasse $dm(V - S)$,
- Masse der Rakete $m - dm$,
- Geschwindigkeit der Rakete $V + dV$,
- Impuls der Rakete: $(m - dm)(V + dV)$.

Der *Impulserhaltungssatz* liefert dann:

$$mV = (m - dm)(V + dV) + dm(V - S) \tag{4.95}$$

Der erste Term auf der rechten Seite bezieht sich auf die Rakete, der zweite Term auf der rechten Seite bezieht sich auf das ausströmende Gas. Somit:

$$mV = mV + mdV - Vdm - dmdV + Vdm - Sdm.$$

In diesem Ausdruck kann man den Term $dmdV$ vernachlässigen (klein 2. Ordnung). Man erhält dann

$$\begin{aligned} dV &= S\frac{dm}{m} \\ \Delta V &= S \ln \frac{m_0}{m_B} \end{aligned} \tag{4.96}$$

m_0 ist die Gesamtmasse bei $t = 0$ und m_B die Masse bei Brennschluss.

Wurde also die Rakete zur Zeit $t = 0$ mit $V = 0$ gestartet, dann ist m_0 ihre Startmasse und $\Delta V = V_B$ die Endgeschwindigkeit, die nach Brennschluss erreicht wird.

Man kann die Raketenformel schließlich so angeben: V_B/S sei das Geschwindigkeitsverhältnis und m_0/m_B das Massenverhältnis, dann ist

$$\frac{V_B}{S} = \ln \frac{m_0}{m_B} \tag{4.97}$$

Der *Wirkungsgrad* ergibt sich aus dem Verhältnis der kinetischen Energie der Rakete bei Brennschluss zur verfügbaren Energie der Treibstoffe:

$$\eta = \frac{m_B V_B^2}{m_T S^2} = \frac{V_B^2/S^2}{(m_0/m_B) - 1} = \frac{[\ln(m_0/m_B)]^2}{(m_0/m_B) - 1} \tag{4.98}$$

Man berechne den Wirkungsgrad für verschiedene Werte von V_B/S und m_0/m_B!

Die *Ausströmgeschwindigkeit* beträgt bei thermischen Antrieben zwischen 2 und 4 km/s. Der maximale Wirkungsgrad ist gegeben bei einem Geschwindigkeitsverhältnis von 1,594 und einem Massenverhältnis von 4,93. Da das Massenverhältnis nicht beliebig groß werden kann, verwendet man ein *Mehrstufenprinzip,* wobei Raketenkörper der ersten Stufe abgeworfen werden (beim Space Shuttle waren es die Treibstofftanks + Feststoffbooster). Wenn $m_0/m_B = \Pi(m_0)/(m_B)_i$, also das Produkt aus den einzelnen Massenverhältnissen, und $V_B = \sum_i \Delta V_i$ die in den einzelnen Stufen erzielten Geschwindigkeiten bezeichnen, dann ist:

$$V_B = S \ln \frac{m_0}{m_B} \tag{4.99}$$

Inzwischen gibt es auch Privatfirmen, die Weltraumfahrt betreiben, wie z. B. SpaceX mit der Falcon 9 Rakete (Abb. 4.12), die zweistufig ist und eine Ladung von 228 000 kg in einen erdnahen Orbit (LEO) befördern kann. Die Falcon Heavy soll eine Ladung von 16 800 kg zum Mars transportieren können sowie etwa 63 800 kg in den LEO und etwa 26 700 kg in einen geostationären Orbit. SpaceX steht für Space Exploration und wurde 2002 vom Unternehmer E. Musk gegründet mit dem ehrgeizigen Ziel einer Kolonisation des Mars. Gegenüber den Apollo-Mondmissionen der NASA (amerikanische Weltraumbehörde) gibt es bei diesen Entwicklungen den Vorteil der Wiederverwertbarkeit der ersten Raketenstufe, was enorme Kosten erspart (Abb. 4.11 und 4.12). Die Landung erfolgt auf einem autonomen Weltraumbahnhof-Drohnenschiff. Mit der Big Falcon Rocket, BFR, soll ein bemannter Flug zum Mars stattfinden. Die BFR ist mehr als 100 m hoch und misst 9 m im Durchmesser. In Abb. 4.13 ist ein Vergleich zwischen den verschiedenen Raketen gezeigt.

Beim *thermischen Antrieb* nutzt man die Umwandlung thermischer Energie heißer Gase in einer Brennkammer in kinetische Energie eines Gasstrahls. Dabei gilt:

$$S_{\max} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1}\frac{RT}{\mu}}, \tag{4.100}$$

wobei $\kappa = c_p/c_v$ und T die Temperatur in der Brennkammer ist und μ das Molekulargewicht. κ liegt zwischen 1,1 und 1,6 für reale Gasgemische.

Wir sehen: Optimal sind eine hohe Temperatur und ein geringes Molekulargewicht. Das Problem ist, dass man damit nur eine Brenndauer von einigen Minuten erreichen kann. Die höchsten Leistungen erzielt man mit Wasserstoff, allerdings ist die Lagerung des kryogenen flüssigen Wasserstoffs kompliziert, und er ist deshalb nur für Trägerraketen vom Boden in eine Erdumlaufbahn geeignet.

Mit *Ionenantrieb* sind Brenndauern von mehreren Monaten möglich. Es werden Ionen ausgestoßen, die zuvor erzeugt worden sind, und dann elektromagnetisch beschleunigt. Die erreichbaren Geschwindigkeiten liegen bei 30–50 km/s (mehr als das 10-Fache herkömmlicher Treibstoffe), die Ausstoßgeschwindigkeit bei 50–100 km/s. Die Raumsonde Deep-Space 1 (gestartet 1998) verwendet einen solchen Antrieb, Edelgasionen (Xenon)



Abb. 4.11 Die im Rahmen des SpaceX Projekts entwickelte Falcon Rakete. (Space X Photos)

werden mit 50 km/s ausgestoßen, und die Energie, welche für die Ionisation benötigt wird, erzeugt man mit Solarzellen. Zwar ist der Schub nur gering, dieser kann aber über mehrere Monate aufrechterhalten werden, und deshalb ist die erreichbare Endgeschwindigkeit um eine Größenordnung höher als beim chemischen Antrieb. Der gesamte Xenon-Vorrat beträgt 81,5 kg. Da die Ausströmgeschwindigkeit das 10-Fache beträgt, benötigt man nur 1/10 der Menge an Treibstoff gegenüber herkömmlichen Brennstoffen. Bei Telekommunikationssatelliten hat sich der Ionenantrieb durchgesetzt; nicht als primärer Antrieb zum Erreichen der Umlaufbahn, sondern um die durch die Störungen von Mond und Sonne entstehenden Drifts auszugleichen.

Mithilfe eines *Sonnensegels* wird der von der Sonne kommende Lichtdruck (der auch die Schweife der Kometen ablenkt) ausgenutzt, und man kann damit praktisch zum Nulltarif Massen bis etwa zur Jupiterbahn hin transportieren.

Beim Eintritt eines Raumschiffs in eine Planetenatmosphäre tritt durch Reibung hohe Wärmeentwicklung auf, und man schützt sich dagegen durch ein sogenanntes Hitzeschild, meist in Form einer langsam abdampfenden Schicht. Dabei erzeugt das verdampfende



Abb. 4.12 Die gelandete ausgebrannte Raketenstufe von Falcon. (SpaceX Photos)

Material eine dünne Gasschicht zwischen Raumfahrzeug und Atmosphäre, die einen zu großen Wärmefluss auf das Raumfahrzeug verhindert *(Ablationskühlung)*. Die *Abbremsung* in einer Planetenatmosphäre nutzt man auch bei der aerodynamischen Bremsung aus, wenn man z. B. ein Raumfahrzeug in die Umlaufbahn um einen Planeten bringen will. Bei der Ankunft ist das Raumfahrzeug zu schnell und fliegt mehrmals tangential durch die obersten Schichten der Planetenatmosphäre, wobei es jedes Mal abgebremst wird.

Zur Berechnung der Kreisbahnen künstlicher Satelliten geht man vom *Dritten Keplergesetz* aus und berücksichtigt, dass $m_{\text{Sat}} \ll m_{\text{Erde}}$ ist. Dann lautet die Umlaufzeit:

$$U = 2\pi\sqrt{\frac{r_k^3}{Gm_{\text{Erde}}}} = 84{,}491\left(\frac{r_k}{r_{\text{Erde}}}\right)^{3/2}\ [\text{min}] \tag{4.101}$$

Dabei wurde mit einer Kreisbahn (Index k) gerechnet. Befindet sich ein Satellit 35 790 km oberhalb der Erdoberfläche, dann hat er eine Umlaufzeit von 23^{h} und 56^{m}, also einem Sterntag, und befindet er sich in der äquatorebene der Erde, dann steht er relativ zur rotierenden Erde still *(geostationärer Orbit, GEO)*. Satellitenmissionen zu äußeren Planeten erfolgen oft auf sehr komplizierten Bahnen (Abb. 4.14).

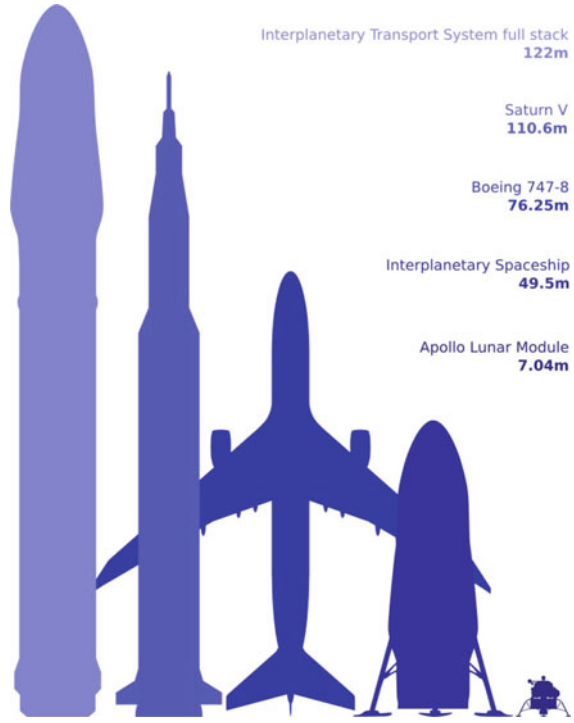


Abb. 4.13 Vergleich der unterschiedlichen Raketensysteme mit einer Boeing 747: BFR, Big Falcon Rockt, Apollo-Saturn C Rakete, das interplanetare Raumschiff der BFR sowie die Mondlandefähre, die bei den Apollo-Missionen verwendet wurde (erste bemannte Mondlandung am 21. Juli 1969). Magnetostroy

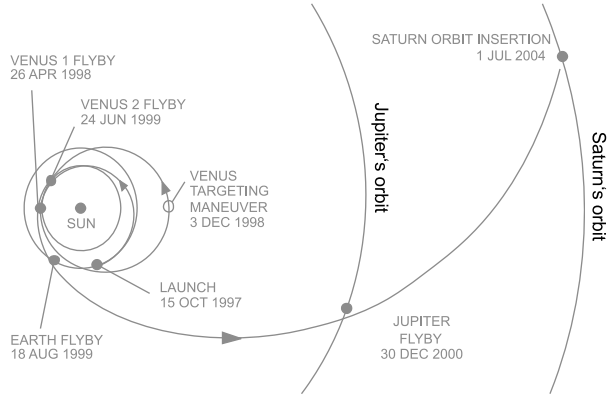


Abb. 4.14 Bahn der *Cassini-Mission* zum Saturn. Durch mehrere *gravity assists* wird die endgültige Bahn zum Saturn erreicht. Umstritten war der nahe Vorbeiflug am 18.08.1999 an der Erde (1 200 km Entfernung), da sich an Bord der Raumsonde zur Energieversorgung 30 kg Plutonium befinden

4.5.3 Satellit im Erdorbit

Die Erde ist eine Ellipse mit der Exzentrizität e und den großen Achsen a_e und a_P. Dabei gilt

$$a_p = a_e(1 - e^2)^{1/2} \tag{4.102}$$

Sei $\omega = 7{,}292115 \times 10^{-5}\,\mathrm{rad/s}$, $M = 5{,}977 \times 10^{27}\,\mathrm{g}$ (Erdrotation bzw. Erdmasse) und r und ϕ Radius und geozentrische Breite eines Punktes an der Oberfläche sowie V das Gravitationspotenzial, das der Laplace-Gleichung genügt, dann kann man das Geoid durch ein konstantes Potenzial U darstellen:

$$U = V - \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \cos^2\phi \tag{4.103}$$

und

$$V = -\frac{GM}{r}\sum_{n=0}^{\infty} J_n \left(\frac{a_e}{r}\right)^n P_n(\theta) \tag{4.104}$$

$a_e = 6{,}378160 \times 10^8\,\mathrm{cm}$, $P_n(\theta)$ sind die *Legendre-Polynome.* Man kann die Legendre-Polynome z. B. durch die Formel von *Rodriguez* berechnen:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}(x^2 - 1)^n \tag{4.105}$$

Wenn der Ursprung des Koordinatensystems im Schwerpunkt liegt, dann ist $J_1 = 0,\ J_2 = 1$, und man erhält:

$$V \approx -\frac{GM}{r} + \frac{GMa_e^2 J_2}{2r^3}(3\sin^2\phi - 1) \tag{4.106}$$

mit $J_2 = 1{,}08270 \times 10^{-3}$. Dies kann man ableiten aus der Änderung des aufsteigenden Knotens Ω bzw. der Änderung des Perigäums ω eines Satelliten, der die Erde umkreist:

$$\frac{\partial\Omega}{\partial t} \approx -9{,}97\left(\frac{a_e}{a}\right)^{3/2}(1 - e_0^2)^{-2}\cos i_0 \tag{4.107}$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} \approx 4{,}98\left(\frac{a_e}{a_0}\right)^{3/2}(1 - e_0^2)^{-2}(5\cos^2 i_0 - 1) \tag{4.108}$$

Die Einheiten sind dabei ° pro Tag. Dies soll auch illustrieren, wie man mithilfe von Satellitenbahnen auf die Form eines Planeten schließen kann.

4.5.4 Einflüsse auf Satellitenbahnen

Es gibt folgende Einflüsse:

- Restatmosphäre
- Sonnendruck
- Abplattung der Erde
- Triaxialität

Abplattung Die Erde ist keine ideale Kugel, sondern an den Polen leicht abgeplattet. Die Länge des aufsteigenden Knotens Ω und der Winkelabstand des Perigäums ω der Satellitenbahn ändern sich.

Der Einfluss auf Ω:

$$\dot{\Omega} = -9{,}9641 \left(\frac{R_{\text{Erde}}}{a} \right)^{\frac{7}{2}} \frac{\cos i}{\left(1 - \varepsilon^2\right)^2} \tag{4.109}$$

Durch Auswahl einer geeigneten Inklination erreicht man, dass sich der Satellit bezüglich der Sonne synchron bewegt:

$$\dot{\Omega} = \frac{360^\circ}{364\,\text{Tage}} \tag{4.110}$$

$\Rightarrow i = 98{,}1^\circ$ (also eine fast polare Bahn)

Einfluss auf ω:

$$\dot{\omega} = 4{,}98 \left(\frac{R_{\text{Erde}}}{a} \right)^{\frac{7}{2}} \frac{5\cos^2 i - 1}{\left(1 - \varepsilon^2\right)^2} \tag{4.111}$$

Durch geeignete Auswahl der *Inklination* kann man auch erreichen, dass das Perigäum immer über demselben Punkt liegt:

$$\dot{\omega} = 0 \rightarrow 5\cos^2 i - 1 = 0 \Rightarrow i = 63^\circ \tag{4.112}$$

Triaxialität Einfluss auf große Halbachse a. Die ungleichmäßige Massenverteilung der Erde bewirkt auf der Umlaufbahn unterschiedliche Beschleunigungen.

Gravitation Einfluss auf Inklination; ist die Satellitenbahn gegenüber der Sonnenbahn (bzw. Mondbahn) um den Winkel α geneigt, dann erfolgt eine Präzession der Satellitenbahn mit der Frequenz:

$$\frac{di}{dt} = \frac{3}{4} \frac{\mu_{\text{Sonne}}}{\mu_{\text{Erde}}} \left(\frac{\sqrt{R_{\text{Erde}}}}{R_{\text{Sonne}}} \right) \sin\alpha \cos\alpha \tag{4.113}$$

Sonnendruck Einfluss auf Exzentrizität, der Strahlungsdruck der Sonnenstrahlung bewirkt eine kontinuierliche Beschleunigung von der Sonne weg. Dies hängt ab von der Fläche (Solarpanele) und vom Reflexionsfaktor.

Restatmosphäre diese stört die große Halbachse a. Bis zu einer Höhe von etwa 500 km bewirkt die Restatmosphäre die stärkste Störung.

4.6 Resonanzen und Chaos im Planetensystem

Unser Planetensystem erweckt zunächst den Eindruck einer Unveränderlichkeit. Doch es gibt durchaus chaotische Phänomene. Wir behandeln zunächst kurz den Begriff Chaos und dann Resonanzen im Sonnensystem sowie bei exoplanetaren Systemen. Diese können stabilisierend wirken, aber auch zu Planetenwanderungen führen. Im Extremfall werden Planeten aus ihren Systemen katapultiert und existieren dann als *free floating* Planeten. Wir zeigen auch, wie sich der Fehler bei Langzeitintegrationen vergrößert.

4.6.1 Chaos

Pierre Simon Laplace (1749–1827) untersuchte die *Stabilität* des Sonnensystems, indem er die Gleichungen vereinfachte und so auf analytische Lösungen des N-Körperproblems kam. Später jedoch stellte sich heraus, dass gerade diese Terme zu *Chaos* führen können. Von *Laplace* stammt die Idee, dass man bei Kenntnis aller Anfangsbedingungen (d. h. Örter und Geschwindigkeiten) aller Teilchen des Universums die Vergangenheit und die Zukunft vollständig vorhersagen kann. Dies wird als Laplace'scher Dämon bezeichnet.

Die Chaostheorie zeigte, dass auch vollständig deterministische Systeme chaotisch werden können.

Henri Poincaré (1854–1912) fand dann, dass Chaos und Resonanzeffekte im Sonnensystem eine große Rolle spielen.

Chaotisches Verhalten kann man z. B. folgendermaßen charakterisieren: Zwei Bahnen (Trajektorien) mit eng benachbarten Anfangsbedingungen laufen exponentiell auseinander. Man kann z. B. zeigen, dass ein Fehler in der Exzentrizität der Erdbahn von 10^{-n} rad Lösungen produziert, die nach $n \times 10^7$ Jahren nur mehr sinnlose Werte ergeben. Sei der Zustand eines Systems durch n Zustandsgrößen x_i beschrieben. Ein Unterschied Δx_i wächst dann exponentiell, und die *Liapunov-Exponenten* λ_i ergeben sich aus:

$$\Delta x_i(t) = e^{\lambda_i t} \Delta x_i(t = 0) \tag{4.114}$$

Ist ein $\lambda_i > 0$, dann ergibt sich exponentielles Wachstum, das System wird unvorhersagbar.
Ein bekanntes Beispiel dazu ist der *Schmetterlingseffekt.*

> Der Flügelschlag eines Schmetterlings in Europa kann einen verheerenden Wirbelsturm in Florida auslösen.

Aus einer extrem unbedeutenden kleinen Störung kann sich eine Katastrophe entwickeln.

4.6.2 Resonanzen im Sonnensystem

Von einer *Resonanz* spricht man, wenn zwei Perioden in einem ganzzahligen Verhältnis stehen. Sehr oft trifft das auf Umlaufperioden zu. Die Umlaufperiode des Jupitermondes *Io* beträgt 1,769 Tage, die des Mondes *Europa* genau das Doppelte. Daher handelt es sich um eine 2:1-Resonanz. Zwischen *Mars* und *Jupiter* gibt es einen Gürtel aus *Kleinplaneten (Asteroiden).* Resonanzen können stabilisierend wirken oder das Gegenteil erzeugen. Betrachten wir Jupiter, einen Asteroiden und die Sonne, ein klassisches eingeschränktes Dreikörperproblem. Gefährlich werden Konjunktionen zwischen Asteroid und Jupiter, wenn sich der Asteroid im Aphel befindet. Ungefährlich ist es hingegen, wenn der Asteroid zwar im Aphel, aber Jupiter weit entfernt ist. Im *Saturnsystem* findet man Resonanzen zwischen den Monden *Mimas* und *Tethys, Enceladus* und *Dione* sowie *Titan* und *Hyperion.* Zwischen *Neptun* und dem Zwergplaneten *Pluto* gibt es eine 3:2-Resonanz. Im Jahre 1867 entdeckte *D. Kirkwood* Lücken im *Asteroidengürtel* zwischen Mars und Jupiter bei 3:1-Resonanz ($a = 2{,}5$ AE) und 2:1-Resonanz ($a = 3{,}3$ AE) mit Jupiter. An diesen Stellen finden sich chaotische Bahnen, und Asteroiden können durch leichte Störungen z. B. in das Innere des Sonnensystems gelangen.

Weitere Beispiele für Resonanzen sind *Spin-Bahn-Resonanzen: Merkur* befindet sich in einer 3:2-Spin-Bahn-Resonanz und unser Mond in einer 1:1-Spin-Bahn-Resonanz, da er uns stets dieselbe Seite zeigt. Ursache dafür sind Gezeiteneffekte (im Falle Merkur durch die nahe, massereiche Sonne).

4.6.3 Migration von Planeten

Die Bildung eines Planetensystems geht aus von kilometergroßen *Planetesimalen* als Vorstufe der großen Planeten. Diese schließen sich dann zu Planeten zusammen. Durch Beobachtung extrasolarer Planeten zeigt sich, dass hier oft chaotische Vorgänge stattfinden. Resonante Wechselwirkungen eines bereits gebildeten Planeten mit Planetesimalen innerhalb seines Orbits können zu zwei Effekten führen:

- Die Planetesimale werden nach außen geschleudert. Dies könnte z. B. zur Entstehung der Oort'schen Wolke geführt haben, die unsere Sonnensystem umgibt.
- Der Planet selbst wandert (migriert) weiter zu seinem Mutterstern (Zeitskalen sind relativ kurz, ca. 10^6 Jahre). Auf diese Weise kann man sich Exoplaneten in geringer Distanz zu ihrem Zentralstern erklären, deren Masse größer als die des Jupiter ist (Abb. 4.15).

Bei der Bildung unseres Sonnensystems könnte sich also Jupiter um einige 0,1 AE nach innen bewegt haben und die Planetesimale (Masse einige Erdmassen) nach außen, möglicherweise auch Neptun um einige AE nach außen.

4.6.4 Chaos im Sonnensystem

Unser Sonnensystem entstand vor etwa 4,6 Mrd. Jahren durch Kontraktion einer interstellaren Gaswolke. Es bildeten sich aus zunächst winzigen Staubkörnchen größere Einheiten, sogenannte *Planetesimale* (einige Kilometer groß) , und aus diesen die Protoplaneten. Beim Zusammenstoß der frühen Erde mit einem marsgroßen Protoplaneten ist unser Mond entstanden. Auch die langsame retrograde Rotation der *Venus* lässt auf eine Kollision in ihrer Frühzeit schließen.

Die Rotation der beiden winzigen *Plutomonde Nix* und *Hydra* ist chaotisch. Dies hängt damit zusammen, dass Pluto einen relativ großen Mond, *Charon* besitzt. Auch der Saturnmond *Hyperion* rotiert infolge von Wechselwirkungen mit Saturns größtem Mond Titan chaotisch.

Langzeitberechnungen des Sonnensystems zeigen, dass Merkur möglicherweise mit Venus kollidieren könnte oder gar aus dem Sonnensystem herausgeschleudert wird. Dies könnte innerhalb der nächsten 5 Mrd. Jahre passieren. Bei diesen Berechnungen muss man

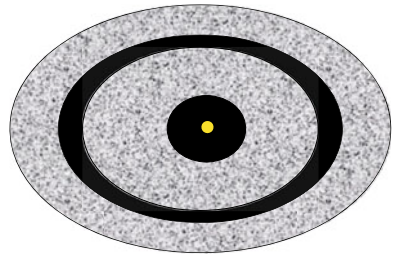


Abb. 4.15 Wanderung (Migration) von Planeten. Besitzt ein Planet mehr als 0,1 Jupitermassen, kann er eine Lücke (engl. gap) im Nebel aus Planetesimalen erzeugen und sich dort stabil aufhalten. Die Viskosität in der Scheibe zieht den Planeten jedoch in Richtung Zentralstern. In einem Bereich von etwa 0,1 AE um diesen gibt es eine Zone, die aufgrund des stellaren Magnetfeldes bzw. Sternenwindes frei von Teilchen ist, und der Planet kann dort parken

berücksichtigen, dass der *Fehler* der errechneten Größe d mit der Zeit t nach folgendem Gesetz zunimmt:

$$d(t) = d(0)10^{\frac{t}{10}} \tag{4.115}$$

$d(t)$ ist die Größe zum Zeitpunkt t, $d(0)$ die Messgröße zum Ausgangszeitpunkt $t = 0$. Wichtig: t ist in Mio. Jahren anzugeben. Nehmen wir also an, wir wollten den Wert einer Größe wie die große Bahnhalbachse der Erde nach 200 Mio. Jahren Rechnung bestimmen. Wir gehen davon aus, dass wir den Wert auf 10^{-9} m Genauigkeit kennen. Dann wird $d(200) = 10^{-9}10^{20} = 10^{11}$ m, das ist fast so groß wie die große Bahnhalbachse der Erde selbst.

▶ Die bei numerischen Methoden zwangsläufig entstehenden Fehler nehmen mit der Zeit stark zu. Nur durch spezielle Tricks kann man hier zu vernünftigen Zahlen gelangen!

4.7 Finsternisse

Sonnen- und Mondfinsternisse zählen zu den spektakulärsten Himmelsereignissen und rufen in den Medien ein großes Echo hervor. Wann treten derartige Finsternisse ein, wie kann man sie vorhersagen?

4.7.1 Mondfinsternisse

Bei einer totalen Mondfinsternis taucht der Mond ganz in den Kernschatten der Erde. Die mittlere Länge des *Schattens* der Erde beträgt 217 Erdradien und reicht damit weit über die Entfernung Erde-Mond (60 Erdradien) hinaus. Der Winkelradius beträgt 41′, der Radius des Mondes nur 15,5′. Der Winkelradius des Halbschattens beträgt 75′. Der Mond bewegt sich ca. um seinen eigenen Durchmesser pro Stunde weiter (also 33′). Deshalb dauert die Totalität bei einer Mondfinsternis bis zu 1,7 h. Die Gesamtfinsternis dauert bis zu 3,8 h, die penumbrale Phase bis zu 6 h. Eine *Halbschattenfinsternis* ist mit freiem Auge praktisch nicht zu sehen. Wichtig bei einer Mondfinsternis ist die Refraktion in der Erdatmosphäre. Das Sonnenlicht, welches tangential an der Erde einfällt, wird um die doppelte Horizontrefraktion (also 70′) abgelenkt, und deshalb beträgt die Länge des tatsächlichen Schattens nur 40 Erdradien. Auch während der Totalität ist der Mond daher nicht völlig abgedunkelt, sondern bekommt Licht (dunkelrot bis purpur, blaues Licht wird stärker absorbiert als rotes). Die Helligkeit des Mondes während seiner totalen Verfinsterung hängt ab vom Zustand der oberen Erdatmosphäre (der wiederum von der Sonnenaktivität beeinflusst wird). Zum Beispiel waren Mondfinsternisse nach dem Ausbruch des Vulkans Krakatau sehr dunkel, weil während dieser Zeit große Staubmassen in der Erdatmosphäre waren. Mondfinsternisse können

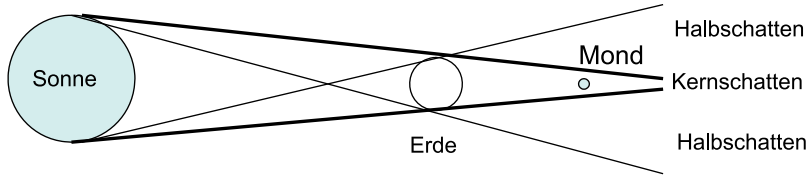


Abb. 4.16 Entstehung einer Mondfinsternis (die Größenverhältnisse sind nicht maßstabsgerecht)

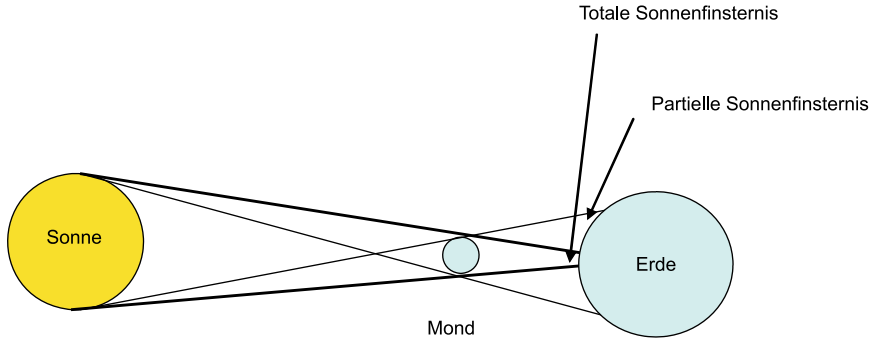


Abb. 4.17 Entstehung einer Sonnenfinsternis. Bei einer ringförmigen Sonnenfinsternis reicht der Kernschatten des Mondes nicht bis zur Erde (die Größenverhältnisse sind nicht maßstabsgerecht)

nur bei Vollmond auftreten, da aber die Mondbahn um 5° gegen die Ekliptik geneigt ist, finden sie nur statt, wenn der Vollmond in der Nähe des Knotens (Schnittpunkt Mondbahn mit Ekliptik) steht (Abb. 4.16).

Mondfinsternisse kann man nach der *Danjon*-Skala klassifizieren, je nachdem, wie hell der Mond während der totalen Verfinsterung erscheint.

- L = 0: sehr dunkel; Mond während der Totalitätsmitte beinahe unsichtbar.
- L = 1: dunkel; grau oder braun; Details auf Mond nur schwer erkennbar.
- L = 2: tiefrot bis rostbraun; sehr dunkler Zentralschatten, Rand des Kernschattens hell.
- L = 3: ziegelrot; Kernschatten hat hellen, gelben Saum.
- L = 4: sehr hell; Mond erscheint kupferrot bis orange. Kernschatten hat bläulichen Saum.

Diese Klassifikation erfolgt mit freiem Auge oder Feldstecher.

4.7.2 Sonnenfinsternisse

Bei Neumond, allerdings nur in den günstigsten Fällen, reicht der Schatten des Mondes bis zur Erde und überstreicht dann einen kleinen Bereich (etwa 200 km). Der Mond bewegt sich mit 1 km/s von West nach Ost, die Rotation der Erde beträgt ca. 400 m/s, d. h. die

Sichtbarkeitszone wandert auf der Erde (Abb. 4.17). Der Schatten kommt von außen an, erster Berührungspunkt = Finsternis bei Sonnenaufgang. Finsternisse sind günstig, wenn die Sonne im Aphel (Erdferne) steht und der Mond im Perigäum (Erdnähe). Der maximale Durchmesser des Kernschattens beträgt 264 km, die Geschwindigkeit etwa 0,5 km/s und die maximale Dauer für einen Ort somit 7^m36^s. Sonnenfinsternisse sind 1,6-mal häufiger als Mondfinsternisse, allerdings sind für einen bestimmten Ort die Mondfinsternisse häufiger (eine Sonnenfinsternis ist im Mittel nur alle 400 Jahre für einen bestimmten Ort auf der Erde sichtbar, während die Zahl der Mondfinsternisse um mehr als das 1000-Fache höher liegt). In 1 000 Jahren hat man ca. 1 500 Mondfinsternisse und 2 400 Sonnenfinsternisse (Abb. 4.18). Eine graphische Darstellung aller Sonnenfinsternisse im Zeitraum 2001–2025i findet man in den Abb. 4.19 (totale Sonnenfinsternisse) bzw. Abb. 4.20 (ringförmige Sonnenfinsternisse).

Da 242 drakonitische Monate 223 synodischen Monaten entsprechen (= 18 Jahre und 10,3 oder 11,3 Tage, je nachdem wie viele Schaltjahre dazwischen liegen), wiederholen sich Finsternisse nach Ablauf dieser Zeit *(Saroszyklus).*

Am Beginn eines Saroszyklus finden Finsternisse immer (meist partiell) an den Polargebieten statt und wandern dann immer mehr nach S bzw. N, und auch der Bedeckungsgrad nimmt zu. Zur Mitte des Zyklus haben die Finsternisse die längste Dauer und sind um den Äquator beobachtbar. Gegenwärtige gibt es 25 Zyklen, die zentrale Finsternisse erzeugen, und 14 Zyklen, die noch keine zentralen Finsternisse erzeugen (sich also noch am Anfang bzw. Ende befinden).

Die totale Sonnenfinsternis vom 29.03.2006 (z. B. in der südlichen Türkei sichtbar) gehört zu einem Zyklus (Nummer 139), der 71 Finsternisse in einem Zeitrahmen von 1262 Jahren umfasst, davon sind 16 partiell, 43 total und 12 ringförmig. Der Zyklus begann am 17.05.1501 und endet am 03.07.2763. Die längste totale Sonnenfinsternis dieses Zyklus wird am 16. Juli 2186 eintreten.

Für einen bestimmten Ort auf der Erde muss man allerdings drei Saroszyklen warten, bis sich eine Finsternis wiederholt. Die letzte totale Sonnenfinsternis, die von Mitteleuropa aus gesehen werden konnte, ereignete sich am 11.08.1999.

Beispiel

Finsternis vom 29.03.2006 (z. B. in der südlichen Türkei sichtbar). Die nächste wird am 8. April 2024 eintreten, allerdings nach W verschoben über Nordamerika. Vorher gab es am 18.03.1988 eine Finsternis, die in Indonesien sichtbar war.

Beispiel

Man schätze ab, wann die nächste Finsternis stattfinden wird, die demselben Zyklus angehört wie die letzte totale bei uns sichtbare Sonnenfinsternis.

Nach drei Saroszyklen wiederholt sich die Finsternis in etwa: also 3×18 Jahre + 3×11 Tage würde als Datum den 13.09.2053 ergeben, tatsächlich findet eine Finsternis am 12.09.2053 statt, wobei von Mitteleuropa aus gesehen die Sonne am Vormittag zu etwa 50 % verfinstert sein wird.

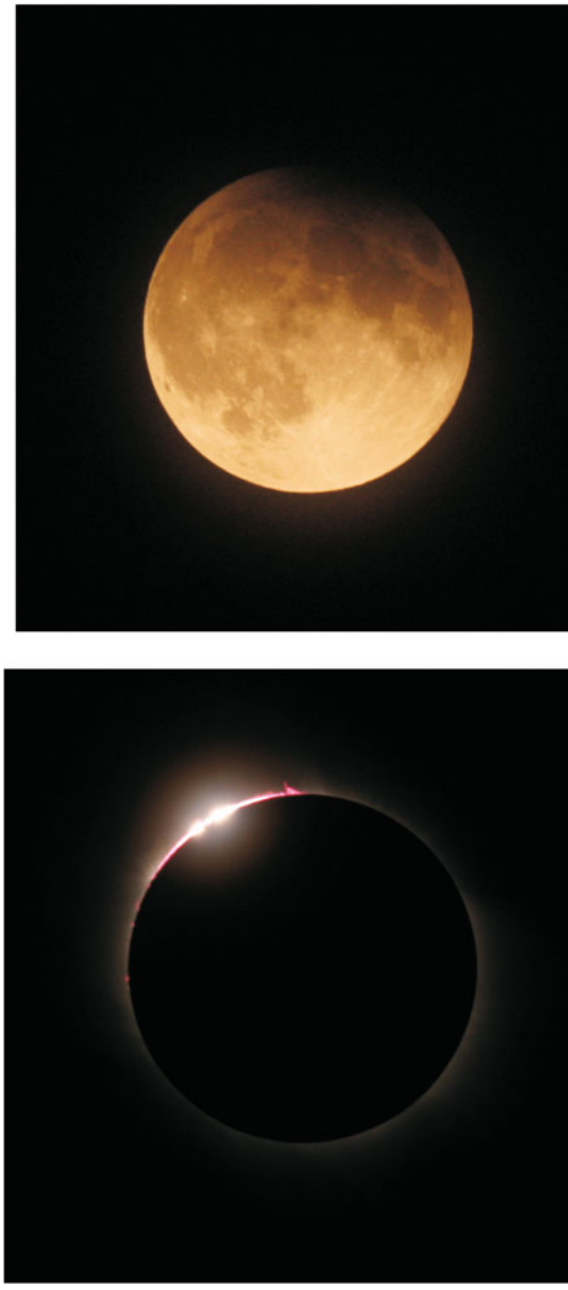


Abb. 4.18 Oben: Partielle Mondfinsternis. Unten: Totale Sonnenfinsternis, Diamantringphänomen und Protuberanz. (A. Hanslmeier, Privatsternwarte)

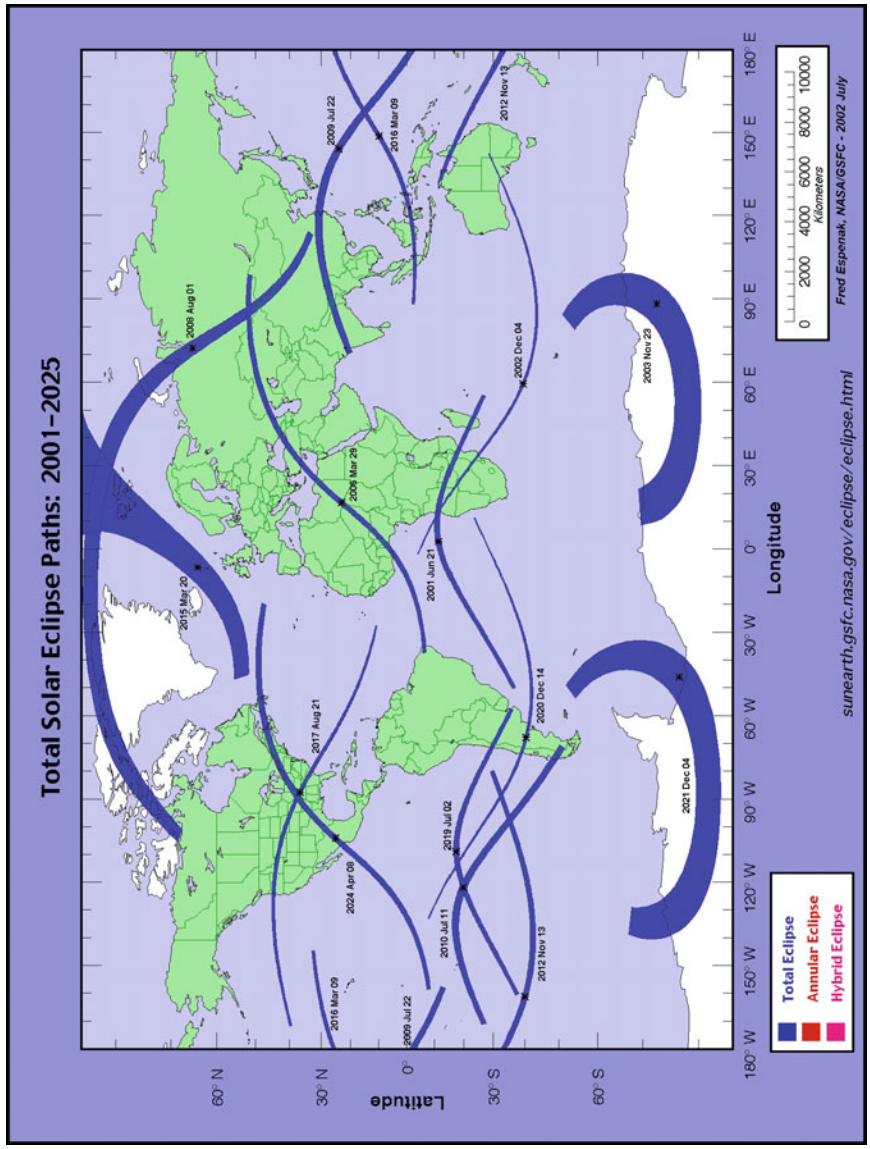


Abb. 4.19 Totale Sonnenfinsternisse 2001–2025. (Nach Espenak)

Da sich der Mond von der Erde um 4 cm pro Jahr entfernt (Gezeitenreibung), folgt, dass es nach 600 000 Jahren nur mehr ringförmige Finsternisse geben wird.

Eine partielle Mondfinsternis und eine totale Sonnenfinsternis findet man in der Abb. 4.18.

Sonnenfinsternisse können nur bei Neumond, Mondfinsternisse nur bei Vollmond stattfinden. Der Mond muss sich dabei in der Ekliptik befinden.

4.7.3 Planetentransits

Von einem Transit eines Planeten spricht man, wenn dieser von der Erde aus gesehen vor der Sonnenscheibe vorübergeht. Dies betrifft nur die unteren Planeten Merkur und Venus und ist wegen deren Bahnneigung ein seltenes Ereignis. Der letzte in Mitteleuropa zu beobachtende *Venustransit* fand am 8. Juni 2004 statt und dauerte etwa sechs Stunden. Die Venusbahn ist um 3,4 Grad gegenüber der Erdbahnebene geneigt. Venustransits ereignen sich in Abständen von 8, 105, 5, 8 und 121,5 Jahren. Der Venustransit am 06.06.2012 war von Mitteleuropa aus nur noch in den letzten Phasen zu sehen, sobald die Sonne aufging. Im Jahre 1769 wurde von *James Cook* im Pazifik und dem Wiener Hofastronomen *Maximilian Hell* in Norwegen ein Venustransit beobachtet. Daraus erhält man die *Sonnenparallaxe* und die Entfernung Erde–Sonne. Der nächste Venustransit wird sich am 11. Dezember 2117 ereignen (Abb. 4.20).

Eine historische Aufnahme eines Venustransits ist in Abb. 4.21 gegeben. Man erkennt Venus vor der Sonnenscheibe oben als großen schwarzen Punkt. Auch einige Sonnenflecken sind zu sehen.

Beispiel

Bestimmung der Venusparallaxe und der Sonnenentfernung. Hat man zwei Aufnahmen der Venus während eines Transits zur Verfügung, die zum selben Zeitpunkt an zwei möglichst weit entfernten Orten gemacht wurden, dann bestimmt man die Abstände des Planeten vom Mittelpunkt der Sonnenscheibe auf den beiden Bildern und erhält x_1, x_2. Die Venusparallaxe beträgt dann $\pi_V = x_1 - x_2$.

Merkurtransite ereignen sich 14-mal pro Jahrhundert. Der letzte Transit war am 11. November 2019 zu beobachten, der nächste wird dann erst am 13. November 2032 zu sehen sein.

Transits extrasolarer Planeten sind auch eine der wichtigsten Detektionsmethoden.

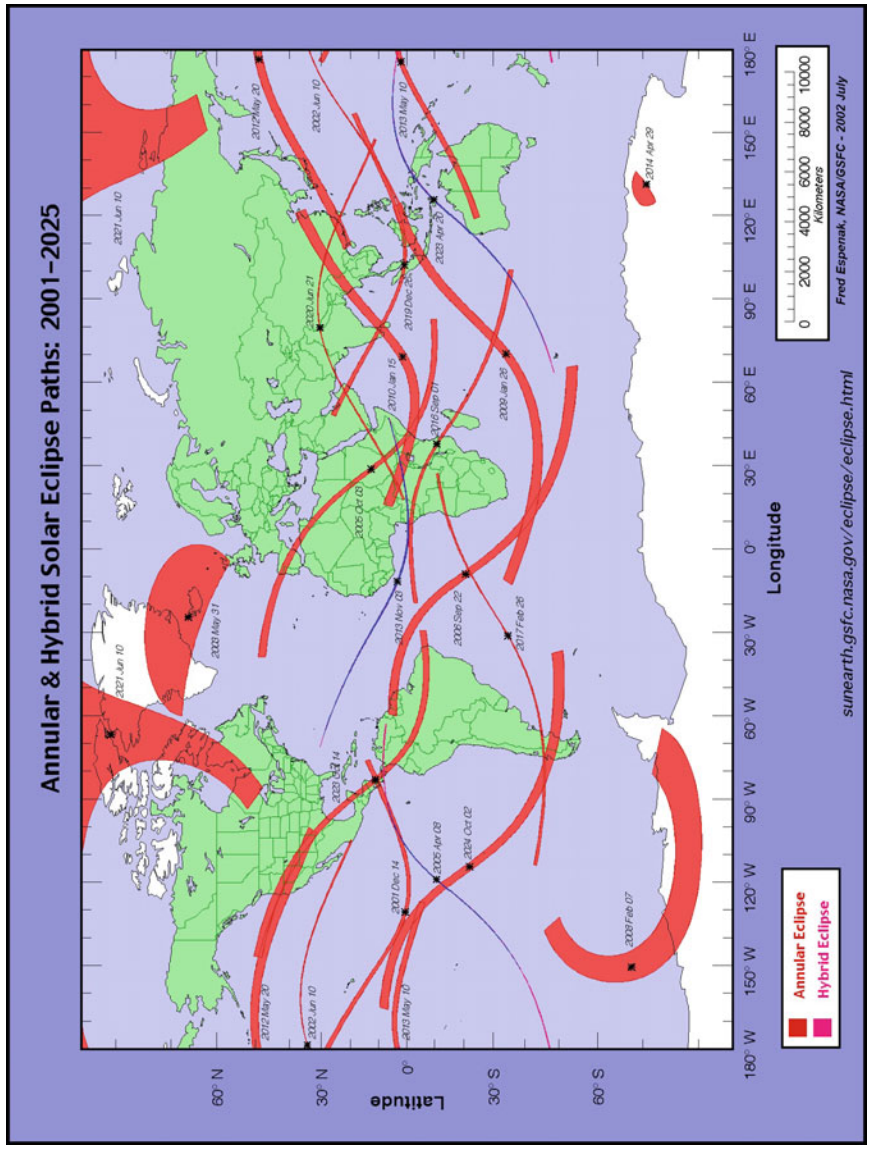


Abb. 4.20 Ringförmige Sonnenfinsternisse 2001–2025. (Nach Espenak)

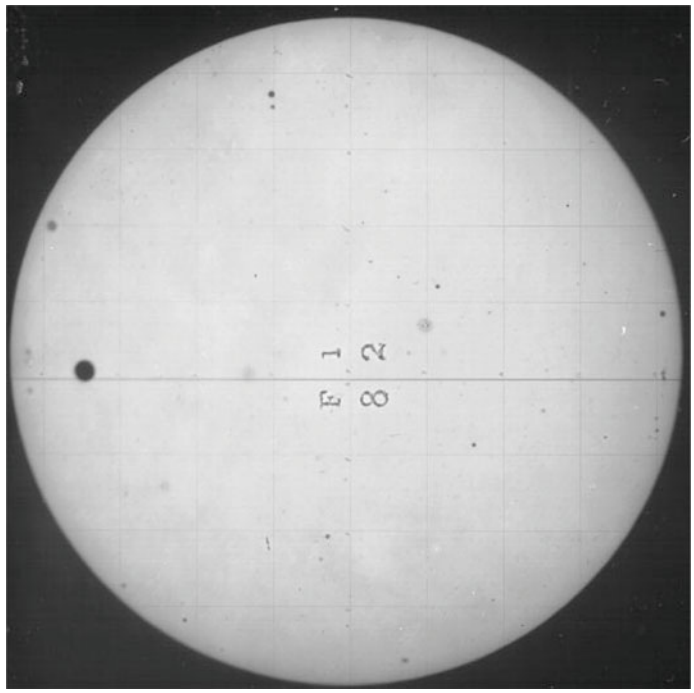


Abb. 4.21 Die wahrscheinlich erste photographische Aufnahme des Planeten Venus bei einem Transit am 6. Dezember 1882. US Naval Obs

Geht ein dem Mutterstern nahestehender Planet von uns aus gesehen vor dem Stern vorbei, kommt es zu einer geringen Helligkeitsabschwächung. Durch photometrische Messungen des Sterns HD 209458 ist es im Jahre 1999 erstmals mit einem 0,8-m-Teleskop gelungen, den Helligkeitsabfall des Sterns durch einen planetaren Transit zu messen: Der Helligkeitsabfall betrug 1,58 % oder 0,017 Größenklassen.

4.8 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.

Einführung in die Himmelsmechanik, A. Guthmann, Spektrum, 2000
ABC der Himmelsmechanik, W. Broda, Curriculum, 2007
Ephemeridenrechnung Schritt für Schritt, D. Richter, Springer, 2017
Einführung in die Astrodynamik und Ephemeridenrechnung, I. Klöckl, 2014
Clestial Calculations, J. K. Lawrence, MIT Press, 2019

Aufgaben

4.1 Man berechne die Perihel- und die Apheldistanz für den Zwergplaneten Pluto, $a = 39{,}88$ AE, $e = 0{,}25$, und vergleiche die Werte mit der großen Bahnhalbachse des Neptun ($a = 4509 \times 10^6$ km).

Lösung
Hinweis: $r_{\text{perihel}} = a(1 - e)$

4.2 Man berechne, wann Perihelzeit und Sommersolstitium in der Vergangenheit und in der Zukunft zusammenfallen. Welche Auswirkungen könnte dies auf das Klima der Erde haben?

Lösung
Zusammenfall Perihel und Sommersolstitium ergeben wärmere Sommer.

4.3 Kann man Venus einige Wochen nach ihrer oberen Konjunktion am Morgen- oder am Abendhimmel sehen?

Lösung
Abendhimmel

4.4 Man diskutiere, für welche Objekte die Periheldrehung sehr groß werden könnte.

Lösung
Für große Massen M und kleine Bahnhalbachsen a.

4.5 Man finde die Masse des Uranus in Einheiten der Erdmasse. Der Uranusmond Miranda umkreist den Planeten in 1,4 Tagen in einer mittleren Entfernung von 128 000 km.

Lösung
Dies setzt man in das 3. Keplergesetz ein und findet für Uranus eine Masse von 14 Erdmassen (die Erdmasse beträgt $5{,}9 \times 10^{24}$kg).

4.6 Gegeben sei ein Komet mit einer Umlaufperiode von sieben Jahren. Wie groß ist seine große Bahnhalbachse?

Lösung
$a = 3{,}7$ AU.

4.7 Wie lange dauert eine Reise zum Jupiter (a = 5,2 AE) auf einer Ellipsenbahn?

Lösung
Am wirtschaftlichsten ist eine Bahn mit $2a = 1\,\text{AE} + 5,2\,\text{AE}$, daher ist $a = 3,1\,\text{AE}$. Unter Anwendung des dritten Keplergesetzes $P^2 = a^3$ folgt: P = 5,5 Jahre.

Astronomische Instrumente

5

Inhaltsverzeichnis

5.1 Teleskope 117
5.2 Moderne optische Teleskope 130
5.3 Detektoren 134
5.4 Nicht-optische Teleskope 138
5.5 Spektroskopie 145
5.6 Strahlung und Spektrum 148
5.7 Weiterführende Literatur 158
Aufgaben 159

Bevor das Licht astronomischer Objekte die Erdoberfläche erreicht und damit das Teleskop eines Observatoriums bzw. den Empfänger (CCD, Photoplatte, Auge), ist es zahlreichen Veränderungen ausgesetzt:

- intergalaktisches und interstellares Medium führen zu einer Rötung,
- Atmosphäre der Erde,
- Teleskopoptik.

All dies ist zu berücksichtigen, wenn man das Licht eines Objektes mittels eines Detektors (CCD, Auge, …) analysiert.

5.1 Teleskope

Teleskope sind die wichtigsten Beobachtungsinstrumente der Astrophysik. Was sind die grundlegenden Eigenschaften eines Teleskops? Wie ermittelt man die Vergrößerung und welche Details lassen sich damit auf Planeten erkennen (Auflösungsvermögen).

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_5

5.1.1 Grundlegende Eigenschaften

Das Grundprinzip eines Teleskops besteht darin: Linsen (Refraktor) oder Spiegel (Reflektor) sammeln das Licht in einem Brennpunkt, *Fokus.*

Bei einer Linse (Abb. 5.1) wird ein umgekehrtes Bild erzeugt, und die Distanz zwischen Linse und Bild nennt man *Brennweite.* Analog ist das bei einem gekrümmten Spiegel (Abb. 5.2) (meist parabolisch geschliffen). Sei f die Brennweite und d der Durchmesser des Spiegels oder des Objektivs, dann definiert man das Öffnungsverhältnis N:

$$N = f/d \tag{5.1}$$

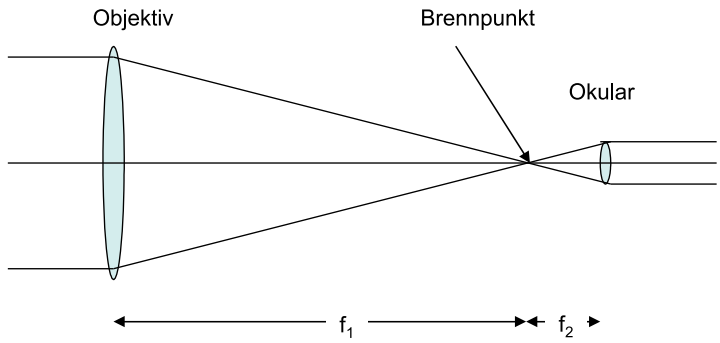


Abb. 5.1 Prinzip: Refraktor; f_1 Brennweite des Objektivs, f_2 Brennweite des Okulars. Die Vergrößerung beträgt $V = f_1/f_2$

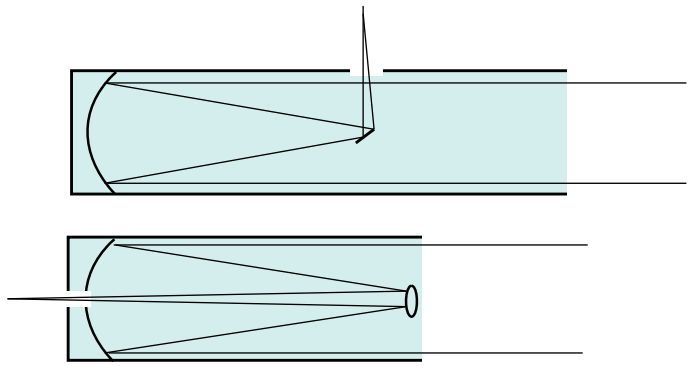


Abb. 5.2 Spiegelteleskope: Typ Newton (oben) und Typ Cassegrain (unten)

Dieses bestimmt die Helligkeit eines Bildes. Je größer das Öffnungsverhältnis, desto heller werden flächenhafte Objekte abgebildet. In der Photographie verwendet man den Ausdruck *Blende:* Wenn z. B. $f = 1000\,\text{mm}$ und $d = 200\,\text{mm}$ ist, dann spricht man von Blende 5 oder $f/5$. Bei $f/8$ muss man viermal so lange belichten wie bei $f/4$, da sich das Licht auf die vierfache Fläche aufteilt.

Sei d_0 die Distanz des Objekts zur Linse (Spiegel) und d_i die Distanz des Bildes zur Linse (Spiegel), dann:

$$1/d_0 + 1/d_i = 1/f \tag{5.2}$$

Wie *groß* erscheint ein Bild eines ausgedehnten Objekts? Wird der Mond, dessen scheinbarer Durchmesser am Himmel 0,5° beträgt, auf eine Größe von 10 cm abgebildet, dann wäre die Skala $0{,}05°/\text{cm}$. Man erhält die Formel:

$$s = 0{,}01745\,f \tag{5.3}$$

Dabei ist s in Einheiten von f pro Grad und wird als *Plattenskala* bezeichnet. Der Faktor 0,01745 ist die Anzahl von rad pro Grad.

Nehmen wir an, eine Brennweite von 90 cm sei gegeben. Um also 1° auf einem CCD-Chip abzubilden, wäre eine Chipgröße von $0{,}0175 \times 90 = 1{,}57\,\text{cm}$ nötig!

Eine andere vereinfachte Formel zur Berechnung der Plattenskala lautet:

$$\text{Plattenskala}\,[''/\text{Pixel}] = \frac{206{,}3 \times \text{Pixel}\,[\mu\text{m}]}{\text{Brennweite}\,[\text{mm}]} \tag{5.4}$$

Dabei bedeutet *Pixel* die Größe eines Pixelelements auf einem CCD-Chip (Abschnitt CCD). Um die Auflösung eines Bilddetails auf dem Chip zu ermöglichen, werden zwei Pixel benötigt (dies ist als *Nyquist-Theorem* bekannt).

Die *Austrittspupille* ist definiert als Produkt von Okularbrennweite und Öffnungsverhältnis. Bei einem Teleskop mit einem Okular von 10 mm Brennweite und einem Öffnungsverhältnis 1:10 beträgt die Austrittspupille 1 mm.

Teleskope sammeln Licht. Das *Lichtsammelvermögen, LSV*, eines Teleskops hängt von der Fläche $d^2\pi/4$ des Objektivs ab.

Vergleichen wir das Lichtsammelvermögen des menschlichen Auges mit dem Lichtsammelvermögen eines 50-cm-Objektivs. Die Pupille des menschlichen Auges ist etwa 0,5 cm groß. $\rightarrow LSV = (50/0{,}5)^2 = 10\,000$

Der Durchmesser der *menschlichen Augenpupille* ändert sich mit dem Lebensalter (Tab. 5.1).

Tab. 5.1 Durchmesser der menschlichen Augenpupille

Alter	10	20	30	40	50	60	70	80 Jahre
Durchm.	8	8	7	6	5	4	3	2,3 mm

Die *Vergrößerung V* ist definiert wie folgt: Wenn F die Brennweite des Objektivs (Spiegel oder Linse) ist und f die Brennweite des Okulars, durch welches man das vom Objektiv erzeugte Bild betrachtet, dann gilt:

$$V = F/f \tag{5.5}$$

Beobachtet man also z. B. ein Objekt mit einer 200-fachen Vergrößerung, dann hat es einen um das 200-fache größeren Winkeldurchmesser, als wenn man es mit dem freien Auge betrachtet.

▶ Als einfache Faustregel kann man sich auch merken: Der Durchmesser des Sonnenbildes in Zentimetern ist gegeben durch die Brennweite in Metern. Ein Teleskop mit 50 m Brennweite erzeugt also ein 50 cm großes Sonnenbild.

Die *Mindestvergrößerung,* bei der man ohne Randabschattung beobachten kann, findet man durch: Eintrittspupille[1]/Augenpupille.

Eine sehr wichtige Kenngröße eines Teleskops ist das *Auflösungsvermögen,* welches bestimmt, bei welchem Winkel zwei Objekte noch getrennt gesehen werden können oder welche Feinstrukturen man auf Planeten, Mond, Sonne, Galaxien etc. erkennen kann.

▶ Auflösungsvermögen:

$$\Theta_{\min} = 206.265\lambda/d \ [''] \tag{5.6}$$

Die Zahl 206.265 ist die Zahl der Bogensekunden in 1 rad = $3600 \times 180/\pi$. λ ist die Wellenlänge, bei der man beobachtet, und d der Objektivdurchmesser. Da das Objektiv (Spiegel oder Linse) kreisförmig ist, muss man Gl. 5.6 noch mit 1,22 multiplizieren, da zusätzliche Beugungseffekte auftreten.

Beispiel

Auflösungsvermögen eines 10-cm-Teleskops bei einer Wellenlänge von 500 nm.

$$1{,}22\,\Theta_{\min} = 1{,}22 \times 206.265 \times 500 \times 10^{-9}/0{,}1 = 1{,}25''$$

[1] Die Eintrittspupille ist gleich der Öffnung des Objektivs (Spiegel).

Stehen also zwei Sterne mehr als 1,25″ entfernt, kann man sie noch mit einem 10-cm-Teleskop getrennt sehen. Die genaue Theorie des Auflösungsvermögens eines Teleskops zeigt:

- Das Objektiv erzeugt eine Beugungsfigur, wobei sich bei guten Objektiven 84 % des Lichts im Zentralbild befinden.
- Die weiteren Minima nach der Beugungstheorie ergeben sich aus den Nullstellen der Besselfunktionen. Das zentrale Beugungsscheibchen nennt man auch Airy-Scheibchen. Für die vom Zentrum aus gemessene Intensität ergibt sich beim Abstand r:

$$I(r) = \left(\frac{J_1(r)}{r}\right)^2 \tag{5.7}$$

  Dabei sind J_1 die Besselfunktionen erster Art:

$$J_n(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r (\frac{x}{2})^{2r+n}}{\Gamma(n+r+1)r!} \tag{5.8}$$

  Die Besselfunktionen sind Lösungen der Bessel'schen Differenzialgleichung:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2)y = 0 \tag{5.9}$$

  In Abb. 5.3 sind die Lösungen von (5.7) aufgetragen.
- Das erste Minimum tritt auf bei $1{,}22\,\lambda/d$

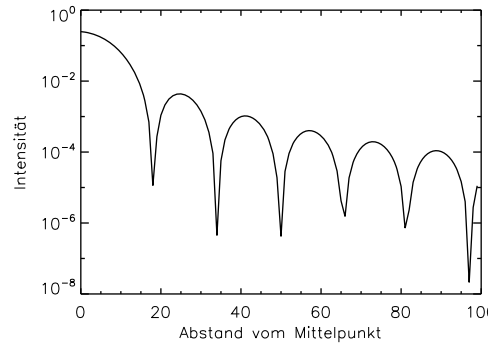


Abb. 5.3 Radiale Variation der Intensität hinter einer kreisförmigen Blende. Bei guten Objektiven liegen 84 % des Lichts im Zentralbild, welches einen Radius von $\alpha = 1{,}22\,\lambda/d$ hat

Die wichtigste Kenngröße eines Teleskops ist dessen Auflösungsvermögen, das sich durch die Teleskopöffnung ergibt.

5.1.2 Seeing und große Teleskope

Durch die *Erdatmosphäre* sind dem Auflösungsvermögen eines Teleskops natürliche Grenzen gesetzt. Das Blinken der Sterne entsteht durch Turbulenzen in der Erdatmosphäre. Bewegen sich größere Luftmassen der Erdatmosphäre gegeneinander, so bewegt sich auch das Bild oder Teile davon (bei ausgedehnten Objekten wie z. B. der Sonne), und dieser Effekt der schlierenartigen Unschärfen wird als *Blurring* bezeichnet. Die Effekte der Erdatmosphäre auf die Qualität astronomischer Beobachtungen werden unter dem Begriff *Seeing* zusammengefasst. Da das Seeing meist im Bereich einer Bogensekunde liegt, ist das tatsächliche Auflösungsvermögen eines 10-cm-Teleskops kaum schlechter als das eines 5-m-Teleskops wie es z. B. das Mt.-Palomar-Teleskop ist.

Weshalb baut man dann Riesenteleskope (Tab. 5.2) mit Durchmessern bis über 10 m? Einerseits steigt mit größerem Teleskopdurchmesser das Lichtsammelvermögen, man erkennt also schwächere Objekte. Andererseits kann man das Seeing gering halten durch:

Tab. 5.2 Große erdgebundene Teleskope

Öffnung [m]	Höhe [m]	Name/Ort
10,4	2500	GRANTECAN
		La Palma, Spanien
10,0	4145	W.M. Keck, Mauna Kea, USA
≈ 10	1750	SALT, South African Astr. Obs.
8,4	3170	LBT, Mt. Graham, AZ
8,3	4100	Subaru, Hawaii, Nat. Obs. of Japan
8,2	2600	ESO-VLT, Paranal, Chile
8,1	4100	Gemini North, Mauna Kea
8,1	2700	Gemini South, Chile
6,00	2070	BTA6, Bolschoi, Mt. Pastukov, Russland
5,08	1706	Hale, Mt. Palomar, USA

- Site testing: Man testet sehr sorgfältig die Beobachtungsbedingungen, bevor man den Standort eines neuen Teleskops festlegt. Die Beobachtungsbedingungen und damit das Seeing sind deutlich besser auf hohen Bergen oder Bergen auf kleinen Inseln.
- Adaptive Optik: Durch Verformung des Spiegels wird das Bild korrigiert.

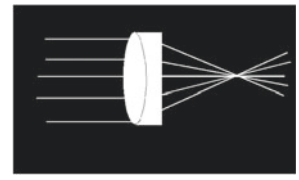
5.1.3 Abbildungsfehler

Der Preis eines Teleskops richtet sich nach der Korrektur der Abbildungsfehler. Wir besprechen hier die wichtigsten:

Bereits bei einem achsenparallel einfallenden Lichtbündel treten auf:

- *Chromatische Aberration:* Die Brennweite hängt ab vom Brechungsindex n des Glases, welcher wiederum von der Wellenlänge abhängig ist. Kurzwelliges Licht wird stärker gebrochen als langwelliges, daher $f_{\text{blau}} < f_{\text{rot}}$. Der Brennpunkt des blauen Lichtanteils liegt näher beim Objektiv. Die Bilder erscheinen mit einem farbigen Rand. Man verwendet daher als Objektiv einen *Achromaten,* eine zusammengesetzte Linse mit unterschiedlichem $n(\lambda)$, z. B. Kronglas und Flintglas. Je nach Glassorten spricht man von einem photographisch oder visuell korrigierten Objektiv (Abb. 5.4).
  Wichtig: Dieser Fehler tritt bei einem Spiegelteleskop nicht auf, da die Reflexion unabhängig von der Wellenlänge ist.
- *Sphärische Aberration:* Die Außenbereiche einer Linse (Spiegel) haben eine kürzere Brennweite als die weiter innen liegenden Zonen (Abb. 5.5). Korrektur: *Aplanat,* darunter versteht man eine zusammengesetzte Linse; bei einem Spiegel wird dieser Fehler umgangen indem man ihn zu einem *Paraboloid* schleift.

Abb. 5.4 Achromat



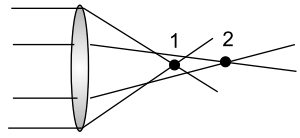


Abb. 5.5 Sphärische Aberration; Randstrahlen werden stärker gebrochen (deren Brennpunkt liegt bei (1))

Bei schrägem Einfall der Lichtbündel tritt zusätzlich auf:

- *Astigmatismus:* Für schief einfallende Lichtstrahlen ist das Objektiv kein Kreis, sondern eine Ellipse. Die Abbildung erfolgt daher nicht in einem Punkt, sondern in zwei Brennebenen.
- *Bildfeldwölbung:* Abbildung nicht in einer Ebene.
- *Koma:* Außerhalb der optischen Achse erscheinen die Sterne „kometenförmig".
- *Verzeichnung:* Das Bild kann kissenförmig oder tonnenförmig verzeichnet sein.

Nach dem *Rayleigh-Strehl-Kriterium* gibt es folgende Toleranzen:

- Fokus: $|\Delta| < 2N^2\lambda$, wobei N das Öffnungsverhältnis f/d ist.
- *Sphärische Aberration:* $D/N^3 < 512\lambda$. Wenn dies erfüllt ist, braucht ein Kugelspiegel nicht parabolisch geschliffen zu werden.
- Koma: $D/N^2 \tan w < 19{,}2\lambda$, w Winkel gegen die Hauptachse.
- Astigmatismus: $D/N \tan^2 w < 2{,}7\lambda$.

5.1.4 Teleskoptypen

Die *Refraktoren* oder Linsenteleskope (Abb. 5.1) bestehen meist aus einem zweilinsigen Achromaten, und das Öffnungsverhältnis liegt zwischen 1:15 und 1:20 → relativ kleines Gesichtsfeld. Der größte Refraktor der Welt befindet sich im Yerkes-Observatorium; er wurde 1897 fertig gestellt und hat einen Objektivdurchmesser von 1,02 m. Größere Refraktoren lassen sich technisch praktisch nicht mehr herstellen, da

- die Herstellung des Objektivs, das möglichst fehlerfrei sein muss, extrem aufwendig ist, und
- die Verteilung des Gewichtes bei einem großen Refraktor ungünstig wird, da das meiste Gewicht (durch die große schwere Linse) vorne beim Objektiv konzentriert ist.

Deshalb baut man Teleskope mit größerer Öffnung – aber auch viele Teleskope im Amateurbereich – als *Spiegelteleskope* (*Reflektoren,* Abb. 5.2). Diese haben die Vorteile:

- keine chromatische Aberration,
- keine sphärische Aberration,
- kostengünstig, nur die Oberfläche muss exakt sein ($\lambda/10$-Kriterium).

Es gibt verschiedene Systeme von Reflektoren, je nach Art des Strahlenganges:

- *Primärfokus:* Bezeichnet nur den Fokus des Hauptspiegels (Primärspiegel). Wird nur bei sehr großen Teleskopen direkt genutzt.
- *Newton-Fokus* (Abb. 5.2 oben): Durch einen 45°-Planspiegel wird das Licht seitlich aus dem Hauptrohr geführt, der Fokus ist nahe beim Hauptrohr. Vorteil: sehr billig, Nachteil: Viele Billig-Reflektoren im Amateurbereich sind so gebaut, es ergeben sich jedoch ein ungewohnter Teleskopeinblick und Schwierigkeiten beim Anvisieren von Objekten.
- *Cassegrain-Fokus* (Abb. 5.2 unten): Der Fangspiegel befindet sich vor dem Primärfokus und ist hyperbolisch geschliffen. Das Licht wird in Richtung Primärspiegel zurückreflektiert und tritt durch eine zentrale Bohrung durch diesen nach außen.
  Man beobachtet also direkt hinter dem durchbohrten Hauptspiegel, was das Anvisieren deutlich erleichtert. Außerdem wird durch den parabolisch geschliffenen Sekundärspiegel die Brennweite verlängert → kompakte Teleskope großer Brennweite. Derartige Teleskope werden in verschiedenen Variationen für den gehobenen Amateurbereich angeboten.
- *Coudé-System:* Durch einen Umlenkspiegel wird der Strahlengang in die Nachführachse des Teleskops (Stundenachse) geleitet, und man bekommt eine räumlich fixierte Lage des Fokus, egal in welche Richtung das Teleskop zeigt. Dadurch ist es dort leichter möglich, schwere Post-Fokus-Instrumente wie Kameras, CCD, Spektrographen etc. anzubringen.
- *Schmidt-Spiegel:* Bei einem sphärischen Hauptspiegel ist die Fokalfläche gekrümmt. → Korrektur: asphärische Korrektionsplatte an der Teleskopöffnung. Vorteil: großes Gesichtsfeld. In Tautenburg befindet sich größte Schmidt-Spiegel, der Durchmesser der Korrektionsplatte beträgt 1,34 m, der des Spiegels 2,00 m, die Brennweite 4,0 m. Damit erzielt man ein sehr großes Gesichtsfeld von $2{,}4° \times 2{,}4°$.



Abb. 5.6 Das Very Large Telescop (VLT) der ESO. Vier 8-m-Teleskope werden zu einem Teleskop über Interferometrie verbunden

5.1.5 Teleskopmontierungen

Das beste optische System ist wertlos, wenn die Montierung schlecht ist. Sie sollte es ermöglichen, das Teleskop exakt an jeden Punkt des Himmels zeigen zu lassen. Man unterscheidet:

- *Azimutale Montierung:* Das Teleskop wird um zwei Achsen, vertikal und horizontal, bewegt. Um die tägliche Bewegung der Himmelsobjekte zu kompensieren, muss man das Teleskop in beiden Achsen gleichzeitig bewegen. Im Zenit hat man einen singulären Punkt. Im Zeitalter der Computersteuerungen ist dies kein Problem mehr. Die großen Radioteleskope sowie große optische Teleskope, aber auch immer mehr Amateurteleskope werden so nachgeführt; meist als Gabelmontierung (Abb. 5.7, 5.8 und 5.9).
- *Parallaktische Montierung* (auch als äquatoriale Montierung bezeichnet): Hier ist die Stundenachse parallel zur Erdachse und die Deklinationsachse senkrecht dazu. Die Erdrotation kann so durch Drehung um eine einzige Achse kompensiert werden (Abb. 5.10). Es gibt verschiedene Montierungstypen: deutsche Montierung, Kniesäulenmontierung, Gabelmontierung, Rahmenmontierung.

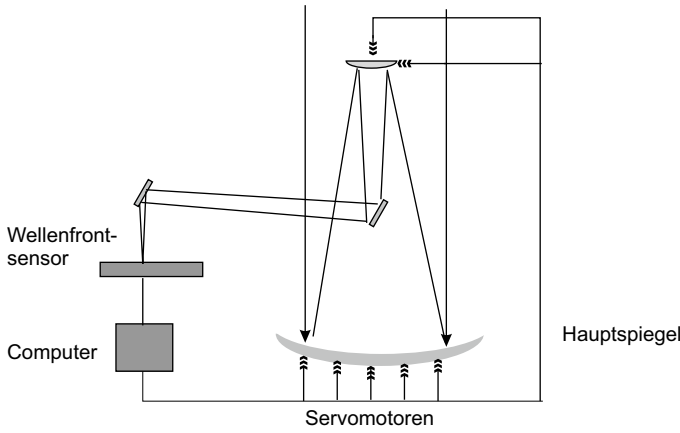


Abb. 5.7 Schema der aktiven Optik beim VLT. Ein Teil des Lichtes wird aus dem Strahlengang zu einem *Wellenfrontsensor, wavefront sensor,* geleitet, der die Störungen der Wellenfront durch die Atmosphäre misst. Die Daten werden dann an Servomotoren weitergegeben, die die Teilspiegel entsprechend deformieren



Abb. 5.8 Big Bear Sonnenobservatorium in Californien, USA. Die Wasseroberfläche wirkt beruhigend auf Luftturbulenzen



Abb. 5.9 Die Teleskope auf dem Mauna Kea in Hawaii, USA. Die beiden Keck-Teleskope (hinten rechts der Bildmitte) sind Zwillinge, jedes hat einen aus 36 Segmenten (Dicke nur 7,5 cm) bestehenden Spiegel von insgesamt 10 m Durchmesser. Die Segmente bestehen aus Zerodur (geringe Wärmeausdehnung). Das Gewicht des Glases beträgt ca. 15 t; die Montierung ist azimutal. Das Gesamtgewicht der beweglichen Teile beträgt ca. 300 t

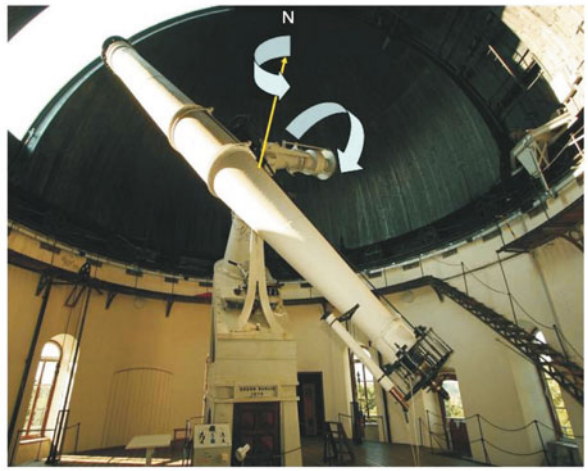


Abb. 5.10 Beispiel für eine parallaktische Montierung: Refraktor der Universitätssternwarte Wien. Die Drehung um die beiden Achsen ist skizziert. (Nach einer Aufnahme von F. Kerschbaum)

- *Coelostat:* Große Sonnenteleskope werden fix montiert (oft in einem Vakuumtank, um Erwärmung der optischen Elemente durch die intensive Sonneneinstrahlung zu vermeiden). Durch zwei Spiegel, Coelostat, wird das Licht in das Eintrittsfenster eines Teleskops gelenkt (Abb. 5.11).

Bei einem guten Teleskop muss auch die Montierung sehr stabil sein und mechanisch einwandfrei, um die Bewegung der Sterne am Himmel durch die Erdrotation zu kompensieren.

5.1.6 Robotische Teleskope

Ein robotisches Teleskop kann astronomische Beobachtungen völlig automatisiert vornehmen. Folgende Komponenten müssen dabei zusammenspielen:

- Automatische Kuppelsteuerung
- Kontrolle der Wetterbedingungen
- Kontrolle und Positionierung des Teleskops
- Kontrolle der CCD-Kamera

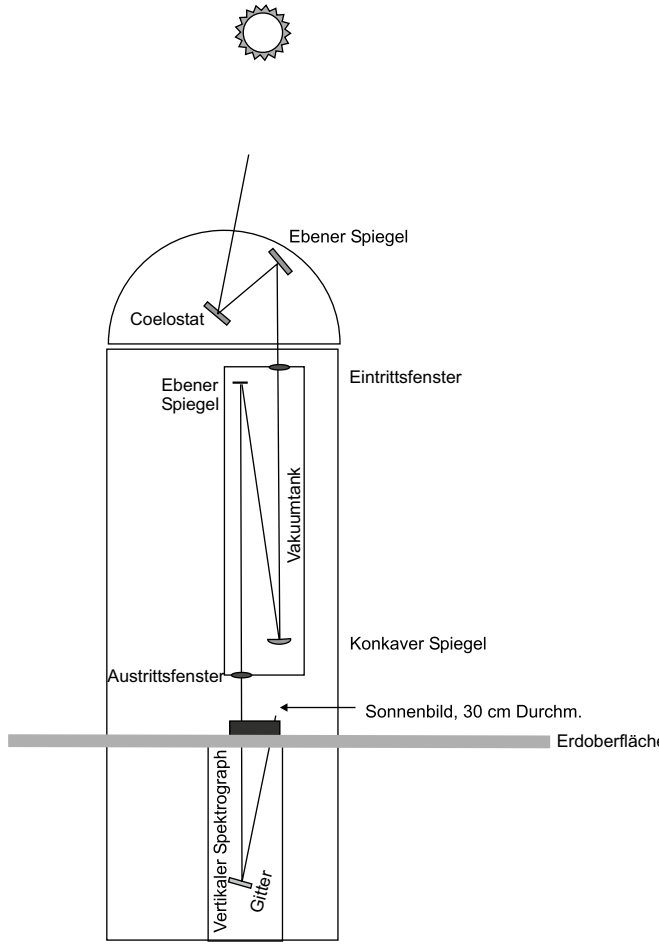


Abb. 5.11 Skizze des Strahlengangs eines Vakuum-Turm-Teleskops zur Sonnenbeobachtung. Das Licht wird in einen vertikalen Turm gespiegelt, der evakuiert ist, um Erwärmungen zu vermeiden. Um ein möglichst großes Sonnenbild zu erhalten, ist eine lange Brennweite notwendig

Beispiele für robotische Teleskope sind ATF (Automated Telescope Facility, Univ. Iowa), LINEAR (Lincoln Near-Earth Asteroid Research), Catalina Sky Survey, Spacewatch usw. Typische Forschungsprojekte für robotische Teleskope sind Supernova Suche, Gamma Ray Bursts (GRB), Überwachung aktiver Galaxienkerne (AGNs), Beobachtung von Kleinplaneten – insbesondere der NEOs (Near Earth Orbits, also Asteroiden, deren Bahn sich der Erdbahn nähert).

5.2 Moderne optische Teleskope

5.2.1 Moderne erdgebundene Teleskope

Das Keck-Observatorium (Abb. 5.9) umfasst zwei Einzelteleskope. Man kann die beiden 10-m-Teleskope entweder einzeln betreiben oder zusammenschalten als Interferometer. Die Teleskope wurden nach neuen Technologien gebaut: Die 10-m-Spiegel bestehen aus 36 einzelnen Segmenten, die jeweils 1,8 m Durchmesser haben und nur 75 mm dick sind. Jeder Spiegel wird separat gesteuert, um Seeingeffekte zu minimieren. Man bekommt daher ein Auflösungsvermögen von $0{,}3''$. Das Teleskop ist auf dem Mauna Kea in Hawaii installiert.

Die europäische Südsternwarte ESO (European Southern Observatory; dieser Organisation gehören 15 Mitgliedsstaaten an, die große Teleskopprojekte gemeinsam fördern) hat das NTT gebaut (New Technology Telescope). Der 3,6 m große Spiegel kann verformt werden: Als Referenz beobachtet man die Abbildung eines hellen Sterns. Sobald diese durch die Erdatmosphäre verändert wird, kann man mittels Servomotoren das Bild korrigieren und daher mittels dieser sogenannten *aktiven Optik* das Seeing weitgehend eliminieren. Durch Aktuatoren wird ein schmales Segment der Spiegel bewegt, und man versucht, eine punktförmige Lichtquelle so punktförmig wie möglich durch Verformung des Spiegels (bis zu 1000 mal/s) zu halten. Als punktförmige Quelle verwendet man sogenannte Guiding Stars.

Das Gran Telescopio de Canarias (GRANTECAN, GTC) wurde zu 90 % von Spanien gebaut und besteht aus 36 Segmenten, die einen 10,4-m-Spiegel ergeben. Es wurde auf der Insel La Palma am Observatorio Roque de los Muchachos im Jahre 2009 feierlich eröffnet. Erste Instrumente am GTC sind OSIRIS (Kamera und Spektrometer für Licht zwischen 0,365 und 1,05 μm Wellenlänge) und CanariCam (Kamera und Spektrometer für das mittlere Infrarot zwischen 8 und 25 μm Wellenlänge).

In der chilenischen Atacama-Wüste hat die ESO am Paranal das VLT (Very Large Telescope) errichtet (Abb. 5.6). Es besteht aus vier Teleskopen mit einem Durchmesser von 8,2 m, jedes der Teleskope kann entweder einzeln betrieben werden oder interferometrisch, d. h., alle vier Teleskope werden zusammen geschaltet (Interferometrie). Bei der Interferenz müssen Wellen kohärent übereinander gelagert werden. Wichtig ist die Kohärenzlänge. Darunter versteht man den maximalen Lichtwegunterschied, den zwei Lichtstrahlen, die aus derselben Quelle stammen, haben dürfen, damit ein Interferenzmuster entsteht. Laserlicht besitzt eine sehr große Kohärenzlänge von Millimeter bis Kilometer, sichtbares Licht nur im μm-Bereich. Die Kohärenzlänge ist abhängig von

- Wellenlänge,
- spektraler Bandbreite.

Interferometrie ist im visuellen Licht schwieriger als im IR und im Radiobereich wegen der geringeren Kohärenzlänge. Das Prinzip, wie man mittels adaptiver Optik das seeing verbessern kann, ist in Abb. 5.7 dargestellt.



Abb. 5.12 Skizze des ELT und Vergleich mit dem Triumphbogen in Paris bzw. den vier VLT-Einheiten. (Bild: ESO)

Ein ehrgeiziges Projekt der ESO ist das ELT, Extremely Large Telescope, dessen Fertigstellung um 2024 erfolgen soll (Abb. 5.12). Die Baukosten werden ca. 1,1 Mrd. EUR betragen. Der Hauptspiegeldurchmesser beträgt knapp 40 m. Der Hauptspiegel besteht aus mehr als 900 hexagonalen Segmenten von je 1,45 m Durchmesser. Der Sekundärspiegel hat einen Durchmesser von 6 m, und von einem Tertiärspiegel kommt das Licht auf einen 2,5-m-Spiegel, der mit 5000 Aktuatoren ausgestattet ist, um die durch die Luftunruhe der Erdatmosphäre verursachten Unschärfen auszugleichen.

Generell: Große Teleskopprojekte sind von einzelnen Staaten kaum mehr finanzierbar, deshalb hat man z. B. die ESO gegründet.

Die bisher besprochenen Teleskope arbeiten vorwiegend im sichtbaren Licht und im nahen Infrarot (IR).

Für die Sonnenbeobachtung sind spezielle Teleskope erforderlich (Abb. 5.7 und 5.10). Das 4-Meter Daniel K. Inoue Solar Telescope, DKIST, wird auf Hawaii errichtet und soll um 2021 in Betrieb gehen (Abb. 5.13). Weitere Sonnenteleskope werden im Kapitel über die Sonne besprochen.

5.2.2 Das Hubble-Space-Teleskop und andere Projekte

Am 24.04.1990 transportierte das amerikanische Space Shuttle Discovery das Hubble-Space-Telescope (HST) in den Weltraum, das am darauffolgenden Tag von den Astronauten freigesetzt wurde. Ursprünglich hätte es bereits 1982 in den Orbit gelangen sollen, der Start wurde auf 1986 verschoben. Durch die Challenger-Katastrophe (alle Astronauten starben bei der Explosion in der Raumfähre kurz nach dem Start am 28.01.1986) verschob sich dann der Start auf 1990, was etwa drei Jahrzehnte nach den ersten Überlegungen bezüglich eines



Abb. 5.13 Das D.K. Inouye Solar Telescope, das auf Hawaii errichtet wird. (Bild: NSF)



Abb. 5.14 Das Weltraumteleskop (Hubble Space Teleskop). Man erkennt die beiden ausgestreckten Solarzellenarrays sowie die offene Schutzklappe

Weltraumteleskops bedeutete. Das HST ist bisher das teuerste astronomische Experiment mit einem Kostenpunkt von mehr als 2,0 Mrd. US$ (Abb. 5.14).

Bei den ersten Aufnahmen stellte sich heraus, dass der 2,4 m große Hauptspiegel (Abb. 5.15) falsch geschliffen war, wobei die Abweichung vom Rand zum Zentrum 2,5 µm betrug (vgl. $\lambda/10$-Kriterium!). Dies führte zu einer starken sphärischen Aberration. Die Abbildung eines punktförmigen Sterns verteilte sich so anstatt auf die geforderten 0,1 Bogensekunden auf 0,7 Bogensekunden. Erst im Jahre 1993 ist es gelungen, mit einer Zusatzoptik (Abb. 5.16) diesen Fehler zu kompensieren, und es wurde auch eine neue Kamera installiert.

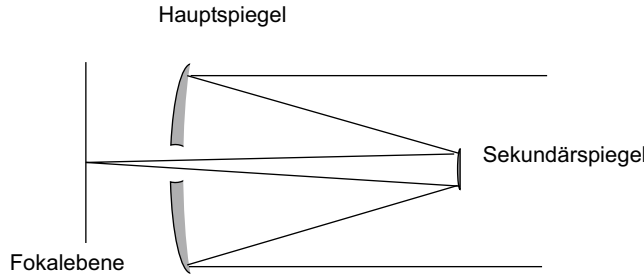


Abb. 5.15 Optisches Schema des HST

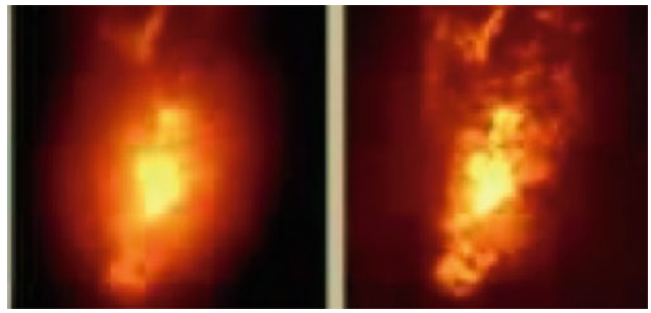


Abb. 5.16 Mithilfe des COSTAR-Systems konnte im Jahre 1993 eine wesentliche Bildverbesserung des HST erreicht werden

Im jetzigen Zustand fallen 70 % des Sternenlichts in den Bereich von 0,1 Bogensekunden. Im Jahre 1997 fand eine neuerliche Servicemission statt.

Nachfolger des Hubble-Teleskops (Abb. 5.17) soll das um 2021 in Betrieb gehende *James-Webb-Teleskop* sein (JWST). Dieses wird einen 6,5-m-Spiegel besitzen. Dieser Spiegel besteht aus 18 sechseckigen Segmenten die sich erst im Weltraum entfalten. Die Spiegel bestehen aus dem sehr leichten Element Beryllium. Man wird damit das sehr stark nach rot verschobene Licht früher Galaxien beobachten können (also im IR). Das Teleskop wird sich am Lagrange-Punkt L2 befinden. Dieser Punkt liegt im System Sonne–Erde immer hinter der Erde. Die Gesamtkosten liegen bei fast 10 Mrd. US$.

Spezielle Satellitenprojekte (z. B. für Sonnenbeobachtung) werden in den entsprechenden Kapiteln behandelt. Obwohl der Bau großer erdgebundener Teleskope sehr teuer wird, sind die Kosten gegenüber Weltraumteleskopen immer noch geringer und vor allem notwendige Servicemissionen einfacher. Durch aktive Optik kann man eine Beobachtungsqualität vergleichbar mit derjenigen von Weltraumteleskopen erhalten.

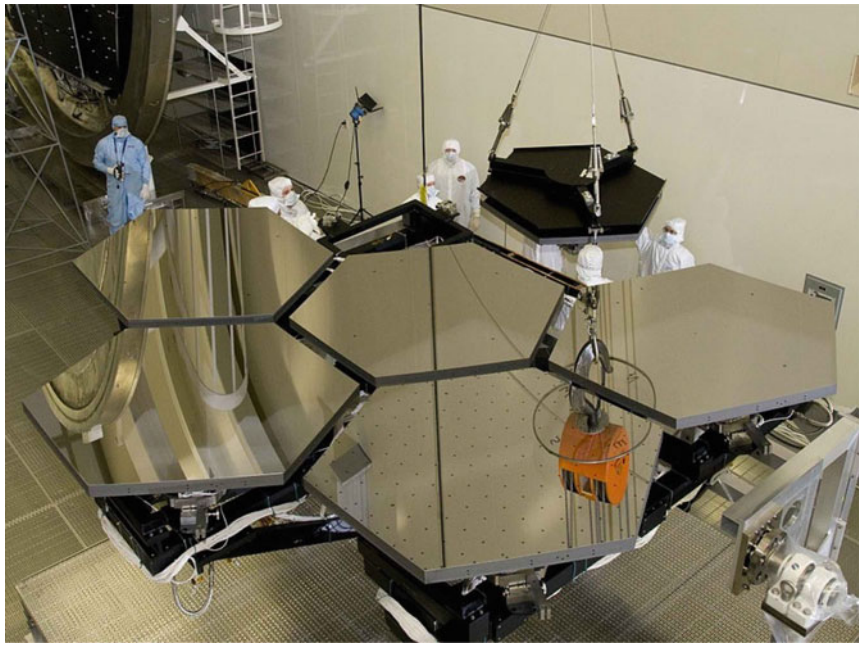


Abb. 5.17 Einzelne Segmente des JWST werden auf ihre Kältetauglichkeit getestet. (Quelle: NASA/MSFC/Emmett Givens)

5.3 Detektoren

Das im Teleskop eingefangene Licht wird mit einem Detektor beobachtet bzw. aufgezeichnet. Nur sehr selten beobachtet man direkt visuell am Teleskop. Wir besprechen die Eigenschaften der Detektoren. Meist verwendet man:

- Photographie,
- Photomultiplier,
- CCD.

5.3.1 Menschliches Auge und Photographie

In der Astronomie verwendet man zumeist *Photoplatten* anstelle eines Films.[2] Photoplatten sind ebene Glasplatten, auf denen die photographische Emulsion aufgetragen ist (z. B. Bromsilber, AgBr; Korngröße 20 μm). Oft werden die Platten auch noch einer speziellen

[2]Die erste Photographie stammt von *Nicéphore Niépce* aus dem Jahre 1826.

Behandlung unterzogen, um lichtempfindlicher zu sein. Die *Quantenausbeute* ist definiert als Q:

$$Q(\lambda) = \text{Zahl d. detektierten Photonen/Zahl d. einf. Photonen} \tag{5.10}$$

Beispiele für die Quantenausbeute:
menschliches Auge: bei 550 nm beträgt $Q = 0{,}01$,
photographische Platte: zwischen 440 und 650 nm (sichtbarer Bereich) liegt die Quantenausbeute ebenfalls bei $Q = 0{,}01$, aber es gibt einen *akkumulierenden Effekt:* je je länger die *Belichtungszeit,* desto größer ist die durch die Lichteinwirkung hervorgerufene *Schwärzung.*

Der Zusammenhang zwischen einfallender Lichtmenge und Schwärzung S ist die empirisch zu bestimmende *Schwärzungskurve,* die nur in einem bestimmten Bereich linear ist.

Das menschliche *Auge* besitzt zwei lichtempfindliche Rezeptoren:

- *Zapfen:* farbempfindlich, aber nur wenig lichtempfindlich,
- *Stäbchen:* sehr lichtempfindlich, wenig farbempfindlich.

Die Zapfen befinden sich vorwiegend an der Stelle der Netzhaut, wo ein fixierter Gegenstand abgebildet wird *(Fovea),* die Stäbchen außerhalb. Deshalb sieht man schwache leuchtende bzw. schwach beleuchtete Objekte am besten durch sogenanntes *indirektes Sehen,* das heißt, man blickt nicht direkt auf das Objekt, sondern etwas daneben. Dies erklärt auch, weshalb man schwach leuchtende Gasnebel im Teleskop mit dem Auge nur schwarz-weiß erkennt.

> Bei Beobachtungen mit bloßem Auge kann man mit einem Teleskop wegen der Lichtschwäche der meisten Objekte keine Farben erkennen.

Als *Adaption* bezeichnet man die Gewöhnung des Auges an die Dunkelheit. Der Pupillendurchmesser passt sich in wenigen Sekunden an, die Empfindlichkeitsänderung der Netzhaut hingegen geht mit der Regeneration des *Sehpurpurs* einher und benötigt bis zu 30 min. Das Auflösungsvermögen des menschlichen Auges beträgt etwa $1'$.

Bei den *Photozellen* nutzt man den *photoelektrischen Effekt.* Sobald Licht auf bestimmte Materialien trifft, wird ein Elektron freigesetzt, und diese Elektronen erzeugen einen messbaren Strom. Bei einem *Photomultiplier* werden durch ein freigesetztes Elektron sehr viele erzeugt (bis 10^5). Bei den Photozellen liegt die Quantenausbeute zwischen 10 % und 20 %.

5.3.2 CCD

Bei einer *charged coupled device (CCD)* handelt es sich um einen kleinen Chip (etwa 1 cm^2) aus einer großen Zahl lichtempfindlicher Pixel (typische Größen sind heute 2000 mal

2000 Pixel) bestehend. Jedes dieser Pixel kann man mit einer Photozelle vergleichen, die Ladungen akkumuliert. Diese Ladungen werden dann mittels einer komplizierten Elektronik zeilenweise ausgelesen und ergeben das Bild. Der große Vorteil besteht in der nahezu 100 %-igen Quantenausbeute. Außerdem hat man das Bild sofort in digitaler Form vorliegen und kann es weiterverarbeiten, ins Internet stellen usw. Eine Stunde Belichtung eines CCD-Chips mit einem 60-cm-Teleskop liefert Bilder von gleich schwachen Objekten wie 1 h photographische Belichtung mit einem 5-m-Teleskop!

Zählt man Photonen eines Signals, dann wird diese Zahl schwanken, aufgrund von *Rauschen* des Detektors, Störungen durch die Erdatmosphäre und anderen Effekten. Sei σ_m die Standardabweichung vom Mittelwert der gezählten Photonen und $< N >$ die mittlere Zahl der Photonen, dann ist das *Signal/Rausch-Verhältnis* gegeben durch:

$$S/N =< N > /\sigma_m \tag{5.11}$$

Je größer diese Zahl, desto besser die Qualität der Beobachtungen. Nimmt man eine *Poisson-Verteilung* an, dann ist:

$$\sigma_m =< N >^{1/2} \tag{5.12}$$

und somit

$$S/N =< N >^{1/2} \tag{5.13}$$

Zählt man daher 10^4 Photonen, dann beträgt das S/N-Verhältnis 100. Wenn f den auf den Detektor fallenden Photonenfluss bezeichnet und t die Belichtungszeit (Integrationszeit) und Q die Quantenausbeute, dann gilt:

$$< N >= Qft \qquad S/N = (Qft)^{1/2} \tag{5.14}$$

5.3.3 CMOS

CMOS steht für *complementary metal oxide semiconductor.* Die Elemente werden in großer Zahl für Computerchips hergestellt und sind daher sehr billig. Im Prinzip handelt es sich dabei um eine vollständige Kamera auf einem Chip, d. h. alle dafür erforderlichen Transistoren, Schaltkreise usw. sind bereits vorhanden. Das vereinfacht das Auslesen: Man kann Teile eines CMOS auslesen und sogar einzelne Pixel (dies ist bei den CCDs nicht möglich). Man findet CMOS-Chips in allen Digitalkameras bzw. Videokameras. Gegenwärtig werden für hohe Anforderungen noch CCDs eingesetzt, aber die billigere CMOS-Technik hat sich stark weiterentwickelt.

5.3.4 Back-illuminated sensor

Normale CCDs haben eine Detektionswahrscheinlichkeit für ein einzelnes Photon von etwa 60 %. Durch eine spezielle Schaltung kann man dies bei den hintergrundbeleuchteten CCDs bis auf 90 % steigern. Diese Technik wird kommerziell bei Kameras für Objektsicherungen, und auch in der Astronomie, eingesetzt und ist stark im Kommen.

Photoplatte, CCD, CMOS bsitzen gegenüber dem menschlichen Auge den Vorteil, dass sie Photonen akkumulieren, je länger das Objekt belichtet wird, desto schwächere Details werden erkennbar.

5.3.5 Speckle-Interferometrie

Da das Seeing meist $>1''$ beträgt, kann man bei größeren Teleskopen das Auflösungsvermögen durch sehr kurzzeitige Aufnahmen (0,1 … 0,01 s) steigern, da bei diesen kurzzeitigen Aufnahmen das Seeing eingefroren ist: Die *Turbulenzelemente* der Erdatmosphäre liegen bei einer Größe von 10 bis 20 cm und die Fluktuationszeit im Bereich 1/100 s. Man erhält so einzelne Strukturelemente *(speckles)* von der Größenordnung des Auflösungsvermögens des Teleskops. Um das Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu verbessern, werden mehrere 100 Bilder überlagert.

Mit dieser Technik war es möglich, erstmals direkt Sterndurchmesser zu bestimmen, so hat z. B. der Stern α Cyg, *Deneb,* den 145-fachen Radius der Sonne.

5.3.6 Bildkorrektur

Wie bereits besprochen, wird durch die Luftunruhe in der Erdatmosphäre die Qualität astronomischer Beobachtungen wesentlich beeinflusst. Beim *Shack-Hartmann-Sensor* wird durch eine Anordnung von kleinen Linsen das Teleskopbild auf viele Sub-Aperturen zerlegt. Man errechnet die Verschiebung *(tilt)* der optischen Wellenfronten bei diesen Sub-Aperturen, und aus den *tilt-Korrekturen* ergibt sich dann eine wesentlich schärfere Abbildung. Dies ist die einfachste Form der adaptiven Optik.[3] Man benötigt jedoch immer einen geeigneten Referenzstern *(guiding stars).* Das Signal wird dann an einen deformierbaren Spiegel zur Korrektion weitergegeben. Bei der *multiconjugate adaptive optics* werden mehrere deformierbare Spiegel verwendet. Als Alternative zu einem *guiding star* kann man auch einen Laser guiding star verwenden (LGS). Bei den Rayleigh guide stars verwendet man Laser in Nähe des UV-Bereichs, und die Strahlen werden in 15–25 km Höhe rückwärts gestreut.

[3] Sogenannte *tip tilt correction.*

Bei den Natrium guide Lasers sendet man Licht bei 589 nm aus, dadurch kommt es zur Anregung von Na-Atomen. Vorteil ist ein um den Faktor 5–10 größeres Gesichtsfeld. Es soll bei allen Systemen > 8 m eingesetzt werden.

5.4 Nicht-optische Teleskope

Wir besprechen hier Teleskope, die nicht im optischen Bereich arbeiten. Erdgebunden kann man auch Radiosignale von astronomischen Objekten empfangen. Für den UV- bzw. Röntgenbereich muss man jedoch Weltraumteleskope verwenden, da diese Strahlung durch die Erdatmosphäre absorbiert wird.

5.4.1 Radioteleskope

Im Jahre 1930 untersuchte *Jansky* im Auftrag der Bell-Telefon-Gesellschaft Störungen der transozeanischen Radiotelefonie. Dabei entdeckte er, dass die *Milchstraße* im Sternbild Sagittarius (Schütze) eine Quelle wesentlicher Störungen ist. Dies ist, wie wir heute wissen, das Zentrum der Galaxis. Um 1940 hat dann der Astronom *Reber* den Himmel systematisch nach Radioquellen untersucht und die *Sonne* als Radioquelle gefunden, was später von *Hey* bestätigt wurde.

Das *Radiofenster* (Durchlässigkeitsbereich) der Erdatmosphäre liegt im Bereich von Wellenlängen zwischen 30 m und 1 mm.

Ein *Radioteleskop* besteht aus einer Radiowellen sammelnden Fläche (Reflektor), die diese wieder in einem Brennpunkt konzentriert.

Der *Reflektor* besteht aus Metall, die Anforderungen an die Genauigkeit des „Spiegels“ hängen von der Wellenlänge der zu untersuchenden Strahlung ab. Die Unebenheiten dürfen

$$\approx \frac{\lambda}{20} \tag{5.15}$$

nicht überschreiten.

Ab einer gewissen Wellenlänge kann man auch Maschendraht als Empfänger einsetzen.

Der Radioempfänger wandelt die ankommenden Radiowellen in Spannung um, und diese wird aufgezeichnet. Diese Messungen werden dann in einer Kontur-Abbildung oder in Falschfarben dargestellt. Da das *Auflösungsvermögen* eines Teleskops von der beobachteten Wellenlänge abhängt, ist es im Radiobereich aufgrund der langen Wellenlängen sehr gering. Sichtbares Licht hat eine Wellenlänge von 500 nm, Radiowellen von ungefähr Metern, also ist das Auflösungsvermögen im Radiobereich um mehrere Zehnerpotenzen schlechter als im sichtbaren Bereich (als Faustregel 10^5). Um im Radiobereich dasselbe Auflösungsvermögen zu erhalten wie für das 5-m-Hale-Teleskop im Optischen, müsste der Radiospiegel

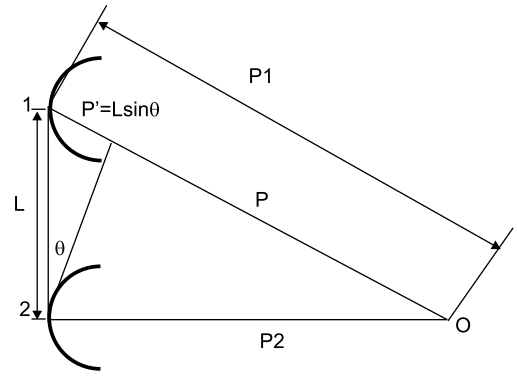


Abb. 5.18 Zur Interferenzbedingung

500 km Durchmesser besitzen. Deshalb schaltet man mehrere Radioteleskope zusammen – *Interferometer.* Betrachten wir zwei Antennen, die um die Strecke L voneinander entfernt sind (Abb. 5.18). Sei L ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge, bei der beobachtet wird:

$$L = n\lambda \tag{5.16}$$

Betrachten wir eine Strahlungsquelle O in großer Entfernung zu den beiden Antennen. Die Wellen von dieser Quelle legen verschiedene Wege P_1, P_2 zurück, wobei $P_1 > P_2$ ist und P' gegeben ist durch $P_1 = P + P'$. Damit man eine *konstruktive Interferenz* hat, muss gelten:

$$P' = L \sin \Theta = m\lambda \tag{5.17}$$

Die Interferenzbedingung lautet also:

$$\sin \Theta = m\lambda / L \tag{5.18}$$

Durch die Rotation der Erde ändert sich Θ. Wenn $m = 1$ schreibt man $\Theta = \Theta_f$:

$$\sin \Theta_f = \lambda / L = \lambda / (n\lambda) = 1/n \tag{5.19}$$

da Θ_f klein ist in diesem Fall: $\sin \Theta_f \sim \Theta_f$ und man hat

$$\Theta_f = 1/n \text{ rad} \tag{5.20}$$

Dabei ist n die Zahl der Wellenlängen λ an der Basislänge L.

Mit einem *Interferometer* bestehend aus zwei Antennen kann man nur eine Trennung von Punkten am Himmel in derselben Richtung erreichen, in der die Basislinie ausgerichtet ist. Um nun einen vollständigen Himmelsausschnitt mit besserer Auflösung zu bekommen, macht man eine Aperturysynthese: Das Objekt wird gedreht, entweder indem man es

während seiner täglichen Bewegung am Himmel beobachtet oder die Interferometer in einer speziellen Form anordnet, wie z. B. bei dem VLA *(Very Large Array)* in New Mexico, wo die Antennen Y-förmig angeordnet sind. Mit der VLBI *(very long baseline interferometry)* nimmt man als maximale Basis den Erddurchmesser (etwa 12.000 km), und für das oben gegebene Beispiel würde dann ein $\Theta_f = 3 \times 10^{-3''}$ herauskommen.

Die größte frei bewegliche Parabolantenne ist das 100-m-Radioteleskop in *Effelsberg* (bei Bonn, Abb. 5.19), wo man im Radiobereich > 2 cm beobachtet. In einem Talkessel in *Arecibo,* Puerto Rico, befindet sich ein fest montierter, 305 m großer Reflektor, der für Beobachtungen bei $\lambda > 30$ cm geeignet ist. In der chinesischen Provinz Guishou befindet sich das 500-m-Radioteleskop FAST (**F**ive hundred meter **A**perture **S**pherical radio **T**elescope, Abb. 5.20). Das Teleskop wurde erstmals 2016 testweise in Betrieb genommen. Mehr als 9000 Einwohner in einem Umkreis von 5 kmn wurden umgesiedelt, um den Einfluss durch andere elektromagnetischen Störquellen zu minimieren. Das Teleskop arbeitet im Frequenzbereich 70 MHz bis 3 GHz (später auf 8 GHz).

Sehr oft wird in der Radioastronomie die Einheit Jansky verwendet:

$$1\text{Jy} = 10^{-19}\,\text{erg}\,\text{s}^{-1}\text{m}^{-2}\,\text{Hz}^{-1} = 10^{-26}\,\text{Wm}^{-2}\,\text{Hz}^{-1} \tag{5.21}$$

Ein wichtiges Großprojekt im Bereich der Radioastronomie ist LOFAR (Low Frequency Array). Das Array besteht aus 25 000 einfachen Radiosensoren im niederländischen und norddeutschen Raum, und man kann im Frequenzbereich zwischen 10 und 200 MHz arbeiten (Abb. 5.21).

Das Projekt ALMA *(Atacama Large Millimeter Array)* besteht aus einem kompakten Array aus 7 m und 12 m großen Radioteleskopen, in der chilenischen Atacama-Wüste auf mehrere Quadratkilometer verstreut, und wurde 2013 eröffnet (siehe Abb. 5.22). Man wird im Millimeter- und Submillimeter-Bereich beobachten, was erst durch die Lage des



Abb. 5.19 Das 100-m-Radioteleskop in Effelsberg



Abb. 5.20 Das 500-m-Radioteleskop FAST in China. (Foto: CSN)



Abb. 5.21 Elemente des LOFAR-Netzwerks

Instruments in etwa 5000 m Höhe ermöglicht wird. Die Endkonfiguration besteht aus 66 Antennen mit jeweils 12 m Durchmesser. Insgesamt kann man damit eine Interferometer-Basislinie von 16 km erreichen. Die Beobachtungen können im Radiofenster der Erdatmosphäre bis zu einer Frequenz von 1 THz erfolgen. Das Radiofenster in der Erdatmosphäre erstreckt sich von 15 MHz bis 100 GHz. (also 20 m bis einige mm). Mit ALMA wird man extrem kühle Objekte beobachten können.

5.4.2 Infrarotteleskope

Durch das in der Erdatmosphäre enthaltene Kohlendioxid (CO_2) und den Wasserdampf (H_2O) kann man im Infraroten nur die Bereiche 2–25, 30–40 sowie 350–450 μm mit erdgebundenen Observatorien untersuchen, die anderen Wellenlängenbereiche werden von diesen



Abb. 5.22 Einige ALMA-Antennen, im Hintergrund die Milchstraße des Südhimmels. (ESO)

Gasen absorbiert. Infrarot-Observatorien befinden sich in extrem trockenen Zonen, wo der Gehalt an H_2O-Dampf gering ist.

Man unterteilt den Infrarotbereich in:

- Nahes Infrarot (NIR): 700 nm bis 4 μm
- Mittleres IR: 4 bis 40 μm
- Fernes IR: 40 bis 300 μm

In der Astrophysik verwendet man sehr oft auch Filterbezeichnungen: I (um 1,05 μm), J (um 1,25 μm), H (um 1,65 μm), K (um 2,2 μm), L (um 3,45 μm), M (um 4,7 μm), N (10 μm), Q (20 μm). *Infrarotdetektoren* sind erst seit gut 20 Jahren verfügbar. Ein Bolometer besteht aus einem nadelkopfgroßen Germaniumchip, der auf 2 K gekühlt ist. Fällt auf diesen IR-Strahlung, erwärmt er sich, und der elektrische Widerstand ändert sich.

Weshalb beobachtet man den Himmel im IR? Die IR-Strahlung wird weniger stark vom Staub zwischen den Sternen beeinflusst, und Objekte mit einer Temperatur unterhalb 3000 K senden vor allem IR-Strahlung aus. Außerdem kann man IR-Messungen auch am Tage machen, da das Sonnenlicht im IR kaum gestreut wird.

Als Detektoren werden Bleisulfid-Zellen(PbS) sowie Indium-Antimonid-Zellen (InSb) verwendet. Das Problem bei IR-Beobachtungen sind die Wärmequellen, und deshalb verwendet man einen *Chopper:* Man beobachtet rasch hintereinander die Quelle und den Himmelshintergrund und subtrahiert diesen, um so das Signal der Quelle besser herauszufiltern. Zur Kühlung der Detektoren verwendet man Kryostate (flüssiger Stickstoff oder He). 1983 durchmusterte der IR-Satellit IRAS den Himmel (zwischen 12 und 100 μm etwa 300 000 Quellen), etwas später hat COBE den Mikrowellenhintergrund gemessen, 1995 startete das

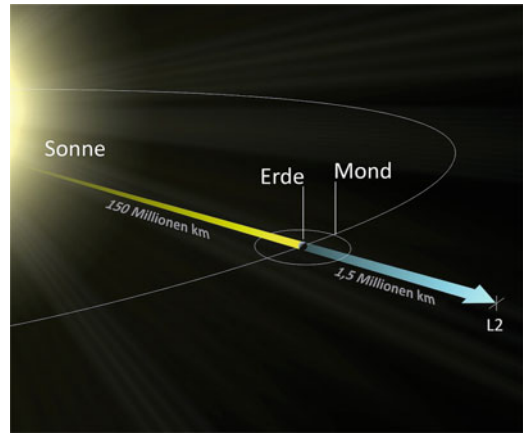


Abb. 5.23 Der Lagrange Punkt $L2$, wo sich das IR-Teleskop Herschel befindet. Hier ist der störende Einfluss der Erde gering. (Quelle: NASA)

Infrared Space Observatory ISO. Das Hubble-Space-Teleskop wurde 1997 mit dem NICMOS IR-tauglich gemacht. Seit 2003 beobachtet das Spitzer-Space-Teleskop den Himmel im IR. Im Jahre 2009 war das Kühlmittel aufgebraucht (es kühlte auf 2 K), und die Mission ist nur mehr beschränkt einsatzfähig, da die maximale Temperatur 31 K beträgt. Weitere IR-Teleskope sind *IRAS* (Start 1983), *ISO* (Start 1995) und *Herschel* (Start 2009)l. Das Herschel-Teleskop hat einen Spiegeldurchmesser von 3,5 m und ist bis zum Start des James-Webb-Teleskops der größte im Weltraum befindliche Spiegel. Herschel befindet sich am Lagrange-Punkt L2 (Abb. 5.23).

Der 2 Micron All Sky Survey, 2MASS enthält mehr als 500 Mio. Quellen in einem Bereich von 1,25–2,17 μm.[4] Der Katalog enthält 470 Mio. Sterne und 1,6 Mio. Galaxien.

5.4.3 Röntgenteleskope

Der Röntgen- Bereich erstreckt sich von 0,1 bis 500 keV, also 12 nm bis 2,5 pm. Strahlung unterhalb 2 keV bezeichnet man als weiche Röntgenstrahlung (soft X-ray). Als erste kosmische Röntgenquelle entdeckte man 1949 die Korona der Sonne (mit einer V2-Rakete). 1962 entdeckten Giacconi und Mitarbeiter den Röntgendoppelstern Scorpius X-1.

Röntgenteleskope sind wegen der Absorption der Röntgenstrahlen in der Erdatmosphäre nur auf Satelliten einsetzbar. Bei senkrechtem Einfall ist der Reflexionsgrad im Röntgenbereich fast null, daher kann man fokussierende Instrumente nur mit streifendem Einfall bauen (Wolter-Teleskop[5]). Es erfolgt eine Reflexion an einem langgestreckten Paraboloid (nur 1–2° Einfallswinkel), man hat eine Totalreflexion von Röntgenstrahlen bei streifendem

[4] Mit automatisierten 1,3-m-Teleskopen in Arizona und Chile durchgeführt.
[5] *Wolter,* 1952.

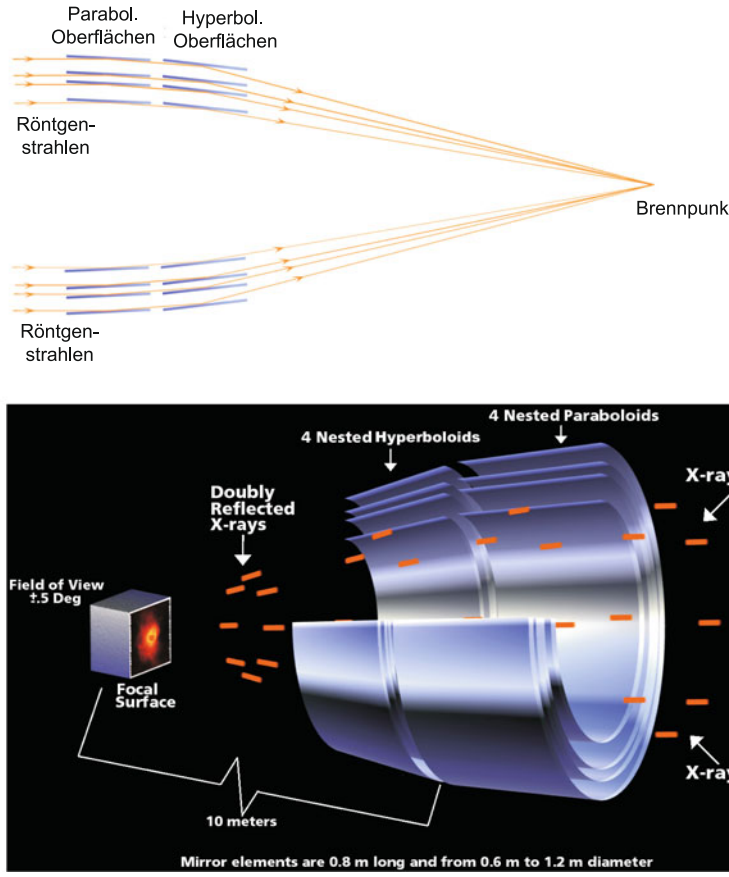


Abb. 5.24 Prinzip eines Wolter-Röntgenteleskops. Unten: Skizze des CHANDRA-Teleskops. Die Spiegel müssen extrem eben und plan geschliffen sein (Analogon: Wenn die Erdoberfläche der Spiegelfläche entspricht, dann beträgt die Toleranz max. 2 m Erhebung.). (Quelle: NASA)

Einfall (Abb. 5.24). Als Detektoren verwendet man Proportionalitätszähler, Szintillationszähler, Cerenkov-Zähler, Halbleiter. Wichtige Röntgensatelliten waren:

UHURU, EINSTEIN, ROSAT (etwa 100 000 Quellen), CHANDRA, XMM Newton. CHANDRA[6] war der bisher größte Forschungssatellit, der mit einem Space Shuttle transportiert wurde.

[6] Benannt nach dem Astrophysiker *Chandrasekhar* (1910–1995), 1983 Nobelpreis für Physik.

5.5 Spektroskopie

In der Spektroskopie geht es um die Zerlegung des Lichtes. Aus der Analyse des Spektrums bzw. der Spektrallinien können wichtige astrophysikalische Information gewonnen werden: Temperaturen, Zusammensetzung usw.

5.5.1 Allgemeines zur Spektroskopie

Weißes Licht besteht aus allen Wellenlängen, wobei die *Wellenlänge* die *Farbe* des Lichts bestimmt:

- Rotes Licht liegt bei 600 nm,
- blaues Licht liegt bei bei 400 nm.

Spektrum: Die Intensität wird gegen die Wellenlänge aufgetragen. Es gibt zwei Möglichkeiten, weißes Licht zu zerlegen:

- *Prisma:* Bei einem Glasprisma (Abb. 5.25) kommt es bei den Übergängen von Luft in Glas zu einer Brechung des Lichts nach dem *Snellius-Brechungsgesetz:*

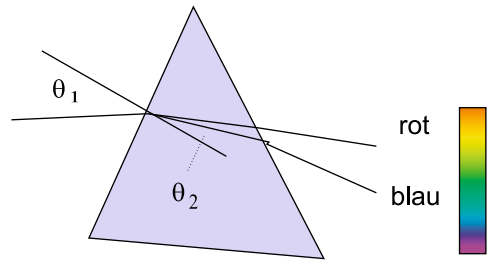
$$n_a \sin \Theta_1 = n_g \sin \Theta_2 \tag{5.22}$$

n_a…*Brechungsindex* für Luft[7] ≈ 1; n_g…Brechungsindex für Glas, dieser hängt von der Wellenlänge λ des Lichts ab. Es gilt:

$$n_g \approx 1/\lambda^2 \tag{5.23}$$

Also wird kurzwelliges Licht (blau, kleinere Wellenlänge) stärker gebrochen als langwelliges (rot, größere Wellenlänge). Der Brechungsindex für Wasser beträgt z. B. 1,33. Sei Φ die Ablenkung des Lichts, dann hat man für die *Winkeldispersion:*

Abb. 5.25 Prisma



[7] n_a gibt das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum zur Lichtgeschwindigkeit in Luft an.

$$\frac{d\Phi}{d\lambda} \approx \frac{dn}{d\lambda} \approx \frac{1}{\lambda^3} \tag{5.24}$$

In der Astronomie verwendet man selten Prismenspektrographen, da einerseits die Herstellung komplizierter ist (das Licht geht durch Glas hindurch, dieses muss absolut fehlerfrei sein), andererseits ist die Dispersion nicht linear.

- *Gitter:* entweder als Reflexionsgitter oder als Durchlassgitter. Sei d die *Gitterkonstante,* das ist der (konstante) Abstand zweier Furchen, ϕ_e der Eintrittswinkel und ϕ_a der Austrittswinkel, dann gilt für den *Gangunterschied* zwischen ankommender und fortgehender Wellenfront:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = d \sin \phi_a + d \sin \phi_e \tag{5.25}$$

Eine Verstärkung erfolgt, wenn dieser ein Vielfaches der Wellenlänge ist:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = d \sin \phi_a + d \sin \phi_e = m\lambda \tag{5.26}$$

Die Richtungen kann man leicht konstruieren: Man zeichnet einen Halbkreis mit Radius d und nimmt die Einfallsrichtung ϕ_e. Die Reflexion (nullte Ordnung) ergibt sich einfach durch Spiegelung. Dann trägt man von O links und rechts λ auf und erhält die erste Ordnung usw. Die maximale Zahl der *Ordnungen* beträgt:

$$m_{\max} = 2d/\lambda \tag{5.27}$$

Für die *Winkeldispersion* eines Gitters erhält man durch Differenzieren der Gittergleichung ($\phi_e = \text{const}$):

$$\frac{d\phi_a}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \phi_a} \tag{5.28}$$

Sie ist *unabhängig* von der Wellenlänge. Wenn N die Anzahl der Furchen ist, $N = D/d$, D die Gesamtbreite des Gitters, dann erhält man Maxima für die Gangunterschiede $n\lambda$. Das *Auflösungsvermögen* ist definiert als:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN \tag{5.29}$$

Blaze-Gitter: Man verwendet eine besondere Furchenform und kann so die Hauptintensität in eine bestimmte Richtung lenken. N sei die Gitternormale, B die Normale zur Spiegelfläche (Blaze-Normale) und Θ der Blaze-Winkel. Die Blaze-Wirkung tritt ein, wenn einfallender und austretender Strahl bezüglich der Blaze-Normalen B das Reflexionsgesetz erfüllen:

$$1/2(\phi_e + \phi_a) = \Theta$$

Man spricht von einem *Echelle-Gitter,* wenn $\Theta = 45°$ ist; die schmale Seite der Furche wirkt als Spiegel. Echelle-Gitter liefern sehr hohe Dispersion, und der Lichteintritt erfolgt sehr schräg, d. h., das Gitter wird unter einem schiefen Winkel beleuchtet.

Gitter mit 500 Furchen/mm; daraus folgt $d = 2 \times 10^{-3}$ mm. Beobachtet man bei 500 nm, dann ergibt sich: $m_{\max} = 8$. Die Ordnungen überlappen sich, man verwendet daher einen Vorzerleger (Predisperser): $m_k \sin \lambda_k = m_i \sin \lambda_i$; also λ_1 in der ersten Ordnung entspricht $\lambda_1/2$ in der 2. Ordnung usw.

Wir verwenden die Beziehung $m_i \lambda_i = m_k \lambda_k$: 600 nm, 2. Ordnung = 400 nm ($2 \times 600 = 3 \times \lambda_k$), 3. Ordnung 300 nm …; 500 nm in 1. Ordnung entspricht 512,8 nm in der 40. Ordnung …

Bei der *Littrow-Aufstellung* erfolgt der Lichteintritt in Richtung B, man hat daher $\phi_e = \phi_a = \Theta$, und man erhält die Formel:

$$m\lambda = 2d \sin \Theta$$

Gegeben sei ein Gitter mit 73 Furchen/mm; $\Theta = 64{,}5°$. Dann hat man bei $\lambda = 500$ nm aus obiger Formel einen Blaze-Effekt in der 49. Ordnung.

Nutzbare Ordnungen liegen daher bei den Echelle-Gittern zwischen 50 und 100. Um die überlappenden Ordnungen zu trennen, setzt man ein Gitter geringer Dispersion senkrecht zur Echelle-Gitterachse.

Die Herstellung der Gitter erfolgte früher mittels Ritztechnik, wobei man mit einem Diamant auf eine dünne Metallschicht ritzte, die auf einem Glaskörper aufgedampft worden war. Spindelfehler der Gitterritzmaschinen ergeben ein überlagertes Gitter und verursachen symmetrisch angeordnete zusätzliche Linien, die sogenannten Gittergeister. Heute werden Gitter meist holographisch erzeugt, ein verbreiterter Laserstrahl wird in zwei kohärente Strahlenbündel aufgespalten, welche ein räumliches Interferenzsystem erzeugen. Dies bedingt eine kurze Herstellungsdauer und keine Gittergeister. Abb. 5.26 zeigte eine typische Anordnung eines Gitterspektrographen.

5.5.2 Typen von Spektrographen

Man unterscheidet drei Typen von Spektrographen. Eine hohe spektrale Auflösung liefern Spaltspektrographen sowie Fouriertransformspektrometer.

1. Objektivgitter: vor dem Objektiv angebracht; von jedem Stern wird ein kleines Spektrum erzeugt. Die Dispersion beträgt allerdings nur einige 10 bis 100 nm/mm. Wird häufig zum gleichzeitigen Klassifizieren mehrerer Sterne z. B. in einem Sternhaufen eingesetzt.
2. Spaltspektrograph: Das von einem Teleskop kommende Licht wird im Eintrittsspalt fokussiert, mittels einer Kollimatorlinse parallel auf das Gitter gebracht, dort zerlegt usw.

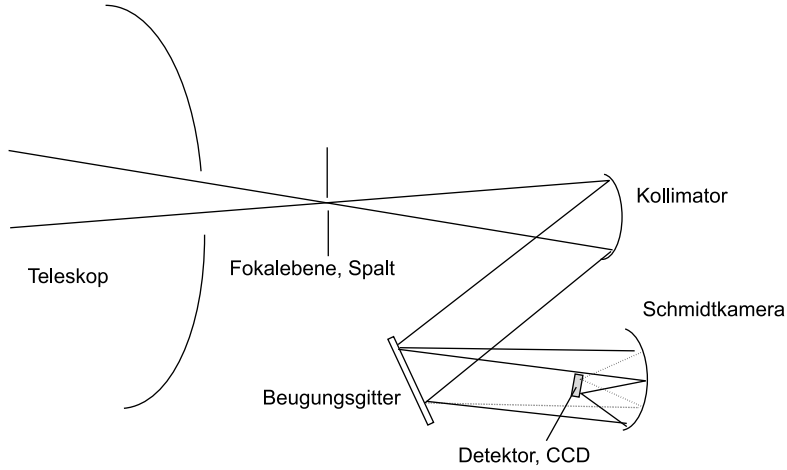


Abb. 5.26 Prinzip eines Gitterspektrographen

3. Fouriertransformspektrometer: Man erhält ein Interferogramm durch Scannen des Wegunterschieds in einer Zwei-Bündel-Interferenz. Daraus bekommt man mittels einer Fouriertransformation das Spektrum.

5.6 Strahlung und Spektrum

5.6.1 Das elektromagnetische Spektrum

Elektromagnetische Wellen wurden zum ersten Mal von *J.C. Maxwell* in seinen Gleichungen beschrieben (er arbeitete zwischen 1861 und 1864 an diesen vier Gleichungen). Sie breiten sich auch im Vakuum aus, dabei stehen die schwingenden elektrischen und magnetischen Felder senkrecht aufeinander. Schwingt das elektrische Feld immer in einer bestimmten Ebene, nennt man die Welle *polarisiert.* Betrachten wir die beiden Komponenten eines Wellenvektors **E**:

$$E_x = E_{x1} \sin(kz - \omega t - \delta_1) \tag{5.30}$$

$$E_y = E_{y1} \sin(kz - \omega t - \delta_2) \tag{5.31}$$

Die Wellen sind polarisiert, wenn $\delta_1 - \delta_2$ konstant ist.

Licht ist elektromagnetische Strahlung im Bereich 390 nm bis 720 nm. Man verwendet folgende Einheiten:
$1\,\text{nm} = 10^{-9}\,\text{m}$; $1\,\mu\text{m} = 10^{-6}\,\text{m}$; $1\,\text{Å} = 10^{-10}\,\text{m} = 0{,}1\,\text{nm}$. Die Umrechnung von Wellenlänge auf Frequenz erfolgt mit:

Tab. 5.3 Das elektromagnetische Spektrum

Wellenlänge	Energie od. Frequenz	Strahlungstyp
10^{-6} nm	1240 MeV	Gamma-Strahlung
10^{-2}nm	124 keV	Röntgenstrahlung (X)
1,0 nm	1,24 keV	UV
$\approx 1\,\mu$m	1,24 eV	sichtbares Licht
$10\,\mu\text{m} - 1$ mm	$0{,}124\,\text{eV} - 0{,}0012\,\text{eV}$	IR
10 mm	30.000 MHz	Mikrowellen (Radar)
10 cm	3000 MHz	UHF
100 cm	300 MHz	FM
10 m	30 MHz	Kurzwellen
1000 m	300 kHz	Langwellen

$$c = \lambda\nu \tag{5.32}$$

und ν wird in Hertz angegeben (Hz), 1 Hz = 1 Schwingung pro Sekunde.
In Tab. 5.3 ist eine Übersicht gegeben.

Der Zusammenhang zwischen Energie und Frequenz ist durch die Formel

$$E = h\nu \tag{5.33}$$

definiert. Dabei ist $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ Js das Planck'sche Wirkungsquantum. Formel 5.33 charakterisiert die Energie eines Lichtquants.

5.6.2 Thermische Strahlung

Die Strahlung eines Körpers (Sterne, Sonne, Planet) lässt sich vereinfacht durch die Strahlung eines Schwarzen Körpers beschreiben. Ein Schwarzer Körper ist wie folgt definiert: Sämtliche auf ihn auftreffende elektromagnetische Strahlung wird vollständig absorbiert.[8]

Dies ist eine Idealisierung, jedoch in der Astrophysik sehr oft erreicht.

> Sterne strahlen in guter Näherung wie Schwarze Körper.

Die kosmische Hintergrundstrahlung entspricht der eines Schwarzen Körpers mit einer Temperatur von 2,7 K.

[8] 1860, *Kirchhoff.*

Beispiel

Die Temperatur eines Körpers bestimmt, bei welcher Wellenlänge das Maximum seiner Strahlungsleistung liegt. Die Strahlungsleistung bei Raumtemperatur beträgt 460 W/m^2, unser Auge ist für Strahlung dieser Wellenlänge nicht empfindlich, man fühlt jedoch die Wärme. Sonne: $T = 5800\,\mathrm{K}$, besitzt eine Strahlungsleistung von 64 MW/m^2 → sichtbare Strahlung.

Für einen Schwarzen Körper gilt das *Planck'sche Strahlungsgesetz:* Die Intensität in der Einheit W m^{-2} sr^{-1} Hz^{-1} beträgt:

$$I(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \tag{5.34}$$

→ Die Intensität der Strahlung eines Schwarzen Körpers hängt also ab von T und von ν, der Frequenz.

Wegen $c = \lambda\nu$ erhält man die Intensität als Funktion von Wellenlänge und Temperatur eines Schwarzen Körpers:

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1} \tag{5.35}$$

Die Ausstrahlung über alle Wellenlängen in Wm^{-2} ergibt sich durch Integration des Planck'schen Strahlungsgesetzes über alle Wellenlängen → *Stefan-Boltzmann-Gesetz*:

$$E = \sigma T^4 \qquad \sigma = 5{,}67 \times 10^{-8} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 K^4}} \tag{5.36}$$

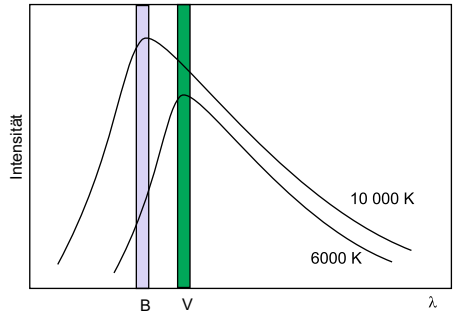


Abb. 5.27 Planck'sches Strahlungsgesetz: Je höher die Temperatur eines Schwarzen Körpers, desto größer die Strahlungsleistung bei allen Wellenlängen. Das Maximum der Strahlung verschiebt sich zu kurzen Wellenlängen, Wien'sches Gesetz. Blaue Sterne sind also heißer als rote ($\lambda_{\mathrm{blau}} < \lambda_{\mathrm{rot}}$)

Das Maximum der Strahlung eines Schwarzen Körpers verschiebt sich zu kürzeren Wellenlängen → *Wien'sches Verschiebungsgesetz* (Abb. 5.27):

$$T\lambda_{\max} = 0{,}002897\,\mathrm{mK} \tag{5.37}$$

Neben dieser thermischen Strahlung gibt es die sogenannte *nichtthermische* Strahlung wie die Synchrotronstrahlung. Hier werden geladene Teilchen im Magnetfeld beschleunigt, was zur Strahlung führt.

5.6.3 Emissions- und Absorptionslinien

Die Entstehung von Emissions- bzw. Absorptionslinien im Spektrum lässt sich am einfachsten durch das *Bohr'sche Atommodell* erklären.

In einem Atom kann das Elektron nur in bestimmten gequantelten Energiezuständen vorliegen, die durch den ganzzahligen Wert von n, der *Hauptquantenzahl,* bestimmt werden. Diese charakterisiert also die verschiedenen möglichen *Bahnen* (Schalen) des Elektrons und damit gleichzeitig seine Energiezustände, und der Radius der Elektronenbahn ist proportional zu n^2. Auf der innersten Bahn ($n = 1$) besitzt das Elektron die niedrigste Energie. Die *Ionisierungsenergie* ist diejenige Energie, die aufgebracht werden muss, um das Elektron aus dem Einflussbereich des Kerns zu lösen. Für das *Wasserstoffatom* (Elektron im Grundzustand auf $n = 1$) beträgt sie 13,6 eV (1312 kJ / mol); $1\,\mathrm{eV} = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$ ist die kinetische Energie, die ein Elektron beim Durchlaufen einer Spannungsdifferenz von 1 V im Vakuum erhält. Jenseits der Ionisierungsgrenze kann das Elektron (Masse m_e) jede beliebige kinetische Energie annehmen.

Es gilt:

$$E_{\mathrm{Ges}} = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \tag{5.38}$$

Dies ist die Gesamtenergie, die sich aus

- kinetischer Energie und
- potenzieller Energie (gegeben durch das *Coulombpotenzial*) zusammensetzt.

e…Elementarladung, ϵ_0…Dielektrizitätskonstante.

Die Bedingung für das Kräftegleichgewicht lautet: Die nach außen wirkende Zentrifugalkraft ist genauso groß wie die elektrische Anziehungskraft (zwischen Elektron und Atomkern):

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \tag{5.39}$$

Die beiden *Bohr'schen Postulate* lauten:

- Ein atomares System besitzt stationäre (nicht strahlende) Zustände mit bestimmten diskreten Energiewerten.
- Ein atomares System kann seine Energie nur ändern, indem es von einem stationären Zustand in einen anderen stationären Zustand übergeht. Wenn mit dem Übergang Emission oder Absorption von Strahlung verknüpft ist, so ist deren Frequenz mit der Energieänderung durch die Frequenzbedingung

$$E = h\nu \tag{5.40}$$

gegeben.

Weiterhin gilt, dass die Bahngeschwindigkeit ein Vielfaches von h ist ($\hbar = h/2\pi$):

$$v = \frac{n\hbar}{m_e r} \tag{5.41}$$

Mit der Bedingung für das Kräftegleichgewicht (5.39) und Ersetzen von v aus (5.41) erhält man:

$$r = \frac{h^2 \epsilon_0}{m_e e^2 \pi} n^2 \qquad n = 1, 2, 3 \ldots \tag{5.42}$$

Setzt man $n = 1$ in einem Wasserstoffatom, dann ergibt sich der Bohr'sche Atomradius $a_0 = 0{,}529 \times 10^{-10}$ m. Elektronen mit $n = 1$ nennt man Elektronen der K-Schale, mit $n = 2$ L-Schale, mit $n = 3$ M-Schale usw.

Beim von n_2 auf n_1 wird eine Energie von

$$\Delta E = 2{,}179 \times 10^{-18} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ J} \tag{5.43}$$

frei. Ein durch Energiezufuhr $h\nu$ auf eine höhere Schale gehobenes Elektron fällt auf eine energetisch niedrigere Schale zurück, und die dabei freiwerdende Energie wird als Lichtquant abgestrahlt. Man sieht eine *Emissionslinie* im Spektrum. Die Absorption eines Lichtquants aus einem kontinuierlichen Spektrum erfolgt andererseits, wenn die Energie des Lichtquants gerade der Energiedifferenz zwischen der Schale, in der sich das Elektron befindet, und einer höheren Schale, in die das Elektron gehoben wird, entspricht. Man sieht dann eine *Absorptionslinie.*

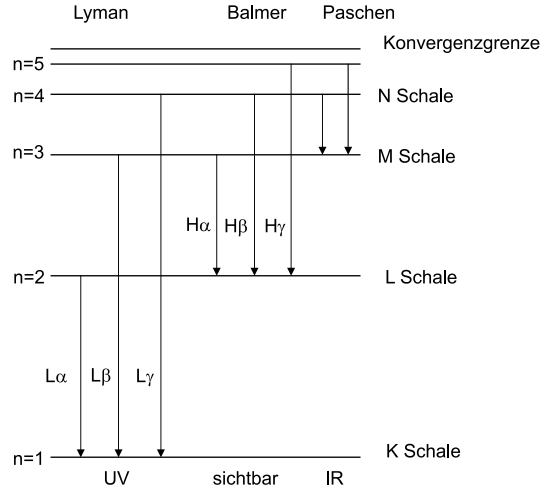


Abb. 5.28 Übergänge im Wasserstoffatom. $n = 1$ entspricht $-13{,}6$ eV, $n = 2$ entspricht $-3{,}4$ eV, $n = 3$ entspricht $-1{,}5$ eV, $n = 4$ entspricht $-0{,}85$ eV. Um ein Atom zu ionisieren von $n = 1$, sind daher 13,6 eV an Energie notwendig

Man hat für Wasserstoff (Abb. 5.28):

- Lyman-Serie: (alle Linie im UV-Licht)
  - Absorptionslinien: Übergänge von $n = 1$ auf $n = 2, 3, 4, \ldots$.
  - Emissionslinien (Energie wird frei): Übergänge von $n = \ldots 4, 3, 2$ auf $n = 1$.
- Balmer-Serie (alle Linie im sichtbaren Licht):
  - Absorptionslinien: Übergänge von $n = 2$ auf $n = 3, 4, 5, \ldots$.
  - Emissionslinien (Energie wird frei): Übergänge von $n = \ldots 5, 4, 3$ auf $n = 2$.
- Paschen-Serie (alle Linie im IR-Bereich):
  - Absorptionslinien: Übergänge von $n = 3$ auf $n = 4, 5, 6, \ldots$.
  - Emissionslinien (Energie wird frei): Übergänge von $n = \ldots 6, 5, 4$ auf $n = 3$.

Oft sind folgende Beziehungen nützlich:

$$1\,\mathrm{J} = 6{,}24 \times 10^{18}\,eV \qquad \lambda\,[\mathrm{nm}] = \frac{1240}{\chi\,[\mathrm{eV}]} \tag{5.44}$$

Dabei bezeichnet χ die Energiedifferenz zwischen zwei Niveaus. Kennt man also diese in der Einheit [eV], dann folgt aus 5.44 die Wellenlänge des Übergangs in [nm].

Wegen der diskreten Energiezustände der an ein Atom gebundenen Elektronen entstehen die Spektrallinien.

5.6.4 Polarisiertes Licht

Lichtwellen sind *Transversalwellen,* die Schwingung erfolgt senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Der *Wellenvektor* zeigt in Ausbreitungsrichtung, der Amplitudenvektor steht senkrecht dazu. Damit ist im dreidimensionalen Raum die Rotation um den Wellenvektor unbestimmt.
Polarisation: Amplitudenvektor zeigt nicht in beliebige Richtung.

Es gibt drei Arten von Polarisation:

- Lineare Polarisation: Amplitudenvektor zeigt immer in bestimmte Richtung.
- Zirkulare Polarisation: Amplitudenvektor dreht sich bei Ausbreitung der Welle mit konstanter Winkelgeschwindigkeit.
- Elliptische Polarisation: Amplitudenvektor rotiert um Wellenvektor und ändert dabei auch periodisch seinen Betrag.

Licht ist normalerweise nicht polarisiert. Eine Polarisation erfolgt z. B. durch *Reflexion* von Licht[9] oder *Rayleigh-Streuung* (Darunter versteht man die Streuung elektromagnetischer Wellen an Teilchen, deren Durchmesser d klein gegen der Wellenlänge λ der Strahlung ist. Der Streuquerschnitt ist proportional zu λ^{-4}; dies erklärt die blaue Farbe des Himmels, denn blaues Licht wird stärker gestreut als rotes.).

Zur Beschreibung verwendet man den Stokes-Vektor (P bezeichnet die Leistung, wenn der Polarisator in einem bestimmten Winkel orientiert ist. Es gibt rechtszirkulare (RZ) und linkszirkulare (LZ) Polarisation.):

$$I = P_{0^\circ} + P_{90^\circ} \tag{5.45}$$

$$Q = P_{0^\circ} - P_{90^\circ} \tag{5.46}$$

$$U = P_{45^\circ} - P_{135^\circ} \tag{5.47}$$

$$V = P_{\mathrm{RZ}} + P_{\mathrm{LZ}} \tag{5.48}$$

Ist das Licht vollständig polarisiert, dann gilt:

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2 \tag{5.49}$$

Ist das Licht unpolarisiert, dann sind $Q = U = V = 0$. Der Polarisationsgrad p ist:

$$p = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I^2} \tag{5.50}$$

Wie lautet der Stokes-Vektor für folgende Fälle: a) linear, horizontal polarisiert, b) linear, +45° polarisiert?

[9] Bei Reflexion im Brewster-Winkel vollständige Polarisation.

Lsg.:

$$a)\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix} \qquad b)\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}$$

Polarisiertes Licht kann durch folgende Prozesse im Universum erzeugt werden:

- Emissionsprozesse: Zyklotron-, Synchrotronstrahlung nicht thermische Bremsstrahlung.
- Streuung an nicht sphärischen Teilchen: z. B. Akkretionsscheiben, interstellarer Staub
- Vakuumpolarisation[10] und Doppelbrechung durch extrem starke Magnetfelder. Die Quantenmechanik sagt voraus, dass es im Vakuum virtuelle Teilchen-Antiteilchen-Paare gibt. Bringt man eine Ladung in Vakuum, dann wirkt auf diese Teilchen/Antiteilchen-Paare eine elektrische Kraft. Die virtuellen Teilchen separieren sich von den Antiteilchen, und die Ladung des Kerns wird unmittelbar am Kern verstärkt, weiter weg davon abgeschwächt.

Durch Kombination spektroskopischer Messungen und Polarimetrie, als Spektropolarimetrie bezeichnet, ist es gelungen, Magnetfelder von der Stärke des Magnetfeldes der Sonne bei anderen Sternen nachzuweisen.

5.6.5 Magnetfelder und Strahlung

In diesem Abschnitt betrachten wir zuerst die von *Zeeman*[11] gefundene Aufspaltung von Spektrallinien in Magnetfeldern. Neben der Aufspaltung ist auch die Polarisation wichtig.

- Wenn kein Magnetfeld → unverschobene Absorptionslinie.
- Liegt das Magnetfeld quer zur Beobachtungsrichtung → eine unverschobene und zwei um den Betrag $\Delta\lambda$ verschobene Komponenten; *transversaler Zeeman-Effekt.*
- Liegt das Magnetfeld in der Ausbreitungsrichtung → Linie nur in zwei Komponenten aufgespalten; *longitudinaler Zeeman-Effekt* (Abb. 5.29).

Für den Betrag der Aufspaltung $\Delta\lambda$ erhält man (λ in cm und B in Gauß):

$$\Delta\lambda = 4{,}67 \times 10^{-5} B g \lambda^2 \text{ [cm]} \tag{5.51}$$

[10] Erster Nachweis 1990.
[11] *P. Zeeman,* 1896.

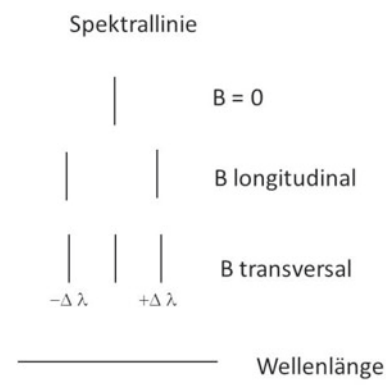


Abb. 5.29 Zeeman-Effekt bei a) Magnetfeld = 0, b) Magnetfeld longitudinal, man beobachtet zwei entgegengesetzt zirkular polarisierte σ-Komponenten. c) Magnetfeld transversal in Richtung zum Beobachter. Man hat zwei σ- sowie eine unverschobene π-Komponente

Dabei ist g der aus der Quantenmechanik bekannte *Landé-Faktor.* Linien mit Landé-Faktor $g = 0$ spalten also nicht auf durch ein Magnetfeld. B bezeichnet die magnetische Flussdichte (Induktion, meist einfach als Magnetfeldstärke bezeichnet). Wichtig dabei ist auch die Polarisation. Blickt man longitudinal, d. h. entlang des Feldes, dann sieht man nur zwei Komponenten, die um $\Delta\lambda$ verschoben sind und links bzw. rechts zirkular polarisiert sind. Blickt man transversal zur Richtung des Magnetfeldes, dann gibt es eine unverschobene linear polarisierte (π) und zwei zirkular polarisierte (σ), um den Betrag $\pm\Delta\lambda$ verschobene Komponenten der Linie.

Bei sehr starken Magnetfeldern spricht man auch vom *Paschen-Back-Effekt.*

Den Zeeman-Effekt kann man halb klassisch einfach herleiten. Kreisförmige Bewegung eines Elektrons um den Atomkern mit Geschwindigkeit v und Radius r führt zu einem Strom

$$I = -e \cdot \frac{v}{2\pi r} \tag{5.52}$$

Dieser erzeugt ein magnetisches Moment

$$\mu = I\mathbf{A} \tag{5.53}$$

Der Vektor $\mathbf{A}$ stehe senkrecht auf der von der Kreisbahn umschlossenen Fläche. Der Bahndrehimpuls des Elektrons beträgt:

$$\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m_e \cdot r \cdot v \cdot \hat{\mathbf{n}} \tag{5.54}$$

daher

$$\mu_l = -\frac{e}{2m_e} \cdot \mathbf{l} \tag{5.55}$$

Die potenzielle Energie in einem Magnetfeld beträgt

$$E_{\text{pot}} = -\mu_l \cdot \mathbf{B} = \frac{e}{2m_e} \cdot \mathbf{l} \cdot \mathbf{B} \tag{5.56}$$

m ... magnetische Quantenzahl, μ_B ... Bohrsches Magneton:

$$\mu_B = \frac{e}{2m_e}\hbar = 9{,}274078 \times 10^{-24}\,\text{A m}^2 \tag{5.57}$$

Beim *anomalen Zeeman-Effekt* muss man noch den Spin des Elektrons berücksichtigen. Der Landé-Faktor beträgt:

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \tag{5.58}$$

Dabei ist J der Gesamtdrehimpuls, S der Spin und L der Bahndrehimpuls des Atoms. Wenn $B = 0$, dann sind die M_J Zustände in der gleichen Energie. Diese Entartung wird aufgehoben, wenn ein äußeres Magnetfeld B vorhanden ist. Setzt man übrigens $S = 0$ im Ausdruck für den Landé-Faktor, bekommt man wieder den normalen Zeeman-Effekt.

Wichtig ist, dass die Aufspaltung auch von der Wellenlänge selbst abhängt. Infrarotlinien spalten also stärker auf als Linien im sichtbaren Bereich.

Ein wichtiger Effekt ist weiterhin der *Hanle-Effekt,* der zu einer Drehung der Polarisationsebene führt.

5.6.6 Einstein-Koeffizienten

Wie wir gesehen haben, entstehen Spektrallinien durch Übergänge zwischen den diskreten Energiezuständen.

- Emission: beschrieben durch den sogenannten *Einstein-Koeffizienten* A_{ji}, wobei $j > i$ für die Zustände gilt.
- Absorption: B_{ij}.
- *Einstein* zeigte, dass gilt:

$$B_{ij} = \frac{c^3}{8\pi h \nu_{ji}^3}\frac{g_j}{g_i}A_{ji} \tag{5.59}$$

g_i, g_j sind die *statistischen Gewichte* (Entartung) der Zustände j, i.
Sehr häufig verwendet man auch die Oszillatorstärke:

$$f_{ij} = \frac{4\pi\epsilon_0 m_e}{e^2\pi} h\nu_{ji} B_{ij} \tag{5.60}$$

Und es gilt $g_j f_{ij} = -g_i f_{ji}$

- Stimulierte Emission: Ein Photon mit geeigneter Wellenlänge initiiert die Emission von Photonen→ kohärente emittierte Photonen. Ein Beispiel ist der Laser[12], in der Astrophysik hat man es häufig mit Maser[13] zu tun.

5.6.7 Kohärenz

Zwei Wellen nennt man kohärent, wenn sie zeitlich konstante Interferenzerscheinungen verursachen können → zeitlich unveränderliche Phasendifferenz.

Betrachten wir zwei Wellen $E(\mathbf{r_A}, t)$, $E(\mathbf{r_B}, t)$, dann definiert man eine Kreuzkorrelationsfunktion

$$\Gamma_{\mathrm{AB}}(\tau) =< E(\mathbf{r_A}, t)E^*(\mathbf{r_B}, t) >= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} E(\mathbf{r_A}, t)E^*(\mathbf{r_A}, t+\tau)dt \quad (5.61)$$

Die Kontrastfunktion für raumzeitliche Kohärenz

$$K_{\mathrm{AB}}(\tau) = \frac{2\Gamma_{\mathrm{AB}}(\tau)}{\Gamma_{\mathrm{AA}}(0) + \Gamma_{BB}(0)} \quad (5.62)$$

hat einen Wert zwischen 0 und 1. Wenn $K_{\mathrm{AB}}(\tau) = 1$, spricht man von vollständiger Kohärenz.

Mit dem Michelson-Interferometer kann man die zeitliche Kohärenz messen. Lichtwellen sind keine unendlich langen sinusförmige Wellenzüge. Es gibt nur dann eine feste Phasenbeziehung zwischen Lichtwellen, deren Photonen eine Quelle zu verschiedenen Zeiten verlassen haben, wenn die Zeitdifferenz sehr klein ist. Damit ergibt sich eine maximale Zeitdifferenz, bei der noch stationäre Interferenzerscheinungen beobachtet werden können. Einer der beiden Lichtstrahlen durchläuft einen etwas längeren Weg als der andere.

5.7 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.
Space Telescopes, N. English, Springer, 2016
Telescopes and Techniques, C.R. Kitchin, Springer, 2012
Den Nachthimmel erleben, A. Hanslmeier, Springer, 2017
The Astrophotgraphy Manual, C. Woodhouse, Taylor and Francis, 2017
Astrofotografie, K. Seidel, Rheinwerk, 2019

[12] Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation.
[13] Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation.

Aufgaben

5.1 Man bestimme das Öffnungsverhältnis eines Teleskops mit 150 mm Öffnung und 750 mm Brennweite.

Lösung
750/150 = 5 oder $f/5$.

5.2 Gegeben sei ein $f/15$-Teleskop mit einem 60-cm-Spiegel. Wie lautet die Plattenskala?

Lösung
$f/d = 15 \qquad f = 15 \times 60\,\text{cm} = 900\,\text{cm} \rightarrow \text{s} = 0{,}01745 \times 900\,\text{cm} = 15{,}7\,\text{cm}/^\circ$

5.3 Gegeben sei ein Teleskop mit $f = 1000$ mm. Zur Beobachtung wird eine Kamera mit einer Pixelgröße von 5 µm eingesetzt. Welche Auflösung lässt sich mit dieser Konfiguration erreichen?

Lösung
Einsetzen in die Formel ergibt eine Plattenskala von etwa $1''$/Pixel. Gemäß dem Nyquist-Theorem kann man daher maximal $2''$ auflösen (das Auflösungsvermögen des Teleskops wurde dabei noch nicht berücksichtigt!). Man überlege, wie man diese Auflösung steigern kann!

5.4 Nehmen wir an, ein 5-m-Teleskop befindet sich an einem Standort, dessen Bedingungen ein Seeing von etwa $1''$ ergeben. Welche Vorteile bietet ein derartiges Teleskop gegenüber einem 10-cm-Teleskop das unter ähnlichen Bedingungen eine Auflösung von einer Bogensekunde erreicht?

Lösung
In diesem Fall begrenzt zwar das Seeing das Auflösungsvermögen, jedoch hat ein 5-m-Teleskop ein wesentlich größeres Lichtsammelvermögen als ein 10-cm-Teleskop

5.5 Sei das Öffnungsverhältnis eines Teleskops $N = 3{,}2$ und man beobachtet bei 500 nm; man berechne die Fokustoleranz!

Lösung
Es ergibt sich eine Fokustoleranz von $\Delta = 20\lambda = 0{,}01$ mm.

5.6 Um welchen Betrag erhöht sich die Lichtausbeute mit dem 42-m-ELT gegenüber dem Keck-Teleskop (10 m)?

Lösung
Man vergleiche die Flächen! Die Lichtausbeute ist proportional zur Fläche. Das Teleskop könnte um 2025 in Betrieb gehen.

5.7 Gegeben sei ein Radiointerferometer mit $L = 21\,\text{km}$ und man beobachtet bei einer Wellenlänge von 21 cm; man berechne das Auflösungsvermögen!

Lösung
$\Theta_f = 21/(21 \times 10^5) = 10^{-5}\,\text{rad} = 2''$. Das heißt, mit einem Interferometer der Basislänge 21 km bekommt man bei einer Radiobeobachtung bei der Wellenlänge 21 cm eine Auflösung von $2''$, was der von optischen Teleskopen nahe kommt.

5.8 Gitter mit 500 Furchen/mm; $D = 100\,\text{mm}$; man berechne das Auflösungsvermögen in der 4. Ordnung.

Lösung
$A = 4 \times 500 \times 100 = 200.000$; für $\lambda = 500\,\text{nm}$ hat man dann $\Delta\lambda = \lambda/A = 0{,}25\,\text{nm}$.

5.9 Man berechne, bei welcher Wellenlänge folgende Objekte das Maximum ihrer Ausstrahlung besitzen: a) die Sonne (T = 5800 K), b) ein Roter Riese (T = 3000 K), c) ein A0-Stern mit T = 10.000 K.

Lösung

a) 510 nm, also im grünen Bereich
b) 970 nm, also im IR,
c) 290 nm, also an der Grenze Blau/UV.

5.10 Man berechne die Wellenlänge der Wasserstofflinie Hα, die sich aus dem übergang von $n = 3$ auf $n = 2$ ergibt.

Lösung
Mit Gl. 5.43 findet man $\Delta E = 3{,}026 \times 10^{-19}\,\text{J} \approx 1{,}888\,\text{eV}$ und daraus $\lambda \approx 656\,\text{nm}$.

Physik der Körper des Sonnensystems

6

Inhaltsverzeichnis

6.1 Übersicht 161
6.2 Eigenschaften der Planeten 165
6.3 Erde und Mond 173
6.4 Merkur und Venus 190
6.5 Mars 199
6.6 Jupiter und Saturn 209
6.7 Uranus und Neptun 224
6.8 Zwergplaneten und Asteroiden 228
6.9 Kometen 240
6.10 Meteoroiden 247
6.11 Entstehung des Sonnensystems 250
6.12 Weiterführende Literatur 254
Aufgaben 254

In diesem Abschnitt bringen wir kurz die wesentlichsten Resultate der Erforschung der Körper des Sonnensystems. Die Sonne selbst wird gesondert behandelt. Das Studium der Atmosphären von anderen Planeten sowie deren Entwicklung und Aufbau ermöglicht Rückschlüsse auf unsere Erde; die Entstehung unseres Planetensystems kann man besser verstehen durch Vergleich mit extrasolaren Planetensystemen.

6.1 Übersicht

Die dominierende Rolle der Sonne, um die die anderen Körper des Sonnensystems kreisen, zeigt sich an deren physikalischen Parametern wie Masse, Durchmesser usw.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_6

6.1.1 Sonne und Planeten

Der dominierende Körper im Sonnensystem ist die **Sonne.**

- Radius $R_\odot = 696.000\,\text{km}$, dies entspricht 109 Erdradien.
- Masse $M_\odot = 1{,}989 \times 10^{30}\,\text{kg}$, dies entspricht 333.000 Erdmassen.
- Schwerebeschleunigung an der Oberfläche $g_\odot = 274\,\text{m/s}^2$, dies entspricht der 28-fachen Erdschwerebeschleunigung.

▶ **Wichtig**
Die Sonne enthält 99,8 % der Masse des gesamten Sonnensystems.

Weiterhin gehören dem Sonnensystem die bekannten acht großen *Planeten* an. Seit Beschluss der IAU[1] im Jahre 2006 zählt Pluto nicht mehr zu den großen Planeten. Die Planeten haben Durchmesser zwischen einigen $10^3\,\text{km}$ bis zu $10^5\,\text{km}$; sie bewegen sich um die Sonne in nahezu kreisförmigen Bahnen, die alle fast genau in der Ebene der Ekliptik liegen, und die Gesamtmasse aller Planeten zusammen beträgt 448 Erdmassen. Zählt man die Planeten nach ihrem Abstand von der Sonne auf, so hat man Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun. Zur neu definierten Gruppe der *Zwergplaneten* zählt man Pluto und andere Objekte (Sedna, Ceres u. a.).

Die *Asteroiden* oder Kleinplaneten (auch Planetoiden genannt) sind bis auf wenige Ausnahmen kleiner als 100 km, und die meisten befinden sich zwischen den Bahnen der Planeten Mars und Jupiter, es gibt aber auch einige, die z. B. die Erdbahn kreuzen. Außerhalb der Neptunbahn liegen die Objekte des *Kuipergürtels,* zu denen auch Pluto zählt.

Die *Monde* oder Satelliten sind Begleiter der großen Planeten (Merkur und Venus besitzen keinen Mond), Zwergplaneten (Pluto besitzt fünf Monde, die letzten beiden wurden 2012 entdeckt) und Asteroiden.

Viele *Kometen* befinden sich in der *Oort'schen Kometenwolke.* Diese umhüllt das Sonnensystem sphärisch symmetrisch. Durch Störungen gelangen Kometen ins Innere des Sonnensystems, wo verdampfende Gase den Kometenschweif erzeugen. Sie sind klein im Durchmesser (unter 100 km).

Als letzte Komponente des Sonnensystems ist noch die *interplanetare Materie* zu erwähnen (Meteoroiden, Gas und Staub). Bei guten Bedingungen kann man die längs der Ekliptik verteilte Materie nach Sonnenuntergang oder vor Sonnenaufgang als *Zodiakallicht* bei ausreichender Dunkelheit sehen.

[1] Internationale Astronomische Union.

6.1.2 Ein Modell des Sonnensystems

Betrachten wir ein Modell im Maßstab $1{:}10^9$ (Tab. 6.1). In diesem Modell würde die 12 mm große Erde die 1,4 m große Sonne in 150 m Entfernung umkreisen. Der nächste Stern (abgesehen von der Sonne) wäre etwa 40.000 km entfernt (entspricht dem Erdumfang).

Tab. 6.2 gibt eine Zusammenstellung der wichtigsten Eigenschaften der Planeten.

Entfernungseinheiten im Sonnensystem werden oft in *astronomischen Einheiten, AE* angegeben (engl. *astronomical unit, AU*). Darunter versteht man die mittlere Entfernung Erde-Sonne (150 Mio. km).

Tab. 6.1 Modell des Sonnensystems, Maßstab $1{:}10^9$

Objekt	Durchmesser	Entf. v. d. Sonne
Sonne	1,4 m	
Merkur	5 mm	60 m
Venus	12 mm	110 m
Erde	12 mm	150 m
Mars	7 mm	230 m
Jupiter	14 cm	800 m
Saturn	12 cm	1,5 km
Uranus	5 cm	3 km
Neptun	5 cm	4,5 km
Pluto	2 mm	6 km

Tab. 6.2 Die wichtigsten Eigenschaften der Planeten und von Pluto; *d*. . . Entfernung von der Sonne

Planet	*d* [10^6 km]	Umlaufs-zeit	Rotationszeit	Äquator. Neigung [^{o}]
Merkur	57,9	87,9d	58,65 d	0
Venus	108,2	224,7	243,01 d	2,01
Erde	149,6	1,00 a	23 h 56 min	23,5
Mars	227,9	1,88	24 h 37 min	24
Jupiter	779	11,87	9 h 50 min – 9 h 56 min	3
Saturn	1432	29,63	10 h 14 min – 10 h 39 min	24
Uranus	2888	84,66	17 h 06 min	98
Neptun	4509	165,49	15 h 48 min	29
Pluto	5966	251,86	6,3 d	122,5

6.1.3 Das Sonnensystem von außen gesehen

Vom nächsten Stern aus (α Cen) erschiene das Sonnensystem folgendermaßen: Die Sonne besäße eine scheinbare Helligkeit von $0,^{\mathrm{m}}4$, wäre also ein heller Stern. Die Erde hätte eine Helligkeit von $23,^{\mathrm{m}}4$ und wäre nur $0,''76$ von der Sonne entfernt. Der größte Planet des Sonnensystems, der Jupiter, hätte eine Helligkeit von $22,^{\mathrm{m}}0$ und wäre $3,''94$ von der Sonne entfernt.

Planeten leuchten selbst nicht, deshalb sind sie sehr lichtschwach und werden zudem noch von ihrem Mutterstern überstrahlt. Aus diesem Grund ist die Suche nach Planeten außerhalb unseres Sonnensystems *(extrasolare Planeten)* sehr schwierig. Man kann sie bisher meist nur indirekt nachweisen, z. B. durch die Schwerpunktsbewegung des Muttersterns, wenn sich ein großer, massereicher Planet in seiner Nähe befindet.

Eine ganz neue Methode, extrasolare Planeten nachzuweisen, ergibt sich durch den *Microlensing*-Effekt. Wie im Abschnitt Kosmologie gezeigt wird, ändert sich die Bahn eines Lichtstrahls bei Anwesenheit von Gravitationsfeldern. Microlensing-Ereignisse kann man durch eine Helligkeitsänderung eines Objekts beobachten, wenn es sich in den Lichtweg einer Hintergrundquelle schiebt. Sind bei diesem Objekt Planeten vorhanden, so kommt es zu zusätzlichen Änderungen der Helligkeit. So zeigten die Auswertungen eines Ereignisses im Jahre 1999, dass es sich bei der betreffenden Gravitationslinse um einen Doppelstern handelt, wobei die Massen der beiden Komponenten sich wie 4:1 verhalten und nur 1,8 AE voneinander entfernt sind. Weiterhin vermutet man einen Planeten von drei Jupitermassen im Abstand von 7 AE.

In unserem Sonnensystem gibt es zwei Gruppen von Planeten:

Zu den *terrestrischen Planeten* zählt man Merkur, Venus, Erde und Mars. Sie besitzen eine relativ große Dichte sowie eine feste Oberfläche.

Die *Riesenplaneten* (manchmal auch als jovianische Planeten bezeichnet) sind Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun. Sie sind Gasplaneten ohne feste Oberfläche. Manchmal werden Uranus und Neptun auch als Eisplaneten bezeichnet (besitzen einen großen Kern aus Eis).

Die wichtigsten physikalischen Eigenschaften der Planeten sind in der Tab. 6.3 angegeben.

Planeten um andere Sterne sind wegen des großen Helligkeitsunterschiedes und der Nähe zum Stern nur in Ausnahmefällen direkt beobachtbar.

Tab. 6.3 Die großen Planeten. D. . .Äquatordurchmesser, v_e . . . Entweichgeschwindigkeit

Planet	D [km]	M [M_{Erde}]	ρ [g/cm^3]	Beschl. Erde = 1	v_e [km/s]
Merkur	4878	0,055	5,43	0,4	4,25
Venus	12.104	0,815	5,24	0,9	10,4
Erde	12.756	1,0	5,52	1,0	11,2
Mars	6794	0,107	3,93	0,4	5,02
Jupiter	142.796	317,8	1,33	2,4	57,6
Saturn	120.000	95,15	0,70	0,9	33,4
Uranus	50.800	14,56	1,27	0,9	20,6
Neptun	48.600	17,20	1,71	1,2	23,7

6.2 Eigenschaften der Planeten

In diesem Abschnitt behandeln wir kurz, wie man die wichtigsten Eigenschaften der Planeten ableiten kann, wobei die meisten dieser schon von erdgebundenen Beobachtungen her bekannt sind.

6.2.1 Rotationsdauer

Deren Bestimmung folgt einfach aus der Beobachtung permanenter Oberflächenerscheinungen. Dies geht bei Mars und Jupiter recht gut, Venus besitzt eine dichte Wolkenhülle. Man kann auch aus der *Dopplerverschiebung* der vom Planeten reflektierten *Fraunhofer-Linien* des Sonnenspektrums oder aus den Absorptionslinien, die aus der Planetenatmosphäre selbst stammen, auf die Rotation schließen. Bei den nächsten Planeten lässt sich die *Radartechnik* anwenden: Ringförmige Zonen um den Mittelpunkt des Planetenscheibchens werden nach den Laufzeitdifferenzen der Radarwellen unterschieden. Im Jahre 1964/1965 ermittelte man so erstmals mit der 300 m großen Paraboloidantenne bei Arecibo auf Puerto Rico die Rotation der Planeten Venus und Merkur.

In Abb. 6.1 sind die Neigungen der *Rotationsachsen* der Planeten dargestellt. Die geringsten Neigungen besitzen Merkur, Venus und Jupiter. Venus rotiert allerdings retrograd, d. h. in entgegengesetztem Sinne ihres Sonnenumlaufs. Die Neigung von Uranus ist extrem, ebenso wie die Neigung der Rotationsachse des Zwergplaneten Pluto.



Abb. 6.1 Neigungen der Rotationsachsen der Planeten sowie von Pluto. Man beachte die Neigung der Rotationsachse des Uranus. Planeten in Reihenfolge von der Sonne aus gesehen. Die Größen sind nicht maßstäblich. ©Photobucket.com

6.2.2 Massenverteilung

Die Massenverteilung im Planeteninneren, also den Planetenaufbau, kann man bestimmen durch:

- Messung der *Abplattung,* bedingt durch die Rotation,
- Kreiselbewegungen im Gravitationsfeld und genaue Bestimmungen des *Gravitationspotenzials* mittels künstlicher Satelliten im Orbit; daraus schließt man auf die innere Struktur eines Planeten.

Bei der Erde, Mars und beim Mond sind *seismische Messungen* möglich, aus deren Analyse die innere Struktur und der Aufbau folgen. In der Tab. 6.4 ist der Anteil des Kerns der Planeten in % der Gesamtmasse für die erdähnlichen Planeten und den Erdmond angegeben.

6.2.3 Albedo

Sie beschreibt das Verhältnis des nach allen Seiten reflektierten bzw. gestreuten Sonnenlichts zum einfallenden Licht. Ihre Stärke und ihre Wellenlängenabhängigkeit ergeben Hinweise auf die Beschaffenheit der Planetenoberfläche.

Die *Bond'sche Albedo* ist definiert durch:

$$A = pq \tag{6.1}$$

Tab. 6.4 Terrestrische Planeten und Erdmond: Anteil des Kerns an der Gesamtmasse

Planet	Kern%
Merkur	42
Venus	12
Erde	16
Erdmond	4
Mars	9

Sei r die Entfernung Sonne-Planet in AE, Δ die Distanz zwischen Erde und Planet in AE, ρ der Durchmesser der großen Halbachse der Planetenbahn in AE, α der *Phasenwinkel* (= Winkel zwischen Sonne und Erde vom Planeten aus gesehen), $\phi(\alpha)$ das Phasengesetz, p das Verhältnis der Planetenhelligkeit bei $\alpha = 0$ zu einer perfekt diffusen Oberfläche, dann gilt:

$$\log p = 0{,}4(m_\odot - m_{\text{Planet}}) + 2\log(r\Delta/\rho) \tag{6.2}$$

Dabei ist m die scheinbare Helligkeit des Objektes.

Die Größe q wird durch das Reflexionsgesetz bestimmt:

$$q = 2\int_0^\pi \phi(\alpha)\sin\alpha d\alpha \tag{6.3}$$

Nach dem Gesetz von Lambert $q = 1{,}50$, nach dem Gesetz von *Lommel-Seeliger:* $q = 1{,}64$. Dabei sind die Helligkeiten in *Größenklassen* $^{\text{m}}$ angegeben. Hellste Sterne sind Sterne 1. Größe, die schwächsten gerade noch mit freiem Auge sichtbaren Sterne haben 6. Größe (Abschn. 8.1).

Man hat dann folgende Gesetze:

- Merkur: $p = 0{,}093$, $q = 0{,}65$, $A = 0{,}060$ (Mond 0,070). Bei der größten östlichen Elongation gilt $r\Delta = 0{,}357$, und die visuelle Helligkeit des Merkur beträgt:

$$m_V = -0{,}21 + 5\log r\Delta + 3{,}82 \times 10^{-2}\alpha - 3{,}37 \times 10^{-4}\alpha^2 \ldots. \tag{6.4}$$

- Bei Jupiter ist die Abhängigkeit vom Phasenwinkel schon sehr gering (weshalb?): $p = 0{,}37$, $q = 1{,}10$, $A = 0{,}41$. Bei seiner Opposition hat man:

$$m_V = -9{,}1 + 5\log r\Delta + 0{,}015\alpha \tag{6.5}$$

In den beiden Formeln steht m_V für die Helligkeit gemessen im Visuellen.

6.2.4 Spektrum

Mit erdgebundenen Beobachtungen kann man durch Spektralanalyse Gase in den Planetenatmosphären durch Absorptionsbanden nachweisen. Die terrestrischen H_2O-, CO_2- und O_3-Banden kann man von Satelliten aus umgehen. Die *Eigenstrahlung* eines Planeten im Infrarot gibt Auskunft über seine Temperatur in der Atmosphäre.

6.2.5 Globaler Energiehaushalt

Die Einstrahlung von der Sonne in Erdentfernung (1 AE) bezeichnet man als *Solarkonstante* S.

$$S = 1{,}37\,\mathrm{kW\,m^{-2}} \tag{6.6}$$

Auf einer Fläche von $1\,\mathrm{m}^2$ erhalten wir auf der Erde eine Strahlungsleistung von diesem Betrag bei senkrechtem Einfall der Sonnenstrahlung und ohne Absorption in der Erdatmosphäre.

Befindet sich ein Planet in Entfernung r, so gilt für dessen Solarkonstante (Leistungsbetrag von der Sonne auf $1\,\mathrm{m}^2$):

$$S(r) = S\left(\frac{r}{1\,\mathrm{AE}}\right)^{-2} \tag{6.7}$$

Ein Planet mit Radius R nimmt davon den Betrag $\pi R^2(1-A)S(r)$ auf. Die mittlere Albedo der Erde beträgt $A \approx 0{,}3$. Diese Albedo hängt bei der Erde wesentlich vom Wolkenanteil (Wolken: Aldebo = 0,5) ab.

Erfolgt die Abstrahlung nach dem *Stefan-Boltzmann-Gesetz* für einen Schwarzen Körper, gilt für die Gesamtleistung:

$$4\pi R^2 \times \sigma T^4, \qquad \sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}} \tag{6.8}$$

Weiterhin muss man noch den inneren Wärmestrom Q berücksichtigen, der aus inneren Wärmequellen eines Planeten stammt. Solche Wärmequellen können sein i) radioaktiver Zerfall, ii) Restwärme aus der Zeit der Entstehung des Planeten (kleine Planeten kühlen aber rasch aus) und iii) sogenanntes Tidal Heating, Erwärmung durch starke Gezeitenkräfte (spielt für einige Monde der großen Planeten eine Rolle).

Nun machen wir eine Bilanz:

Zustrahlung + Q = Abstrahlung:

$$\pi R^2(1-A)S(r) + 4\pi R^2 Q = 4\pi R^2 \sigma T^4 \tag{6.9}$$

Bei der Erde kommt Q durch den Zerfall der radioaktiven Elemente zustande und beträgt $0{,}06\,\mathrm{W\,m^{-2}}$. Die Infrarotmessungen zeigen, dass die Planeten Jupiter, Saturn und Neptun eine Wärmeausstrahlung haben, die die absorbierte Sonnenstrahlung um den Faktor 1,9 und 3,5 bzw. 2,4 übertrifft.

Die tatsächlichen Temperaturen der Planeten unterscheiden sich von den oben abgeleiteten Werten, da die Planeten rotieren, ferner atmosphärische Strömungen auftreten, sowie

durch *Treibhauseffekt,* Aufheizung einzelner Schichten (z. B. *Ozonschicht* der Erdatmosphäre) usw.

6.2.6 Hydrostatisches Gleichgewicht

Wir betrachten ein Volumenelement im Abstand r vom Zentrum eines Planeten mit der Grundfläche dA und der Höhe dr. Seine Masse sei $\rho(r)dAdr$, und für die Masse innerhalb r gilt:

$$M(r) = \int_0^r \rho(r')4\pi r'^2 dr' \qquad \frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \tag{6.10}$$

Die Schwerebeschleunigung durch $M(r)$ lautet:

$$g(r) = \frac{GM(r)}{r^2} \tag{6.11}$$

Im Bereich des betrachteten Volumenelements ändert sich der Druck p um:

$$-dpdA = \rho(r)dAdrg(r) \tag{6.12}$$

wir haben somit die Beziehung: Kraft = Masse ($\rho(r)dAdr$) $\times$ Beschleunigung ($g(r)$).

Damit erhalten wir die Bedingung für das *hydrostatische Gleichgewicht* eines Planeten:

$$\frac{dp}{dr} = -g(r)\rho(r) \tag{6.13}$$

Spezialfall: homogene Kugel mit $\rho(r) = \bar{\rho} = \text{const}$. Abschätzung für den Zentraldruck p_c: M ist die Gesamtmasse, und es gilt: $M(r)/M = (r/R)^3$.

$$p_c = \int_R^0 \frac{dp}{dr}dr = \bar{\rho}\int_0^R \frac{GM}{r^2}\left(\frac{r}{R}\right)^3 dr = \frac{1}{2}\bar{\rho}\frac{GM}{R} \tag{6.14}$$

Diese Abschätzung ergibt für den Erdmittelpunkt: $p_c = 1{,}7 \times 10^{11}$Pa. Dieser Wert ist um den Faktor 2 geringer als der tatsächliche.

> Die Bedingung für das hydrostatische Gleichgewicht ist auch eine Grundgleichung des Sternaufbaus.

Für den Aufbau eines Planeten braucht man noch eine Zustandsgleichung der Form $p = p(\rho, T,$ chemische Zusammensetzung).

6.2.7 Stabilität eines Satelliten, Roche-Grenze

Hier geht es um die Frage, wie nahe z. B. ein Mond seinem Mutterplaneten kommen kann bevor er durch die Gezeitenkräfte auseinandergerissen wird. Gegeben sei ein Zentralkörper (Planet) mit Masse M, Radius R, und einer mittleren Dichte $\bar{\rho}$ sowie ein Satellit mit den Größen M_S, R_S, $\bar{\rho}_S$. Wir denken uns den Satelliten aus zwei Hälften $M_S/2$ bestehend, die sich gegenseitig in einem Abstand R_S anziehen:

$$F \approx G\frac{M_S M_S}{4R_S^2} \tag{6.15}$$

Diese Kraft hält also die beiden Hälften des Satelliten zusammen.

Die *Gezeitenkraft* versucht, den Satelliten auseinanderzureißen. Betrachten wir die Gezeitenbeschleunigung, die die Erde auf den Mond ausübt. Bei der unteren Kulmination ist diese gleich der Differenz zwischen der Gravitationsbeschleunigung durch die anziehende Erdmasse M am Mondmittelpunkt (Entfernung Erde-Mond r) und der an der Mondoberfläche wirkenden Beschleunigung (Abstand $r - R_S$). Die Gezeitenbeschleunigung ist daher:

$$b_G = \frac{GM}{r^2} - \frac{GM}{(r-R_S)^2} \sim \frac{2GM}{r^3}R_S \tag{6.16}$$

In unserem Falle lautet dann die Gezeitenkraft von M auf M_S:

$$2GMM_S R_S/r^3 \tag{6.17}$$

Die Bedingung für die *Stabilität* eines Satelliten lautet daher:

$$G\frac{M_S M_S}{4R_S^2} \geq k2G\frac{MM_S}{r^3}R_S \tag{6.18}$$

Dabei ist k eine Konstante der Größenordnung 1. Wegen $M_S = (4\pi/3)\bar{\rho}_S R_S^3$ und für den Planeten mit $M = (4\pi/3)\bar{\rho}R^3$ folgt:

$$\frac{r}{R} \geq (4k)^{1/3}\left(\frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_S}\right)^{1/3} \tag{6.19}$$

Roche hat 1850 gezeigt, dass für die Stabilität eines Satelliten gilt:

$$\frac{r}{R} \geq 2{,}44\left(\frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_S}\right)^{1/3} \tag{6.20}$$

→ Ein größerer Satellit, der dieselbe Dichte besitzt wie sein Mutterplanet, darf diesem nicht näher kommen als 2,44 Planetenradien, ansonsten wird er durch die Gezeitenkräfte des Mutterplaneten auseinandergerissen.
→ Bei kleineren Satelliten werden auch noch die Kohäsionskräfte wirksam, und man findet $r/R = 1{,}4$.

6.2.8 Planetenatmosphären

Wenn die Ausdehnung einer Planetenatmosphäre klein ist gegenüber dem Planetenradius R, so kann man die Schwerebeschleunigung als konstant ansetzen: $g = GM/R^2$. Die Höhe ist $h = r - R$. Bei hydrostatischem Gleichgewicht

$$\frac{dp}{dh} = -g\rho(h) \tag{6.21}$$

Wir verwenden die Zustandsgleichung:

$$p = \rho \frac{kT}{\bar{\mu} m_u} = \rho \Re T/M = nkT \tag{6.22}$$

Dabei ist $k = 1{,}38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$ die Boltzmann-Konstante, $\bar{\mu}$ das mittlere Molekulargewicht, und $\Re = 8{,}31\,\mathrm{J\,K^{-1}}\,mol^{-1}$ die Gaskonstante und $m_u = 1{,}66 \times 10^{-27}$ kg. Daraus berechnen wir ρ und setzen dieses in die Bedingung für das hydrostatische Gleichgewicht ein.

Dies führt auf:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g\bar{\mu} m_u}{kT} dh = -\frac{dh}{H} \tag{6.23}$$

wobei man hier die *Äquivalenthöhe (Skalenhöhe)* H einführt:

$$H = \frac{kT}{g\bar{\mu} m_u} \tag{6.24}$$

Wenn wir annehmen, H ist konstant, so folgt die *barometrische Höhenformel:*

$$\ln p - \ln p_0 = -h/H \qquad p = p_0 e^{-h/H} \tag{6.25}$$

Dabei ist p_0 der Druck am Boden (h = 0).

Nun untersuchen wir noch eine *konvektive Atmosphäre:* Heiße Materie steigt adiabatisch (ohne Wärmeaustausch) nach oben und abgekühlte nach unten. Dann gilt die Adiabatengleichung:

$$T \approx p^{1-(1/\gamma)} \tag{6.26}$$

mit $\gamma = c_p/c_V$, dem Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten bei konstantem Druck (c_p) bzw. konstantem Volumen (c_v). Differenziert man dies logarithmisch nach h, so folgt:

$$\frac{1}{T}\frac{dT}{dh} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\frac{1}{p}\frac{dp}{dh} \tag{6.27}$$

Hier setzen wir die hydrostatische Gleichung ein sowie die Bedingung $c_p - c_v = k/\bar{\mu}m_u$ ein und bekommen für den *adiabatischen Temperaturgradienten:*

$$\frac{dT}{dh} = -\frac{g}{c_p} \tag{6.28}$$

Die unterste Schicht der Erdatmosphäre, die etwa 12 km hohe *Troposphäre,* ist konvektiv. Da $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$, $c_p = 1005\,\mathrm{J\,kg^{-1}}\,K^{-1}$ erhält man einen Gradienten von $9{,}8\,\mathrm{K\,km^{-1}}$. Dies gilt nur für trockene Luft. Bei feuchter Luft wird *latente Wärme,* die bei der Kondensation freigesetzt wird, den Gradienten um die Hälfte verringern. Wir bekommen so eine mittlere Temperaturabnahme mit der Höhe in der Erdatmosphäre von $6{,}5\,\mathrm{K\,km^{-1}}$.

Zum Schluss noch zur Frage, wann ein Planet eine eigene Atmosphäre besitzen kann. Wir betrachten Moleküle der Masse m eines Gases der Temperatur T. Aus der kinetischen Gastheorie ergibt sich die wahrscheinlichste Geschwindigkeit zu:

$$v_{\mathrm{th}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \tag{6.29}$$

Ein Molekül der Geschwindigkeit v kann von einem Planeten der Masse M entweichen, wenn gilt:

$$v^2/2 \geq GM/R \tag{6.30}$$

Ein Planet kann nur dann ein Atmosphäre halten, wenn gilt:

- Seine Masse ist genügend groß;
- auf Grund der Temperatur an der Oberfläche ist v_{therm} genügend klein.

Deshalb können Mond (zu geringe Masse) und Merkur (zu geringe Masse, auf Grund der Sonnennähe zu hohe thermische Geschwindigkeit der Teilchen) keine Atmosphäre halten.

Die äußersten Schichten einer Planetenatmosphäre bezeichnet man auch als *Exosphäre.* Hier ist die Dichte der Gasteilchen gering, es finden nur wenige Stöße statt. Durch *Ionisationsprozesse* (solare UV-Strahlung) entstehen geladene Teilchen. Deren Bewegung wird durch die planetaren Magnetfelder bestimmt.

6.3 Erde und Mond

6.3.1 Aufbau der Erde

Die Figur der Erde ist infolge ihrer Rotation ein Ellipsoid mit:

- Äquatorradius a =6 378,1 km.
  Polarradius b =6 356,8 km.

Die Abplattung beträgt:

$$\frac{a-b}{a} = 1/300 \tag{6.31}$$

Die mittlere Dichte der Erde beträgt $\bar{\rho} = 5\,520\,\mathrm{kg/m^3}$. Die Dichte der Gesteine an der Erdoberfläche beträgt $2\,800\,\mathrm{kg/m^3}$, nahe dem Zentrum, wo sich die Metalle befinden, jedoch $13\,000\,\mathrm{kg/m^3}$. Das Erdinnere ist schalenartig aufgebaut:

- *Erdkruste:* $3\,300\,\mathrm{kg/m^3}$, sie wird unterteilt in: a) *Lithosphäre,* die aus Granitgesteinen besteht und unter den Kontinenten bis 35 km Tiefe reicht, die Basalte unter den Ozeanböden reichen nur 5 km tief; b) *Hydrosphäre:* 70 % der Erdoberfläche besteht aus Wasser.
- *Erdmantel:* Die Kruste schwimmt in großen Blöcken auf dem Erdmantel, wo Silikate wie Olivin vorkommen. Die Dichtewerte liegen zwischen $3\,400\,\mathrm{kg/m^3}$ und $5\,500\,\mathrm{kg/m^3}$. Der Erdmantel reicht bis in 2 900 km Tiefe.
- Flüssiger äußerer *Erdkern:* etwa 2 000 km dick, Fe, Ni.
- Fester innerer Kern mit Radius 1 300 km, Fe, Ni.

Die Theorie der *Plattentektonik* wurde um 1960 entwickelt. Schon vorher vermutete man eine Drift der Kontinente (*A. Wegener,* „Die Entstehung der Kontinente“ , 1915). Vor 225 Mio. Jahren gab es nur einen Superkontinent, *Pangäa.* Die Verteilung der Kontinente bestimmt die Meeresströmungen, und diese wiederum üben einen wesentlichen Einfluss auf

das Klima aus. Beispielsweise ist das Mittelmeer während der letzten 6 Mio. Jahre mehrmals verdunstet, was man an den mächtigen Salzablagerungen sieht. Die Straße von Gibraltar wurde durch tektonische Verschiebungen mehrmals geschlossen. Während der *Würm-Eiszeit* (115.000 bis 10.000 Jahre vor heute) lag der Meeresspiegel um 120 m tiefer, und die obere Adria war Land, und viele griechische Inseln waren mit Anatolien verbunden. Antrieb für die Plattentektonik ist die Konvektion im Erdmantel.

Durch die Ausbreitung von Erdbebenwellen *(Seismologie)* kann man das Erdinnere studieren. Erdbebenwellen treten in zwei Formen auf:

- als longitudinale Kompressionswellen *(p-Wellen),*
- als transversale Wellen *(s-Wellen).*

Nur die p-Wellen können durch eine flüssige Zone durchgehen. Man sieht keine s-Wellen, die durch den Kern gehen, da der äußere Erdkern flüssig ist. Der Erdkern besteht vorwiegend aus Ni und Fe und dürfte schneller rotieren als die äußeren Bereiche (Der Erdkern rotiert in 900 Jahren einmal mehr als die äußeren Bereiche, Superrotation).

In den *ozeanischen Tiefseegräben* strömt Lava nach oben und drückt die Platten voneinander weg. Die gegenwärtigen *Kontinente* sind vor etwa 200 Mio. Jahren durch das Auseinanderbrechen des großen Superkontinents entstanden. Die Kontinentalverschiebung beträgt einige Zentimeter im Jahr. Die tiefen Ozeanbecken sind die jüngsten Gebiete der Erdoberfläche, weil dort ständig Lava nach oben strömt.

Das *Alter* der Erde sowie der Erdgesteine kann man aus dem *radioaktiven Zerfall* bestimmen: n sei die Zahl der radioaktiven Atome, λ die Zerfallskonstante:

$$-dn = \lambda n dt \qquad dn/n = -\lambda dt \qquad n = n_0 \exp(-\lambda t) \tag{6.32}$$

Die *Halbwertszeit* τ gibt an, wann die Zahl der Teilchen auf die Hälfte der ursprünglichen Zahl gesunken ist $n = n_0/2$.

$$\tau = (ln2)/\lambda = 0{,}693/\lambda \qquad n/n_0 = \exp(-0{,}693t/\tau) \tag{6.33}$$

Daraus erhält man dann für das radioaktive Alter (t_h ist die Halbwertszeit):

$$\frac{n(t)}{n_0} = 2^{-\frac{t}{t_h}} \tag{6.34}$$

Die Geschwindigkeit des radioaktiven Zerfalls wird in der Einheit *Becquerel* angegeben:
1 Bq = 1 Zerfall/Sekunde.
Einige Werte für Halbwertszeiten: ^{14}C (5 730 Jahre), ^{239}Pu (24 000 Jahre), ^{235}U (800 Mio. Jahre), ^{238}U (4,5 Mrd. Jahre), ^{232}Th (14,5 Mrd. Jahre), ^{40}K (1,2 Mrd. Jahre).

Man beobachtet eine Zunahme der Temperatur mit der Tiefe. Die *geothermische Tiefenstufung* beträgt etwa 30 K km^{-1}. Diese Temperaturzunahme ist bedingt durch die Wärmeentwicklung radioaktiver Substanzen wie ^{238}U, ^{232}Th, ^{40}K sowie durch den langsam nach außen gerichteten Wärmetransport infolge Wärmeleitung und Konvektion des Magmas. Im Erdkern beträgt die Temperatur $\leq$10.000 K.

6.3.2 Geologische und biologische Entwicklung

Zur Zeit des *Präkambriums* (vor mehr als 590 Mio. Jahren) gab es auf der Erde drei *Gebirgsbildungsphasen* (Laurentische, Algonische sowie Assynitische Gebirgsbildung). Die ältesten Spuren des Lebens sind die Stromatolithen und Cyanobakterien (Alter ca. $3{,}5\times10^9$ Jahre). Zur Zeit des Kambriums (590–500 Mio. Jahre vor heute) begann die Algenzeit (Eophytikum), die ältesten Wirbeltiere stammen aus der Zeit des Ordoviziums (505–438 Mio. Jahre vor heute). Im Silur (438–408 Mio. Jahre vor heute) gab es die Kaledonische Gebirgsbildung, Trilobiten sowie älteste Gefäßpflanzen. Im Devon (408–360 Mio. Jahre vor heute) tritt der Panzerfisch auf. Gegen Ende des Karbons (360–286 Mio. Jahre vor heute) setzt die Variskische Gebirgsbildung ein (sowie Gefäßsporenpflanzen), und am Beginn des Perm-Zeitalters (286–248 Mio. Jahre vor heute) gibt es die ersten Reptilien. Die Saurierzeit beginnt mit dem Trias (248–213 Mio. Jahre vor heute), es treten die ersten Nacktsamer auf. Am Beginn der Jura-Zeit (213–144 Mio. Jahre vor heute) findet man die ersten Säugetiere. Die ältesten Vögel stammen aus der Kreidezeit (144–65 Mio. Jahre vor heute), auch die ältesten Bedecktsamer treten jetzt auf. Am Beginn der Tertiär-Zeit (65–2 Mio. Jahre vor heute) sterben die Saurier aus, und die Alpidische Gebirgsbildung setzt ein. Die ersten Menschen findet man zu Beginn der Quartär-Zeit (vor zwei Millionen Jahren).

6.3.3 Erdmagnetfeld

Unsere Erde besitzt ein Magnetfeld, welches einem *Dipolfeld* (Dipol bedeutet zwei Pole, also einen magnetischen Nord- und Südpol) ähnelt: Die magnetische Flußdichte am Äquator beträgt 0,31 Gauß. Das magnetische Moment **M** zeigt in Richtung Dipolachse, und durch Gradientenbildung erhält man den Vektor der *magnetischen Flussdichte* **B**.

$$\mathbf{B} = -\text{grad}\frac{\mathbf{M}.\mathbf{r}}{r^3} = -\text{grad}\frac{M\sin\lambda}{r^2} \tag{6.35}$$

Dabei ist λ die magnetische Breite, d. h. an den Magnetpolen $\lambda = \pm 90^{o}$. Die Achse des Erdmagnetfeldes ist um 12 ° gegen die Rotationsachse der Erde geneigt. Das Erdmagnetfeld wird durch einen selbsterregenden *Dynamoprozess* aufrechterhalten. Paläomagnetische Untersuchungen zeigten, dass das Erdmagnetfeld seine Richtung zufällig in Perioden von 10^4 bis 10^5 Jahren veränderte. Man beobachtet heute, dass das Feld langsam abnimmt.

An der *Magnetopause* trifft die Magnetosphäre der Erde auf einen von der Sonne kommenden Partikelstrom, den *Sonnenwind.* An der der Sonne zugewandten Seite wird das Erdmagnetfeld zusammengestaucht und dehnt sich nur etwa zehn Erdradien weit aus (Abb. 6.2).

An der der Sonne abgewandten Seite dehnt es sich weit zu einem *Schweif* (engl. Magnetotail) aus. In der Magnetopause werden die von der Sonne ankommenden Protonen und Elektronen abgelenkt (Bewegung quer zu den Feldlinien ist nicht möglich, nur entlang der Feldlinien). Einige gelangen doch in die Magnetosphäre, und diese Teilchen werden in den *Van-Allen-Strahlungsgürteln* gefangen. Der *innere Gürtel* erstreckt sich zwischen ein und zwei Erdradien und enthält Protonen mit einer Energie von 50 MeV sowie Elektronen mit 30 MeV. Dann folgt eine Lücke, und zwischen drei und vier Erdradien befindet sich der *äußere Gürtel,* wo weniger energiereiche Elektronen und Protonen vorhanden sind. Der innere Gürtel ist relativ stabil, der äußere hängt von der Aktivität der Sonne ab und kann stark variieren. Die in den Gürteln eingefangenen Teilchen machen eine spiralförmige Bewegung um die magnetischen Feldlinien und springen mit Perioden zwischen 0,1 und 3 s zwischen den sogenannten magnetischen Spiegelpunkten hin und her. Teilchen des inneren Gürtels können mit der Atmosphäre in Wechselwirkung treten, wobei dann *Polarlichter* (engl. *aurorae*) entstehen. Diese treten normalerweise in etwa 100 km Höhe in der Erdatmosphäre auf. Hier spielt die *magnetische Rekonnexion* eine wichtige Rolle. Bereiche mit entgegengesetzten Magnetfeldern kommen zusammen, und die Feldlinien brechen zusammen

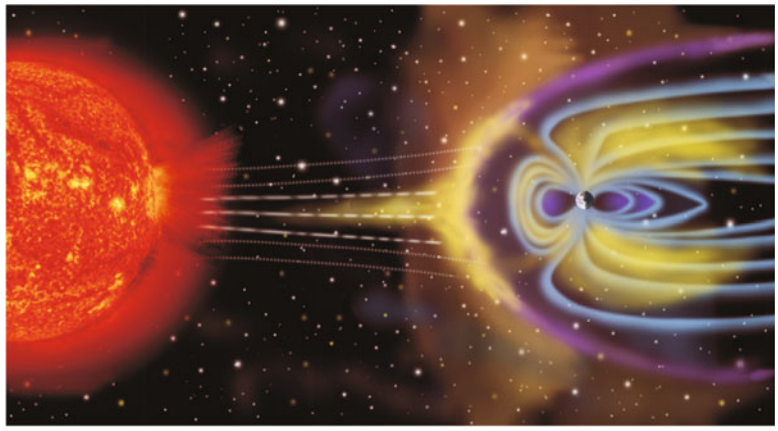


Abb. 6.2 Skizze des auf der der Sonne zugewandten Seite zusammengestauchten Erdmagnetfeldes. Sonne und Erde sind nicht im richtigen Maßstab. (Quelle: NASA)

Tab. 6.5 Vergleich der Magnetosphären einiger Planeten. Distanz Magn. bedeutet Distanz der Magnetopause in Einheiten des Planetenradius von dessen Oberfläche

Planet	Entf. zur Sonne	Magnet. Moment ME (Erde=1)	Sonnenwind-druck	Distanz Magn.
Merkur	0,4 AE	4×10^{-4}	20 nPa	1,5
Erde	1,0	1,0	3,0 nPa	10
Jupiter	5,2	$1{,}8 \times 10^{4}$	0,1 nPa	70
Saturn	9,5	580	30 pPa	21
Uranus	19,2	50	8 pPa	27
Neptun	30,1	24	3 pPa	26

und verbinden sich zu neuen Kombinationen. Derartige Prozesse finden im Magnetschweif der Erde in einer Entfernung von etwa 100 Erdradien statt. Wenn der Sonnenwind genügend viel Energie zuführt, dann überdehnen sich die Feldlinien und Rekonnexion tritt schon bei 15 Erdradien Entfernung ein. Das Feld bricht zusammen, Elektronen gelangen in die Atmosphäre und die Polarlichter entstehen.

In Tab. 6.5 sind die Daten der Planeten mit Magnetosphären gegeben. Man beachte die riesigen Dimensionen des Jupitermagnetfeldes! Das magnetische Moment ist in Einheiten bezogen auf magnetisches Moment der Erde = 1 gegeben, die Distanz der Magnetopause in Vielfachen des jeweiligen Planetenradius.

Die Kraft $\mathbf{F}$, die auf ein Teilchen der Ladung q wirkt, ist die *Lorentz-Kraft*:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{6.36}$$

Dabei wurde das elektrische Feld $\mathbf{E}$ gleich null gesetzt. Diese Vereinfachung macht man häufig in der Astrophysik.

Die Teilchen bewegen sich in einem homogenen Magnetfeld auf einer Kreisbahn, wobei sich aus dem Gleichgewicht zwischen Zentrifugalkraft und Lorentz-Kraft der Radius dieser Gyrationsbewegung ergibt:

$$mv^2/r = qvB \tag{6.37}$$

Teilchen der von außerhalb des Sonnensystems stammenden kosmischen Strahlung wechselwirken mit der hohen Erdatmosphäre. Dabei erzeugen die hochenergetischen kosmischen Protonen freie Neutronen, die in Protonen p und Elektronen e^- sowie Neutrinos $\bar{\nu}$ zerfallen.

$$\mathrm{n} \rightarrow \mathrm{p} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu} \tag{6.38}$$

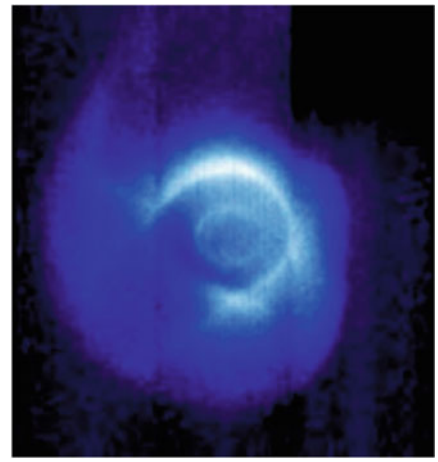


Abb. 6.3 Leuchtendes Plasma in der Erdmagnetosphäre; der kleine ovale Ring ist der Bereich der Polarlichter (hier um den magnetischen Südpol)

Teilchen positiver und negativer Ladung bewegen sich in unterschiedliche Richtungen. Die so erzeugten Teilchen sammeln sich in den Strahlungsgürteln. Dort besitzen sie eine relativ hohe Lebensdauer wegen ihres geringen Wirkungsquerschnitts. Ein 20-MeV-Proton in 2000 km Höhe hat eine Lebensdauer von etwa einem Jahr. Die Teilchen bewegen sich sehr schnell um die Erde (eine Erdumkreisung dauert ca. 2 min). Die Teilchen des Strahlungsgürtels verursachen Schäden bei Raumfahrtmissionen.

Mithilfe des von der NASA betriebenen Imagers IMAGE konnte im August 2000 das schwache UV-Leuchten des relativ kühlen Plasmas um die Erde herum gesehen werden (Abb. 6.3). Man erkennt deutlich den Ring der Aurorae (Polarlichter) als kleinen schwachen leuchtenden Kreisring in der Mitte. Die Teilchen werden durch das Erdmagnetfeld eingefangen. Der Satellit befand sich zum Zeitpunkt der Aufnahme oberhalb des Nordpols der Erde und die Sonne außerhalb des Bildes am rechten oberen Rand. Man beachte auch den Schatten der Erde (nach links unten).

Ohne Erdmagnetfeld wären wir den energiereichen geladenen Teilchen aus dem Kosmos schutzlos ausgesetzt und Leben wäre an der Erdoberfläche nicht möglich.

6.3.4 Erdatmosphäre

Die ursprüngliche Erdatmosphäre bestand aus H_2, He und Wasserstoffverbindungen. Durch Vulkanismus und Entgasungsprozesse wurde die Atmosphäre dann mit H_2O, CO_2, N_2, Ar angereichert. Die Tab. 6.6 zeigt die Zusammensetzung der heutigen Atmosphäre in Bodennähe.

Tab. 6.6 Zusammensetzung der Erdatmosphäre

Element	Volumenprozent
Stickstoff N_2	78,08
Sauerstoff O_2	20,95
Argon Ar	0,934
Kohlendioxid CO_2	0,033
Neon Ne	0,0018
Helium He	0,00052
Methan CH_4	0,00015
Wasserdampf H_2O	$\approx 10^{-4}$

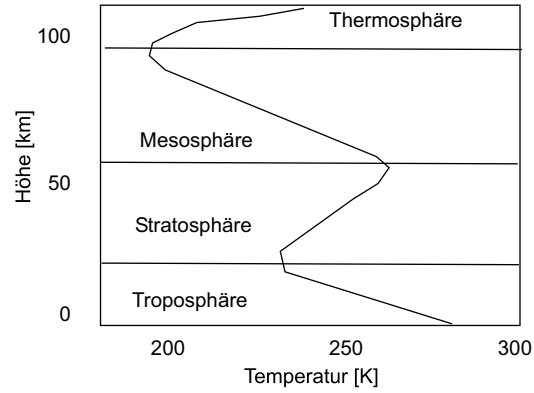


Abb. 6.4 Verlauf der Temperatur in der Erdatmosphäre

Die Erdatmosphäre unterteilt man in folgende Schichten (Abb. 6.4):

- *Troposphäre:* Sie reicht bis zur Tropopause in 15 km Höhe. Bis in diese Höhe nimmt die Temperatur auf etwa −50 °C ab.
- *Stratosphäre:* Bis zur Stratopause (etwa 50 km Höhe) nimmt die Temperatur leicht zu auf −20 °C.
- *Mesosphäre:* Die Temperatur nimmt wieder ab, bei 90 km Höhe hat man dann ein weiteres Temperaturminimum von etwa −100 °C, und es setzt die nächste Schicht ein.
- *Ionosphäre, Exosphäre:* Hier nimmt die Temperatur im Bereich der Thermosphäre (90–250 km) bis auf 1 500 K zu (an der Basis der Exosphäre). In diesen Höhen (ab 700 km) entweichen Moleküle in den Weltraum. Die Ionisation nimmt ebenfalls stark zu – man spricht auch von der Ionosphäre.

Im Bereich der Erdatmosphäre wird die von außen ankommende elektromagnetische Strahlung absorbiert, gestreut oder gebrochen, je nach Wellenlänge. Die Strahlungen der meisten

Wellenlängenbereiche des elektromagnetischen Spektrums werden absorbiert, bis auf zwei Fenster, wo die Atmosphäre für elektromagnetische Strahlung durchlässig ist:

- *optisches Fenster:* von 290 nm (nahes UV) bis 1 μm (nahes Infrarot),
- *Radiofenster:* 20 MHz bis 300 GHz.

Wir können daher die Strahlungen der Sterne und Galaxien nur in diesen Wellenlängenbereichen von erdgebundenen Beobachtungsstationen aus untersuchen. Im Bereich der Ozonschicht (10 bis 40 km) wird Strahlung von 300 nm bis 210 nm absorbiert (UV Bereich). Im Infrarotbereich (1 μm bis 1 mm) wird die Strahlung durch die Moleküle N_2, O_2, CO_2, H_2O absorbiert. Bei Wellenlängen größer als 15 m (unterhalb 20 MHz) kommt es zu einer Reflexion,

Im Bereich des sichtbaren Lichts (410 nm . . . 650 nm) kommt es zu

- Refraktion,
- Streuung,
- Extinktion,
- Dispersion.

Bei der Streuung des Lichts muss man berücksichtigen: a) die Wellenlänge des Lichts, b) die Größe L des streuenden Teilchens. Wenn Licht an den Molekülen in der Erdatmosphäre gestreut wird, dann ergibt sich die Intensität des gestreuten Lichts aus dem *Rayleigh-Streugesetz:*

$$I_{\text{Streu}} \propto \frac{1}{\lambda^4} \tag{6.39}$$

Licht kürzerer Wellenlängen wird daher stärker gestreut, und deshalb ist der Himmel blau. Steht die Sonne oder ein Stern tief am Horizont, erscheint er gerötet.

Hat man Staubteilchen der Größe 1 μm, kommt es zu einer Extinktion, wobei hier folgendes Streugesetz gilt:

$$I_{\text{Streu}} \propto \frac{1}{\lambda} \tag{6.40}$$

Und wenn $L \gg \lambda$ ist (Wassertröpfchen in Wolken), dann ist die Streuung unabhängig von der Wellenlänge – deshalb erscheinen Wolken als weiß.

Licht wird auch gebrochen in der Erdatmosphäre, und Dichteinhomogenitäten führen zum Blinken der Sterne *(Seeing).*

Alle Planeten mit Atmosphäre haben ein *Wetter.* Darunter kann man die Zirkulation in der Atmosphäre verstehen. Das Wettergeschehen wird angetrieben von der Sonneneinstrahlung, die die Oberfläche des Planeten erhitzt. Weitere Faktoren sind die Rotation des Planeten sowie jahreszeitliche Veränderungen. Bei der Erde spielen Ozeane und Meeresströmungen eine wichtige Rolle. Es wird Wärme transportiert zu den kühleren Regionen hin.

Das globale Zirkulationssystem der Erde ist in Abb. 6.5 skizziert. Am Äquator steigt erwärmte Luft auf, in Bodennähe strömt kältere Luft zum Äquator. Durch die Erddrehung *(Corioliskraft)* kommt es auf der Nordhalbkugel der Erde zu einer Rechtsablenkung

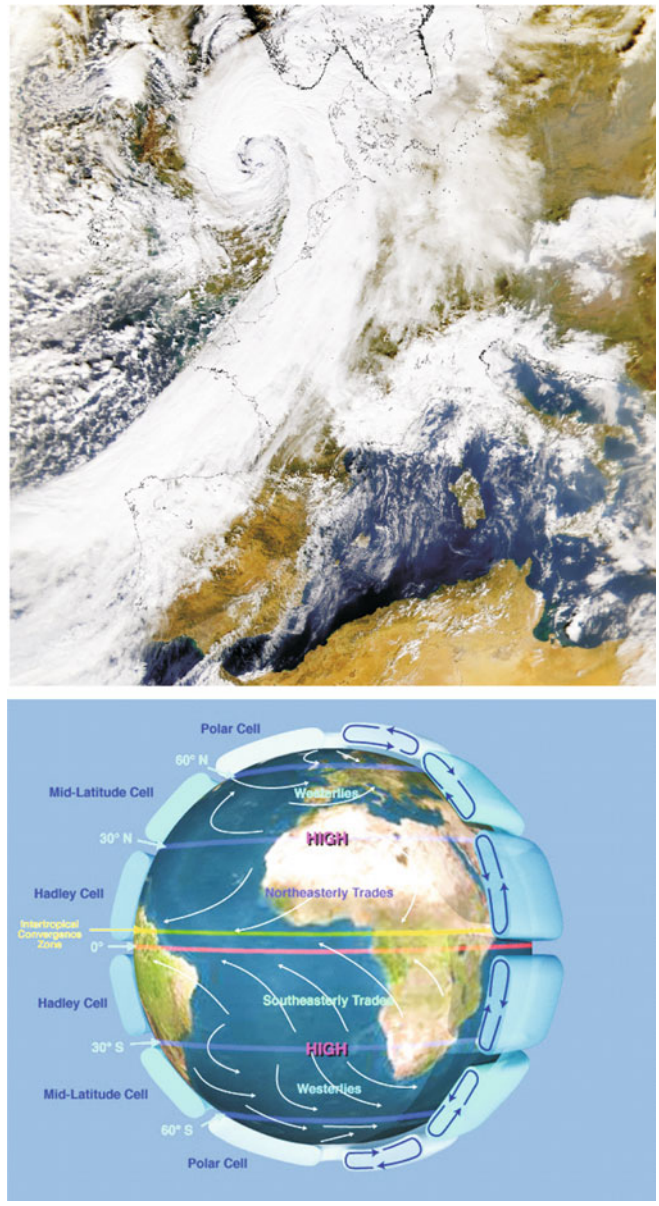


Abb. 6.5 Oben: Sturmtief. Unten: Das komplexe Strömungssystem in der Erdatmosphäre, global circulation. (Photocredit: sealevel.jpl.nasa.gov)

(Nordostwinde), auf der Südhalbkugel nach links. Am Pol sinken hohe Luftmassen ab. Bei rund 30° Breite sind die Luftmassen, die vom Äquator aufgestiegen sind, so weit abgekühlt, dass sie absinken. Luftmassen, die von den Polen äquatorwärts strömen, steigen bis in 60° Breite hoch.

Unter *Klima* versteht man Effekte der Atmosphäre, die sich über Jahrzehnte bzw. Jahrhunderte hin ändern. Ein heißer Sommer allein zeigt noch keine Klimaänderung an. Das Klima steht damit im Gegensatz zu den zufälligen sich von Jahr zu Jahr ändernden Wetterbedingungen. Die moderne Landwirtschaft ist sehr empfindlich gegenüber Temperaturänderungen. Ein durchgehender Temperaturabfall um nur 2 °C würde die Getreideproduktion der USA und Kanadas halbieren. Während der Eiszeiten kam es zu großräumigen Vergletscherungen und Temperaturabnahmen auf der nördlichen Erdhemisphäre. 1920 hat *Milankovich* darauf hingewiesen, dass sich die Neigung der Erdachse ändert, was möglicherweise zu den *Eiszeiten* geführt hat. Wir wissen heute, dass es auch auf dem Mars zu globalen Klimaänderungen gekommen sein muss.

Die ersten Lebewesen entstanden vor 3,5 Mrd. Jahren (*Stromatolithen,* es gibt sie auch heute noch, es handelt sich eigentlich um biogene Sedimentgesteine). Erst seit 600 Mio. Jahren gibt es aber artenreiche Fossilien.

Zwei Milliarden Jahre alte Gesteine enthalten noch keinen Sauerstoff (O_2), obwohl hier bereits Pflanzen Sauerstoff durch Photosynthese freigesetzt haben. Wahrscheinlich hat dieser Sauerstoff sofort mit Gesteinen der Erdkruste reagiert. Nach dieser Zeit reicherte sich die Atmosphäre mit O_2 an, und es konnte sich die *Ozonschicht* bilden. Durch die Bildung von Ozon, O_3, wird lebensfeindliche UV-Strahlung absorbiert. Die *Chapman*-Reaktionen beschreiben die *Photolyse* (Aufspaltung durch elektromagnetische Strahlung) des O_2 durch kurzwelliges UV ($\lambda < 240$ nm) und die Bildung des O_3 sowie die Zerstörung des O_3 durch langwelligere Photonen ($\lambda > 900$ nm). Es herrscht ein Gleichgewicht:

$$3O_2 \rightleftharpoons 2O_3 \tag{6.41}$$

Erst als die Ozonschicht genügend stark war, konnten die Lebewesen die schützenden Ozeane verlassen. Das meiste CO_2 ist heute in den Sedimenten in Form von Karbonaten gebunden bzw. in den fossilen Brennstoffen Kohle und Erdöl.

Der *Treibhauseffekt,* der vor allem durch den Gehalt an CO_2 und H_2O bedingt ist, sorgt dafür, dass die globale Temperatur um 33 °C höher ist, als man es aufgrund der Sonneneinstrahlung erwarten würde. Die moderne Industriegesellschaft erhöht jedoch den Anteil an

CO_2 durch Verbrennen fossiler Brennstoffe und durch das Abholzen der tropischen Regenwälder. Innerhalb 1900–2000 hat der Gehalt an CO_2 um 25 % zugenommen und erhöht sich jedes Jahr um 0,5 % .

Interessant ist, dass es im Verlauf der Erdgeschichte immer wieder ein *Massensterben* von Tierarten gegeben hat. Die Hälfte aller Tierarten starb innerhalb eines kurzen Zeitraumes vor 65 Mio. Jahren aus *(KT-Ereignis).* Man nimmt an, dass die Ursache dafür der Einsturz eines Asteroiden war und die durch den Einsturz hochgewirbelten Staubteilchen zu einer globalen Abkühlung geführt haben. Vor 65 Mio. Jahren sind die Dinosaurier ausgestorben, und der Siegeszug der Säugetiere begann. Die Masse des Asteroiden betrug eine Trillion Tonnen, der Durchmesser lag bei nur etwa 10 km, und er dürfte im Bereich der Halbinsel *Yucatan* (Mexiko) eingeschlagen sein. Dass es sich um einen Asteroiden handelte, zeigt der ungewöhnlich hohe Ir-Anteil in Ablagerungen aus dieser Zeit. Das schwere Metall *Iridium* ist bei Planeten wie der Erde in das tiefere Erdinnere abgesunken, als die Erde noch flüssig war. Ein derartiger *Differenziationsprozess* konnte bei kleineren Körpern wie Asteroiden nicht stattfinden. Der Krater hatte einen Durchmesser von 250 km, die Explosionskraft entsprach der von 5 Mrd. Hiroshima-Bomben. Das in die Atmosphäre geschleuderte Material verteilte sich weltweit, und die Sonne wurde über mehrere Monate hinweg abgedunkelt. Weiterhin gab es sauren Regen und großräumige Feuer. Mit ziemlicher Sicherheit war damals auch eine Periode mit intensivem Vulkanismus.

6.3.5 Der Mond–Allgemeines

Mit nur 1/80 der Erdmasse und einem Äquatordurchmesser von 3 476 km ist die Oberflächengravitation des Mondes zu gering, um eine Atmosphäre zu halten. Zwischen 1968 und 1972 wurden neun bemannte Raumschiffe im Rahmen des *US-Apollo-Programms* zum Mond gesendet, und zwölf Astronauten haben seine Oberfläche betreten. Die russische Raumsonde Luna 9 landete bereits 1966 weich auf dem Mond. Am 21. Juli 1969 betrat der Astronaut *N. Armstrong* als erster Mensch den Mond. Die Kosten für das amerikanische bemannte Mondlandeprogramm betrugen etwa 100 US$ für jeden Amerikaner, auf zehn Jahre aufgeteilt.

Abb. 6.6 zeigt den Landeplatz von Apollo 14 gemacht von einer den Mond umkreisenden Sonde.

Eine Übersichtskarte des Mondes ist in Abb. 6.7 gegeben.

Der Mond hat eine mittlere Dichte von nur 3,3 g/cm^3, d. h. er besteht hauptsächlich aus Silikatgesteinen, und es gibt kein Fe oder andere Metalle sowie kein Wasser und flüchtige

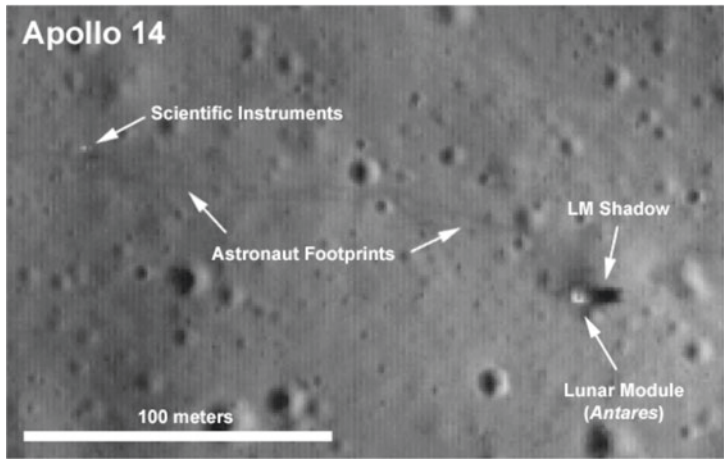


Abb. 6.6 Aufnahme des Landeplatzes der Apollo-14-Mission von einem Mondorbiter aus. Von der Erde aus kann man selbst mit den größten Teleskopen die auf der Mondoberfläche zurück gelassenen Landemodule nicht erkennen. (NASA)

Elemente. Der Mond scheint aus demselben Material wie die Erdkruste zu bestehen. Seismometeraufzeichnungen zeigten, dass es keinen Metallkern gibt, der Mond ist im Inneren kalt und fest. Es gibt kaum Mondbeben.

Die ersten Teleskopbeobachter gaben den Mondformationen phantasievolle Namen wie *Mare Imbrium* (Regenmeer). Die Oberfläche, die zahlreiche Krater aufweist (Abb. 6.8), nennt man *Terrae* (Hochländer). Sie besteht aus hellen Silikatfelsen, Anorthositen. Die Hochländer sind die ältesten Gebiete auf dem Mond. Die Krater sind Einschlagkrater aus der Frühzeit der Bildung des Sonnensystems. Die dunklen großen mit nur wenigen Kratern versehenen Ebenen nennt man *Maria* (Meere). Sie machen 17 % der Mondoberfläche aus, die meisten befinden sich auf der der Erde zugewandten Seite des Mondes. Hier handelt es sich um riesige Impaktbassins, die durch Asteroideneinschläge entstanden sind und dann mit Lava überflutet wurden. Sie bestehen aus Basalt (ähnlich der Zusammensetzung der ozeanischen Erdkruste). Diese Gebiete sind um etwa eine Milliarde Jahre jünger als die Hochländer.

Die Mondberge, meist nach irdischen Gebirgszügen benannt (Alpen. . .), sind ebenfalls das Resultat von Impakten und kommen an den Rändern der großen Maria vor. Die Oberfläche des Mondes ist mit einer Staubschicht bedeckt, die durch die Impakte entstanden ist.

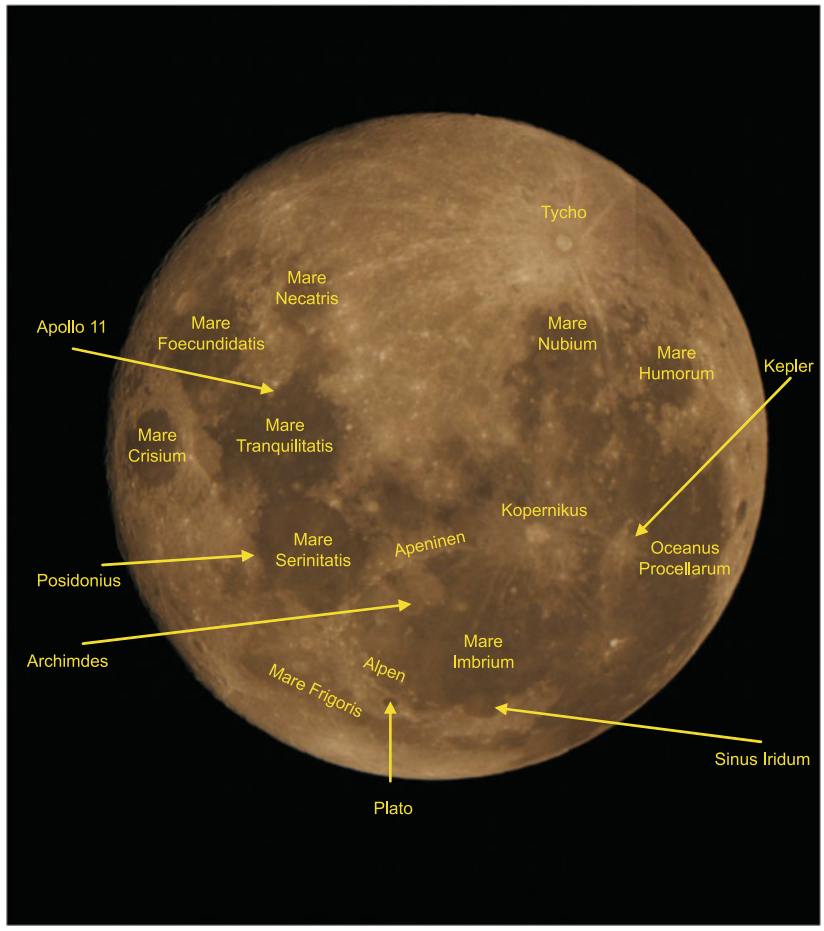


Abb. 6.7 Mondkarte mit einigen Bezeichnungen. (A. Hanslmeier)

Die Astronauten sanken mehrere Zentimeter tief ein und hinterließen Fußabdrücke, die man noch nach vielen Millionen Jahren bewundern wird (Abb. 6.9 und 6.6).

Die Mondnacht, die zwei Erdwochen dauert, ist sehr kalt: −173 °C, da keine schützende Atmosphäre vorhanden ist, die Oberfläche stark porös ist und dadurch leicht auskühlt. Während des Mondtages beträgt die Temperatur 120 °C.

Aus der Anzahl der Krater, die ein bestimmtes Gebiet aufweist, kann man auf dessen Alter schließen, wenn ein Planet oder Mond geringe innere Aktivität bzw. Erosion hat. Die Rate der Kraterbildung ist mehrere Milliarden Jahre konstant gewesen, d. h. die Anzahl der Krater ist proportional zur Länge der Zeit, der die Oberfläche Einschlägen ausgesetzt war. Während der letzten 3,8 Mrd. Jahre war die Kraterbildungsrate ähnlich wie heute (Alter der ältesten Maria, Mondmeere). Vor mehr als 3,8 Mrd. Jahren war die Impaktrate jedoch



Abb. 6.8 Mondlandschaft. (Apollo 11, 1969 aufgenommen)



Abb. 6.9 Erster Ausflug eines Menschen auf dem Mond. (1969, Apollo 11)

wesentlich höher als heute. Auf den älteren Terrae gibt es zehnmal so viele Krater wie in den Maria. Würde die Impaktrate dieselbe sein, dann müssten die Hochländer 38 Mrd. Jahre alt sein. Auf dem Mond fand also eine Phase intensiven Bombardements vor mehr als 3,8 Mrd. Jahren statt. Ähnliche Resultate findet man auch für Merkur sowie für Jupiter- und

Saturnmonde. Bei den anderen Planeten, aber auch z. B. beim Saturnmond Titan, spielt die Erosion eine Rolle.

Auf der Erde kommt es im Durchschnitt alle 10 000 Jahre zu einem Kratereinschlag mit 1 km Durchmesser. Krater mit einigen 10 km entstehen alle paar Millionen Jahre; ein 100 km großer Krater alle 50 Mio. Jahre.

Wichtig für zukünftige Mondmissionen ist die (fast gesicherte) Entdeckung von Wassereis in der Nähe der beiden Pole. Dieses könnte durch Kometeneinschläge abgelagert worden sein. Wie lässt sich Wasser nachweisen? Der Mond besitzt weder Magnetfeld noch Atmosphäre. Deshalb können Teilchen der kosmischen Strahlung voll aufprallen und erzeugen schnelle Neutronen. Mit einem *Neutronenspektrometer* des Lunar-Prospektor wurden 1998 langsame Neutronen in der Nähe der beiden Pole nachgewiesen, diese werden durch Stöße mit Protonen abgebremst – ein Indiz für Wassereis in den dauernd im Schatten liegenden Polgebieten. Das Eisvolumen wird für den Nordpol auf 10 000 bis 50 000 km^3 geschätzt. Zum Vergleich: Die Eismassen der Antarktis schätzt man auf 29×10^6 km^3, auf Grönland etwa 1/10 dieses Wertes. für den Südpol auf 5 000–20 000 km^3. Die Eisvorkommen auf dem Südpol werden jedoch angezweifelt, da beim kontrollierten Einschlag der Prospector-Sonde, 1999, nahe des Südpols keine wasserhaltige Wolke registriert wurde.

Eine Quelle von Hydroxyl-Ionen auf dem Mond könnten Protonen sein (H^+), die mit dem Sonnenwind transportiert werden. Der erste indische Mondsatellit Chandrayaan-1 sowie der NASA-M3-Satellit (Moon Mineralogy Mapper) entdeckten Spuren von Wasser oder Hydroxyl-Molekülen nahe der Mondoberfläche. Auch andere Messungen zeigten, dass man Wasser auf dem Mond findet, oberhalb eines Breitengrades von 10, das meiste Wasser befindet sich um die Polregionen.

6.3.6 Entstehung des Mondes

Einfanghypothese Der Mond ist irgendwo anders im Sonnensystem entstanden und dann der Erde nahegekommen und eingefangen worden. Dies ist grundsätzlich denkbar, allerdings würde eine nahe Begegnung zwischen Mond und Erde eher zu einem Zusammenprallen führen, oder der Mond würde so stark beschleunigt werden, dass ein erneutes Zusammentreffen ausgeschlossen wäre. Aus den Apollo-Missionen weiß man, dass die Sauerstoff-Isotope im Mondgestein in ähnlichen Mengenverhältnissen vorkommen wie in irdischen.

Abspaltungshypothese Bereits von Darwin vertreten (1845–1912). Als sich die Erde formte, rotierte sie sehr rasch, es entstand am Äquator eine Ausbuchtung, aus der sich das Material für den Mond löste. Dies würde erklären, weshalb der Mond hauptsächlich aus Materialien ähnlich denen des Erdmantels besteht. Die Erde müsste sich damals in nur zwei Stunden

um die eigene Achse gedreht haben, was aber unwahrscheinlich ist. Die Apollo-Missionen zeigten zwar gewisse Ähnlichkeiten in den Zusammensetzungen der Gesteine des Mondes und der Erdkruste, aber es gibt auch deutliche Unterschiede, denn es gibt kaum Kalium- und Natriumverbindungen auf dem Mond.

Doppelplanet Mond und Erde entstanden nahezu zur selben Zeit aus der protoplanetaren Gas- und Staubwolke. Problem: Der Mond besitzt nur einen sehr kleinen metallischen Kern.

Kollisionshypothese 1975 von *Hartmann* und *Davis* aufgestellt. In die noch junge Erde hat ein etwa marsgroßer Himmelskörper eingeschlagen und das Material, aus dem sich dann der Mond bildete, herausgeschlagen. Damit kann man leicht erklären, weshalb es im Mondkern kaum Metalle gibt: Der Kern des einschlagenden Himmelskörpers ist im Erdkern stecken geblieben. Der Mond hat sich aus den silikatischen Anteilen beider Himmelskörper gebildet. Das unterschiedliche Verhältnis von Eisen zu Magnesiumoxid in Erde und Mond kann man so erklären: Das Mondgestein stammt zumeist aus Material vom einschlagenden Körper. Auch das Drehimpulsproblem des Systems Erde-Mond kann man erklären: Der einschlagende Körper war von Marsgröße, hat die Erde seitlich getroffen und dadurch ihre Rotationsgeschwindigkeit auf den heutigen Wert erhöht.

In einer Simulationsrechnung konnte auch gezeigt werden, dass die Erdachse ohne Mond wesentlich größere Neigungschwankungen (von 15 bis 30 Grad) durchführen würde, was unser Erdklima extrem instabil machen würde. Die Neigung der Erdachse bestimmt im Wesentlichen die Jahreszeiten, und eine größere Neigung hätte größere Gegensätze zwischen den Jahreszeiten zur Folge.

Unser Mond ist durch die Kollision der Erde mit einem marsgroßen Planeten in der Frühzeit des Sonnensystems entstanden.

6.3.7 Das Mondinnere

Das Erdinnere kann man durch die Auswertung der Ausbreitung von Erdbebenwellen studieren. Man hat auf dem Mond Seismometer positioniert, die aber praktisch keine Mondbeben registrierten. Die einzigen festgestellten Erschütterung stammten von

- Einschlägen von Meteoriten,
- Gezeitenkräften von der Erde auf den Mond.

Der Mond ist also geologisch inaktiv und besitzt einen kalten Kern, während der Erdkern etwa 6 800 K heiß ist. Der Mond besitzt keinen Eisenkern, was sich schon an seiner relativ geringen Dichte von 3300 kg/m^3 zeigt. Deshalb gibt es auch kein Magnetfeld.

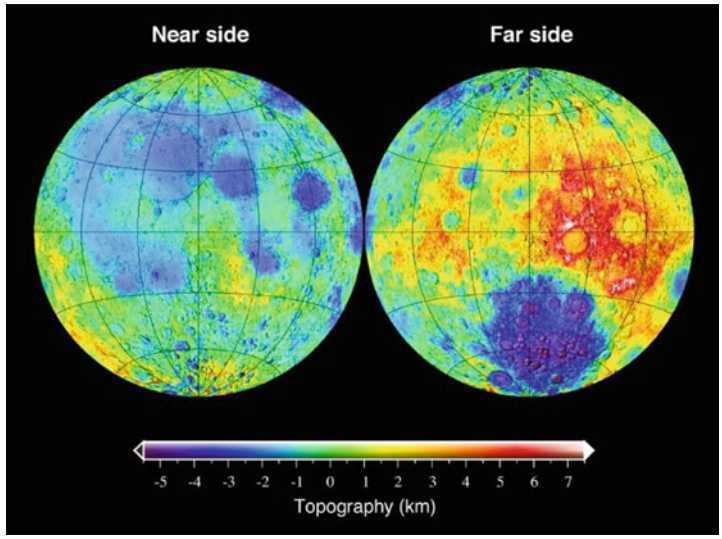


Abb. 6.10 Topographische Karte der Mondvorder- und Rückseite. (NASA)

Die Oberfläche des Mondes ist verschieden: Auf der der Erde zugewandten Seite findet man die großen Mondmeere, welche mit schwererer Basaltlava nach den Asteroideneinschlägen aufgefüllt wurden. Die Mondkruste ist hier dick, die Masse etwas schwerer und deshalb zeigt diese Seite zur Erde (Abb. 6.10).

6.3.8 Die Rückseite des Mondes

Von der Erde aus sehen wir nur eine Hemisphäre des Mondes, da der Mond eine 1:-1-Spin-Bahn-Resonanz zeigt. Der Mond rotiert einmal um seine Achse in derselben Zeit, die er zu einem Umlauf um die Erde benötigt. Tatsächlich sehen wir etwas mehr als 50 % der Oberfläche des Mondes, da seine Rotation gleichmäßig erfolgt, sein Umlauf um die Erde aber nicht. Die Mondbahn ist elliptisch, er bewegt sich in Erdnähe (Perigäum) schneller als in Erdferne (Apogäum). Außerdem ist die Rotationsachse des Mondes leicht geneigt und man muss noch den Parallaxeneffekt auf der Erde berücksichtigen. Wir sehen also fast 60 % der Mondoberfläche, Man nennt diesen Effekte auch *Libration.* Die Rückseite des Mondes zeigt deutlich weniger große Basaltebenen (Maria) als die Vorderseite und es fehlen auch die Mondgebirge, die durch große Einschläge auf der Vorderseite entstanden sind. Im Jahre 1959 funkte erstmals eine russische Sonde Bilder von der Mondrückseite zur Erde. Im Januar 2019 gelang mit der chinesischen Raumsonde Chang'e 4 erstmals eine weiche Landung auf der Mondrückseite (Abb. 6.11).

Die Rückseite des Mondes wäre eine ideale Basis für wissenschaftliche Experimente und Observatorien.



Abb. 6.11 Freisetzung eines Mondrovers an der Rückseite des Mondes. Mission Chang'e 4. (chinesische Weltraumagentur)

6.4 Merkur und Venus

Der sonnennächste Planet ist von der Erde aus nur schwer zu beobachten. Raumfahrtmissionen haben aber überraschende Ergebnisse gebracht und Merkur ist Ziel weiterer Missionen. Venus gilt von der Größe her als Schwester der Erde ist jedoch der Planet mit dem extremsten Treibhauseffekt.

6.4.1 Merkur–Grunddaten

Der von der Erde aus gesehene scheinbare Durchmesser des Planetenscheibchens liegt zwischen 4,5″ und 13″, die maximale Helligkeit beträgt $-1,^{m}9$. Wie Venus erscheint Merkur als Morgen- und Abendstern.

Ähnlich wie unser Mond besitzt Merkur eine mit Kratern übersäte Oberfläche (Abb. 6.12) sowie keine permanente Atmosphäre. Seine Bahn hat eine hohe Exzentrizität von 0,26, daher schwankt sein Abstand von der Sonne zwischen 46 Mio. und 70 Mio. km. Die Bahn ist um 7° gegen die Ekliptikebene geneigt. Die Masse beträgt 1/18 der Erdmasse und der Durchmesser nur 4 878 km, womit er der kleinste Planet im Sonnensystem ist. Die Dichte ist mit 5,4 g/cm^3 relativ hoch, d. h. er besteht hauptsächlich aus Metallen. 60 % seiner Masse macht der metallische Fe-Ni-Kern aus, der Durchmesser des Kerns beträgt 3 500 km. Die äußere Felskruste macht nur 700 km aus. Merkur hat ein schwaches Magnetfeld, was auf einen zum Teil flüssigen Metallkern schließen lässt (vgl. Dynamoprozess bei der Erde). Die Feldstärke beträgt nur 0,0035 bis 0,007 Gauß, also etwa 1 % der Oberflächen-Feldstärke der Erde. Trotzdem ist das Merkurfeld stärker als die Felder, die man bei Mars und Venus



Abb. 6.12 Merkur.
(Aufnahme: Messenger-Sonde)

findet. Der Planet ist auch von einer dünnen Hülle aus He-Gas umgeben, das Magnetfeld des Planeten fängt die aus dem Sonnenwind stammenden He-Kerne ein. Die Feldlinien werden wie bei der Erde vom Druck geladener Teilchen des Sonnenwinds an der der Sonne zugewandten Seite gestaucht.

Im Jahre 1985 hat man spektroskopisch eine extrem dünne Na-Atmosphäre nachgewiesen. Die extrem dünne *Natriumatmosphäre* des Merkur erzeugt eine Exosphäre, die kometenschweifartig hinter Merkur ausgeprägt ist. Die Teilchen der Exosphäre entstehen durch Bombardment der Merkuroberfläche mit Sonnenwindteilchen und Mikrometeoriten.

6.4.2 Die Rotation des Merkur

Die *Rotationsperiode* beträgt 58,85 Tage, dies entspricht 2/3 seiner *Umlaufperiode* um die Sonne (88 Tage). Diese Kopplung zwischen Bahndrehimpuls des Merkur und Spindrehimpuls kommt durch die Gezeitenwirkung der Sonne zustande. Dies hat man aus Radarbeobachtungen bestimmt, da von erdgebundenen Beobachtungen keine Details auf der Merkuroberfläche erkennbar sind. Sendet man Radarsignale zu einem rotierenden Planeten, dann werden diese dort reflektiert. Dabei kann man sich den Planeten aus zwei Hälften bestehend denken: Eine Hälfte bewegt sich auf den Beobachter zu, das dort reflektierte Radarsignal ist also blauverschoben, die andere Hälfte bewegt sich vom Beobachter weg, das dort reflektierte Radarsignal ist daher nach Rot verschoben. Insgesamt erscheint so das reflektierte Radarsignal verbreitert, und aus der Verbreiterung kann man auf die Rotationsgeschwindigkeit schließen. Merkur ist der Planet mit den größten Temperaturgegensätzen zwischen Tag und Nacht: 700 K am Tag, 100 K in der Nacht.

6.4.3 Die Oberfläche des Merkur

1974 hat die US-Sonde Mariner 10 in nur 9 500 km Entfernung den Merkur passiert und sandte Bilder zur Erde mit einer Auflösung von 150 m. Die Oberfläche ist mit Kratern übersät, am auffälligsten ist das *Caloris-Becken* mit einem Durchmesser von 1 300 km. Dieses wurde vor etwa 3,8 Mrd. Jahren von einem über 100 km großen Einschlagkörper erzeugt. Die Schwerkraft an der Merkuroberfläche ist doppelt so groß wie auf dem Mond, und deshalb wird das aus einem primären Einschlagkrater ausgeworfene Material auf Merkur nur 1/6 der Fläche bedecken, die es auf dem Mond bedecken würde. Somit sind die sekundären Krater näher an den primären Kratern gelegen. Die großen Bassins ähneln den Maria auf dem Mond, und es gibt Anzeichen von Lavaüberflutungen. Merkur zeigt keine tektonische Aktivität. Es gibt jedoch Furchen, die von einer leichten Kompression der Kruste herrühren könnten. Im Jahre 1992 fand man Anzeichen von *Eis* unter der Oberfläche (durch erhöhte Radarreflexion) an den Polen.

Die Kraterdichte auf Merkurs Oberfläche ist größer als die auf dem Mond. Dies deutet auf eine sehr alte Oberfläche hin, außerdem existiert keine bremsende Atmosphäre.

Weshalb besitzt Merkur eine so dünne Kruste und einen derart massiven Kern? In der Bildungsphase des Planeten gab es viele Impakte, wobei ein Großteil der Kruste weggeschleudert wurde.

Im August 2004 wurde die Raumsonde *Messenger* gestartet, die sich seit 2011 durch ein Bremsmanöver in einer Merkurumlaufbahn (Orbit) befindet. Die Bahn liegt zwischen 200 und 15000 km Höhe oberhalb der Merkuroberfläche. Farbaufnahmen (siehe Abb. 6.13) der Merkuroberfläche gewinnt man mittels MDIS (Mercury Dual Imaging System). Die Kamera arbeitet im sichtbaren Licht und im nahen Infrarot (bis 1,1 μm). Mit dem Gamma Ray and Neutron Spectrometer (GRNS) kann man Elemente wie O, Si, S oder H an der Oberfläche des Planeten nachweisen. Das Gamma Ray Spectrometer misst Gammastrahlung, die entweder durch das Bombardement mit galaktischer kosmischer Strahlung (O, S, Si, Fe, und H) oder durch natürlichen radioaktiven Zerfall (K, Th und U) entsteht, bis zu einer Bodentiefe von etwa 10 cm. Das Neutronenspektrometer misst Niedrigenergie-Neutronen. Diese entstehen, wenn kosmische Strahlung mit wasserstoffreichem Material abgebremst wird. Damit kann man die oberen 40 cm der Planetenoberfläche erkunden.

Auf Grund seiner Sonnennähe vermutete man, dass es kaum leichte Elemente auf Merkurs Oberfläche gibt, trotzdem hat man Schwefel und andere Elemente gefunden. Das Magnetfeld des Merkur ist stark verzerrt. Der Mittelpunkt liegt 480 km nach Norden verschoben. Über dem magnetischen Südpol Merkurs können daher verstärkt Sonnenwindteilchen eindringen.

Ende 2018 wurde die ESA-Mission *BepiColombo* zum Merkur gestartet. Nach mehreren Swing-By-Manövern an Erde und Venus und auch Merkur wird sie 2025 zu einem künstlichen Merkursatelliten.

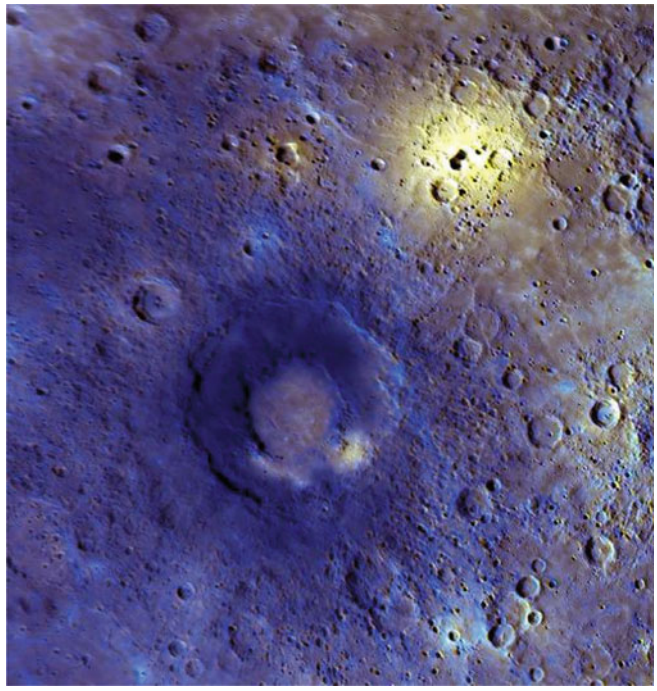


Abb. 6.13 Farbverstärkte Aufnahme der Merkuroberfläche (Raumsonde Messenger, 2011). Aus den Farben kann man auf die Zusammensetzung und Entwicklung der Oberflächendetails schließen

6.4.4 Venus–Grunddaten

Der scheinbare Durchmesser des Planetenscheibchens liegt zwischen $9{,}7''$ (obere Konjunktion) und $66''$ (untere Konjunktion). Die größte Helligkeit beträgt $-4{,}^{\mathrm{m}}6$. Von allen Planeten im Sonnensystem kommen sich Venus und Erde einander am nächsten (bis auf 42 Mio. km). Die Umlaufbahn ist fast kreisförmig, und der Planet ist 108 Mio. km von der Sonne entfernt. Venus erscheint manchmal als Abend- und manchmal als Morgenstern und ist nach Sonne und Mond das hellste Objekt am Himmel. Außer dass Venus Phasen wie der Mond (und auch Merkur) zeigt, ist der Planet auch in großen Teleskopen strukturlos aufgrund seiner dichten Wolkenhülle. Ähnlich wie bei Merkur konnte man bei der Venus aus Radarbeobachtungen die Rotationsperiode bestimmen und hat hier eine Besonderheit gefunden: Die siderische Periode beträgt 243,08 Tage, und Venus rotiert retrograd (also von Osten nach Westen; auf Venus geht die Sonne also im Westen auf). Die Rotationsperiode ist um rund 19 Tage länger als die siderische Umlaufperiode von 224,7 Tagen um die Sonne, und ein Venustag dauert somit 116,75 Erdtage. Die Ursache für diese langsame und retrograde Rotation könnte eine Kollision in der Frühzeit der Bildung des Sonnensystems mit einem Asteroiden gewesen sein. Weiterhin gibt es *Resonanzeffekte:* Bei jeder oberen und unteren Konjunktion zeigt Venus der Erde dieselbe Seite.

Der *Abstand* Venus-Erde kann sehr exakt mit Radarmessungen ermittelt werden. Bei der oberen Konjunktion der Venus (knapp davor oder danach) durchläuft das Radarsignal das Gravitationsfeld der Sonne – der Raum ist nach der Allgemeinen Relativitätstheorie Einsteins gekrümmt. Deshalb ist die Laufzeit der Radarsignale um 200 µs länger als nach der klassischen Berechnung *(Shapiro-Effekt).*

Die erste europäischen Venus-Raumsonde war *Venus-Express* (seit April 2006 bis Ende 2014).

6.4.5 Oberfläche der Venus

Radarmessungen mit dem Teleskop in Arecibo zeigen Details auf der *Venusoberfläche* mit bis zu 20 km Auflösung. Die *Atmosphäre* besteht zum größten Teil aus CO_2, auf der Oberfläche herrschen Temperaturen von 460 °C, und der Druck beträgt das 90-Fache von dem auf der Erdatmosphäre. Radiostrahlung mit Wellenlängen von einigen Zentimetern kann diese Wolken durchdringen. 1978 lieferten die US-Sonde Pioneer sowie die sowjetischen *Venera-Sonden* Bilder der Oberfläche. Venera 9 und 10 (Abb. 6.14) landeten im Jahre 1975 weich auf der Oberfläche und lieferten die ersten Fernsehbilder. Bessere Aufnahmen gab es dann 1982 von Venera 13 und 14 (Farbbilder). Die harten Bedingungen an der Venusoberfläche ($T = 740\,\mathrm{K}$, $p = 90\,\mathrm{bar}$) erlaubten nur Messungen von ein bis zwei Stunden. Da die

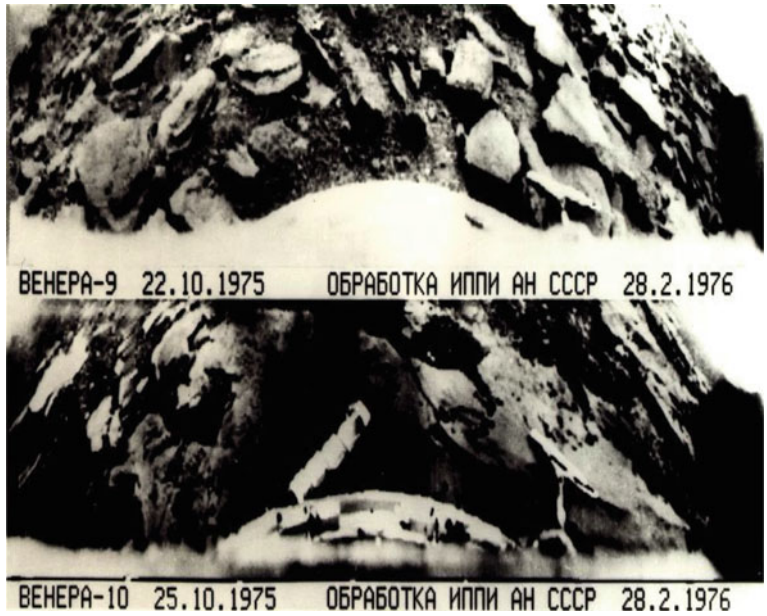


Abb. 6.14 Venusoberfläche. (Aufgenommen von Venera 9, Venera 10)

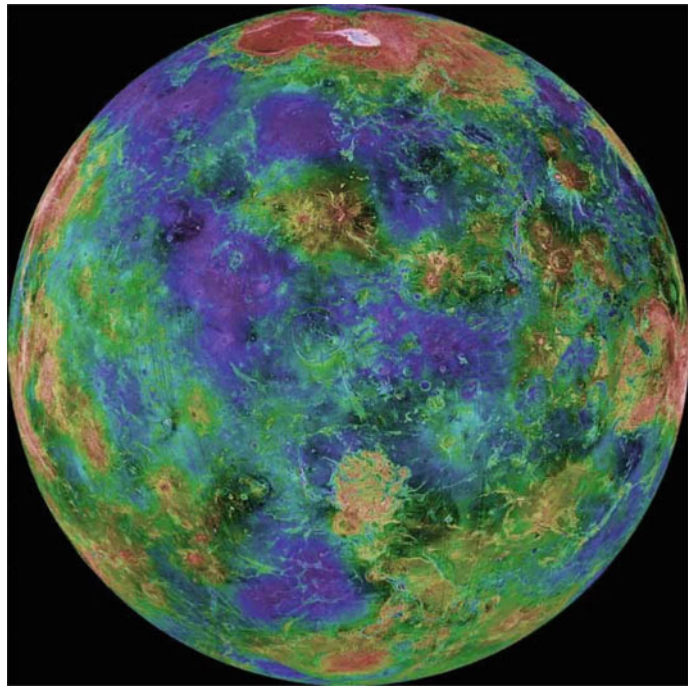


Abb. 6.15 Venusoberfläche. (Aufnahme Magellan)

Sonne durch die dichten Wolken nicht direkt scheint, ist die Oberfläche des Planeten etwa so beleuchtet wie die Erde an einem stark bewölkten Tag, allerdings gibt es eine stark rötliche Färbung des *Venushimmels,* da die Atmosphäre Blau sehr stark streut. 70 % der Oberfläche sind Ebenen, 20 % Einsenkungen bis 2 000 m tief und 10 % kontinentartige Hochländer *(Ishtar Terra, Aphrodite Terra).* Der Ishtar-Kontinent, der durch Hebungsprozesse entstanden ist, und seine hohen *Maxwell-Berge* erinnern an das Hochland von Tibet mit dem Himalaya-Massiv. Auch hier dürfte eine Kompression der Kruste stattgefunden haben, und es gibt Hinweise auf eine Mantel-Konvektion der Venus.

1990 hat man mit der Sonde *Magellan* die Oberfläche mit der *Synthetik-Apertur-Radar-Methode* erfasst und dabei Einzelheiten bis 120 m Durchmesser erfasst (Abb. 6.15). Die Oberfläche der Venus scheint relativ jung zu sein: 100 Mio. Jahre bis 1 Mrd. Jahre. Man findet terrassenförmige vulkanische Calderen und ausgedehnte Lavaströme – aber keine Hinweise auf eine Plattentektonik wie auf der Erde. Viele Einschlagkrater sind von Lava überflutet worden.

An der Oberfläche herrschen kaum Winde (erst in der höheren Venusatmosphäre). Trotzdem gibt es auch Anzeichen von durch Winde bedingten Ablagerungen. Viele Einschlagkrater sind stark asymmetrisch – dies wird erklärt durch den Einfluss der dichten Venusatmosphäre auf die Flugbahn der einschlagenden Meteore. Man findet auch Erosionstäler, die Flussbetten ähneln. Bei den hohen Temperaturen ist flüssiges Wasser auf der Oberfläche auszuschließen. Hier nimmt man dünnflüssige Lavaströme an (Abb. 6.16).

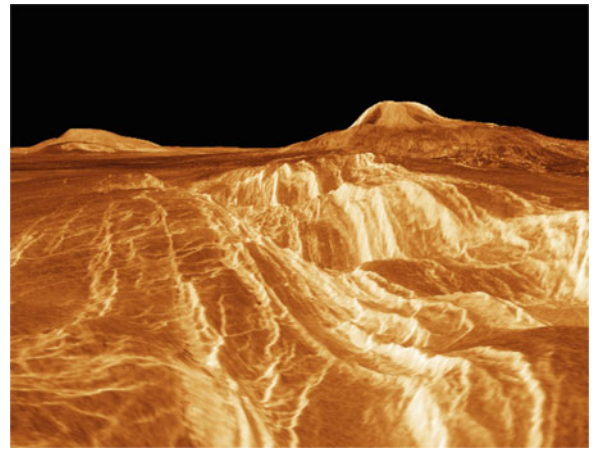


Abb. 6.16 Der Vulkan Gula Mons auf Venus (Höhe 3 km). Links erkennt man den Sif-Mons-Vulkan, der einen Durchmesser von 300 km hat und eine Höhe von 2 km. (Aufnahme: Venus-Magellan)

Venera 13 und 14 erkundeten die Venusoberfläche durch Bestrahlung von Gesteinsproben. Aus der Röntgenfluoreszenzstrahlung konnte man Gesteine nachweisen, die Basalten ähnlich sind.

6.4.6 Atmosphäre der Venus

Die Tab. 6.7 zeigt den Vergleich der Atmosphären von Venus, Erde und Mars.

Der Hauptbestandteil der Venusatmosphäre, CO_2, wurde erstmals 1932 spektroskopisch durch erdgebundene Beobachtungen nachgewiesen.

Der Druck der Venusatmosphäre auf der Oberfläche entspricht dem Druck in 1 000 m Meerestiefe auf der Erde. Es gibt eine *Troposphäre,* die sich bis in 50 km Höhe erstreckt. Innerhalb dieser wird, wie bei der Erde, das Gas unten erhitzt und zirkuliert langsam, es steigt im Äquatorbereich auf und fällt an den Polen nach unten. Da die Venus sehr langsam rotiert, ist diese Konvektionsströmung sehr beständig. Die *Wolken* befinden sich in mehr als 30–60 km Höhe und bestehen aus H_2SO_4-Tröpfchen. Diese Schwefelsäure bildet sich aus

Tab. 6.7 Vergleich der Atmosphären von Venus, Erde und Mars. Volumenanteile in Prozent

Gas	Venus	Erde	Mars
CO_2	96,5	0,03	95,3
N_2	3,5	78,1	2,7
Ar	0,006	0,93	1,6
O_2	0,003	21,0	0,15
Ne	0,001	0,002	0,0003

der Reaktion von SO_2 – diese entsteht durch vulkanische Ausgasungen – und H_2O. Auf der Erde wird das SO_2 durch Niederschläge ausgewaschen, welche es auf Venus nicht gibt. Messungen mit der Raumsonde *VEGA* (UdSSR, 1985.) zeigten, dass in einer Höhe von 53 km Zimmertemperatur herrscht bei einem Druck von 0,5 bar. Die hohe Oberflächentemperatur lässt sich mit dem *Treibhauseffekt* erklären. Die Venusatmosphäre enthält wesentlich mehr CO_2 als die Erdatmosphäre. Das diffuse Sonnenlicht erwärmt die Oberfläche, und das CO_2 reflektiert die entstehende IR-Strahlung vom Boden. Somit wird die Oberfläche weiter erwärmt, bis sie so viel Wärme emittiert, dass es zu einem Gleichgewicht mit dem eintreffenden Sonnenlicht kommt. In den obersten Wolkenschichten (60–70 km Höhe) spaltet die UV-Strahlung der Sonne atmosphärisches SO_2 in molekulare Bestandteile, und diese Radikale durchlaufen verschiedene chemische Reaktionen, bis sie mit den ebenfalls gespaltenen Wassertröpfchen Schwefelsäuretröpfchen bilden. Diese sinken nach unten, stoßen mit anderen Tröpfchen zusammen, und unterhalb der Wolken zerfallen sie wieder zu SO_2 und H_2O, und der Prozess beginnt von vorn.

Die Winde auf der Venus werden durch eine Ost-West-Zirkulation bestimmt, die sich um den gesamten Planeten herum erstreckt, in der obersten Wolkenschicht mit 360 km/h. Wolkenformationen rotieren um den Planeten in nur vier Erdtagen. Die Venusatmosphäre rotiert also viel rascher als der Planet. Die Erdatmosphäre rotiert synchron mit der Erde. Die Sonneneinstrahlung treibt auf der Venus die atmosphärische Zirkulation an, es bilden sich Strömungsmuster in N-S-Richtung *(Hadley-Zellen).*

Die Oberflächentemperaturen auf der Venus ändern sich nur sehr wenig, auch nicht zwischen Tag und Nacht. Die untere Atmosphärenschicht besitzt ähnlich wie die Ozeane auf der Erde eine sehr große thermische Trägheit und speichert große Wärmemengen. Der wichtigste Unterschied zwischen den Atmosphären von Venus und Erde ist folgender:

- Erde: unten kalt, oben heiß;
- Venus: unten heiß, oben kalt, man bezeichnet dies als *Kryosphäre.*
- Sonnenwind: Weil das Magnetfeld der Venus sehr schwach ist, wirkt dieser direkt auf die Atmosphäre ein. Auf der der Sonne zugewandten Seite werden neutrale Atome durch die hochenergetische UV-Strahlung ionisiert und vom Sonnenwind mitgerissen.

Die Venus-Express-Mission der ESA hat *Ozon* in der Atmosphäre von Venus gefunden. Es wurde die Bedeckung eines Sternes durch Venus mit der Raumsonde beobachtet. Durch das Ozon in der Venusatmosphäre wurde der UV-Anteil des von Venus bedeckten Sternes verringert (vgl. Absorption von UV-Strahlung durch die Ozonschicht in der Erdatmosphäre). Ozon in der Venusatmosphäre entsteht durch Aufspaltung von CO_2-Molekülen durch UV-Sonnenlicht. Die aufgespaltenen Moleküle werden auch an die Nachtseite der Venusatmosphäre transportiert, wo Sauerstoffatome miteinander reagieren und entweder O_2 oder Ozon, O_3, bilden. Die Ozon-Schicht befindet sich in 100 km Höhe. Die Entdeckung des Ozons in der Venusatmosphäre ist für die Astrobiologie sehr interessant, bisher glaubte man nämlich,

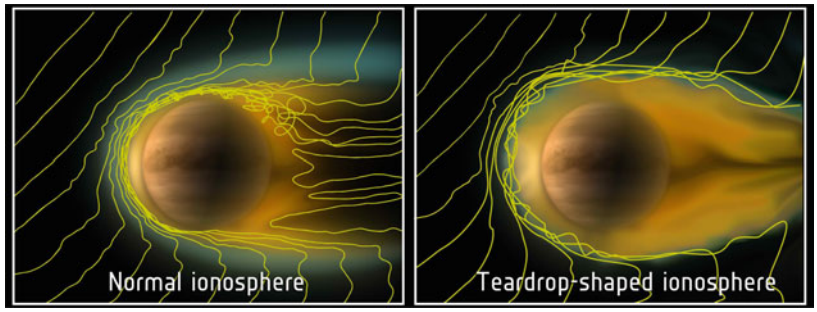


Abb. 6.17 Die Ionosphäre der Venus ist nicht durch ein Magnetfeld geschützt. Ihre Form hängt stark vom Sonnenwind ab. Die Abb. rechts zeigt eine kometenartige Ionosphäre bei sehr geringem Sonnenwind im Jahre 2010. (Venus Express, ESA/Wei)

O_3 sei ein Biomarker, könne also nur durch biologische Prozesse gebildet werden. Ozon auf der Erde entstand durch Photosynthese von Pflanzen, durch die O_2 freigesetzt wird.

Venus ist der Planet mit dem extremsten Treibhauseffekt.

Durch Wechselwirkung mit dem *Sonnenwind* (von der Sonne laufend abgestoßene geladene Teilchen) verliert Venus geladene Teilchen ihrer oberen Atmosphäre. In Abb. 6.17 sieht man den Einfluss des Sonnenwindes auf die Form der Ionosphäre der Venus. Bei sehr geringer Sonnenwinddichte im Jahre 2010 zeigte sich eine kometenartige Struktur, die man auch bei sternnahen Exoplaneten vermutet. Die gelben Linien zeigen das Sonnenmagnetfeld an. Die Sonnenwinddichte betrug in der Abbildung rechts etwa 0,1 Teilchen pro Kubikzentimeter, was 1/50 der normalen Dichte ist. Der Zustand extrem niedriger Sonnenwinddichte dauerte etwa 18 h.

6.4.7 Venus und der Klimawandel auf der Erde

Der Klimawandel auf der Erde ist in allen Medien, und es gibt zahlreiche Vorschläge, die Kimaerwärmung zu mildern. Ein skurrile Idee war es, Schwefelsäuretröpfchen in die hohe Erdatmosphäre zu bringen. Dadurch gelangt weniger Sonnenstrahlung an die Erdoberfläche.

Schwefelsäurewolken bilden sich wie oben erwähnt in Höhen zwischen 50 und 70 km in der Venusatmosphäre. SO_2 verbindet sich mit H_2O. Im Jahre 2008 hat der Venus Express Orbiter eine SO_2-Schicht in etwa 100 km Höhe gefunden. Dieses Schwefeldioxid entsteht durch Spaltung aus den Schwefelsäurewolken weiter unten. Würde man versuchen, die Erderwärmung durch den oben beschriebenen Prozess zu stoppen, könnte in der

Erdatmosphäre ein ähnlicher Effekt wie bei der Venus auftreten. Somit wäre diese Maßnahme sinnlos, abgesehen von anderen möglichen Gefahren.

Dieses Beispiel soll illustrieren, wie wichtig vergleichende Planetenforschung ist und wie man Erkenntnisse über die Atmosphären anderer Planeten für die Erdatmosphäre verwenden kann.

War Venus früher ein *habitabler Planet?* Wasser ist eines der wichtigsten Elemente für Leben. Zwischen Erde und Venus gibt es hier einen großen Unterschied: Fassten wir die gesamten gegenwärtigen *Wasservorräte* zusammen auf den beiden Planeten Venus und Erde und verteilten diese gleichmäßig über die gesamten Oberflächen, dann betrüge die Dicke der Wasserschicht

- Erde: 3 km,
- Venus: 3 cm.

Venus ist also gegenwärtig extrem trocken.

Dennoch könnte Venus vor einigen Milliarden Jahren ähnlich viel *Wasser* wie die Erde heute gehabt haben. Durch die intensivere Sonneneinstrahlung auf Venus wurde H_2O aufgespalten in H_2 und O_2, der leichtere Wasserstoff entwich in den Weltraum, und Sauerstoff verband sich rasch mit anderen Elementen. Venus-Express-Messungen zeigen, dass dieser Prozess auch heute noch stattfindet: man findet ein Verhältnis von 2 H- zu 1 O-Atom, also wurde ein Wassermolekül aufgespalten. Ein Teil des Wassers auf Venus könnte auch durch *Kometenimpakte* dorthin gebracht worden sein.

Flüssiges Wasser in Form von Ozeanen konnte sich also, wenn überhaupt, nur kurze Zeit auf Venus halten. Wasser ist auch eine wichtige Senke für CO_2. Dieses Treibhausgas wird durch die Ozeane reduziert auf der Erde.

Wichtig für die Astrobiologie sind auch *Blitze.* Man hat elektrische Entladungen auf Venus festgestellt, dadurch werden Moleküle aufgespalten und neue Verbindungen können entstehen. Elektrische Entladungen findet man bisher nur bei vier Planeten unseres Sonnensystems: Erde, Venus, Jupiter und Saturn.

6.5 Mars

Mars ist der erdähnlichste Planet im Sonnensystem. Kaum ein anderer Planet hat die Menschheit so fasziniert wie der Mars. Dies hat mehrere Gründe. Mars ändert stark seine Helligkeit und Farbe; er erscheint bei großer Helligkeit rötlich und er galt lange Zeit als Kandidat für Leben im Sonnensystem. Alle großen Raumfahrtnationen unternahmen daher Missionen zum roten Planeten.

6.5.1 Mars–Allgemeine Daten

Aufgrund der großen Bahnexzentrizität geben wir nur die Extremwerte des scheinbaren Durchmessers bzw. der Oppositionshelligkeit an (bei erdnahen Oppositionen): Der Durchmesser des Planetenscheibchens zur Zeit seiner Opposition beträgt $25{,}7''$, zur Zeit der größten Erdentfernung nur $3{,}5''$. Die maximale Oppositionshelligkeit beträgt $-2{,}^{\mathrm{m}}91$.

Beobachtungen von der Erde aus zeigen Oberflächenstrukturen auf dem Planetenscheibchen, da die Oberfläche kaum von Wolken verdeckt wird. Man kann von der Erde aus mit Teleskopen Details bis 100 km Größe erkennen, ähnlich wie die Details, die man mit bloßem Auge auf der Mondoberfläche sehen kann. 1877 fand der Astronom *Schiaparelli* die *Marskanäle, canali,* die sich jedoch bald als optische Täuschungen erwiesen. Die *Rotationsperiode* des Mars beträgt $24^{\mathrm{h}}37^{\mathrm{m}}23^{\mathrm{s}}$. Die *Rotationsachse* hat eine Neigung von 25°, und deshalb gibt es auf Mars *Jahreszeiten* ähnlich wie auf der Erde. Man sieht *Polkappen* sowie sich je nach Jahreszeit ändernde unscharfe dunkle Gebiete. Die *Masse* des Mars beträgt 1/9 der Erdmasse. Die Dichte beträgt $9\,\mathrm{g/cm^3}$. Der Planet besitzt nur ein extrem schwaches *Magnetfeld.* Daneben gibt es Magnetfeldkonzentrationen in kleinen Gebieten.

Zum ersten Mal besuchte 1965 eine US-Sonde den Mars *(Mariner 4),* und auf den Photographien erkannte man Details, die eher der Mondoberfläche ähneln. 1971 umkreiste zum ersten Mal eine Raumsonde, *Mariner 9,* einen anderen Planeten, den Mars, und photographierte Details bis zu 1 km Größe. *Viking 1* landete 1976 weich auf der Oberfläche und sendete bis 1982 Bilder und Daten (Abb. 6.18).

6.5.2 Marsoberfläche

Die Gesamtoberfläche des Mars entspricht (Abb. 6.19) etwa der Fläche aller Erdkontinente. Etwa die Hälfte des Planeten besteht aus Hochländern, die mit Kratern übersät sind und die großteils auf der Südhemisphäre liegen. Auf der Nordhälfte findet man die um etwa 4 km tiefer gelegenen vulkanischen Ebenen. *Hellas* ist ein riesiges Impaktbassin mit 1 800 km Durchmesser.

Die *Tharsis*-Region ist etwa 10 km hoch und enthält vier Vulkane, die nochmals 15 km hoch hinausragen. Der größte Vulkan im Sonnensystem ist der *Olympus Mons* (Abb. 6.18) (500 km Durchmesser, 25 km hoch). Einige Vulkane zeigen an ihren Hängen Impaktkrater, müssen daher etwa 1 Mrd. Jahre alt sein. Olympus Mons hat sehr wenige Impaktkrater, und seine Oberfläche kann daher nur höchstens 1 Mio. Jahre alt sein, es gibt auch Anzeichen von Lavaströmen, die noch wesentlich jünger sind. Man findet auf Mars zahlreiche Canyons, am eindrucksvollsten ist das *Vallis Marineris* (5 000 km ausgedehnt, 7 km tief und 100 km

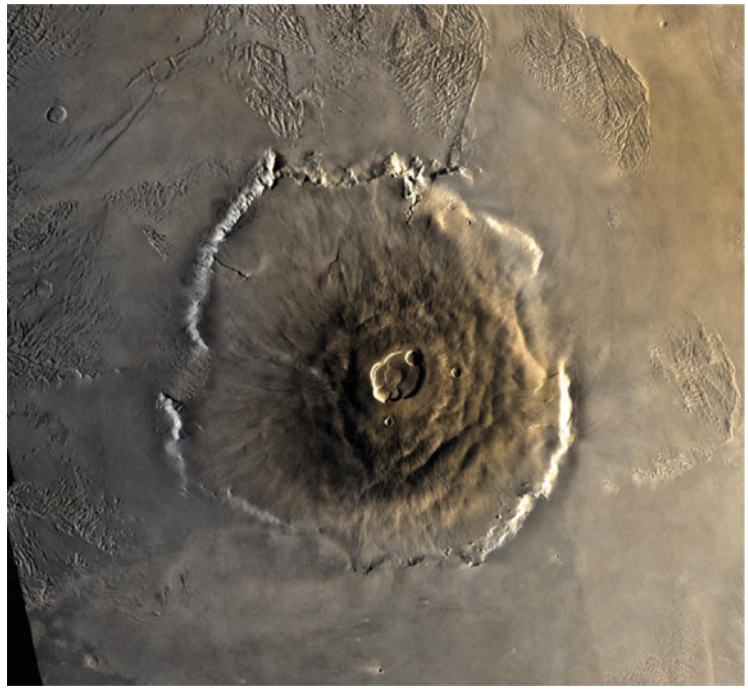


Abb. 6.18 Olympus Mons, der größte Vulkan im Sonnensystem. (NASA)

breit). Hier handelt es sich um tektonische Risse (dabei wurde auch die Polkappe untersucht, Abb. 6.20).

Viking 1 landete am 20. Juli 1976 in einer 3 Mrd. Jahre alten Ebene. Am Landeplatz gibt es viele 1 m große Felstrümmer, und man findet dünenartige Ablagerungen aus Sand. Ähnlich ist auch der Landeplatz von Viking 2, die Landung erfolgte am 1. September 1976. Man hat Windgeschwindigkeiten bis zu 100 km/h gemessen. Die an Bord befindlichen Wetterstationen maßen größere Änderungen in der Marsatmosphäre als in der Erdatmosphäre. Im Sommer betrug das Temperaturmaximum $-33\,^{\circ}\mathrm{C}$, und am Ende der Nacht von $-83\,^{\circ}\mathrm{C}$. Viking 2 photographierte während des Winters Frostablagerungen am Marsboden. Mithilfe der Röntgenfluoreszenz-Spektrometer wurde die Zusammensetzung der Marsproben ermittelt. Die Zusammensetzung unterscheidet sich deutlich von der irdischer Gesteine: Der Marsboden besteht aus basischen Gesteinen, die reich an Mg und Fe sind.

Im Jahre 1997 landete eine Marssonde weich auf dem Mars, und mithilfe eines kleinen Roboterautos *(Sojourner)* konnte man auch eine kleine Ausfahrt auf dem Mars machen. Diese „Pathfinder“ genannte Mission lieferte 90 Tage lang Daten zur Erde. Sojourner funktionierte 12-mal so lang wie seine geplante Lebenszeit (7 Tage). Die Landung erfolgte am 04.07.1997, und man erhielt 16.000 Bilder vom Lander und 550 vom Rover. Die Masse des Landers betrug 264 kg, die des Rovers 11 kg.

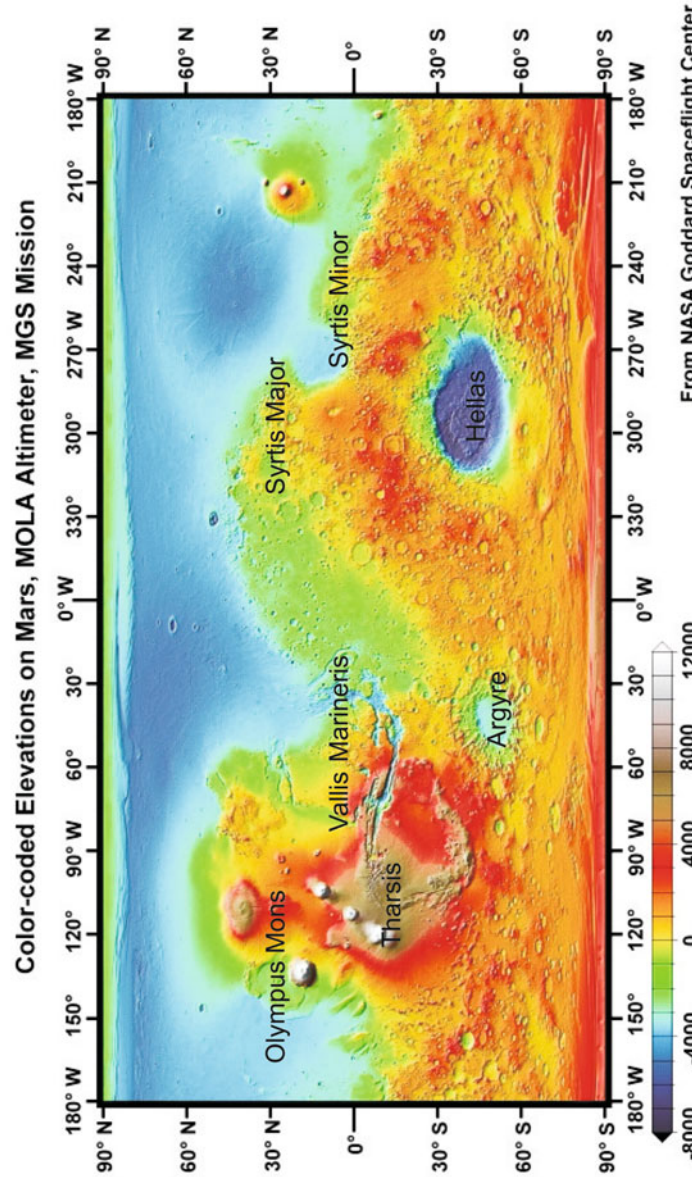


Abb.6.19 Marskarte. (Quelle: NASA)

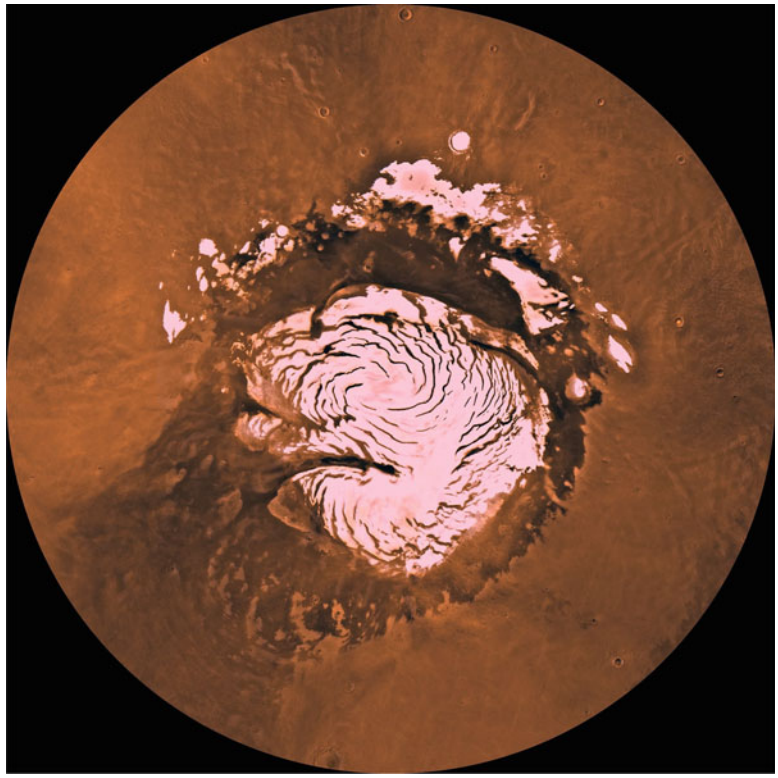


Abb. 6.20 Die nördliche Polkappe des Mars. (NASA, Viking 1)

2004 gingen die beiden Marsrover Spirit (bis 2011) und Opportunity in Betrieb (Abb. 6.21). Opportunity legte bis 2015 eine Strecke von mehr als 40 km auf der Marsoberfläche zurück. Der Mars-Orbiter Odyssey befindet sich seit Oktober 2001 im Marsorbit. Die europäische Mission Mars Express ist seit Weihnachten 2003 im Marsorbit, der Lander Beagle 2 ging leider verloren.

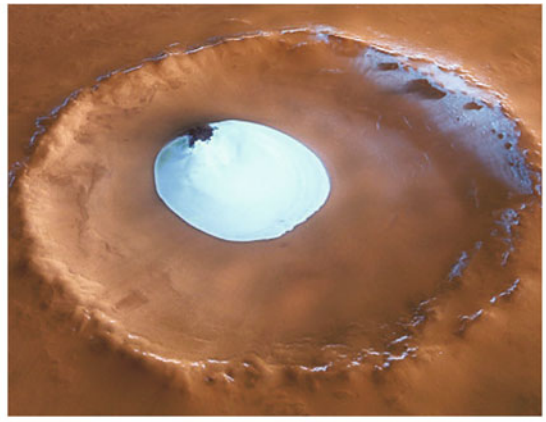
Details eines Marskraters, der teilweise mit Eis bedeckt ist, findet man in Abb. 6.22.

Die in der Antarktis gefundenen *SNC-Meteoriten* sind nur etwa 1,3 Mrd. Jahre alt und können aufgrund ihrer Zusammensetzung vom Mars stammen (Mond scheidet wegen anderer Zusammensetzung aus, Venus wegen der dichten Atmosphäre und höheren Schwerkraft ebenfalls). Man fand in den SNC-Meteoriten Gasblasen, deren Zusammensetzung derjenigen der Marsatmosphäre ähnelt. Dieses Gas wurde beim Aufprall eines Körpers am Mars und anschließenden Herausschleudern des Materials bzw. Erhitzung eingeschlossen.

Das *Marsinnere* soll mit einem Seismometer untersucht werden (SEIS-Experiment an Bord der Mars Insight Mission). Damit wird man Frequenzen im Bereich von 0,05 mHz bis 50 Hz untersuchen. Bisherige Daten zeigen, dass Mars einen Kern besitzt, der im äußeren



Abb. 6.21 Der Marsrover Opportunity fotografierte die Landestelle. Zu sehen ist rechts neben dem Landemodul der große weiße Bremsfallschirm. (NASA)



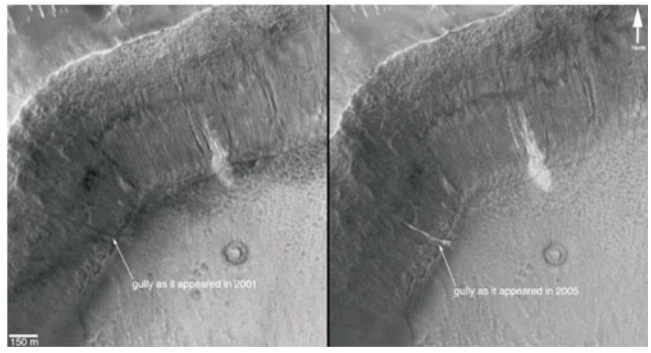


Abb. 6.22 Oben: Marskrater, 30 km, mit Wassereis bedeckt. Die Bildauflösung beträgt 21 m pro Pixelpunkt. ESA/DLR/FU Berlin (G. Neukum); unten: Bildung von sogenannten Gullies, einem System von Abflüssen innerhalb zweier fünf Jahre auseinanderliegender Aufnahmen. (Image credit: NASA/JPL/Malin Space Science Systems)

Bereich flüssig ist (Kerngröße zwischen 1500 und 1800 km). Die erwarteten Marsbeben sollen um den Faktor 100 stärker sein als beim Mond und sind hauptsächlich auf thermische Spannungen zurückzuführen.

6.5.3 Marsatmosphäre

Der Oberflächendruck beträgt nur 0,007 bar, also weniger als 1 % des Drucks auf der Erdoberfläche, und 95 % der Marsatmosphäre besteht aus CO_2. Es gibt verschiedene Arten von *Wolken* in der Marsatmosphäre:

- Staubwolken: Diese entstehen durch aufgewirbelten Staub des Marsbodens, werden durch Winde in die Atmosphäre getrieben und können einen Großteil der Planetenoberfläche bedecken.
- Wolken aus Wassereis: Sie bilden sich um Berge herum, ähnlich wie auf der Erde.
- Wolken aus Kohlendioxid: Bilden Schleier aus Trockeneis.

Die *Polkappen* bestehen aus zwei Komponenten. Jahreszeitlich sich ändernde Polkappen bestehen aus CO_2-Eis. Die südliche permanente Kappe ist etwa 350 km im Durchmesser, die nördliche etwa 1 000 km groß, und diese besteht aus gefrorenem H_2O. Man findet daher in den Polkappen große Wasservorräte. Bis zu 80° Breite findet man in beiden Hemisphären Sedimentablagerungen durch die sich ausbreitenden Polkappen. All dies weist auf *Klimaänderungen* auf dem Mars hin mit Perioden von einigen 1 000 Jahren. Gegenwärtig kann auf dem Mars kein Wasser in flüssiger Form existieren. Man findet aber Hinweise auf große Wasserströme in der Vergangenheit. Vielleicht gibt es unterhalb des Marsbodens gefrorenes Wasser, das durch vulkanische Aktivität aufgetaut wurde. Dies gibt nach wie vor Anlass zu Spekulationen nach möglichen niederen Lebensformen auf dem Mars. Die Experimente der Viking-Sonden (Suche nach Anzeichen von Stoffwechsel) fielen aber negativ aus.

Rechnungen zeigten, dass sich die Neigung der Rotationsachse des Mars um bis zu 60° ändert und so das Klima wesentlich beeinflussen kann. Dies würde den jahreszeitlichen Kontrast zwischen Nord und Süd verstärken. In hohen und mittleren Breiten würden dann die Sommertemperaturen über den Gefrierpunkt des Wassers steigen. Freigesetztes CO_2 aus der abschmelzenden Polkappe erhöht die Dichte in der Atmosphäre, der Treibhauseffekt wird wirksam, und es können sich große Mengen von Oberflächenwasser bilden. Dazu kommen noch chemische Reaktionen, die Salze und Kalkgesteine (Calciumcarbonat) bilden, und so nimmt der Anteil an Kohlenstoff wieder ab, und der Treibhauseffekt wird reduziert. Sobald die Neigung der Achse abnimmt, kühlt der Planet ab, es fallen Trockeneis und Schnee, und Mars befindet wieder in seinem kalten Zustand. Die letzte Warmperiode dürfte vor 300 Mio. Jahren gewesen sein. In der späten Marsgeschichte dürften die Warmperioden nur etwa 1 Mio. Jahre lang gedauert haben. In der früheren Marsgeschichte aber vielleicht länger, und es könnten sich niedere Lebensformen entwickelt haben, die vielleicht in geschützten Gegenden bis heute überlebten.

Mars ist der Planet mit den größten Klimaänderungen. Die Suche nach Leben verlief bisher ergebnislos, wird jedoch fortgesetzt.

6.5.4 Mars – Terraforming?

Man findet viele Ähnlichkeiten zwischen Mars und Erde:

- Polkappen
- Atmosphäre mit Wolken
- Jahreszeiten
- Wetter mit Stürmen

Allerdings gibt es auch Unterschiede:

- Mars: Kein permanentes Magnetfeld; Teilchen des Sonnenwindes erreichen fast ungehindert die Marsoberfläche
- Atmosphäre sehr dünn auf dem Mars
- Gegenwärtig ist auf Mars Wasser in flüssiger Form nicht möglich.

Sehr oft wurde *Terraforming* auf Mars diskutiert. Um Mars bewohnbar (habitabel) zu formen, müsste seine Atmosphäre wesentlich dichter gemacht werden, damit würde sich die Marsoberfläche erwärmen. Gleichzeitig aber darf die Atmosphäre nicht durch Aufspaltungsprozesse der Moleküle (z. B. CO_2, H_2O) zerstört werden. Man nimmt an, dass im Marsboden (Gesteinen) bzw. an den Polen genug gefrorenes bzw. eingebundenes CO_2 existiert, um bei einer Freisetzung den Druck in der Marsatmosphäre auf 300 mbar zu erhöhen. Dadurch würde die Temperatur so weit erhöht, dass Eis an den Polen und im Marsboden schmilzt und pflanzliches Leben ermöglicht. Es gibt auch andere Vorschläge für das Mars-Terraforming. Im günstigsten Fall würde es jedoch einige tausend Jahre dauern, ehe Mars für Menschen bewohnbar wäre.

Der Marsrover *Curiosity* landete im August 2012 auf Mars und sollte umfangreiche chemische Bodenprobenanalysen durchführen und klären, ob es in der Vergangenheit Leben auf dem Mars gegeben hat (Abb. 6.23). Im Schnitt kann der Rover pro Stunde 30 m auf der Marsoberfläche zurücklegen und dabei bis zu 75 cm große Hindernisse überwinden. Die Energieversorgung erfolgt mit Hilfe von zerfallenden Radioisotopen (Plutonium) und reicht für ein Marsjahr (687 Erdtage). Insgesamt sollen auf der Marsoberfläche zwischen 5 und 20 km zurückgelegt werden. Ein Beispiel für ein Gebiet mit höchswahrscheinlich Sedimentablagerungen ist in Abb. 6.24 gegeben. Die Abb. 6.25 zeigt Sedimentablagerungen vor einem Berg im Hintergrund.

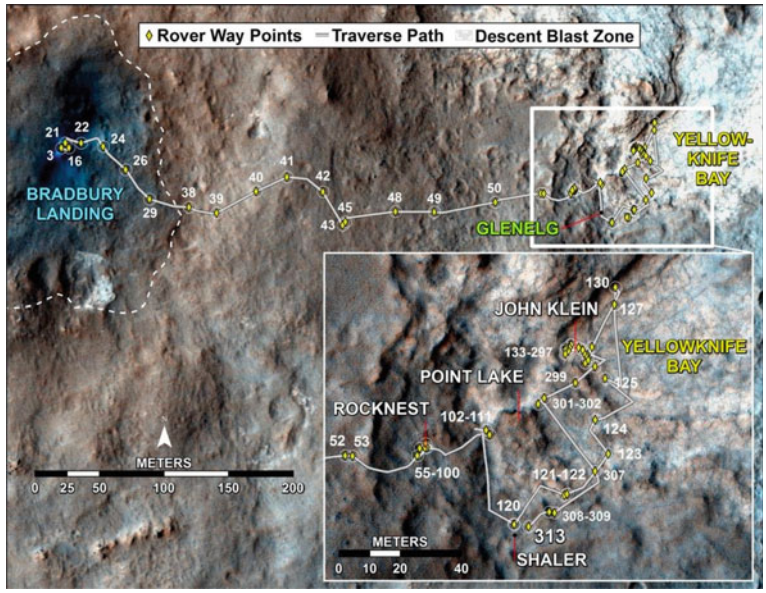


Abb. 6.23 Der zurückgelegte Weg des Marsrovers Cursiosity. Die Zahlen geben die Marstage seit der Landung an. (Image credit: NASA/JPL/Malin Space Science Systems)



Abb. 6.24 Details der Marsoberfläche. (NASA/Curiosity)



Abb. 6.25 Details der Marsoberfläche; die Schichtablagerungen im Vordergrund weisen auf ehemals fließendes Wasser hin. (NASA/Curiosity)

6.5.5 Marsmonde

Im Jahre 1877 entdeckte *A. Hall* die beiden winzigen Marsmonde Phobos und Deimos.

Die Umlaufzeit von Phobos beträgt nur $7^{\mathrm{h}}39^{\mathrm{m}}$, ist also kürzer als die Rotationsdauer des Planeten. Die Monde sind unregelmäßig geformt und etwa 20 km bzw. 12 km groß. Beide ähneln einem dreiachsigen Ellipsoid:

- Phobos: 27 km × 21 km × 19 km,
- Deimos: 15 km × 12 km × 11 km.

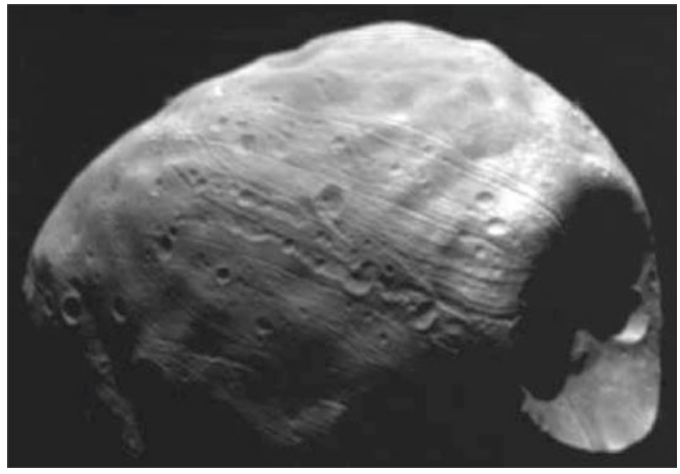


Abb. 6.26 Phobos. (NASA)

Phobos ist nur 2,8 Marsradien von der Marsoberfläche entfernt, Deimos 7 Marsradien (Umlaufszeit $30,3^{h}$). Deimos läuft von W nach O und sehr langsam, bleibt fast drei Marstage über dem Horizont und durchläuft dabei mehrmals alle Phasen.

Der Marsmond Phobos ist der Roche-Grenze sehr nahe und wird innerhalb der nächsten 100 Mio. Jahre auseinandergerissen, bzw. auf den Mars abstürzen (Abb. 6.26).

6.6 Jupiter und Saturn

Jupiter ist der größte Planet des Sonnensystems. Die Eigenschaften Jupiters und die des anderen Gasplaneten Saturn unterscheiden sich grundlegend von denen der terrestrischen Planeten. Saturn ist unter den Planeten besonders durch sein helles Ringsystem bekannt. Doch auch die Erforschung seiner Monde zeigte unerwartete Resultate; so fand man z. B. auf einem seiner Monde Wassergeysire.

6.6.1 Jupiter–Allgemeine Eigenschaften

Der größte Planet des Sonnensystems ist aufgrund seiner schnellen *Rotation* merklich abgeplattet:

Poldurchmesser: 133.700 km

Äquatordurchmesser: 142.984 km.

Jupiter rotiert differenziell, also nicht wie ein starrer Körper:

- Am Äquator beträgt die Rotationsdauer 9 h 50 min 30 s (System I)
- An den Polregionen 9 h 55 min 41 s (System II).

Der scheinbare Durchmesser des Planetenscheibchens zur Zeit seiner Opposition beträgt $49''$, zur Zeit der größten Erdentfernung nur $30''$. Die Oppositionshelligkeit beträgt $-2,^{m}9$, und er ist somit nach Venus der hellste Planet am Himmel (nur selten bei erdnahen Oppositionen erscheint Mars heller). Jupiter hat etwa 1/1000 der Masse der Sonne oder 318 Erdmassen, besitzt aber 2,5 mal so viel an Masse wie alle übrigen Planeten des Sonnensystems zusammen. Der Schwerpunkt des Systems Sonne-Jupiter liegt 1,068 $R_{\odot}$ außerhalb des Sonnenzentrums.

Jupiter ist 778 Mio. km von der Sonne entfernt, und für einen Sonnenumlauf benötigt er 12 Erdjahre. Seine mittlere Dichte beträgt $1,3\,g/cm^3$. Seine Achse ist nur um 3° gegenüber der Bahnebene geneigt, und deshalb gibt es keine jahreszeitlichen Veränderungen.

6.6.2 Raumfahrtmissionen zum Jupiter

Die ersten Raumschiffe erkundeten 1974/1975 den Jupiter (*Pioneer* 10, 11, gestartet 1972/1973). *Voyager 1* erreichte 1979 den Jupiter und untersuchte in weiterer Folge noch den Saturn (1980). *Voyager 2* erreichte einige Monate später den Jupiter und untersuchte 1981 den Saturn, 1986 den Uranus und 1989 den Neptun.

Die Raumsonde *Galileo* umkreiste von 1995 bis 2003 Jupiter und konnte auf ihrem Flug im Jahre 1994 den Einsturz des Kometen Shoemaker Levy beobachten (Abb. 6.27). Bei ihrer Ankunft trennte sich im Dezember eine Abstiegskapsel und tauchte in die Atmosphäre Jupiters ein. In einer Tiefe von 160 km wurde sie schließlich vom Außendruck zerstört, und der letzte Messwert betrug 22 bar bei einer Temperatur von 150 °C. Die Galileo-Sonde selbst wurde dann 2003 zum Absturz gebracht, um ein Aufschlagen auf dem Jupitermond Europa zu vermeiden (Verunreinigung mit irdischen Bakterien). Die Raumsonde *Cassini* passierte 2000/2001 Jupiter.

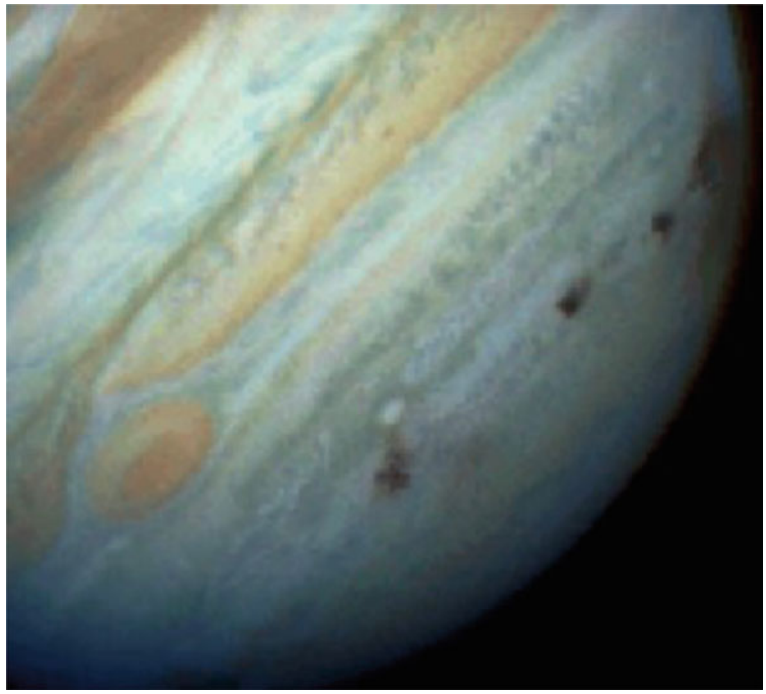


Abb. 6.27 Nach dem Einschlag der Bruchstücke des Kometen Shoemaker-Levy im Juli 1994 in der Jupiteratmosphäre zeigten sich sichtbare Spuren (HST-Aufnahme)



Abb. 6.28 Der Südpol des Jupiter fotografiert aus etwa 100.000 km Entfernung von der Raumsonde Juno im Februar 2017. Man beachte die vielen Wolkenwirbel. (NASA)

Im Juli 2016 ist die Raumsonde JUNO (Jupiter Polar Orbiter) in eine Umlaufbahn um Jupiter eingeschwenkt (der Start erfolgte 2011). Die polare Umlaufbahn dieser Sonde ermöglichte den Einsatz von Solarzellen zur Energieversorgung. Abb. 6.28 zeigt eine Detailaufnahme der Südpolregion Jupiters.

6.6.3 Aufbau der Riesenplaneten

Der innere Aufbau der Riesenplaneten (Tab. 6.8) unterscheidet sich prinzipiell von dem der terrestrischen Planeten:

- Sie sind von einer dichten Atmosphäre umgeben.
- Einige 1 000 km tief wird der Druck so hoch, dass Wasserstoff in seinen flüssigen Zustand übergeht. Noch tiefer verhält sich H wie ein Metall. Der größte Teil des Jupiters besteht aus metallischem H. Metallischer Wasserstoff entsteht, wenn Wasserstoff einem hohen Druck ausgesetzt wird. Es bildet sich ein Gitter aus Protonen (Abstand kleiner als der Bohr'sche Radius) und freien Elektronen.
- Der Kern der Riesenplaneten besteht aus Fels und Eis (bis etwa 20 Erdmassen).

Eine starke innere Wärmequelle erzeugt 4×10^{17} W, das entspricht dem Betrag, den der Planet von der Sonne erhält. Die Atmosphäre von Jupiter ist daher eine Mischung zwischen einer normalen Planetenatmosphäre und einer Sternatmosphäre, die von unten erhitzt wird. Dabei handelt es sich um einen Abkühlungsvorgang im Inneren: Im Kern ist Jupiter etwa 20.000 bis 30.000 K heiß.

Tab. 6.8 Vergleich des Aufbaus der Riesenplaneten; Entfernung vom Zentrum in 1 000 km

Planet	Molekularer H	Metall. H	Eis	Fels
Jupiter	71–59	59–14	14–7	0–7
Saturn	60–30	30–16	16–8	0–8
Uranus	26–18		18–8	0–8
Neptun	25–20		20–10	0–10

6.6.4 Jupiteratmosphäre

Im Spektrum von reflektiertem Sonnenlicht erkennt man Absorptionslinien von gasförmigem Methan und Ammoniak. Tatsächlich besteht die Jupiteratmosphäre aber im Wesentlichen aus Wasserstoff und weist eine ähnliche Zusammensetzung wie die Sonne auf. Weiterhin hat man noch Stickstoff, Kohlenstoff, Wasserdampf, Schwefelwasserstoff nachgewiesen. Die Farben in der Atmosphäre kommen von verschiedenen Formen des molekularen Schwefels (S_n, n ist eine ganze natürliche Zahl), dieser bildet braune und gelbe Teilchen. Die höchsten Wolken leuchten rot, darunter weiße und dann braune Wolken und noch weiter darunter dann blaue Wolken. Hauptbestandteile der Wolken sind ganz oben Ammoniak, dann Ammoniumhydrosulfid und ganz unten Wasser. Die NH_3-Wolkendecke markiert die Obergrenze der konvektiven Troposphäre, die Temperatur beträgt dort 140 K. Innerhalb der Troposphäre nimmt die Temperatur nach unten hin zu. Bei einem Druck von 10 bar vermutet man flüssiges Wasser sowie Eiskristalle.

Durch die rasche Rotation verliert die N-S-Strömung in der Atmosphäre an Bedeutung, und es bildet sich eine Ost-West-Strömung aus. Auf Jupiter sieht man ein Muster von dunklen Bändern und hellen Zonen, die sich parallel zum Äquator erstrecken. In den hellen Zonen strömt Gas nach oben und gipfelt in den weißen NH_3-Wolken. In den dunklen Bändern bewegt sich die kühlere Atmosphäre nach unten; hier gibt es weniger NH_3-Wolken, und man sieht auf die NH_4SH-Wolken.

Man findet auch große ovale, sehr beständige Hochdruckregionen, von denen der *Große Rote Fleck* (GRF, Abb. 6.29), der eine Ausdehnung von 30.000 km hat, am bekanntesten ist und seit 300 Jahren beobachtet wird. In ihm gibt es eine Rotation gegen den Uhrzeigersinn in sechs Tagen. Auf der Erde hat ein Hurrikan (der hier allerdings ein Tiefdruckgebiet ist) eine Lebensdauer von wenigen Wochen, da er durch Reibung mit den Landmassen an Energie verliert. Jupiter besitzt keine feste Oberfläche, und deshalb können derartige Stürme sehr langlebig sein. Im März 2003 beobachtet man die Bildung eines weiteren „Roten Flecks" *(Red Spot jr.)*. Dieses Gebilde tauchte bereits um 2000 als Oval BA auf, aber erst 2006 verfärbte es sich rötlich. Die Ausdehnung entsprach etwa 1/2 der des Großen Roten Flecks. Inzwischen ist es wieder verschwunden, auch der Große Rote Fleck scheint sich stark zu ändern. Eine Sequenz von Jupiterbildern zeigt deutlich wie die Wolkenformationen sich innerhalb weniger Stunden wegen der schnellen Jupiterrotation ändern (Abb. 6.30).

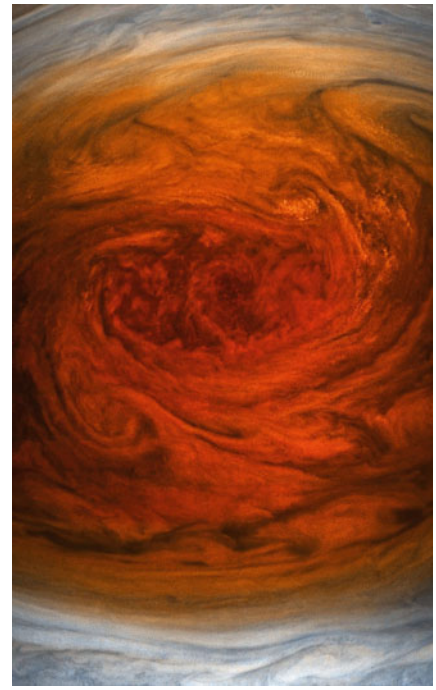


Abb. 6.29 Der Große Rote Fleck in der Jupiteratmosphäre aufgenommen von der Juno-Sonde. (NASA)

Es wird vermutet, dass es auf Jupiter einen 70-jährigen Klimazyklus gibt. Demnach war eine Abnahme der Wirbelsturmtätigkeit auf Jupiter bis etwa 2011 zu beobachten; jetzt sollte die Aktivität wieder zunehmen. Das letzte Minimum der Wirbelsturmaktivität geht auf 1939 zurück. Die turbulente Südpolregion des Jupiters ist in Abb. 6.28 dargestellt.

6.6.5 Magnetosphäre des Jupiters

Im Jahre 1950 wurde Jupiters Radiostrahlung gemessen und dabei eine Synchrotronstrahlung festgestellt (die Intensität nimmt mit wachsender Wellenlänge zu; sie entsteht durch in einem Magnetfeld beschleunigte Ladungen, die abstrahlen). Es zeigte sich, dass diese Strahlung von einem Bereich außerhalb des Planeten stammt, und deshalb müssen geladene Teilchen sich um den Jupiter bewegen, ähnlich wie bei den Van-Allen-Gürteln in der Erdmagnetosphäre. Das Jupiterfeld ist wesentlich stärker als das Erdmagnetfeld. Die Magnetfeldachse ist um 10° geneigt gegenüber der Rotationsachse und um 18 000 km gegenüber dem Zentrum verschoben und hat die entgegengesetzte Polarität zum Erdmagnetfeld. Würde man das Magnetfeld des Jupiters von der Erde aus am Himmel mit freiem Auge sehen können, wäre es dreimal so groß wie der Mond. Das Magnetfeld des Jupiters wird durch den

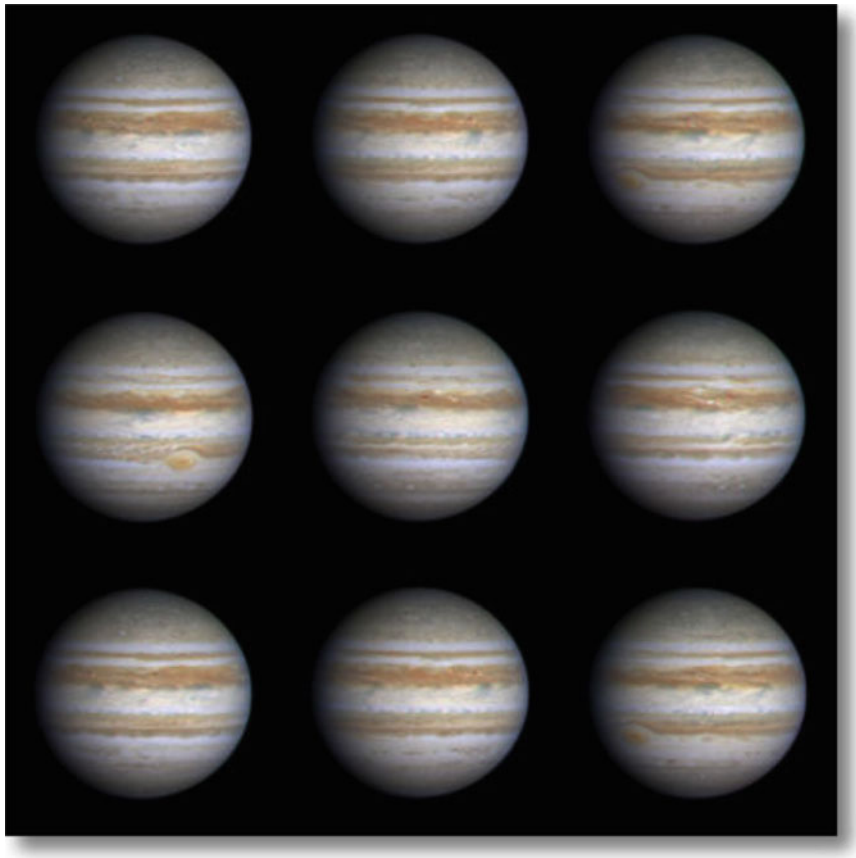


Abb. 6.30 Sequenz von Jupiterbildern, aufgenommen am 22. und 23. Oktober 2000. Deutlich zu sehen ist, wie der Große Rote Fleck (GRF) aufgrund der Rotation des Jupiters weiterwandert. Die Wolken im GRF rotieren gegen den Uhrzeigersinn. Die Äquatorzone ist gegenwärtig hell, was auf hohe Wolken schließen lässt. Vor 20 Jahren bestand die Äquatorzone aus dunklen Bändern. (Aufnahmen: Cassini-Mission, NASA)

Sonnenwind ähnlich wie bei der Erde auf der sonnenzugewandten Seite zusammen gestaucht auf 6×10^6 km, während es auf der sonnenabgewandten Seite bis 700×10^6 km aufragt, also fast bis zur Saturnbahn.

Die Quellen der Ionen in der Jupitermagnetosphäre sind:

- Protonen und Elektronen des Sonnenwinds,
- Teilchen der Atmosphäre,

- Teilchen von den inneren Jupitermonden. Diese können entweder durch den Einfall energetischer Ionen herausgeschlagen worden sein oder stammen von den aktiven Vulkanen des Mondes Io, also S- und O-Ionen. Io verliert etwa 10 t pro Sekunde. Diese Ionen erzeugen einen Plasmatorus.

1992 erforschte die Raumsonde Ulysses Jupiters Magnetfeld und wurde durch einen *Gravity Assist* aus der Ekliptikebene herausgeschleudert und kehrte dann ins Innere des Sonnensystems zurück, um die Polgebiete der Sonne zu untersuchen.

6.6.6 Jupiterringe und Jupitermonde

Das aus winzigen schwarzen Staubpartikeln bestehende Ringsystem des Jupiters wurde erstmals im Jahre 1979 von Voyager 1 photographiert. Die feinen Staubpartikel werden in einigen 10^4 Jahren spiralförmig auf Jupiter stürzen. Die Staubteilchen werden durch das Jupitermagnetfeld geladen und durch Zusammenstöße abgebremst. Durch Absorption und Reemission von Strahlung verlieren sie ebenfalls an Bahndrehimpuls (Poynting-Robertson-Effekt). Das Material der Ringe stammt aus Staub, der beim Aufschlag von kleinen Meteoriten auf die innersten Jupitermonde freigesetzt wird: Adrastea und Metis erzeugen z. B. den Hauptring. Die Monde Thebe und Amalthea speisen die beiden schwächeren Gossamer-Ringe. Ein extrem dünner äußerer Ring umkreist Jupiter retrograd.

Jupiter besitzt 79 natürliche Satelliten (Abb. 6.31) (Stand 2019). 1610 hat *Galilei* die nach ihm benannten Galileischen Monde entdeckt: Io, Europa, Ganymed und Callisto. Die beiden Monde, Europa und Io, sind etwa so groß wie unser Mond, Ganymed und Callisto sind größer als Merkur. Die übrigen Monde des Jupiters sind jedoch viel kleiner.

Die Oberfläche von *Callisto* ist mit Impaktkratern übersät. Es handelt sich um einen Eismond, und die Krater sehen flacher aus als bei Merkur oder Mond. Die Eiskruste erhitzt sich bis auf 130 K, und das bewirkt, dass das Eis weniger Widerstand hat und so die Einschlagspuren flacher verlaufen. Callisto ist der Jupitermond mit der ältesten Oberfläche. *Ganymed* (Abb. 6.35) ist der größte Mond im Sonnensystem, und eine Milliarde Jahre nach seiner Entstehung ist es zu einer Restrukturierung seiner Oberfläche gekommen (auffällige Rillenmuster), die ansonsten eher strukturlos erscheint.

Auf *Io* (Abb. 6.32) gibt es aktive Vulkane, wobei Schwefel bzw. Schwefldioxid ausgestoßen werden. Es gibt auch Schneefälle aus Schwfeldioxid. Man hat auch eine heiße Stelle auf Io gefunden, die 200 km ausgedehnt ist und wo eine Temperatur von 300 K herrscht. Die Ursache für den Vulkanismus ist die Aufheizung infolge der Gezeitenwirkung. Io befindet sich in derselben Distanz zu Jupiter wie der Erdmond zur Erde, allerdings ist die Masse des Jupiters 300-mal so groß wie die Erdmasse, und deshalb wird Io quasi durchgeknetet.



Abb. 6.31 Der große rote Fleck in der Jupiteratmosphäre und im Vergleich dazu die Galileischen Monde. (NASA)

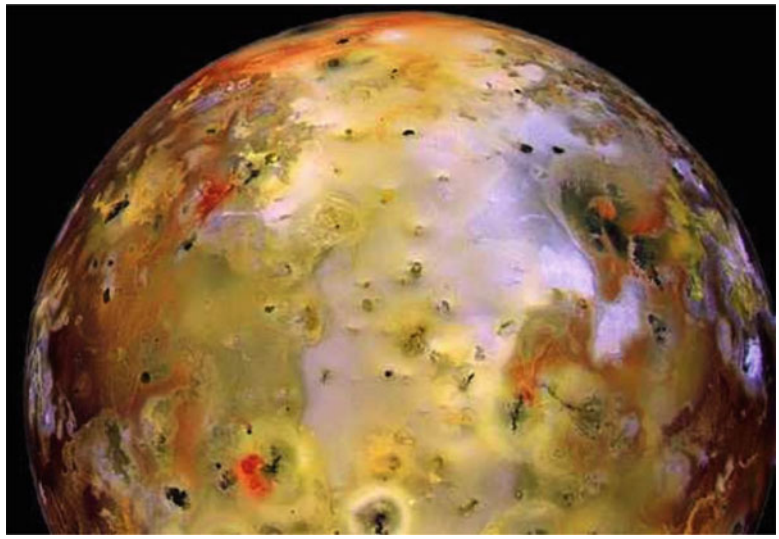


Abb. 6.32 Der mit Vulkanen bedeckte Jupitermond Io. (NASA)

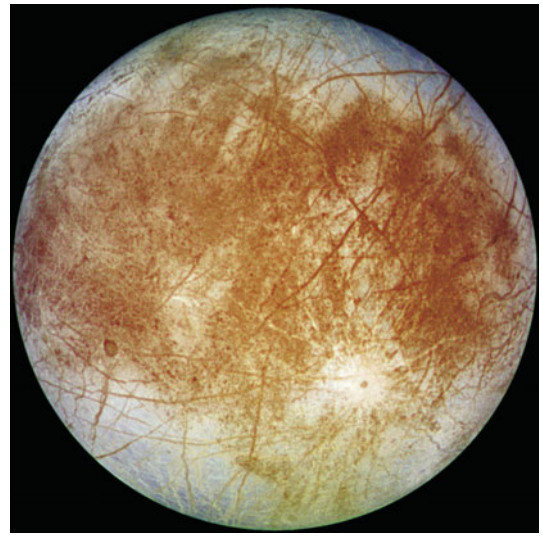


Abb. 6.33 Europa, der von einem dicken Eispanzer eingehüllte Jupitermond. Man erkennt deutlich die vielen Furchen, dagegen kaum Einschlagkrater

Der von einem mächtigen Eispanzer bedeckte Jupitermond *Europa* (siehe auch Abb. 6.33) ist eine weiß leuchtende Kugel mit dunklen Streifen, die Risse in diesem Eispanzer sein können. Vielleicht waren innere Teile dieses Eispanzers infolge der Erwärmung durch die Radioaktivität geschmolzen, und die Risse entstanden beim Erstarren. Möglicherweise gibt es unterhalb des Eispanzers auch jetzt noch flüssiges Wasser, und damit wäre dieser Jupitermond ein Kandidat für Leben. Dieser Ozean ist eine Folge der starken Gezeitenerwärmung des Jupiters (Tidal Heating). Die Oberflächentemperatur Europas beträgt nur rund −150 °C. Da man auf Europa nur sehr wenige Einschlagkrater sieht, wird das Alter der Oberfläche (Abb. 6.34) auf etwa 30 Mio. Jahre geschätzt. Messungen von Raumsonden haben gezeigt, dass Europa ein schwaches sich änderndes Magnetfeld besitzt. Das ist ein starker Hinweis auf einen salzhaltigen Ozean unter der Oberfläche.

Im Jahre 2022 soll die Mission *JUICE* (JUpiter ICy Moon Explorer, ESA-Projekt) zum Jupiter starten, und 2030 das Jupiter-System erreichen. Nach mehreren Annäherungen an Europa und Callisto wird die Sonde 2032 in eine Umlaufbahn um Ganymed einschwenken.

Auch *Ganymed* besitzt ein Magnetfeld und einen unter einer Eiskruste liegenden salzigen Ozean (Abb. 6.35).



Abb. 6.34 Details der Oberfläche des Jupitermondes Europa. (NASA)

► Die Galileischen Jupitermonde sind äußerst interessante Objekte für die *Astrobiologie.*

Insgesamt kann man die Jupitermonde (mit J1, J2, ... bezeichnet) auch folgendermaßen einteilen:

- Vier innerste Monde: kleine unregelmäßige Körper, bis auf *Amalthea* (240 km Durchmesser) keine Strukturen erkennbar.
- Galileische Monde: Abstand 6–26 Jupiterradien, sie befinden sich innerhalb der Jupitermagnetosphäre.
- Vier Monde der mittleren Gruppe: Die größten sind Himalia (170 km) und Elare (80 km), Abstand 155–164 Jupiterradien, Bahnneigungen bis 29°, Exzentrizitäten 0,13–0,21.
- Äußerste Gruppe: 10...30 km Durchmesser. 290–332 Jupiterradien entfernt, sehr große Bahnneigungen (147–163°) sowie hohe Exzentrizitäten. Wahrscheinlich handelt es sich eingefangene Kleinplaneten.

Der Jupitermond Europa ist wegen seines Ozeans unterhalb der Eiskruste ein Kandidat für Leben im Sonnensystem.



Abb. 6.35 Jupitermond Ganymed. (NASA)

6.6.7 Saturn–Allgemeine Daten

Saturn Abb. 6.36 war schon den alten Kulturvölkern bekannt: der Durchmesser des Planetenscheibchens zur Zeit seiner Opposition beträgt 20,1″, zur Zeit der größten Erdentfernung nur 14,5″. Die Oppositionshelligkeit beträgt $0,^{m}43$.

Er benötigt zu einem Sonnenumlauf 30 Jahre und ist im Mittel 1 427 Mio. km von der Sonne entfernt. Er besitzt die 95-fache Erdmasse und die geringste Dichte aller Planeten mit nur $0,7\,g/cm^3$. Die Rotationsperiode beträgt am Äquator 10^h40^m und an den Polen 10^h39^m. Das bedingt eine starke *Abplattung:* Äquatordurchmesser: 120.536 km, Poldurchmesser 107.812 km.

Die *Rotationsachse* ist um 27° geneigt, d. h. man beobachtet jahreszeitliche Effekte.

Der *Aufbau* des Saturns ähnelt dem des Jupiters und wurde in der Tab. 6.8 skizziert. Seine innere Energiequelle ist nur halb so groß wie die des Jupiters. Man nimmt an, dass

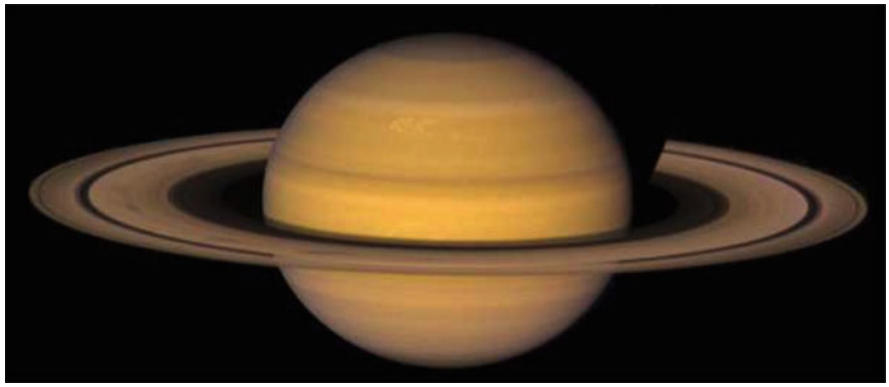


Abb. 6.36 Saturn. Man erkennt sehr deutlich die breite Cassini-Teilung und außen die feine Encke-Teilung. (NASA)

im flüssigen H-Mantel die schwereren He-Tropfen nach unten sinken und auf diese Weise Gravitationsenergie frei wird. Dies passiert bei Jupiter nicht, da er wärmer als Saturn ist. Dies wird unterstützt durch den Befund, dass Saturn nur die Hälfte des He enthält, welches Jupiter besitzt.

Die Temperaturen in der *Atmosphäre* sind etwas geringer als bei Jupiter, und die Atmosphäre ist infolge der geringeren Schwerkraft ausgedehnter. Es gibt weniger große Stürme als auf Jupiter, allerdings ist hier deren Auftreten jahreszeitlich verschieden. Alle 30 Jahre beobachtet man einen Ausbruch von Flecken in der Äquatorgegend (zuletzt 1990). Die Stärke seines Magnetfelds beträgt 0,2 Gauß, und die Magnetfeldachse ist nur um 1° gegenüber der Rotationsachse geneigt. Die gelblich-braune Wolkendecke enthält vorwiegend Ammoniakkristalle.

6.6.8 Saturnringe

Die Saturnringe sind seit Langem bekannt, und sie umkreisen den Saturn in der Äquatorebene, die um 27° geneigt ist zur Bahnebene des Planeten. Wir sehen daher 15 Jahre lang auf eine Seite der Ringe. Die hellsten Ringe sind der A-Ring (Radius 136.780 km), der B-Ring, und der innerste C-Ring (nur 12.900 km von der Saturnoberfläche entfernt). Der hellste Ring ist der B-Ring, und seine Gesamtmasse entspricht der eines Satelliten mit 300 km Durchmesser. A- und B-Ring sind durch die *Cassini–Teilung* getrennt (entdeckt 1675 von *Cassini*). Die Ringe sind zwar 70.000 km breit, aber nur 20 m dick. Die Ringe bestehen aus unzähligen, etwa tennisballgroßen Eispartikeln. Voyager zeigte noch einen weiter innen liegenden D-Ring und einen außerhalb des A-Rings gelegenen F-Ring. Dieser ähnelt den Ringen von Uranus und Neptun. Man erkennt unzählige Einzelringe auf Satellitenaufnahmen. Wichtig für die Struktur der Ringe bzw. das Auftreten von Lücken sind *Resonanzen.* Man spricht



Abb. 6.37 Details des Ringsystems von Saturn. (NASA)

von einer Resonanz, wenn zwei Objekte Umlaufperioden haben, die zueinander in einem ganzzahligen Verhältnis stehen (Abb. 6.36 und 6.37).

Cassini-Teilung: Ein Teilchen an der inneren Kante würde die halbe Umlaufperiode des Satelliten Mimas haben. Die äußere scharfe Kante des A-Rings befindet sich in 7:6-Resonanz mit den Satelliten Janus und Epimetheus. Man beobachtet auch spiralförmige Dichtewellen in den Ringen. Neue Theorien erklären diese speichenartigen Strukturen durch elektrische Entladungen. Dichtewellen sind auch für die Erklärung der Spiralstruktur von Galaxien wichtig.

Das gefundene blaue Leuchten des E-Ringes wird so interpretiert: Der Ring besteht aus Eiskristallen, die von Geysiren des Mondes *Enceladus* stammen.

6.6.9 Saturnmonde

Man kennt 62 Saturnmonde (Stand Ende 2018). Der Saturnmond *Titan* (Abb. 6.38) ist mit einem Durchmesser von 5 150 km nach Jupiters Mond Ganymed der zweitgrößte Mond im Sonnensystem und hat 1,9 Mondmassen. Die Dichte beträgt $1{,}9\,\mathrm{g/cm^3}$. Er wurde 1655 von *Huygens* gefunden. 1944 hat man bei Titan eine Atmosphäre entdeckt. Die Raumsonde Voyager passierte Titan in nur 4 000 km Abstand und wurde von der Erde aus gesehen von Titan bedeckt. Die Radiosignale mussten während dieser Bedeckung verschiedene Schichten der Titanatmosphäre passieren *(Radiookkultation),* womit man diese sondieren konnte. Hauptbestandteil dürfte N_2 sein, CH_4 und Ar machen nur einige Prozent aus. Weiterhin fand man HCN, welches ein Grundbaustein für die DNA ist. Die niedrigen Wolken reichen bis 10 km Höhe und bestehen aus CH_4. Dieses Gas spielt bei Titan eine ähnliche Rolle wie H_2O auf der Erde. Titans Oberflächentemperatur beträgt 90 K, und man nimmt an, dass es hier

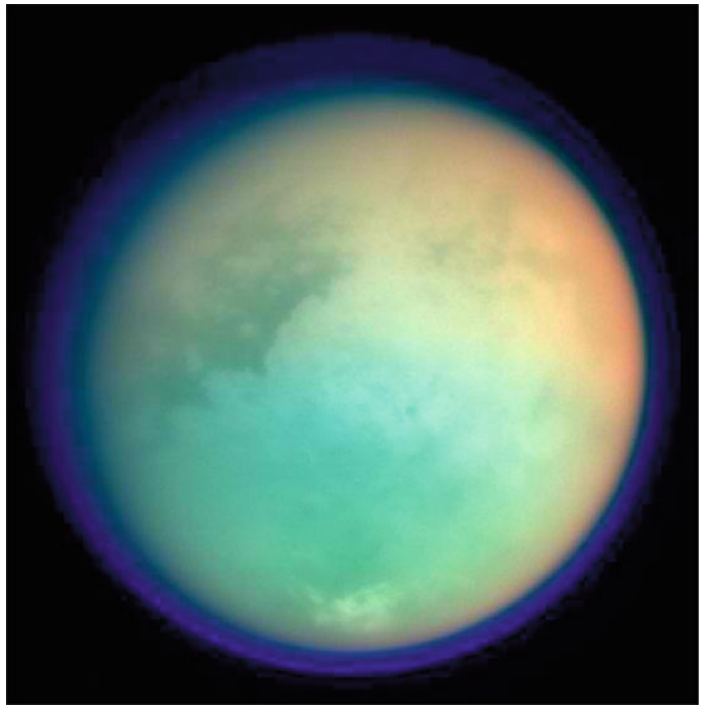


Abb. 6.38 Titan. (NASA/JPL/Space Science Institute)

Seen aus flüssigem Methan gibt. Der Temperaturunterschied zwischen den Polen und dem Äquator macht weniger als 3 K aus. Möglicherweise gibt es auch Kontinente aus Wassereis.

Im Juni 2004 erreichte die Raumsonde *Cassini* nach sieben Jahren Flugdauer das Saturnsystem. Der 14. Januar 2005 markierte einen Höhepunkt der europäischen Weltraumfahrt: Die von Cassini abgetrennte Sonde *Huygens* landete weich auf dem Saturnmond Titan und funkte Bilder von dessen Oberfläche zur Erde. Anstatt der vermuteten Ozeane fand man Sanddünen, die bis zu 150 m hoch sind. Sie bestehen aus feinen Partikeln, möglicherweise gefrorenes Ethan. Weiterhin vermutet man Vulkane auf Titan, allerdings keine Feuervulkane wie auf Venus, Mars oder Erde, sondern *Kryovulkane.*

Radarmessungen zeigen Seen aus Methan am Nordpol, die teilweise verdampfen. Die Jahreszeiten dauern auf Titan jeweils sieben Erdjahre!

Titan ist der einzige Mond im Sonnensystem mit einer dichten Atmosphäre und man findet auch organische Verbindungen.

Kryovulkane (Eisvulkane) fand man auch auf *Enceladus*. Bei den Kryovulkanen werden im Inneren eines Mondes Substanzen wie Methan, Kohlendioxid, Ammoniak, gefrorenes Wasser durch Erwärmung aufgeschmolzen (z. B. Gezeitenkräfte) und dringen an die Oberfläche. Aufnahmen der Raumsonde *Cassini* (Start 1997, erreichte Saturn 2004) lassen vermuten, dass sich in Kammern knapp unter der Oberfläche von Enceladus flüssiges Wasser befindet (Abb. 6.39). Dieses wird in Fontänen bis 500 km Höhe ausgestoßen. Im Jahre 2008 hat Cassini Enceladus in nur 52 km Entfernung passiert. Das ausgestoßene Material wurde während einer Sternbedeckung analysiert, und man fand auch Spuren von organischem Material.

Damit ist der nur 500 km große Enceladus ein weiterer Kandidat für Leben im Sonnensystem.

Abb. 6.40 zeigt den Mond Tethys. Nach Titan sind *Japetus* und *Rhea* die größten Saturnmonde (beide etwa 1 500 km Durchmesser). Japetus ist 60 Saturnradien vom Saturn entfernt, Rhea nur neun. Zwischen den beiden Monden befinden sich noch Titan und Hyperion. Japetus hat eine Dichte von nur $1{,}1\ \mathrm{g/cm^3}$. Er besitzt eine helle und eine dunkle Hemisphäre. Man vermutet, dass der Mond Phoebe durch Einschlag von Mikrometeoriten, die aus ihm dunkles Material herausschlagen, für die Staubpartikel verantwortlich ist, die auf Japetus herabregnen.

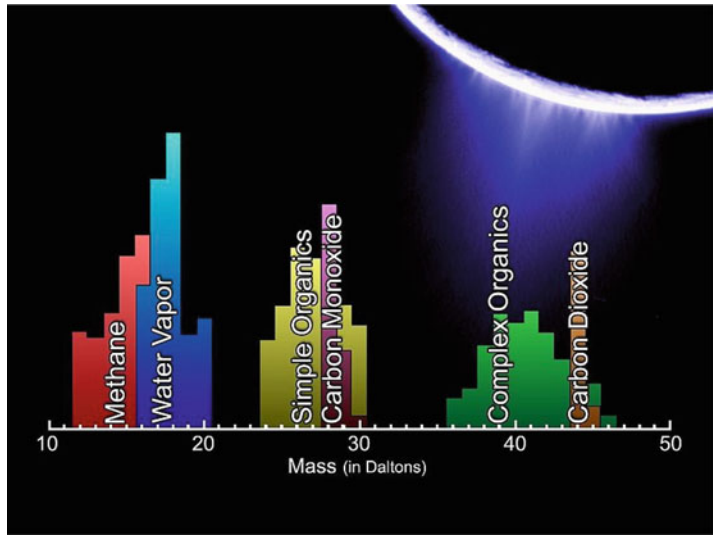


Abb. 6.39 Geysirartige Fontänen, die von der Oberfläche Enceladus weg geschleudert werden. Unten ist die chemische Analyse angegeben. Die Raumsonde Casssini durchflog die Fontäne (plume) im März 2008. Ein Dalton ist die in den USA gebräuchliche Bezeichnung für die atomare Masseneinheit, $1\ \mathrm{Da} = 1\ \mathrm{amu} = 1{,}66 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$. (Credit: Cassini Mission)

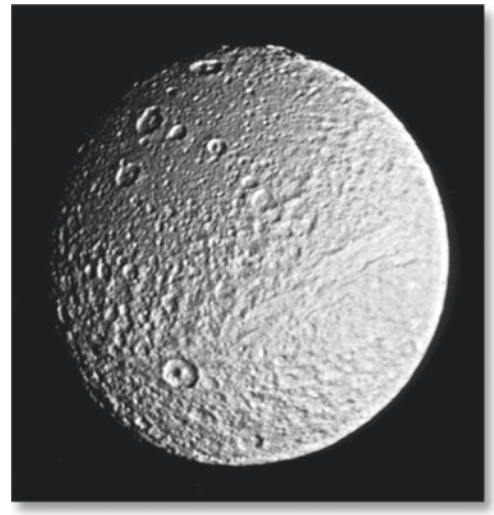


Abb. 6.40 Saturnmond *Tethys*. Aufnahme von Voyager 2 aus einer Entfernung von 282.000 km. Das auf der rechten Seite erkennbare Grabensystem könnte sich entwickelt haben, als Tethys expandierte. (NASA/Cassini)

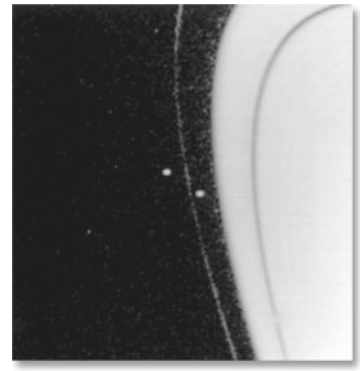


Abb. 6.41 Der F-Ring des Saturn mit den Hirtenmonden Pandora (außen) und Prometheus. (©NASA/JPL/ Space Science Institute)

Die beiden Monde Janus und Epimetheus (Abb. 6.41) bewegen sich auf fast gleichen Umlaufbahnen. Alle vier Jahre nähern sie sich und tauschen dann ihre Umlaufbahnen.

6.7 Uranus und Neptun

Die beiden äußersten Planeten des Sonnensystems werden manchmal auch als Eisriesen beschrieben(im Gegensatz zu den Gasriesen Jupiter und Saturn).

6.7.1 Entdeckung des Uranus und Neptun

Uranus wurde am 13. März 1781 von *W. Herschel* gefunden. Zur Zeit seiner Opposition erreicht der Durchmesser des Planetenscheibchens $4''$, und die scheinbare Helligkeit beträgt $5,^{m}5$, er kann also mit einem Feldstecher gefunden werden, wenn man seine genaue Position am Himmel kennt.

Für einen Umlauf um die Sonne benötigt Uranus 84 Jahre, Neptun bereits 165 Jahre.

Neptun wurde nach Vorausberechnungen aus Störungen der Uranusbahn am 23. September 1846 von *Galle* entdeckt. Zur Zeit seiner Opposition erreicht der Durchmesser des Planetenscheibchens etwa $2{,}3''$, und die visuelle Helligkeit liegt bei $7,^{m}8$. Mit einem Durchmesser von 49 258 km ist Neptun der viertgrößte Planet (Uranus: 51 118 km), von der Masse her ist er der drittgrößte.

Beide Planeten haben ungefähr die 15-fache Erdmasse und Dichten von $1{,}2\,\mathrm{g/cm^3}$ (Uranus) bzw. $1{,}6\,\mathrm{g/cm^3}$ (Neptun). Neptuns Rotationsachse ist um 29° geneigt, die von Uranus aber um 98°. Jeder Pol von Uranus ist etwa 40 Jahre lang der Sonne ausgesetzt. Die Ursache für diese ungewöhnliche Neigung könnte eine Kollision mit einem großen Planeten in der Frühphase des Sonnensystems gewesen sein. Die Rotationsperiode beträgt bei beiden Planeten etwa 17^{h}. Uranus rotiert retrograd. Bei beiden Planeten fehlt metallischer Wasserstoff im Inneren. Neptun besitzt eine innere Energiequelle, und obwohl er weiter von der Sonne entfernt ist als Uranus, herrschen auf beiden Planeten dieselben Oberflächentemperaturen. Uranus erschien zur Zeit des Voyager 2-Vorbeiflugs (1986) strukturlos. Anstelle von NH_3-Wolken (die es bei Jupiter und Saturn gibt), fand man hier CH_4-Wolken. Da er über keine inneren Wärmequellen verfügt, fehlt die Konvektion, und die Atmosphäre ist sehr stabil. Neptun besitzt ebenfalls CH_4-Wolken, und an der Obergrenze der Troposphäre beträgt die Temperatur 70 K bei einem Druck von 1,5 bar. Die Atmosphäre ist klar, und das gestreute Sonnenlicht bedingt die blaue Färbung des Planeten Neptun. Weiterhin gibt es auf Neptun starke Ost-West-Winde mit Windgeschwindigkeiten bis zu 2 100 km/h. Beide Planeten besitzen eine Magnetosphäre, die Feldstärke beträgt 0,3 Gauß (Uranus) bzw. 0,2 Gauß (Neptun), die Neigung der Magnetfeldachse zur Rotationsachse beträgt 60° (Uranus) bzw. 55° (Neptun).

Außer mit Satellitenbildern lassen sich nun auch mit modernen Großteleskopen (Abb. 6.42) Details auf den beiden Planeten von der Erde aus beobachten (z. B. Keck-Teleskop). Man fand langlebige große Stürme in der Atmosphäre des Uranus.

6.7.2 Ringe und Satelliten von Uranus und Neptun

Die *Ringe* des Uranus entdeckte man erst 1977 durch einen Zufall: Der Planet bedeckte einen Stern. Kurz vor dem Verschwinden des Sterns beobachtete man wiederholt auftretende Lichtabschwächungen, die man als Abschwächung durch vier Ringe interpretierte. Heute kennt man 13 Ringe und 27 Monde (Stand Ende 2006). Der hellste Ring wird als ϵ-Ring

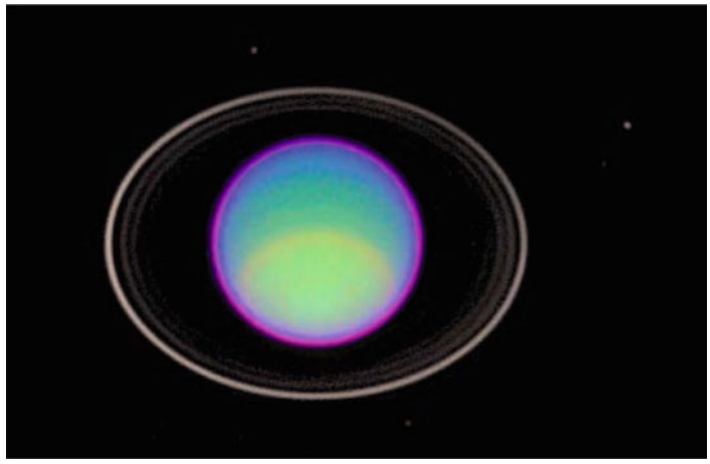


Abb. 6.42 Uranus mit Ring. (Aufnahme: HST)

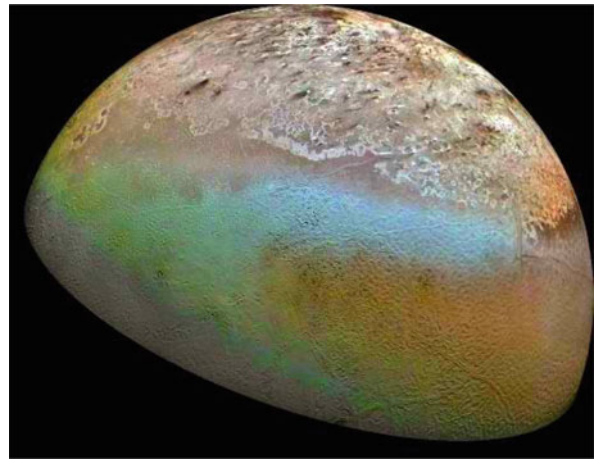


Abb. 6.43 Der Neptunmond Triton. (NASA/Voyager 2)

bezeichnet. Die Ringteilchen bestehen aus dunklen Brocken mit bis zu 10 m Durchmesser. Der im Jahre 2005 mit dem Hubble-Space-Teleskop entdeckte Uranusmond *Mab* scheint sich durch Meteoriteneinschläge aufzulösen und liefert so Material für neue Ringe (feine Eiskristalle). Die fünf größten Monde sind zwischen 500 und 1 600 km groß. Das Ringsystem des Neptun ist noch wenig erforscht, es scheint Verdickungen zu geben – durch Gravitation des Mondes *Galatea.* Die Ringe wurden nach *Adams, Le Verrier, Galle, Lassel* und *Arago* getauft.

Neptun besitzt 13 Monde. Der Neptunmond *Triton* (Abb. 6.43) wurde bereits 17 Tage nach der Entdeckung Neptuns gefunden. Er besitzt eine Atmosphäre sowie Vulkanismus. Der Durchmesser beträgt 2 720 km und die Dichte $2{,}1\ \mathrm{g/cm^3}$. Wahrscheinlich besteht er zu

75 % aus Fels und 25 % aus Wasser. Die Oberflächentemperatur liegt zwischen 35 und 40 K. Die Atmosphäre besteht aus N_2-Dampf. Die Lava (Kryovulkanismus) besteht hier aus H_2O und NH_3. Die Entfernung zu Neptun beträgt etwa 350.000 km. Er umläuft Neptun in fünf Tagen 21 h retrograd (d. h. entgegen der Rotationsrichtung), und die Bahnneigung zur Äquatorebene des Neptun beträgt 156°. Man nimmt an, dass er aufgrund der großen Gezeitenkräfte in etwa 100 Mio. Jahren auseinandergerissen wird und die Teilchen dann Neptun ein spektakuläres Ringsystem verleihen werden.

Triton besitzt eine extrem dünne zu 99 % aus Stickstoff bestehende Atmosphäre, deren Druck nur 1/70.000 desjenigen der Erdatmosphäre beträgt. Durch Sonneneinstrahlung entstehen Konvektionsströme, und es kommt zu geysirartigen Ausbrüchen an der Oberfläche. Ähnlich wie beim Zwergplaneten Pluto ist Tritons Oberfläche zu 55 % mit gefrorenem Stickstoff, zu 35 % mit Wassereis und zu 20 % mit CO_2-Eis bedeckt. Durch die starke Neigung der Rotationsachse werden die Pole abwechselnd von der Sonne beschienen, ähnlich wie beim Planeten Uranus.

Das *Kantaloupe-Terrain* (Abb. 6.44) besteht aus mit schmutzigem Eis überfluteten Kratern. Diese etwa 30 km großen Krater dürften aber nicht durch Einschläge entstanden sein, sondern durch Kryovulkanismus.

Im Jahre 2006 wurden im Lagrange-Punkt L_4 vier Neptun-Trojaner gefunden. Bei L_5 fand man bisher noch keine Objekte.

Jupiter und Saturn (etwa 10-fache Erdgröße) werden auch als Gasriesen, Uranus und Neptun (etwa 4-fache Erdgröße) als Eisriesen bezeichnet.

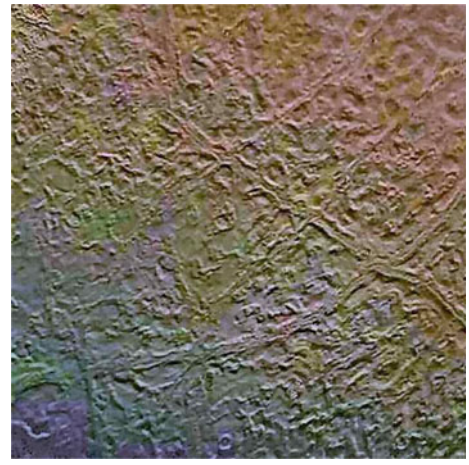


Abb. 6.44 Das Kantaloupe-Terrain auf Triton. (NASA/Voyager 2)

6.8 Zwergplaneten und Asteroiden

Seit dem Beschluss der Internationalen Astronomischen Union im Sommer 2006 gibt es im Sonnensystem eine neue Gruppe von Objekten, die als *Zwergplaneten* bezeichnet werden. Dazu rechnet man auch den Pluto.

Zwergplaneten sind folgendermaßen definiert: Ihre Masse reicht aus, um ihre Form annähernd kugelförmig zu machen, im Unterschied zu den Planeten haben sie jedoch ihre Umlaufbahnen nicht von anderen Objekten frei geräumt.

6.8.1 Pluto

Pluto ist Triton sehr ähnlich. Er wurde am 18. Februar 1930 von *Tombaugh* gefunden. Seine Bahn ist um 17° gegen die Ekliptik geneigt, und er besitzt eine große Bahnexzentrizität ($e = 0{,}24$). Die Distanz zur Sonne schwankt daher zwischen 4,4 Mrd. und 7,3 Mrd. km und seine Helligkeit zwischen den Größenklassen 13,6 und über 16. Bis 11. Februar 1999 war er innerhalb der Neptunbahn und ist seitdem wieder außerhalb, um am 5. April 2231 wieder innerhalb der Neptunbahn einzutauchen. Zu einem Umlauf um die Sonne benötigt er 248 Jahre. Im Jahre 1978 hat man den Plutomond *Charon* entdeckt. Dieser bewegt sich retrograd um Pluto (Entfernung beträgt nur 20 000 km) und hat einen Durchmesser von 1 200 km. Der Durchmesser des Pluto beträgt 2 200 km (er ist also kleiner als unser Mond). Die Dichte ist $2{,}1\ \mathrm{g/cm^3}$, und aus der hohen Reflektivität der Oberfläche nimmt man dort gefrorenes CH_4 sowie NH_3 an mit Oberflächentemperaturen bei 50 K (Aphel) bzw. 60 K (Perihel). Er hat eine Atmosphäre aus CH_4 und N_2. Die gemessene Bond'sche Albedo beträgt für Pluto 0,14 (für die Erde 0,31). Die Rotationsachse ist um 122 Grad geneigt, er rotiert also retrograd. Die Masse beträgt nur 0,0021 Erdmassen. Pluto rotiert in 6,3 Tagen um die eigene Achse. Mit dem HST wurden im Jahre 2005 die beiden winzigen Plutomonde Nix und Hydra entdeckt (geschätzte Durchmesser zwischen 40 und 160 km). Im Jahre 2011 und 2012 wurde jeweils ein weiterer winziger Satellit von Pluto entdeckt (Abb. 6.45).

Pluto besitzt eine sehr dünne vorwiegend aus Stickstoff bestehende Atmosphäre.

Pluto und Charon befinden sich in einer Synchronrotation, hervorgerufen durch die Gezeitenwirkung; beide Objekte zeigen einander immer dieselbe Seite.

Im Jahre 2006 wurde die Sonde *New Horizons* zum Plutosystem entsandt, sie ist dort 2015 eingetroffen. Im Jahre 2007 flog die Sonde am Jupiter vorbei und nahm Daten auf. So wurde z. B. der Ausbruch eines Vulkans auf *Io* beobachtet (Abb. 6.46).

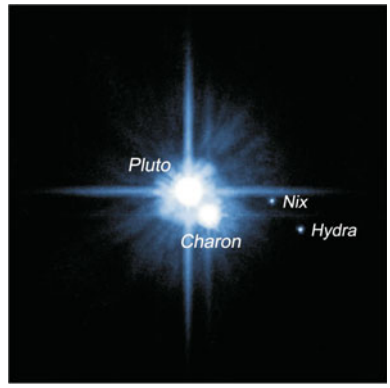


Abb. 6.45 Pluto mit seinen Monden Charon, Nix und Hydra. (HST-Teleskop-Aufnahme)



Abb. 6.46 Zum ersten Mal wurde Pluto im Jahre 2015 aus nächster Nähe von der Sonde New Horizons untersucht. (NASA)

Im Sommer 2015 wurde Pluto erreicht (Abb. 6.47 und 6.48). New Horizons flog in einer Entfernung von 12500 km an diesem Zwergplaneten vorbei. Wegen der großen Entfernung Erde–Pluto konnten die Daten nicht direkt übertragen werden, sondern mussten auf einem 8 Gb Speicher zwischengelagert werden. Die Datenübertragung erfolgte zwischen dem 05.09.2015 und dem 25.10.2016 und die Datenübertragung dauerte also mehr als ein Jahr.

Außerhalb der Neptunbahn gibt es den *Kuipergürtel,* welcher aus vielen tausend Objekten besteht (Asteroiden, Kometenkernen). Pluto ist eines der hellsten Objekte davon. Auch der von Neptun eingefangene Mond Triton dürfte ein Mitglied dieses Gürtels gewesen sein.

Objekte des Kuipergürtels werden weitere Ziele der New-Horizons-Mission sein.

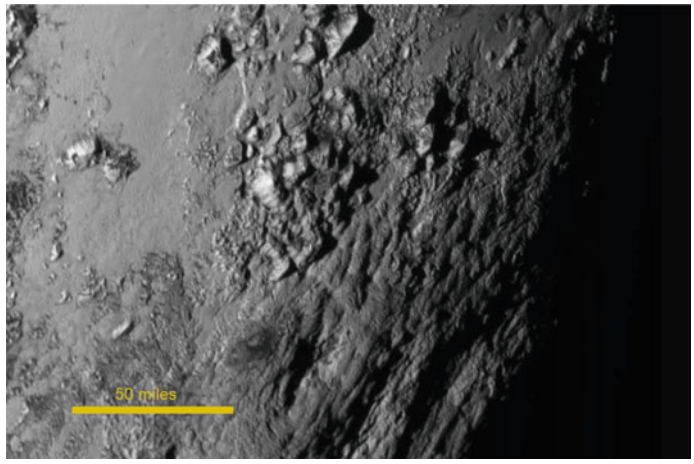


Abb. 6.47 Mit Eis bedeckte Berge auf Plutos Oberfläche. (New Horizons/NASA)

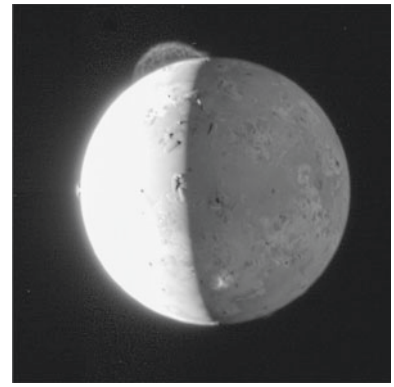


Abb. 6.48 Ausbruch eines Vulkans im Februar 2007 auf dem Jupitermond Io, beobachtet von der zu Pluto unterwegs befindlichen Sonde New Horizons. (NASA)

6.8.2 Ceres und weitere Zwergplaneten

Ceres wurde 1801 von *G. Piazzi* entdeckt und ist das größte Objekt im *Asteroidengürtel* zwischen Mars und Jupiter. Die große Bahnhalbachse beträgt 2,77 AE, die siderische Umlaufperiode 4,6 Jahre. Der mittlere Äquatordurchmesser ist 975 km. Dieser Zwergplanet wurde 2015 von der Raumsonde Dawn aus 13.000 km Entfernung beobachtet. Ceres besitzt etwa 1/4 der Gesamtmasse aller Objekte im Asteroidengürtel. Die gefundenen hellen Flecken sind vermutlich Salzablagerungen (Abb. 6.49). Ceres besitzt einen Gesteinskern, der umgeben ist von einem Mantel aus Mineralien und Wassereis. An der Oberfläche befindet sich eine staubige dünne Kruste. Beim radioaktiven Zerfall des Aluminium Isotops ^{26}Al könnte sich in der Frühzeit des Sonnensystems ein Mantel aus flüssigem Wasser gebildet haben, bis auf die äußere etwa 10 km dicke Kruste. Mit dem IR-Teleskop *Herschel* konnte

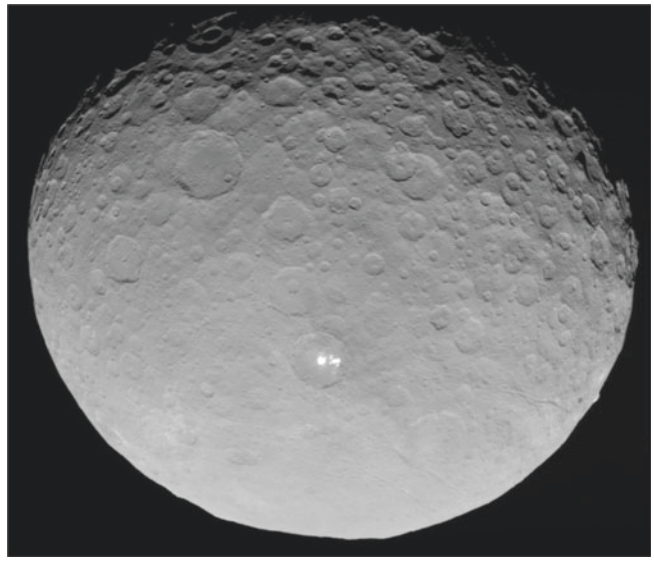


Abb. 6.49 Ceres mit zwei hellen Flecken. (NASA/Dawn-Mission)

man *Wasserdampf* um Ceres nachweisen, es findet ein Wasserausstoß von etwa 6 kg/s statt an zwei Stellen der Oberfläche. Die Wasserfreisetzung ist am größten, wenn sich Ceres auf ihrer elliptischen Umlaufbahn in Sonnennähe befindet. Es wurden auch aliphatische *Kohlenstoffverbindungen* auf Ceres nachgewiesen.

Weitere Zwergplaneten sind die Objekte *Sedna* (≈1 400 km, stark exzentrische Bahn, Periheldistanz 76 AE, Apheldistanz 900 AE, Umlaufszeit um Sonne 10 787 Jahre, stark rötliche Farbe), *Quaoar* (≈1 250 km, große Halbachse 43,5 AE, mit dem 8-m-Subaru-Teleskop wurde 2004 kristallines Wassereis auf dessen Oberfläche nachgewiesen – ein Indiz für innere Wärmequellen durch Radioaktivität), *Eris* (auch als Xena bezeichnet, größer als Pluto, Durchmesser 2 400 km, Periheldistanz 37,8 AE, Apheldistanz 97,5 AE).

Im August 2001 entdeckte man auf der europäischen Südsternwarte ESO (European Southern Observatory) einen Kleinplaneten, der noch größer ist als Ceres; das Objekt erhielt die vorläufige Bezeichnung 2001 KX76 und hat einen Durchmesser zwischen 1 200 und 1 400 km. Die mittlere Entfernung dieses Objekts zur Sonne beträgt mehr als die 1,5-fache Entfernung des Neptun. Seine Größe entspricht der des Plutomondes Charon, und das Objekt gehört zum Kuipergürtel.

Im Jahre 2008 wurde Das Zwergplanet Makemake (Durchmesser 1500 km, besitzt auch einen Mond) im Kuipergürtel gefunden, sowie Haumea der wegen der raschen Rotation stark abgeplattet sein dürfte (Äquatordurchmesser 2200 km, Poldurchmesser nur etwa 1100 km). Im Asteroidengürtel dürfte sich neben Ceres auch noch das Objekt Hygiea (Durchmesser 430 km) befinden (Abb. 6.50).

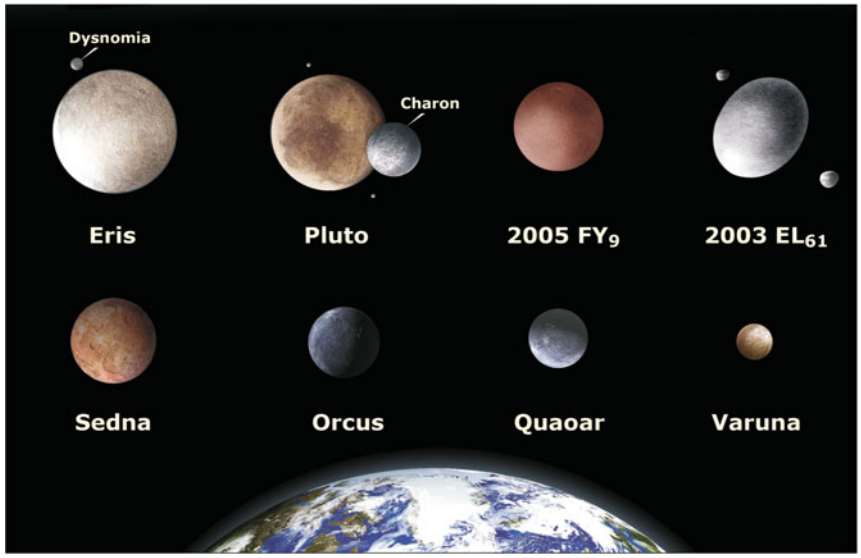


Abb. 6.50 Bekannte Zwergplaneten und Größenvergleich mit der Erde. (NASA-Skizze)

Die Zwergplaneten Pluto (dünne Atmosphäre) und Ceres (Wassereis) zeigten unerwartete Details.

6.8.3 Asteroiden: Benennung und Typen

Wir kommen nun zu den Asteroiden oder Kleinplaneten. Deren genaue Zahl lässt sich nur abschätzen, beträgt aber sicher einige 100 000 Objekte. Auffallend ist deren Anordnung in Gürteln. Einige Asteroiden kreuzen auch die Erdbahn und könnten irgendwann mit der Erde kollidieren.

Nach der Entdeckung von *Ceres* im Jahre 1801 waren um 1890 bereits 300 Objekte bekannt mit Bahnen zwischen Mars und Jupiter, die alle kleiner als 1 000 km sind (Abb. 6.49 und 6.50).

Die *Bezeichnung* von neu entdeckten Asteroiden erfolgt heute mit einer Buchstabenkombination. Der erste Buchstabe kennzeichnet die Monatshälfte der Entdeckung (also 24 Buchstaben, A–Y, ohne I), und dann folgt nach der Reihenfolge der Entdeckung der zweite Buchstabe A–Z (ohne I). Bsp.: 2006 AB ist das zweite Objekt (Buchstabe B), das in der ersten Januarhälfte (Buchstabe A) 2006 gefunden wurde. Wenn diese Kombinationen nicht ausreichen, schreibt man einfach eine Zahl (Tab. 6.9).

Tab. 6.9 Die vier Galileischen Jupitermonde

Name	Durchm. [km]	Masse Erdmond = 1	Dichte [g/cm^3]	Reflexion [%]
Callisto	4820	1,5	1,8	20
Ganymed	5270	2,0	1,9	40
Europa	3130	0,7	3,0	70
Io	3640	1,2	3,5	60
Erdmond	3476	1,0	3,3	12

Tab. 6.10 Daten der größten Kleinplaneten

Name	Entdeckung	Gr. Halbachse [AE]	Durchm. [km]	Klasse
Pallas	1802	2,77	540	C
Vesta	1807	2,36	510	–
Hygeia	1849	3,14	410	C
Interamnia	1910	3,06	310	C
Davida	1903	3,18	310	C
Cybele	1861	3,43	280	C
Europa	1868	3,10	280	C
Sylvia	1866	3,48	275	C
Juno	1804	2,67	265	S
Psyche	1852	2,92	265	M

Man kennt etwa 300.000 Asteroiden. 14 Asteroiden (oder auch Kleinplaneten oder Planetoiden) sind größer als 250 km (Tab. 6.10). Die *Gesamtmasse* aller Asteroiden ist aber wesentlich geringer als die des Mondes, also sind sie nicht durch das Auseinanderbrechen eines großen Planeten entstanden. Der *Asteroidengürtel* befindet sich zwischen 2,2 und 3,3 AE, und entsprechend liegen die Umlaufzeiten um die Sonne zwischen 3,3 und 6 Jahren. 75 % aller Kleinplaneten befinden sich in diesem Gürtel, trotzdem beträgt der mittlere Abstand zwischen ihnen mehr als 1 Mio. km. Man kann den Asteroidengürtel daher gefahrlos mit einer Raumsonde durchquetren.

Die meisten Asteroiden sind in Gürteln (z. B. zwischen Mars und Jupiter) angeordnet, einige kreuzen auch die Erdbahn.

Hinsichtlich ihrer Zusammensetzung werden Asteroiden in drei *Gruppen* geteilt:

- C-Asteroiden: kohlenstoffreich, z. B. *Ceres* (jetzt allerdings als Zwergplanet definiert) oder *Pallas.*
- S-Asteroiden: felsig; es gibt keine dunklen Kohlenstoffverbindungen, und somit höhere Albeda (Reflektivität 16 %, wie der Erdmond); bestehen aus Silikatverbindungen.
- M-Asteroiden: *Psyche* ist der größte vom M-Typ. Bestehen aus Metallen. Ein 1-km-M-Asteroid könnte den Weltverbrauch an Industriemetallen für Jahrzehnte abdecken.

Vesta umkreist die Sonne in 2,4 AE und hat eine Reflektivität von 30 %, ist also sehr hell, und wenn man genau weiß, wo dieser Kleinplanet steht, kann er mit freiem Auge beobachtet werden. Ihre Oberfläche ist mit Basalt bedeckt, d. h. der Kleinplanet muss früher einmal vulkanisch aktiv gewesen sein. Jedenfalls dürfte hier ein Differenziationsprozess stattgefunden haben. Der Kleinplanet war aufgeschmolzen, und die schwereren Elemente sanken infolge der Schwerkraft nach unten ab. Die Gruppe der *Eukrit-Meteorite* dürfte von Vesta stammen. 1991 hatte die Raumsonde Galileo zum ersten Mal Nahaufnahmen eines Asteroiden zur Erde gefunkt: *Gaspra.* Es ist ein S-Asteroid. Die Oberfläche ist nur etwa 200 Mio. Jahre alt, d. h. dieses Objekt entstand aus einer Kollision vor 200 Mio. Jahren aus einem größeren Kleinplaneten.

1917 hat *Hirayama* die These aufgestellt, wonach es Familien von Kleinplaneten gibt und jede Familie durch Explosion oder Kollision eines größeren Objekts entstanden ist.

Bei einigen Asteroiden wurden Begleiter gefunden (also *Asteroidenmonde*): 243 *Ida* hat einen kleinen Begleiter *(Dactyl)* (Abb. 6.51), welchen man im Rahmen der *Galileo-Mission* gefunden hat. Das Objekt 4179 *Toutatis* besteht aus zwei Stücken mit 2,5 bzw. 1,5 km



Abb. 6.51 Asteroid Ida mit Mond Dactyl (rechts). (NASA)

Durchmesser. Am 29. September 2004 kam es zu einer Erdannäherung auf nur 1,5 Mio. km. Eines der Ziele der Galileo-Mission war es auch, eine Sonde in die Jupiteratmosphäre zu schicken sowie einen Orbiter um Jupiter herum. Die Sonde wurde bei der STS-34-Mission am 18.10.1989 freigesetzt, und man hat einen VEGA-Kurs eingehalten. VEGA steht dabei für „Venus-Earth Gravity Assist". Die Sonde wurde also zunächst in das Innere des Sonnensystems geschickt und bekam dann von Venus Gravity Assists und passierte die Erde in Abständen von zwei Jahren zweimal. Auf ihrem Weg zum Jupiter passierte die Sonde den Asteroidengürtel, wo man die Asteroiden Gaspra und Ida beobachtete, und konnte – wie bereits erwähnt – den Einschlag der Bruchstücke des Kometen Shoemaker Levy auf Jupiter beobachten. Die Energieversorgung erfolgte mittels RTGs (Radioisotope Thermal Generators), die 570 W lieferten.

Am 12. Februar 2001 landete die Mission *NEAR/Shoemaker* weich auf dem Kleinplaneten *Eros*. Zuerst näherte sich die Sonde bis auf 26 km dem Kleinplaneten, dann erfolgten der Abstieg und eine Landung mit einer Aufsetzgeschwindigkeit von 1,5 m/s. Mittels eines Gammastrahlenspektrometers wurde sieben Tage lang die Oberfläche analysiert. Die Temperaturen an der Erosoberfläche betrugen zum Landezeitpunkt um −150 °C.

Im Jahre 2005 entnahm eine japanische Raumsonde Proben von dem Asteroiden *Itokawa* und 2010 landete eine Kapsel mit diesen Proben auf der Erde.

Im Jahre 2007 wurde die Raumsonde *Dawn* gestartet. Dawn flog 2009 am Mars vorbei *(Gravity Assist)* und wurde dadurch auf die Bahn zu *Vesta* gebracht, wo sie am 16. Juli 2011 eintraf (Abb. 6.52). Die Bilder der Oberfläche von Vesta zeigen auf der Südhemisphäre einen der höchsten Berge im Sonnensystem. Außerdem ist diese nur 1–2 Mrd. Jahre alt, also wesentlich jünger als die Nordhemisphäre. Zu diesem Ergebnis kommt man einfach durch Kraterzählungen. Weniger Krater bedeutet jüngere Oberfläche. Die Raumsonde Dawn verwendete den Ionenantrieb; Xenon-Ionen werden durch ein elektrisches Feld beschleunigt und der austretende Ionenstrahl beschleunigt die Sonde. Dabei war der Ionenantrieb fast 70 % der gesamten Reisezeit in Betrieb. Es wurden dabei pro Tag etwa 250 g Xenon verbraucht, insgesamt befanden sich 450 kg Xenon im Tank.

6.8.4 Verteilung der Asteroiden

Die Asteroiden im Hauptgürtel zwischen Mars und Jupiter weisen hinsichtlich ihrer Verteilung Besonderheiten auf, die sich durch Resonanzeffekte erklären: Es gibt Lücken bzw. Anhäufungen von Kleinplaneten in denjenigen Abständen, bei denen die Umlaufszeit in einem *kommensurablen* (ganzzahligen) Verhältnis zum Jupiterumlauf steht.

- *Lücken* treten auf bei 2:1 (Hecuba-Lücke), 3:1 (Hestia-Lücke), 5:2, 7:3;
- *Anhäufungen* bei 1:1 (Trojaner), 3:2 (Hilda) 4:3 (Thule) (4:3 bedeutet z. B., dass die Zeitdauer von 4 Kleinplanetenumläufen um die Sonne gleich der Zeitdauer von 3 Jupiterumläufen um die Sonne ist).

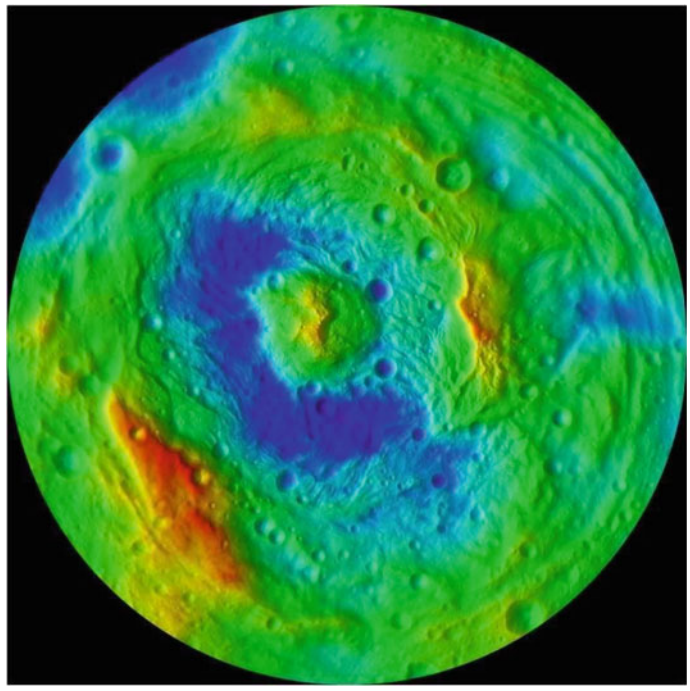


Abb. 6.52 Asteroid Vesta. Das Falschfarbenbild zeigt deutliche Strukturen auf der Oberfläche. (NASA/Dawn)

Die Gruppe der *Trojaner-Asteroiden* hat denselben Abstand wie Jupiter von der Sonne (5,2 AE). Sie befinden sich an den Lagrange-Punkten L4 und L5, d. h. sie bilden immer mit Jupiter und Sonne ein gleichseitiges Dreieck. 1990 hat man eine ähnliche Familie von Kleinplaneten bei Mars gefunden. Weiterhin gibt es Asteroiden mit besonderen Bahnen. *Hidalgo* besitzt eine große Bahnhalbachse von 5,9 AE und eine Exzentrizität von 0,66. Sein sonnenfernster Bahnpunkt (Aphel) liegt außerhalb der Saturnbahn. *Chiron* hat eine große Bahnhalbachse von 13,7 AE, und sein Perihel liegt außerhalb der Saturnbahn, sein Aphel außerhalb der Uranusbahn.

Für uns auf der Erde besonders interessant sind *erdbahnkreuzende Asteroiden.* Man kennt etwa 200 Objekte, wobei die Gesamtzahl aller Objekte größer als 1 km auf 2 000 abgeschätzt wird. Sie können entweder mit den terrestrischen Planeten zusammenstoßen oder so stark beschleunigt werden, dass sie aus dem inneren Sonnensystem herausgeschleudert werden. Ein derartiges Ereignis tritt alle 100 Mio. Jahre ein. Ein Drittel aller erdbahnkreuzenden Kleinplaneten wird wahrscheinlich auf die Erde stürzen, und es gibt deshalb Beobachtungsprogramme zur Erfassung aller dieser Objekte, möglichst verbunden mit einer Frühwarnung. Der Asteroid *Icarus* taucht in die Merkurbahn ein (sein Perihel liegt bei 0,19 AE). Die der Erde sehr nahe kommenden *Apollo-Objekte* sind in Tab. 6.11 aufgelistet.

Tab. 6.11 Einige Apollo-Objekte

Objekt	Minimale Distanz zur Erde
Eros	0,15 AE
Apollo	0,07
Adonis	0,03
Hermes	0,004 = 2-fache Mondentfernung

Da die Kleinplaneten unregelmäßig geformt sind, kommt es infolge deren Rotation zu einem Helligkeitswechsel.

Der im Jahre 2002 entdeckte Asteroid 2002 AA_{29} besitzt etwa 50–110 m Durchmesser. Seine Bahn ist der Erdbahn sehr ähnlich, und er kreuzt diese im Aphel. Auch der 1986 entdeckte Asteroid Cruithne befindet sich in einer 1:1-Resonanz mit der Erdbahn. Man spricht auch von koorbitalen Objekten.

6.8.5 NEOs

Unter dem Akronym NEO (Tab. 6.12) versteht man *Near Earth Objects,* also Objekte, die sich in Erdnähe befinden oder in Erdnähe gelangen können (damit verbunden ist auch die Bezeichnung *PHAs,* Possible Hazardous Asteroids). Mit der sogenannten *Torino-Skala* hat man eine Art Richterskala aufgestellt, die eine Abschätzung geben soll, was ein Impact eines bestimmten Objekts auf der Erde auslösen könnte. Bei der Entdeckung eines neuen NEO-Asteroiden oder Kometen sind die Bahnberechnungen noch meist unsicher, aber die meisten Berechnungen zeigen, dass eine Kollision mit der Erde unwahrscheinlich ist. Die Stufen reichen von 0 bis 10, wobei 0 bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit einer Kollision mit der Erde extrem niedrig ist oder das Objekt in der Atmosphäre verglühen wird. 10 bedeutet, dass eine Kollision sicher ist und diese katastrophale globale Klimaauswirkungen hat. Die Farbenskala bedeutet:

- Weiß: Keine praktischen Auswirkungen.
- Grün: Man sollte die Bahn dieser Objekte überwachen.
- Gelb: Man muss vorsichtig sein, die Objekte sind genauer zu beobachten, um ihre Bahn besser zu berechnen.
- Orange: Bedrohende Objekte; man sollte sofort deren Bahnen genauestens berechnen.
- Rot: Am besten mit genügend Wein oder Bier versorgen ...

Tab. 6.12 Daten der bekannten NEOs. *Datum* bedeutet den Zeitpunkt der nächsten größten Erdannäherung, wobei *Entf.* die dann eintretende Entfernung ist

Bezeichnung	Datum	Entf. in AE	Durchm. m	Umlauf a
1998 WT24	16.12.2001	0,0124	1250	0,61
4660 Nereus	22.01.2002	0,0290	950	1,81
1998 FH12	27.06.2003	0,0495	680	1,14
1994 PM	16.08.2003	0,0250	1200	1,80
1998 FG2	21.10.2003	0,00360	220	1,48
1996 GT	12.11.2003	0,0479	860	2,10
1998 SF 36	25.06.2004	0,0137	750	1,53
4179 Toutatis	29.09.2004	0,0104	2400 . . . 4600	1,10
1992 UY4	08.08.2005	0,0404	110	4,33
4450 Pan	19.02.2008	0,0408	1570	3,00
1999 AQ10	18.02.2009	0,0118	360	0,91
1994 CC	10.06.2009	0,0169	1100	2,09
1998 FW4	27.09.2013	0,0075	680	3,95
1998 WT24	11.12.2015	0,0277	1250	0,61
4660 Nereus	11.12.2021	0,0263	950	1,82
7482 1994 PC1	18.01.2022	0,0132	1900	1,56
7335 1989 JA	27.05.2022	0,0269	2000	2,35

Wichtig ist: Die Einschätzung eines Objektes nach der Torino-Skala kann sich mit der Zeit ändern, wenn eben genauere Beobachtungen vorliegen.

Das Objekt 4660 *Nereus* kommt uns am 14.02.2060 sehr nahe: Der geringste Abstand beträgt nur 0,008 AE. Der Kleinplanet 433 *Eros* (Ausdehnung 33 km × 13 km) hat uns am 31.01.2012 in nur 0,179 AE passiert.

Ende September 2018 landete eine Japanische Raumsonde (MASCOT) auf dem Asteroiden *Ryugu.* Wegen dessen geringer Gravitation erkundet die Sonde hüpfend – mit einer speziellen Federung ausgestattet – die Oberfläche dieses Objekts (Abb. 6.53). Der Asteroid ist nur etwa 1 km groß. Dieser Asteroid kann uns bis auf 90 000 km nahe kommen und zählt zu den potenziell gefährlichen Asteroiden, da er eines Tages mit der Erde kollidieren könnte.

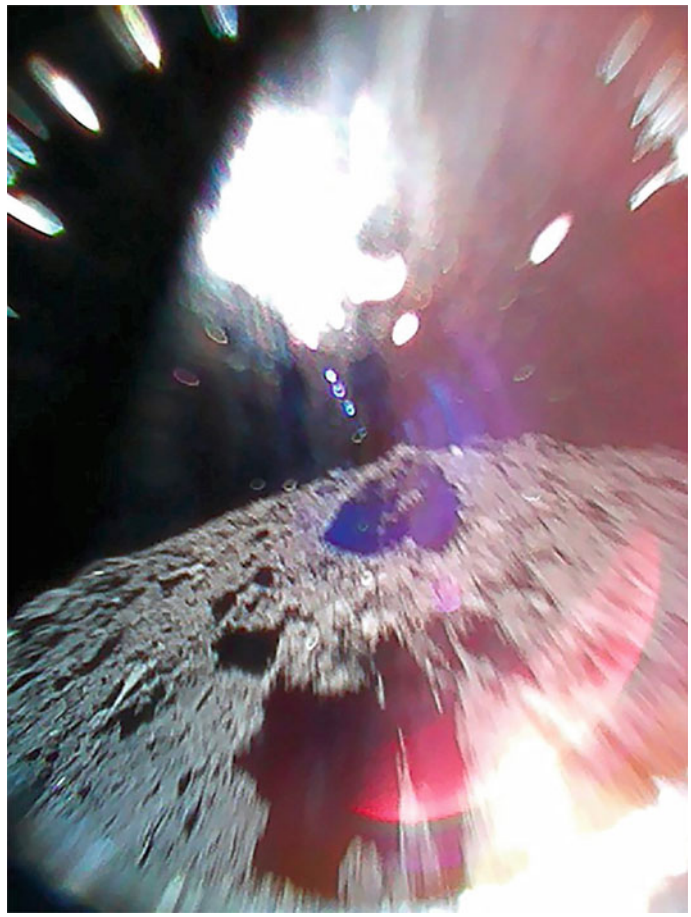


Abb. 6.53 Aufnahme, die beim Hüpfen der Raumsonde auf dem Asteroiden Ryugu entstand. (Foto: JAXA)

In der Vergangenheit gab es auf der Erde wiederholt Einschläge von derartigen Objekten (verbunden mit dem Aussterben vieler Tierarten). Man findet auch auf der Erde Spuren von großen Einschlagkratern, wobei hier natürlich die Erosion diese schnell verwischt (Tab. 6.13).

Der *Chicxulub-Krater* ist Überrest eines Asteroideneinschlags vor 65 Mio. Jahren. Dieses Ereignis wird für das Aussterben der Dinosaurier verantwortlich gemacht.

Tab. 6.13 Große bekannte Impaktkrater auf der Erde

Name	Ort	Geograph. Breite	Geograph. Länge	Alter 10^6 a	Durchm. [km]
Vredefort	Südafrika	27,0 S	27,5 O	2023	300
Sudbury	Kanada	46,6 N	81,2 W	1850	250
Chicxulub	Mexiko	21,3 N	89,5 W	65	170
Manicougan	Kanada	51,4 N	68,7 W	214	100
Popigai	Russland	71,7 N	111,7 O	35	100
Chesapeake B.	USA	37,3 N	76,0 W	36	90
Acraman	Australien	32,0 S	135,5 O	590	90
Puchez-Ktunki	Russland	57,1 N	43,6 O	175	80
Morokweng	Süd Afrika	26,5 S	23,5 O	145	70
Kara	Russland	69,2 N	65,0 O	73	65
Beaverhead	USA	44,6 N	113,0 W	600	60
Tookoonooka	Australien	271, S	142,8 O	128	55
Charlevoix	Kanada	47,5 N	70,3 W	357	54
Kara-Kul	Tadschikistan	39,0 N	73,5 O	5	52
Siljan	Schweden	61,0 N	14,9 O	368	52

6.9 Kometen

Kometen galten immer als besondere Himmelserscheinungen, zumal sie plötzlich auftauchen und sich nicht entlang der Ekliptik am Himmel bewegen. Meist galten sie als Vorboten eines nahen Unheils.

6.9.1 Kometen: Grundeigenschaften

Kometensichtungen findet man bereits in Aufzeichnungen aus dem Altertum. *Halley* erkannte, dass es sich bei dem in den Jahren 1531, 1607 und 1682 gesichteten Kometen immer um denselben handelte, der seinen sonnennächsten Punkt alle 76 Jahre erreicht. Die erste Sichtung geht auf das Jahr 239 v. Chr. zurück, und die letzte Sichtung war 1986. Im Jahre 2061 wird man den Halley'schen Kometen wieder am Himmel sehen.

Es gibt relativ viele Kometen, deren Aphelia in der Nähe der Jupiterbahn liegen, man spricht von der *Jupiterfamilie.* Jupiter hat durch seine Gravitationswirkung aus langperiodischen Kometen kurzperiodische gemacht (Tab.6.14, Abb. 6.54).

Tab. 6.14 Daten einiger bekannter kurzperiodischer Kometen. a = große Halbachse.

Nr.	Name	Umlauf-periode	Perihel-durchgang	Perihel-abstand	a [AE]
1P	Halley	76,1	09.02.1986	0,587	17,94
2P	Encke	3,3	28.12.2003	0,340	2,21
6P	d'Arrest	6,51	01.08.2008	1,346	3,49
9P	Tempel 1	5,51	07.07.2005	1,500	3,12
21P	Giacobini-Zinner	6,52	21.11.1998	0,996	3,52
73P	Schwassmann-	5,36	02.06.2006	0,937	3,06
	Wachmann 3				
75P	Kohoutek	6,24	28.12.1973	1,571	3,4
	Hale-Bopp	4 000	31.03.1997	0,914	250
	Hyakutake	40 000	01.05.1996	0,230	$\approx$1,165



Abb. 6.54 Komet Hyakutake

Kometen bestehen aus:

- *Kern:* 1–50 km Durchmesser. *Whipple* hat um 1950 das Modell eines schmutzigen Schneeballs geprägt: Wasserdampf und andere leichtflüchtige Stoffe entkommen vom Kern und bilden den charakteristischen Kometenschweif. Dies passiert, sobald ein Komet auf seiner Bahn innerhalb der Marsbahn ist. Der Kern des Halley'schen Kometen ist 8 km mal 12 km groß. Die Verdampfung ist nicht gleichmäßig, und es kommt zu unerwarteten Ausbrüchen.

- *Koma:* 10^5 km.
- *Staubschweif* und *Ionenschweif.*

Die Atmosphäre eines besteht hauptsächlich aus H_2O und CO_2. Die UV-Strahlung der Sonne bricht die Wassermoleküle auf, und es bilden sich riesige H-Wolken um den Kometen herum. Kometenschweife zeigen immer von der Sonne weg. Der Staubschweif des Kometen wird vom Lichtdruck des Sonnenlichts von der Sonne weg gerichtet, der Ionenschweif (meist bläulich) hingegen vom Sonnenwind direkt. Der Ionenschweif ist lang und schmal, der Staubschweif ist breit und diffus und oft auch gekrümmt; wegen der kleineren Geschwindigkeit bleibt der Staub in der Bahnbewegung des Kometen zurück (die ausgestoßenen Teilchen laufen in Keplerbahnen um die Sonne, Teilchen weiter weg vom Kometen langsamer als Teilchen in Kometennähe, daher die Krümmung).

Der eigentliche Kometenkern ist nur wenige Dutzend km groß, der Schweif kann sich jedoch über mehrere Millionen km erstrecken.

Kometen können zerbrechen: 1976 zerbrach der Komet *West* in vier Teile. Der Komet *Shoemaker Levy* zerbrach 1993 in 20 Teile, die 1994 mit einer Energie von 100 Mio. Megatonnen TNT auf den Jupiter einstürzten. Dieses Ereignis konnte auf der Erde bereits mit Amateurteleskopen verfolgt werden. Die freiwerdende Energie entsprach derjenigen beim Impakt auf der Erde vor 65 Mio. Jahren.

Die Bezeichnung der Kometen ist verwirrend: zunächst mit einer Jahreszahl mit kleinem Buchstaben in der Reihenfolge der Entdeckung, dann mit Jahreszahl und römischer Ziffer in der Reihenfolge des Periheldurchgangs. Kurzperiodische Kometen erhalten noch ein P: 1810 II-P/Halley. Der Entdecker steht ganz zum Schluss.

Die Helligkeit eines Kometen hängt ab von der Entfernung Komet-Sonne (r) sowie der Entfernung Komet-Erde (Δ):

$$h = \frac{H}{r^2 \Delta^2} \tag{6.42}$$

h .... Intensität der beobachteten Helligkeit, H .... absolute Helligkeit bei $r = \Delta = 1$.

Die GIOTTO-Mission wurde am 2. Juli 1985 gestartet mit dem Ziel, den Kometen Halley zu erforschen. Die größte Annäherung an Halley (Abb. 6.55) erfolgte am 13.03.1986 mit nur 600 km Abstand vom Kern. Die Sonde war mit einem Staubschutzschild ausgestattet. 14 s vor der größten Annäherung wurde die Sonde von einem großem Staubteilchen des Kometen getroffen, und während 32 min kam es zu Störungen in den Datenaufzeichnungen.

Die Kometen Encke und d'Arrest sollten im Rahmen der CONTOUR-Mission besucht werden, die Sonde explodierte aber im Jahre 2002 nur sechs Wochen nach dem Start.



Abb. 6.55 Kometenkern Halley. (Aufnahme ESA/GIOTTO)

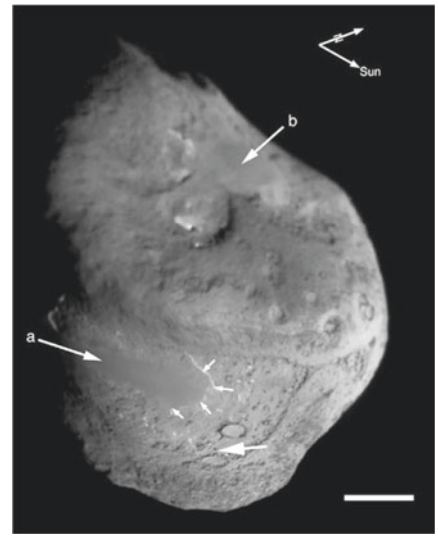


Abb. 6.56 Komet Temple 1 mit Impaktplatz, durch dicken Pfeil markiert. Der weiße Strich rechts unten markiert 1 km. (Foto: NASA/UM M. F. A'Hearn)

Im Juli 2005 beschoss die Sonde Deep Impact den Kometen Temple 1 (Abb. 6.56) mit einem 370 kg schweren Teil. Durch den Impakt entstand ein Krater, und das Auswurfmaterial wurde analysiert. Man fand organisches Material auch im Inneren des Kometen und den ersten sicheren Beweis für Wasser an der Kometenoberfläche. Das Ziel der 2004 gestarteten *ROSETTA-Mission* der ESA war der Komet 67 67P/Tschurjumow-Gerassimenko. Nach



Abb. 6.57 Nahaufnahme des Kometen 67P/Tschurjumow-Gerassimenko, 19. September 2014. (Rosetta/ESA)

Vorbeiflügen an zwei Asteroiden (*Steins,* 2008; *Lutetia* 2010) landete der Lander *Philae* im Jahre 2014 auf der Kometenoberfläche. Es wurden bisher nie erreichte Detailaufnahmen einer Kometenoberfläche gewonnen (Abb. 6.57).

6.9.2 Kuipergürtel und Oort'sche Wolke

Im Jahre 1943 hat *K. Edgeworth* als Erster die Vermutung der Existenz eines Gürtels bestehend aus zahlreichen Kometen außerhalb der Plutobahn geäußert, *G. Kuiper* hat sich dann 1951 genauer damit beschäftigt, und 1980 wurden Rechnungen aufgestellt, die beweisen sollten, dass dieser Gürtel von Objekten eine Quelle von kurzperiodischen Objekten darstellt. 1992 wurde dann das erste Mitglied des Kuipergürtels gefunden: *1992 QB1 (D. Jewitt* und *J. Luu).* Das Objekt hatte eine scheinbare Helligkeit von $22,^{\mathrm{m}}5$ und wurde mit einem 2,2-m-Teleskop auf Mauna Kea entdeckt. Der Zwergplanet Pluto befindet sich innerhalb dieses Gürtels. 1992 QB1 hat einen Durchmesser von 283 km, und die Bahn hat eine Halbachse von 44,0 AE. Daneben gibt es auch sogenannte Plutinos (dieser Begriff soll wieder abgeschafft werden.), das sind Objekte mit plutoähnlicher Bahn. Derzeit sind mehr als 100 Objekte im Kuipergürtel bekannt.

Man kann die Mitglieder des Kuipergürtels einteilen in:

- Klassische Objekte: 2/3 aller bisher beobachteten Objekte, $42 < a < 47$ AE, keine Resonanzen.

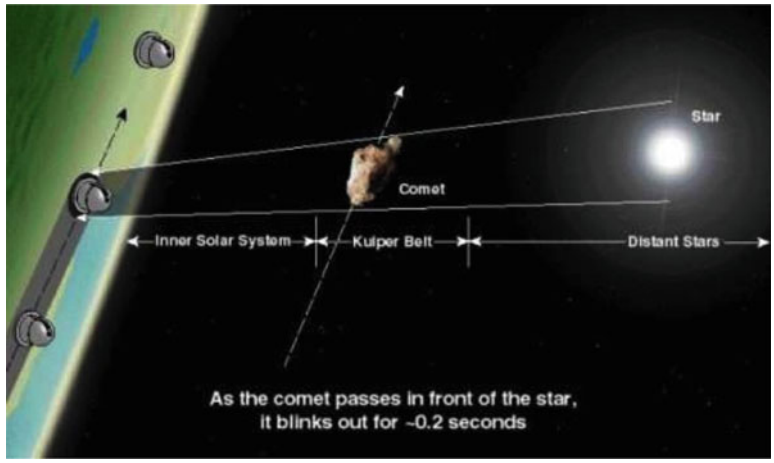


Abb. 6.58 Das Projekt TAOS zur automatischen Detektion von Objekten des Kuipergürtels. (Credit: TAOS)

- Resonanz-Objekte: Meist eine 3:2-Resonanz mit Neptun; sie umkreisen bei drei Neptumläufen zweimal die Sonne (man nennt sie auch Plutinos, denn auch Pluto besitzt eine ähnliche Bahn).
- *Scattered-Kuiper-Belt-Objekte (KBO):* Diese dürften extreme Bahnen haben, jedoch wurden bisher erst wenige Objekte entdeckt, darunter 1996 TL66; er hat eine Apheldistanz von 84 AE und eine Periheldistanz von 30 AE, seine Umlaufszeit beträgt 800 Jahre.

Man schätzt die Gesamtzahl der Objekte größer als 100 km des Kuipergürtels auf 100 000. Mit dem Projekt TAOS (Abb. 6.58) versucht man, diese Objekte zu finden. Entlang einer 7 km langen Linie sind auf Taiwan drei kleine Roboterteleskope aufgestellt, die automatisch dasselbe Ziel anpeilen. Kommt es zu einer Bedeckung eines Sterns durch ein KBO, dann wird diese mit zeitlicher Verschiebung (die allerdings sehr klein ist) auf allen drei Teleskopen registriert.

Zwischen Jupiter und Neptun sind neun Objekte bekannt (darunter 2060 *Chiron* und 5145 *Pholus*). Deren Bahnen sind instabil, d. h. sie sind durch gravitative Wechselwirkungen Ausreißer aus dem Kuipergürtel.

Im Jahre 1950 hat *J. Oort* die Existenz einer riesigen Wolke aus Kometen postuliert, die unser Sonnensystem einhüllt. Dies basiert auf drei Beobachtungstatsachen:

- Es wurde kein Komet mit einem Orbit beobachtet, der zeigt, dass er aus dem interstellaren Raum kommt. Es gibt also keine hyperbolischen Geschwindigkeiten (In diesem Zusammenhang ist die hyperbolische Geschwindigkeit diejenige Geschwindigkeit, die ein Objekt erreichen müsste, um das Sonnensystem zu verlassen).

- Die Aphelien vieler langperiodischen Kometen scheinen bei einer Entfernung von 50 000 AU zu liegen.
- Es gibt keine Hauptrichtung der Kometen.

Aus Statistiken folgt, dass es in der Oort'schen Wolke etwa 10^{12} Kometen geben könnte. Aufgrund der großen Entfernungen kann man diese Objekte aber nicht direkt sehen. Die Gesamtmasse beträgt möglicherweise mehr als eine Jupitermasse.

6.9.3 Sungrazer

Darunter versteht man Kometen, die der Sonne sehr nahe kommen (Abb. 6.59). Manche bewegen sich durch die Korona der Sonne. Mit der für die Untersuchung der Sonne gebauten Sonde SOHO (gestartet 1995) wurden bisher etwa 1000 derartiger Objekte gefunden. Ihre Gesamtzahl dürfte weit über 10^5 liegen. Oft werden sie durch die starken Gezeitenkräfte der Sonne auseinandergerissen. Die meisten sind nur kleine Bruchstücke von einigen Metern Durchmesser. Die Kreutz-Gruppe stammt aus dem Zerfall eines größeren Kometen. Ein großer Komet zog 1860 in nur 200.000 km Entfernung an der Sonne vorbei. Der letzte helle Komet dieser Gruppe war der 1970 zu beobachtende Komet White-Ortiz-Bolelli. Man nimmt an, dass es im Durchschnitt alle 20 Jahre zu einer sehr hellen Kometenerscheinung von Objekten dieser Gruppe kommt.

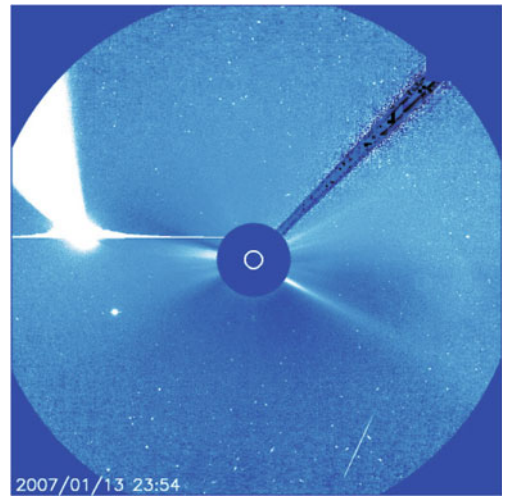


Abb. 6.59 Der auch bei uns am Abend- und am Morgenhimmel (Anfang Januar 2007) für kurze Zeit hell sichtbare Komet McNaught. Um die Zeit des Perihelddurchgangs erschien er auf Aufnahmen des Sonnensatelliten SOHO. Unterhalb des hellen Kometen ist der Planet Merkur erkennbar. Die Sonne selbst ist abgedeckt (als weißer Kreisring angedeutet ist deren Größe). (Foto: ESA/NASA SOHO Mission)

6.10 Meteoroiden

Wir kommen nun zu den kleinsten Objekten im Sonnensystem. Deren Erforschung ist wichtig, da sich die Materie und der Aufbau seit der Bildung des Sonnensystems kaum verändert haben.

6.10.1 Nomenklatur

Im Deutschen macht man folgende Unterscheidungen:

- Meteor: Lichterscheinung beim Eindringen eines Körpers in die Erdatmosphäre.
  Man kann die Masse M eines Meteors als Funktion der geozentrischen Geschwindigkeit v und der Helligkeit m im Zenit abschätzen:

$$\log M = 3{,}6 - 0{,}4\,m - 2{,}5 \log v \tag{6.43}$$

- Meteoroid: Materie, die die Sonne umkreist, im interplanetaren Raum; geht bis hin zu Mikrometeoroiden.
- Meteorit: Meteoroid, der die Erdoberfläche erreicht hat.
- Sternschnuppen: kleine Meteore.
- Feuerkugeln: große Meteore.

Die parabolische heliozentrische Geschwindigkeit von Meteoroiden beträgt am Ort der Erde 42 km/s. Die Bahngeschwindigkeit der Erde um die Sonne beträgt 30 km/s. Daher erreicht die Relativgeschwindigkeit bis zu 72 km/s. Meteore kann man daher morgens beobachten, wenn die Relativgeschwindigkeit am größten ist, oder abends, wenn sie klein ist. Die *Meteoroiden* werden nicht von der Erde angezogen, sondern es erfolgt ein Zusammenstoßen mit der Erde. Durch die hohe Geschwindigkeit kommt es beim Eintauchen in die Erdatmosphäre zum Aufschmelzen und Verglühen. Damit man einen Meteor sieht, muss er sich in einer Umgebung von 200 km vom Beobachter befinden. Auf der ganzen Erde fallen pro Tag etwa 25 Mio. Meteore. Die typische Masse beträgt nur 1 g. Ein *Feuerball* hat bereits etwa Golfballgröße. Pro Tag fallen so 100 t an Meteormaterial auf die Erdoberfläche. Die starke Abbremsung und das Aufleuchten erfolgt in 140 bis 100 km Höhe, und sie verlöschen zwischen 90 und 20 km. Es bildet sich ein ionisierter Luftschlauch, der elektromagnetische Wellen reflektiert, und so kann man Meteore mittels Radarechos auch am Tag und bei Bewölkung beobachten.

6.10.2 Klassifikation

Man unterteilt nach Herkunft und Bahnform in:

- Planetarische Meteorite: 50 %, Ellipsenbahnen kurzer Umlaufszeit, Fragmente aus dem Asteroidengürtel.
- Meteorite mit parabelnahen Bahnen: 30 %, unbekannte Herkunft, aber sicher aus dem Sonnensystem.
- Kometarische Meteorite: 20 %, aus der Auflösung von Kometen. Diese Auflösungsprodukte verteilen sich entlang der Bahn, und wenn sich Erdbahn und ursprüngliche Kometenbahn kreuzen, dann kommt es zu *Meteorströmen* (etwa 50 bekannt). Die bekanntesten Meteorströme sind die *Leoniden* (Maximum 16.11., Rest des Kometen 1866 I), *Perseiden* (11.8., Rest des Kometen Temple-Tuttle) und die *Mai-Aquariden* (5.5., Rest des Kometen Halley). Sie sind benannt nach dem Sternbild, in dem der Punkt *(Radiant)* liegt, von dem sie zu kommen scheinen. Der Effekt, dass die Meteorströme aus einem Punkt am Himmel kommen, ist derselbe wie bei dichten Schneeflocken von einem fahrenden Auto aus.

Größere Brocken schmelzen nur bis 1 mm auf und fallen dann auf die Erde = Meteoriten. Es gibt 700 Funde, deren Niederfall beobachtet wurde, und nochmal so viele, deren Niederfall nicht beobachtet werden konnte. Man unterteilt die Meteorite in:

- Eisenmeteorite, wobei es die Metallmeteorite gibt (reines Fe und Ni) und die Sulfidmeteorite: FeS. . .
- Steinmeteorite: SiO_2, MgO, FeO . . ..
- Tektite: Glasmeteorite, vorwiegend SiO_2. Oft rundliche oder kreisförmige Form. Man findet sie nur in bestimmten Gegenden (Moldavite in Böhmen).

Andere Einteilung:

- Undifferenzierte Meteorite (Chondrite). Sie enthalten ca. 1 mm große Silikatkugeln (Chondrulen); es gibt noch die kohligen Chondrite.
- Differenzierte Meteorite: Achondrite, metallreiche Meteorite.

Bei Massen, die größer als 10 t sind und auf die Erde fallen, bildet sich ein Einsturzkrater: Man kennt 13 Krater mit aufgefundenem Meteorit. Sehr bekannt ist der *Arizona-Krater:* Durchmesser 1 200 m, 170 m tief, Einsturz vor 60.000 Jahren; der Durchmesser des Fe-Ni-Meteoriten dürfte 50 m betragen haben, die Masse 150.000 t und die Explosion entsprach 2,5 Megatonnen TNT (150 Hiroshima-Bomben); *Nördlinger Ries:* Durchmesser 20 km, Einsturz vor 14 Mio. Jahren, der Meteorit hatte einen Durchmesser von 1 km. 1908 hat man in Sibirien (Tunguska) einen hellen Feuerball beobachtet, und im Umkreis von 70 km war der Wald



Abb. 6.60 Am 15. Februar 2013 ereignete sich ein spektakulärer Meteoritenfall in Russland, der von vielen Personen fotografiert und gefilmt wurde

zerstört. Allerdings fand man kein meteoritisches Material. Wahrscheinlich handelte es sich hier um den Einsturz eines Kometen, der verdampft ist.

Bei sehr kleinen Teilchen (Mikrometeoriten) ist der Luftwiderstand so hoch, dass die Teilchen nicht verglühen, sondern zu Boden schweben und Ablagerungen bilden.

Die Eisenmeteorite haben eine typische Anordnung ihrer Fe-Ni-Kristalle: Ätzt man sie an, erhält man die *Widmanstetter'schen Ätzmuster.*

Am 15. Februar 2013 ereignete sich in *Tscheljabinsk,* mehr als 1200 km östlich von Moskau, ein spektakulärer Meteoritenfall (Abb. 6.60), der zufällig wenige Stunden vor der Annäherung eines NEO-Asteroiden am selben Tag stattfand. Durch die beim Einschlag der Bruchstücke entstehende Schockwelle wurden durch Glassplitter von zerberstenden Fensterscheiben mehr als 1000 Personen verletzt. Das ca. 20 m große und 11.000 t schwere Objekt explodierte in etwa 23 km Höhe in der Atmosphäre, und beim Aufprall wurde eine Energie von 400 kt TNT freigesetzt. Zum Vergleich: Die Explosion der Hiroshima-Atombombe entsprach der von 15 kt TNT.

6.10.3 Interplanetare Materie

Noch kleinere Teilchen ($<10\,\mu$m, $<10^{-8}$ kg) werden als interplanetarer Staub zusammengefasst. Im Frühling, kurz nach Sonnenuntergang im Westen, bzw. im Herbst, kurz vor Sonnenaufgang im Osten, kann man, weil die Ekliptik in unseren Breiten steil nach oben steht, einen schwachen Lichtkegel längs der Ekliptik sehen, das Tierkreiszeichen- oder *Zodiakallicht.* Dieses entsteht durch Reflexion und Streuung des Sonnenlichts an $10\,\mu$m ... $80\,\mu$m großen Teilchen. Gegenüber der Sonne beobachtet man den Gegenschein. Dieser entsteht

durch verstärkte Rückwärtsstreuung. Die F-Korona ist die Fortsetzung der Korona der Sonne (die äußerste Schicht der Sonnenatmosphäre), wo man ein Fraunhoferspektrum der Sonne sehen kann – sie ist das Bindeglied zwischen Zodiakallicht und Korona der Sonne. Durch den Poynting-Robertson-Effekt (die Teilchen stürzen in Spiralbahnen auf die Sonne) kommt es zu einem ständigen Massenverlust der interplanetaren Materie (10^5 g/s). Dieser wird aber ständig durch Kometen und Asteroiden ausgeglichen.

Das interplanetare Gas stammt entweder aus der interstellaren Materie selbst oder entsteht durch Diffusion aus Planetenatmosphären und Kometen. Der andere Anteil kommt durch den *Sonnenwind.* Durch die Aufheizung der Korona wird er beschleunigt. Das Magnetfeld wird mitgenommen, die Feldlinien gehen radial nach außen und sind infolge der Sonnenrotation gekrümmt. Deshalb gibt es Sektoren mit unterschiedlichen Feldrichtungen (vgl. Rasensprenger). Der Sonnenwind besteht aus Strömen mit hoher Geschwindigkeit ($v > 650\,\mathrm{km/s}$) und niedriger Geschwindigkeit ($v < 350\,\mathrm{km/s}$). In Erdnähe misst man eine Protonendichte von $9 \pm 6/\mathrm{cm}^3$ sowie eine Geschwindigkeit von $V \approx 470 \pm 120\,\mathrm{km/s}$. Der Sonnenwind ändert sich mit der Sonnenaktivität, und der Einfluss auf geomagnetische Störungen hängt von der Geschwindigkeit ab. Die Ausdehnung geht so weit, bis der kinetische Druck gleich dem interstellaren Gesamtdruck ist: *Heliopause* (bis 80. . .120 AE).

An Bord der *Stardust-Mission* (gestartet 1999) befanden sich 130 2 cm × 4 cm große und 3 cm dicke Aerogel-Detektoren, in denen interplanetare Partikeln gebremst aufgefangen wurden. Damit wurden Staubteilchen aus der Umgebung des Kleinplaneten *Anne Frank* eingefangen und in einer Kapsel zur Erde gebracht (2006).

6.11 Entstehung des Sonnensystems

Aus dem Studium von Meteoriten, Mondgestein (welches von den Apollo-Astronauten bzw. von unbemannten sowjetischen Sonden zur Erde gebracht wurde), interplanetarem Staub (welcher z. B. durch die Giotto-Mission untersucht wurde) lässt sich das Alter des Sonnensystems abschätzen: 4,55 Mrd. Jahre.

6.11.1 Extrasolare Planetensysteme

Heute beobachtet man direkt die Entstehung anderer Planetensysteme und kann so Rückschlüsse auf die Entstehung unseres Planetensystems gewinnen. Hier sind die sogenannten *Protoplanetaren Nebel* (engl. PPN's) zu erwähnen. Mit dem Hubble-Space-Teleskop, dem VLT der ESO sowie IR-Teleskopen im Weltraum ist es außerdem möglich, sehr junge Sterne zu beobachten. Viele jungen Sterne sind von einer Gashülle umgeben, die nur einige Millionen Jahre alt sein dürfte, was auf eine gerade im Gang befindliche Planetenentstehung schließen lässt.

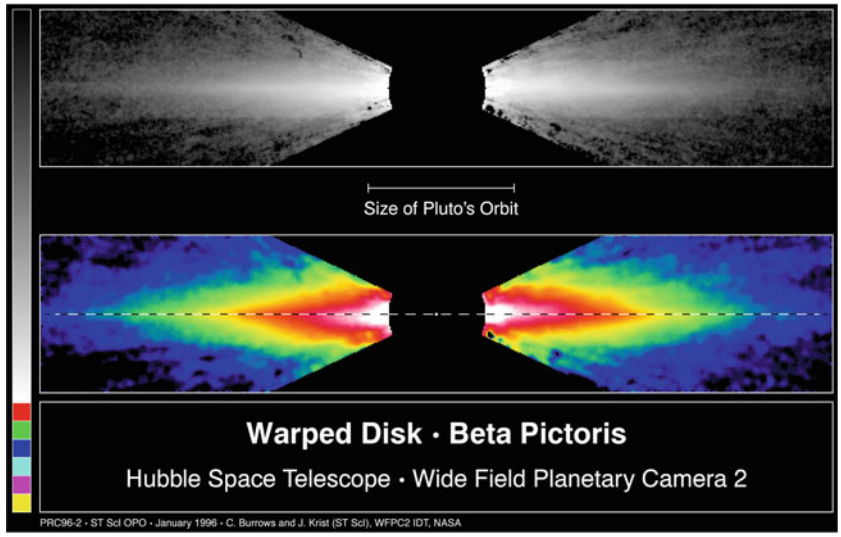


Abb. 6.61 Beta Pictoris. (Aufnahme HST, Wide Field Planetary Camera)

Ein Beispiel für eine protoplanetare Scheibe ist der Stern *Beta Pictoris,* dessen Scheibe man durch neue Beobachtungstechniken (adaptive Optik, Bedeckung des Zentralsterns) bis zu einer Entfernung von 25 AE vom Stern beobachten kann. Der Stern selbst ist 63 Lichtjahre von uns entfernt und hat einen Durchmesser von 1,4 Sonnenradien.

In Abb. 6.61 sieht man oben den abgedunkelten Stern bzw. die Scheibe im sichtbaren Licht. Der Beobachter sieht nahezu *edge on* (auf die Kante), deshalb die spindelförmige Form. Die Scheibe besteht aus kleinen Staubteilchen (Eis, Silikatteilchen) und leuchtet durch Reflexion des Sternlichts. Da im Bereich um das Zentrum herum keine Materie vorhanden zu sein scheint, nimmt man an, dass diese dort durch einen oder mehrere Planeten eingefangen wurde. Das untere Falschfarbenbild zeigt mehr Strukturen. Die leuchtende innere Kante ist leicht geneigt gegenüber der Ebene der äußeren Scheibe. Dies könnte von gravitativen Einflüssen durch einen Planeten herrühren.

Genaueres zu Exoplaneten findet man im Kap. 16 über Astrobiologie.

6.11.2 Theorien der Entstehung

Jede Theorie der Entstehung unseres Sonnensystems muss folgende Besonderheiten erklären:

1. Alle Objekte in einer Ebene.
2. Bahnen fast kreisförmig; Umläufe und Rotation fast alle im gleichen Sinn (prograd).

Tab. 6.15 Titius-Bode-Reihe: Vergleich zwischen den berechneten und den tatsächlichen Abständen a in AE von der Sonne

Planet	n	$a_{\text{berechnet}}$	$a_{\text{tats.}}$
Merkur	$-\infty$	0,4	0,39
Venus	0	0,7	0,72
Erde	1	1,0	1,0
Mars	2	1,6	1,52
Kleinplaneten	3	2,8	2,9
Jupiter	4	5,2	5,20
Saturn	5	10,0	9,55
Uranus	6	19,6	19,20
Neptun	–	–	30,09
Pluto	7	38,8	39,5

3. Abstandsgesetz (Titius-Bode-Reihe, n siehe Tab. 6.15):

$$a = 0{,}4 + 0{,}3 \times 2^n \tag{6.44}$$

4. Sonne besitzt 99,87 % der Gesamtmasse, aber nur 0,54 % des Gesamtdrehimpulses des gesamten Sonnensystems.
5. Beschaffenheit der Planeten: a) innere Planeten: große Dichte, Metalle, Gestein, langsame Rotation, wenige (keine) Monde; b) äußere Planeten: geringe Dichte, Zusammensetzung ähnlich Sonne, schnelle Rotation, viele Monde.
6. Rotationsachsen der Planeten (Drehimpulsvektoren) und Satellitensysteme etwa parallel zum Gesamtdrehimpulsvektor (senkrecht zur invariablen Ebene).

Es gibt folgende Theorien:

- Alte Theorien: bereits im 16./17. Jh. Wegbereiter waren *Copernicus* (heliozentrisches Weltsystem), *Galilei* (erste Teleskopbeobachtungen) und *Kepler* (Gesetze der Planetenbewegungen). *René Descartes* stellte 1644 die Überlegung an, dass sich die ursprüngliche Materie in Rotation befunden habe und sich daraus Wirbel bildeten; aus dem großen zentralen Wirbel entstand die Sonne.
- Zusammenstoß *(Chamberlain-Jeans):* naher Vorübergang eines Sterns an der Sonne; durch die Gezeitenkräfte wird Materie herausgerissen, die sich zu Planeten verdichtete. Problem: Die Abstände zwischen den Sternen sind extrem groß, daher besteht eine sehr geringe Wahrscheinlichkeit für einen derartigen Prozess. Sollte diese Theorie stimmen, gäbe es möglicherweise nur zwei Sonnensysteme in unserer Galaxis! Dies wird durch die Beobachtung extrasolarer Planetensysteme widerlegt.

- Akkretionstheorie: Die Sonne durchläuft eine interstellare Wolke und sammelt dabei Materie auf.
- Urnebel: *(Kant* 1755, *Nebularhypothese):* Die Protosonne entsteht infolge Gravitationskollaps einer interstellaren Gaswolke; kommt modernen Vorstellungen sehr nahe (Abschn. 11.1, Sternentstehung).
- Moderne Theorien: Gravitationskollaps einer Wolke; die Gravitationskräfte überwiegen den Gasdruck der Teilchen der Wolke, dies nennt man Jeans instabil; am Anfang schnelle Rotation (Erhaltung des Drehimpulses → wenn sich die Wolke zusammenzieht, rotiert sie immer schneller), was zu einer Abplattung führt. Der Staub kondensiert zu sogenannten Planetesimalen. Durch die im Plasma eingefrorenen Magnetfelder wird der Drehimpuls der Protosonne auf die rotierende Hülle übertragen. Die Zusammensetzung der heutigen Planeten folgt dann aus der Kondensationssequenz verschiedener Stoffe. Methan kondensiert bei 100 K, Wasser bei 273 K, Silikate bei 1000 K usw. Die Sonne ist heiß, und deshalb konnten sich in Sonnennähe keine Eismonde bilden bzw. große Planeten, die so massereich waren, dass sie die leichten Element H und He in der Atmosphäre halten konnten.

6.11.3 Protoplanetarer Nebel

Die Zusammensetzung des protoplanetaren Nebels, aus dem sich Sonne und Planeten gebildet haben, entsprach der allgemeinen kosmischen Elementenhäufigkeit. 99 % bestand aus Gas (H, He), 1 % aus festen Staubteilchen, die etwa 0,1 μm groß waren. Diese entstanden in den Atmosphären von *Roten Riesensternen,* wurden jedoch dann physikochemisch verändert: durch das Bombardement der kosmischen Strahlung. Ihre Oberfläche war mit Eismolekülen bedeckt, wobei aufgrund der tiefen Temperaturen sich dieses Eis in einem auf der Erde unbekannten Kristallisationzustand befindet. Durch Brown'sche Bewegung kommt es zu zufälligen Zusammenstößen in der Gaswolke, die Teilchen werden größer, die Zusammenstöße seltener, der Kollisionsprozess wird so gestoppt. Zentimetergroße Teilchen entkoppeln sich so dem allgemeinen Gasfeld des Nebels, fallen zur Äquatorebene des rotierenden Nebels und beschreiben Keplerbahnen um die bereits gebildete Ursonne. Durch das umgebende Gas werden sie abgebremst und bilden metergroße Klumpen. Die Bahnen dieser Klumpen bleiben nicht stabil, und durch Kollisionen entstehen die *Planetesimale,* mehrere Kilometer große Klumpen.

Die Elemente Wasserstoff und Helium wurden beim Urknall gebildet und machen fast die gesamte beobachtbare Materie im Universum aus. Wichtig für die weiteren Überlegungen ist, dass diese Elemente auch bei den nahe dem absoluten Nullpunkt liegenden Temperaturen gasförmig bleiben. 98 % des solaren Urnebels war daher gasförmig. Elemente wie Kohlenstoff, Stickstoff, Sauerstoff kondensieren (z. B. H_2O oberhalb 110 K). Deshalb ist zu erwarten, dass sich in den kühleren äußeren Regionen des Sonnensystems Eis bildete. Alle anderen Elemente (weniger als 0,3 % der Masse des Urnebels) reagieren mit Sauerstoff

und formen Moleküle, Silikate usw. Dies sind die erdähnlichen Planeten: Sie bestehen im Wesentlichen aus einem metallischen Kern umgeben von einem Silikatmantel. Die Erde konnte sich daher nur aus einem protoplanetaren Nebel von mehr als 300 heutigen Erdmassen bilden (0,3 % entspricht etwa 1/300), ebenso Venus. Bei Merkur waren es 15 Erdmassen, bei Mars 30 Erdmassen und bei den Asteroiden 0,15 Erdmassen. Die Masse des Nebels zur Bildung des Jupiter betrug 1 000 Erdmassen und für Saturn 500 Erdmassen. Insgesamt ergibt sich dann ein Wert für die Masse des Nebels, die für die Bildung der Planeten notwendig war, von 3 000 Erdmassen (=1 % der Sonnenmasse). Es gibt auch noch andere Theorien, die von einem wesentlich massereicheren Urnebel ausgehen.

6.12 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.
The Solar System, Encrenaz, Th., Bibring, J.-P., Blanc, M., Springer, Berlin, 2004
Encyclopedia of the Solar System, McFadden, L.A., Weissman, P., Johnson, T.,Academic Press, 2nd ed. 2007
Fundamental Planetary Science, J.J. Lissauer, Cambridge Univ. Press, 2019
Planetary Sciences, I.d.Pater, J.J. Lissauer, Cambridge Univ. Press, 2015
Asteroids, T.H. Burbine, Cambridge Univ. Press, 2016
The Atlas of Mars, K.S. Coles, K.L. Tanaka et al., Cambridge Univ. Press, 2019
Comets and their Origin, U. Meierhenrich, Wiley-VCH, 2014
The Formation of the Solar System, M. Woolfson, Icp, 2014
Apollo 50, O. Sentinel, Pediment Publ., 2019

Aufgaben

6.1 Nehmen wir an, ein Holzteil eines Gebäudes hätte noch 80 % des ursprünglichen Anteils an ^{14}C. Wie alt ist das Holz (Halbwertszeit $t_h = 5730$) Jahre?

Lösung

$t = t_h \log_2(0{,}8) = 5730 \times \log_2(0{,}8) = -1845$. Da $\log_2 a = \log_{10} a / \log_{10} 2$. Das Holz wurde daher vor 1845 Jahren geschlagen.

6.2 Weshalb ist das Mondinnere kalt und das Erdinnere heiß?

Lösung

Man vergleiche (a) das Verhältnis Oberfläche/Volumen beider Körper, (b) die Massen beider Körper.

6.3 GPS-Messungen zeigen, dass sich der Atlantikboden um etwa 2,5 cm pro Jahr ausbreitet. Wann hat diese Ausbreitung begonnen, wann ist also der Atlantik entstanden?

Lösung
Nehmen wir als mittlere Ost-West-Ausdehnung des Atlantiks 6000 km, dann gilt:
$t = d/v = 6\,000\,000/0{,}025 = 240\,000\,000$ Jahre

6.4 Betrachten wir ein Proton mit der Geschwindigkeit $v = 10^8$ m/s und ein Magnetfeld mit $B = 10^{-4}$ T. Wie groß ist der Gyrationsradius?

Lösung
Einsetzen ergibt $r = 10$ km.

6.5 Man vergleiche die Sonneneinstrahlung auf Venus mit der auf der Erde!

Lösung
$\frac{F_{\text{Venus}}}{F_{\text{Erde}}} = \frac{E_{\text{Sonne}}}{4\pi d^2_{\text{Sonne-Venus}}} / \frac{E_{\text{Sonne}}}{4\pi d^2_{\text{Sonne-Erde}}} = \frac{1^2}{0{,}72^2} = 1{,}9$

6.6 Weshalb können Vulkane auf Mars viel höher werden als auf der Erde?

Lösung
a) Auf der Erde Plattenbewegungen, die Lage der Hot Spots verschiebt sich im Laufe der Zeit, vgl. Hawaii-Inselkette, b) auf dem Mars geringere Schwerkraft, höhere Strukturen fallen erst später unter dem Einfluss der Schwerkraft zusammen.

6.7 Die Entweichgeschwindigkeiten sind für unseren Mond und Titan annähernd gleich. Weshalb hat Titan eine Atmosphäre im Gegensatz zu unserem Mond?

Lösung
Man vergleiche Oberflächentemperaturen und geologische Aktivitäten beider Himmelskörper.

6.8 Die Einstrahlung von der Sonne am Ort der Erde beträgt 1 365 W/m^2. Man berechne die entsprechende Einstrahlung auf Pluto.

Lösung
Man gehe davon aus, um wie viel mal Pluto von der Sonne weiter entfernt ist als die Erde.

6.9 Man berechne die kinetische Energie eines 1000 kg Meteoriten beim Aufprall mit 30 km/s. Beachte: 1 kt TNT= 4×10^{12} J.

Lösung
$E_{\text{kin}} = 1/2mv^2 = 1/2(1000)(30.000)^2 = 4{,}5 \times 10^{11}$ J somit: 0,5 kt TNT.

6.10 Sie beobachten im Spektrum des Jupiter Wasserstofflinien. Wie kann man unterscheiden, ob diese von der Erdatmosphäre oder tatsächlich von Jupiter stammen?

Lösung
Die Stärke tellurischer Linien ändert sich mit der Höhe Jupiters am Himmel.

Die Sonne

7

Inhaltsverzeichnis

7.1 Grunddaten und Koordinaten 257
7.2 Der Aufbau der Sonne, die ruhige Sonne 265
7.3 Die aktive Sonne 272
7.4 Das Weltraumwetter–Solarterrestrische Beziehungen 289
7.5 Helioseismologie 295
7.6 Magnetohydrodynamik der Sonne 301
7.7 Weiterführende Literatur 309
Aufgaben 309

Unsere Sonne ist der einzige Stern, dessen Oberfläche wir aufgrund seiner Nähe im Detail untersuchen können. Durch Raumfahrtmissionen sind auch *in situ* Messungen möglich. Die Bedeutung unserer Sonne wurde bereits von den alten Kulturvölkern erkannt. Die Namen der Sonnengottheit (Sonnenkult) sind Aton, Ra, Re, Horus (Ägypter), Huitzilopochtli (Azteken), Sunne, Sol (Germanen), Apollon, Helios (Griechen), Surya (Hindu), Lugh (Lichtgott, Kelten), Inti (Inka), Mithra (Perser), Apollo, Sol (Römer), Svarožić (Slaven).

Die *Sonnenphysik* ist inzwischen ein eigener Zweig der Astrophysik geworden, und hier ist eine Forschungsrichtung mit großer praktischer Relevanz entstanden: Die Untersuchung der Beziehungen zwischen Sonne und Erde.[1]

7.1 Grunddaten und Koordinaten

Was sind die wichtigsten Zustandsgrößen, die unsere Sonne charakterisieren, und wie lassen sich diese Größen bestimmen? Wie kann man Erscheinungen der Sonnenatmosphäre in einem Koordinatensystem festlegen?

[1] Früher solarterrestrische Beziehungen, heute Space Weather.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_7

7.1.1 Grunddaten

Die wichtigsten Zustandsgrößen der Sonne sind:

Masse	333.000 Erdmassen = $1{,}98 \times 10^{30}$ kg
Radius	109 Erdradien = $6{,}959 \times 10^{8}$ m
Leuchtkraft	$3{,}826 \times 10^{26}$ W = $3{,}826 \times 10^{33}$ erg/s
scheinbare Helligkeit	$m_V = -26{,}^{\mathrm{m}}87$
effektive Temperatur	5777 K
Rotationsperiode	≈25,38 Tage

In der Astrophysik gibt man häufig die Daten der Objekte in Einheiten des entsprechenden Wertes für die Sonne an, z. B. die Masse eine Sternes beträgt $1{,}4\,\mathrm{M}_\odot$.

Von ihren Werten her gesehen ist die Sonne ein durchschnittlicher Stern, viele Sterne sind sogar kleiner als die Sonne und weniger massereich.

7.1.2 Koordinaten

Eine sichere Methode, die Sonne zu beobachten, ist die *Projektion* des Sonnenbildes auf einen Schirm hinter dem Okular des Teleskops. Zur Festlegung der Position von Phänomenen auf der Sonnenoberfläche verwendet man die in Abb. 7.1 skizzierten Koordinaten. Den *Positionswinkel P* entnimmt man aus einem astronomischen Jahrbuch, in der Abb. 7.1 sieht man die Definition des Vorzeichens (+ oder –). Die *heliographische Breite* B_0 des *Sonnenmittelpunkts* entnimmt man ebenfalls aus einem Jahrbuch:

- $B_0 > 0$ man blickt eher auf die Nordhalbkugel der Sonne,
- $B_0 < 0$ man blickt eher auf die Südhalbkugel.

Die Sonne rotiert differenziell, d. h. am Äquator schneller als an den Polen. Deshalb hat man die *Carrington-Rotation* eingeführt, die sich auf 16 Grad heliographischer Breite bezieht.

Seit 9. November 1853 nummeriert man die Sonnenrotationen durch, die mittlere Rotationsperiode beträgt 27,2753 Tage (synodischer Wert, der siderische Wert beträgt 25,38 Tage). Am 26. Oktober 2018 begann Carrington-Rotation Nummer 2210.

Bestimmung von *heliographischen Koordinaten:* Man errechnet zuerst die Breite B_0 des Sonnenmittelpunkts und wählt das dazu passende Gradnetz aus auf welches das Sonnenbild

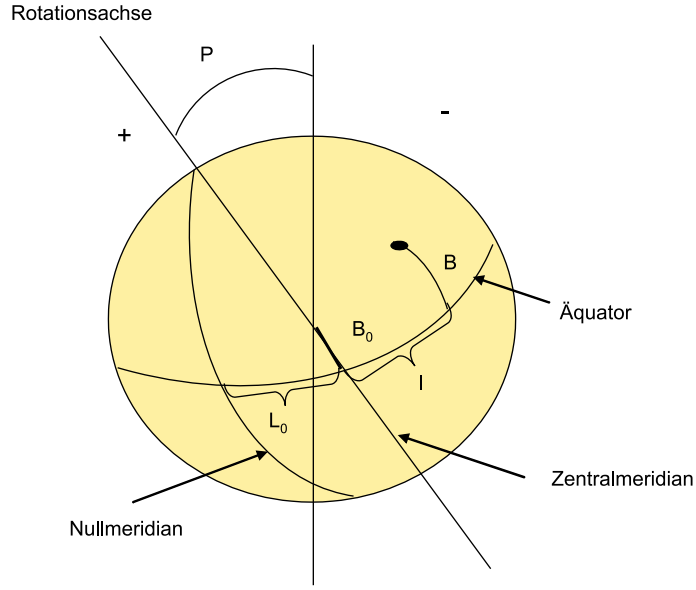


Abb. 7.1 Sonnenkoordinaten

projiziert wird. Dann stellt man die Ost-West-Richtung ein – man dreht die Messschablone so lange, bis der Sonnenrand oder ein Fleck genau auf der O-W-Linie läuft. Dann wird der Positionswinkel eingestellt. Schließlich lassen sich die Koordinaten direkt ablesen.

7.1.3 Entfernung

Der Versuch, die Entfernung Erde-Sonne zu bestimmen, ist alt. *Aristarch von Samos* (320–250 v. Chr.) stellte erstmals das heliozentrische Weltsystem auf und versuchte, die Entfernung der Sonne zu bestimmen (Abschnitt „Geschichte der Astronomie“).

Eine weitere Methode ist die Anwendung des *dritten Keplergesetzes* (Abschnitt „Himmelsmechanik“). Man nimmt einen Planeten, der der Erde näher kommt als die Sonne (Venus oder Mars), bestimmt mittels Parallaxenmessung dessen Entfernung in Kilometer, und dann ergeben sich alle Entfernungen im Sonnensystem, da nach dem dritten Keplergesetz für zwei beliebige Planeten 1 und 2 mit den Bahnhalbachsen $a_1,\ a_2$ sowie den Umlaufperioden $P_1,\ P_2$ gilt:

$$\frac{a_1^3}{P_1^2} = \frac{a_2^3}{P_2^2} \tag{7.1}$$

Die Entfernungsbestimmung mit *Parallaxenmessung* ist einfach: Man visiert ein Objekt von zwei möglichst weit auseinander gelegenen Orten, deren Entfernung bekannt ist, an.

Dann erscheint dieses Objekt relativ zu weiter entfernten Objekten unter unterschiedlichen Winkeln, und aus der *Parallaxe* π hat man gemäß

$$\sin \pi = \frac{a}{r} \tag{7.2}$$

die Entfernung r, wobei a die Basislänge ist. Noch einfacher gelingt die Entfernungsbestimmung aus der Messung von *Signallaufzeiten.* Man schickt einen Radarstrahl zur Venus und misst, wann dieser nach Reflexion an der Venusoberfläche wieder eintrifft. Die Methode ist jedoch dadurch etwas unsicher, da man die Schicht, in der das Signal reflektiert wird, nicht genau genug kennt.

Eine direkte Bestimmung der Sonnenparallaxe ist schwierig, da tagsüber, wenn die Sonne über dem Horizont steht, keine Referenzsterne sichtbar sind. Die Abb. 7.2 zeigt die Bestimmung der Venusparallaxe.

7.1.4 Sonnenmasse

Wie im Abschnitt Himmelsmechanik gezeigt, lautet die genaue Form des 3. Keplergesetzes:

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G}{4\pi^2}\,(M_1 + M_2) \tag{7.3}$$

Setzen wir z. B. ein: M_1 Sonnenmasse, M_2 Erdmasse, P Umlaufperiode Erde um die Sonne (1 Jahr), a bekannte Entfernung Erde-Sonne. Dann ergibt sich sofort die Sonnenmasse. Die Masse der Erde, M_2, kann man hier vernachlässigen.

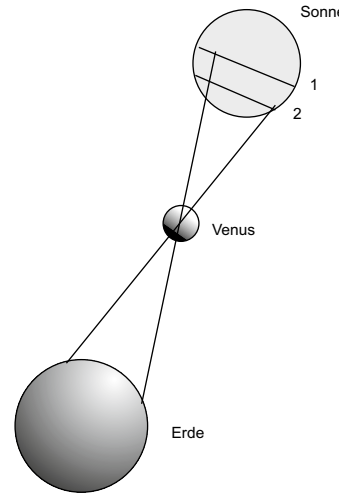


Abb. 7.2 Bestimmung der Venusparallaxe bei einem *Venusdurchgang (Transit)* vor der Sonnenscheibe. Von zwei entfernten Beobachtungsorten auf der Erde sieht man den Planeten auf dem Weg 1 bzw. Weg 2 vor die Sonnenscheibe gehen. Im Jahr 2004 fand ein bei uns gut zu beobachtender Venustransit statt

7.1.5 Radius

Ist die Sonnenentfernung bekannt, so folgt aus dem scheinbaren Sonnendurchmesser der Sonnenradius in Kilometer. Im Laufe eines Jahres schwankt der scheinbare Sonnendurchmesser zwischen $32'26''$ (Erde im Perihel, Sonnennähe, gegenwärtig am 4. Januar) und $31'31''$ (Erde im Aphel, Sonnenferne, gegenwärtig am 4. Juli).

7.1.6 Leuchtkraft

Prinzip der Ermittlung: Man misst die Energie, die auf der Erde von der Sonne empfangen wird, und berücksichtigt dann die Entfernung der Sonne. Pro Quadratmeter empfangen wir auf der Erde eine Strahlungsleistung von $S = 1{,}37\,\mathrm{kW}$ von der Sonne, die *Solarkonstante* S. Dieser Wert ist wichtig für Betreiber von Solaranlagen. Aber man darf nicht erwarten, dass $1\,\mathrm{m}^2$ Kollektorfläche diese Energie tatsächlich liefert, da:

- der Wert für außerhalb der Erdatmosphäre gilt,
- dies nur bei senkrechtem Einfall der Sonnenstrahlen gilt,
- man den Wirkungsgrad der Anlage berücksichtigen muss.

Die Leuchtkraft der Sonne folgt aus:

$$L = 4\pi r^2\, S \tag{7.4}$$

r ... Entfernung Erde-Sonne.

Die Solarkonstante S gibt den Energiebetrag an, der am Ort der Erde (d. h. in $r = 1{,}496 \times 10^{11}\,\mathrm{m}$ Entfernung) auf einer Fläche von $1\,\mathrm{m}^2$ pro Sekunde eintrifft, also $S = 1367\,\mathrm{Js}^{-1}\mathrm{m}^{-2}$. Diese Energie verteilt sich auf die Oberfläche $O = 4\pi R^2 = 4\pi(1{,}496 \times 10^{11}\,\mathrm{m})^2$, und die gesamte Strahlungsleistung (Leuchtkraft) der Sonne beträgt:

$$L = O \times 1367\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2\mathrm{s}} = 3{,}845 \times 10^{26}\,\mathrm{W}$$

Die Solarkonstante gibt die auf der Erde ankommende Sttrahlungsleistung der Sonne an.

7.1.7 Effektive Temperatur

Wir behandeln Sterne als Schwarze Körper, da für diese das Planck'sche Strahlungsgesetz gilt. Im thermodynamischen Gleichgewicht (in einem Hohlraum der Temperatur T) müssen Emission und Absorption eines beliebigen Volumelements gleich sein. Beschreibt man die Emission durch einen Emissionskoeffizienten ϵ_ν und die Absorption durch einen Absorptionskoeffizienten κ_ν, so gilt im Falle eines thermodynamischen Gleichgewichts (TE, thermodynamic equilibrium):

$$\epsilon_\nu / \kappa_\nu = B_\nu(T) \tag{7.5}$$

wobei $B_\nu(T)$ die oben beschriebene Planckfunktion (Gl. 5.34) ist; dies wird als *Kirchhoff'scher Satz* bezeichnet.

Gemäß dem *Stefan-Boltzmann'schen Strahlungsgesetz* gilt für den Gesamtstrahlungsstrom πF eines Sterns (darunter versteht man den Energiestrom, der z. B. pro Quadratzentimeter an der Sternoberfläche aus dem Inneren kommt):

$$\pi F = \sigma T_{\text{eff}}^4 \tag{7.6}$$

und man erhält für die Sonne $T_{\text{eff}} = 5\,770\,\text{K}$. Die Messung von πF geht aus von der Messung der Solarkonstante S.

Somit haben wir die wichtigsten Zustandsgrößen der Sonne angegeben.

In Abb. 7.3 ist das Spektrum der Sonne dargestellt. Ebenso ist die Strahlungskurve eines Schwarzen Körpers mit $T = 5800\,\text{K}$ unterlegt.

7.1.8 Sonnenbeobachtung

Wichtig: Niemals mit ungeschütztem Auge die Sonne beobachten. Einfachste Beobachtung ist die Projektion des Sonnenbildes auf einem Beobachtungsschirm (Schablone) hinter dem Teleskop. Neutralfilter vor dem Teleskopobjektiv können ebenso zur Dämpfung des Sonnenlichts verwendet werden.

Beobachtungspraktikum: Man beobachte die Sonne mit einem kleinen Teleskop in Projektion. Sehr leicht erkennen lässt sich die Mitte-Rand-Variation, eventuell Sonnenflecken und Fackeln. Anhand von Skizzen kann man in wenigen Tagen die Wanderung der Flecken verfolgen → Rotation der Sonne.

In der Forschung werden spezielle Sonnenteleskope verwendet (Kap. 5, „Astronomische Instrumente").

- Turmteleskope: An der Spitze wird mittels *Coelostaten* das Licht in einen vertikalen Turm geleitet, dieser ist oft evakuiert, um ein Aufheizen zu vermeiden.

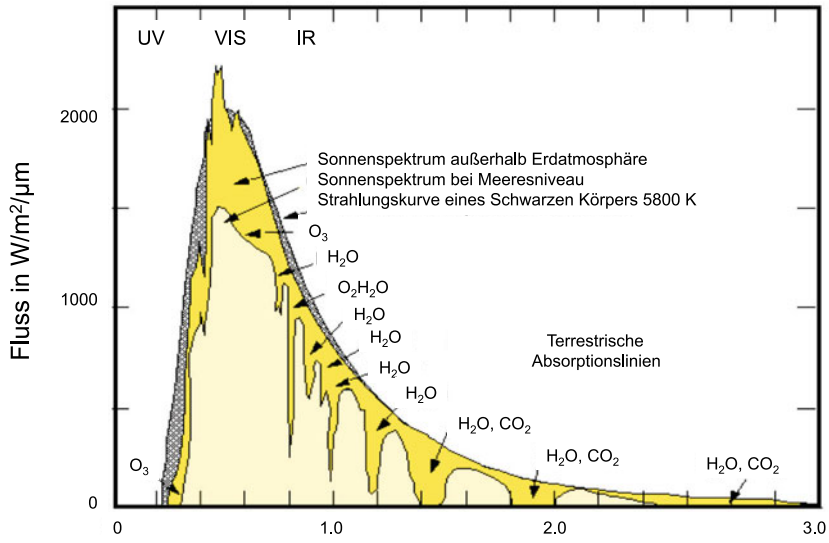


Abb. 7.3 Spektrum der Sonne außerhalb der Erdatmosphäre und bei Meeresniveau. Man erkennt die Absorption durch die Erdatmosphäre. Abszisse: Wellenlänge in μm

- Koronagraph: Durch eine Kegelblende und Filter wird die Sonnenscheibe abgedunkelt und so eine künstliche Sonnenfinsternis erzeugt; man kann die Korona beobachten (diese besitzt etwa die Helligkeit des Vollmondes). Problem: Streulicht in der Erdatmosphäre.
- H-Alpha-Teleskop: Beobachtung der Sonne im Licht der Wasserstofflinie Hα bei 656,3 nm; damit sieht man Sonnenflecken, Protuberanzen, Filamente.
- Spektroheliograph (Hale, 1890): Das Sonnenbild fällt auf einen engen Spalt eines Monochromators. Man beobachtet die Sonne in einem engen Wellenlängenbereich, und durch einen Scan sieht man die ganze Sonne.
- Lyot-Filter: Besteht aus mehreren doppelbrechenden Quarz-Platten. Jede Platte ist halb so dick wie die vorhergehende. Durch die Eigenschaft der Doppelbrechung spaltet sich Licht in einen ordentlichen I_o und einen außerordentlichen Strahl I_{ao}, jeder besitzt einen anderen Brechungsindex und eine andere Phasengeschwindigkeit. Wellen im selben Polarisationszustand können nur dann auftreten, wenn die optischen Weglänge von I_o, I_{ao} ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge betragen, man umgibt die Platten mit einem Polarisator, der einen Filter darstellt, und man bekommt eine Transmissionsfunktion mit Peaks. Durch Verwendung von Flüssigkristallen bekommt man ein *tunable filter*.
- Radioheliograph: z. B. Nancay, man beobachtet die Sonne bei fünf Frequenzen zwischen 150 und 420 MHz. Dadurch erfasst man unterschiedliche Höhen in der Sonnenatmosphäre ($\rightarrow$ je höher die Frequenz, desto tiefer sieht man in die Sonnenatmosphäre hinein, also näher zur Sonnenoberfläche).

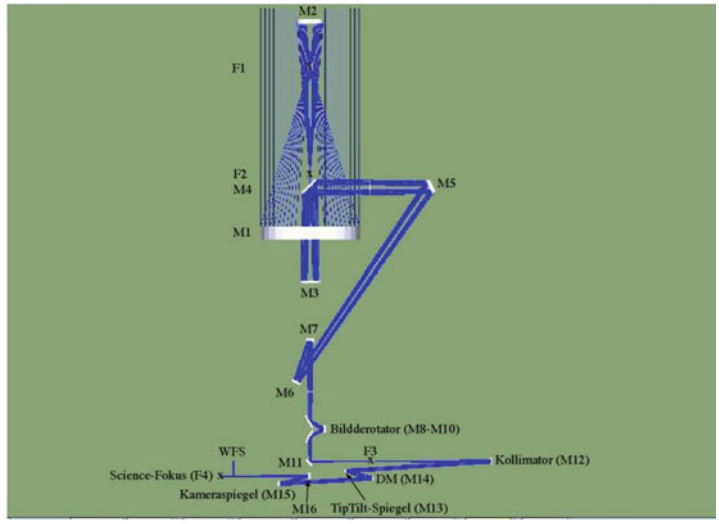


Abb. 7.4 Das neue GREGOR-Teleskop. Tip Tilt ist ein kippbarer Spiegel, der die Luftunruhe teilweise kompensieren kann und bessere Sonnenbilder ermöglicht. (Quelle: KIS, Freiburg)

Ein Beispiel eines modernen, im Jahre 2012 in Betrieb genommenen Sonnenteleskops ist GREGOR (Abb. 7.4). Es besitzt einen Durchmesser von 1,5 m. Das Teleskop befindet sich in etwa 2400 m Höhe auf der Kanareninsel Teneriffa.

Das *DKIST* Sonnenteleskop (siehe Kapitel über astronomische Instrumente) wird um 2020 in Betrieb gehen und ist mit einem Durchmesser von 4 m das größte Sonnenteleskop, das je gebaut wurde. In Europa gibt es Pläne für ein *EST,* European Solar Telescope (Abb. 7.5), welches 2029 in Betrieb gehen könnte und dessen Durchmesser ähnlich dem des

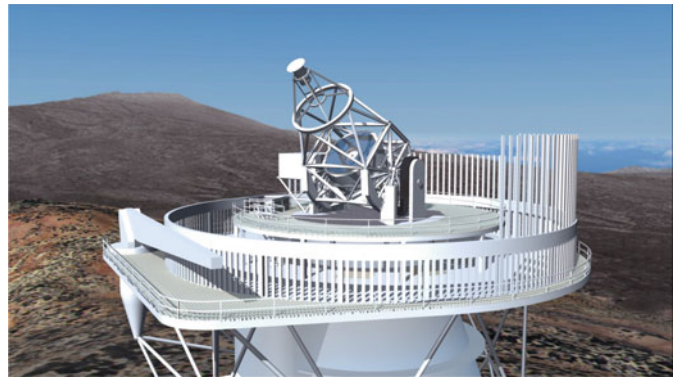


Abb. 7.5 Das geplante European Solar Telescope, EST. (EST consortium)

DKIST sein würde. Da sich DKIST in Hawaii befindet und EST auf den kanarischen Inseln, wäre eine Rund-um-die-Uhr-Beobachtung möglich.

Die Sonne, unser nächster Stern, ist der einzige Stern an dem Details beobachtet werden können!

7.2 Der Aufbau der Sonne, die ruhige Sonne

Aus welchen Schichten ist die Sonne aufgebaut, wie kommt es überhaupt zur Entstehung dieser Schichten? Wir müssen dabei zwischen den Schichten des Sonneninneren und der Sonnenatmosphäre unterscheiden.

7.2.1 Genereller Aufbau der Sonne

Der Aufbau der Sonne lässt sich grob unterteilen in:

- Sonneninneres
  - Kern,
  - Strahlungszone,
  - Konvektionszone,
- Sonnenatmosphäre
  - Photosphäre,
  - Chromosphäre,
  - Korona.

Generell kann man sagen, dass unsere Sonne der einzige Stern ist, an dem man Oberflächendetails direkt beobachten kann. Dabei entspricht $1''$ etwa 720 km auf der Sonnenoberfläche. Erst neuerdings sind quasi *in situ* Messungen durch Raumsonden möglich.

Die Sonne ist eine Gaskugel, in der die Dichte nach außen nahezu monoton abnimmt. Physikalische Größen, die sich auf die Sonne beziehen, bezeichnet man mit dem tief gestellten Sonnenzeichen $_\odot$.

Aus der Tab. 7.1 sieht man, dass innerhalb $0{,}5\,R_\odot$ bereits 96 % der Masse konzentriert sind. Im Folgenden besprechen wir die einzelnen Schichten der Sonne und die darin vorkommenden Phänomene der ruhigen (also nicht aktiven) Sonne.

Tab. 7.1 Verlauf der Dichte im Sonneninneren

$r/R_\odot$	$r/10^{10}$ cm	$T[10^6\,\mathrm{K}]$	$\rho[\mathrm{g/cm^3}]$	M_r	$P[\mathrm{N/cm^2}]$
0,00	0,00	20	158	0,0	4×10^{12}
0,1	0,7	16	118	0,0089	$2{,}5 \times 10^{12}$
0,2	1,39	11	45	0,44	6×10^{11}
0,5	3,48	3,9	0,74	0,96	4×10^{9}
0,9	6,27	0,44	0,001	1,0	7×10^{5}

7.2.2 Sonneninneres

Nahe dem Zentrum findet die *Fusion* von Wasserstoff, H, zu Helium, He, statt. Dieses *Wasserstoffbrennen* (eigentlich eine Kernfusion) wird im Kap. 8 über den Sternaufbau genauer beschrieben. Unsere Sonne hat bereits etwa 50 % des zur Verfügung stehenden Wasserstoffs verbrannt. Bei der Fusion entstehen *Neutrinos,* die aufgrund ihres geringen Wirkungsquerschnitts die Sonne ungehindert passieren. Auf der Erde kann man mit speziellen Detektoren diese vom Sonneninneren stammenden Neutrinos nachweisen und so die Theorien des Sonnenaufbaus überprüfen. Da die gemessenen Neutrinoflüsse nicht mit der Theorie übereinstimmen, ergab sich das *Neutrinoproblem* der Sonnenphysik. Dabei muss man bedenken:

- Neutrinos: kommen mit nur acht Minuten Verzögerung bei uns an, zeigen also die gegenwärtige Kernfusionsrate der Sonne;
- Photonen: werden an der Oberfläche der Sonne abgestrahlt, es dauert viele 10^5 Jahre, bis ein Photon vom Ort seiner Entstehung an die Oberfläche gelangt (dabei von extrem kurzwellig zu langwellig wird) und abgestrahlt wird. Das Licht der gegenwärtigen Sonne stammt also quasi aus Kernreaktionen, die vor vielen 10^5 Jahren stattgefunden haben.

Eine andere Möglichkeit, das Sonneninnere zu erforschen, bietet die Helioseismologie. Die Sonne schwingt, und aus der Analyse dieser Schwingungen lassen sich die physikalischen Parameter des Sonneninneren ermitteln. Analogon: Aus dem Klang einer Glocke lässt sich auf das Glockenmaterial schließen.

> Die Auswertung des Neutrinoflusses von der Sonne und die Helioseismologie ermöglichen es, das Sonneninnere direkt zu erforschen.

Daraus geht hervor, dass unsere Vorstellungen vom Aufbau der Sonne recht gut mit den Beobachtungen übereinstimmen.

Die Kernfusion im Sonneninneren lässt sich grob angeben als:

$$4p \rightarrow {}^4\mathrm{He} + 2e^+ + 2\nu_e \tag{7.7}$$

Es werden also Neutrinos, ν_e, produziert, genauer gesagt Elektron-Neutrinos. Das erste Neutrinoexperiment geht auf *R. Davis* zurück: Einige Chloratome der Reinigungsflüssigkeit C_2Cl_4 in einem großen unterirdischen Tank werden zu ^{37}Ar umgewandelt. Dieses Experiment wurde zum ersten Mal im Jahre 1964 durchgeführt, und man hat nur 1/3 des zu erwartenden Neutrinoflusses gemessen. Beim Superkamiokande-Experiment (1988) wird ein Tank, gefüllt mit 50 000 t hochreinem Wasser, etwa 1000 m unterhalb der Erdoberfläche verwendet. Die Neutrinos werden durch die auftretende Cerenkov-Strahlung von freien Elektronen detektiert. Freie Eleketronen entstehen, wenn Neutrinos mit den Wassermolekülen des Tanks reagieren.

Den gemessenen zu geringen Neutrinofluss erklärt man sich dadurch, dass Neutrinos auf dem Weg zur Erde ihre Eigenschaften ändern. Sie verwandeln sich in Myon- und Tau-Neutrinos um, messen kann man allerdings nur die Elektron-Neutrinos. Diese Neutrinooszillationen würden dann auch eine endliche Ruhemasse bedeuten. Das Sudbury-Neutrino-Experiment (SNO) kann alle drei Neutrinoarten detektieren (1999–2006), und die Neutrinooszillationen gelten als gesichert zur Erklärung des Neutrinoproblems der Sonne.

Die Energie wird bei der Kernfusion in Form von Gammastrahlungsquanten frei. Diese werden in der Strahlungszone absorbiert und reemittiert. In der Strahlungszone erfolgt der Energietransport also durch Strahlung. In der Konvektionszone setzt dann Energietransport durch Konvektion ein: Heißes Plasma strömt nach oben, kühlt sich ab, sinkt nach unten, erwärmt sich wieder usw.

Die Ausdehnung der drei Bereiche des Sonneninneren entspricht jeweils grob $(1/3)R_\odot$, d. h. die Konvektionszone reicht z. B. bis etwa 200 000 km unter der Sonnenoberfläche.

7.2.3 Photosphäre

In dieser Schicht wird fast die gesamte Sonnenstrahlung emittiert, wobei das Maximum der Strahlungsleistung bei 500 nm liegt. Die Dicke der Photosphäre beträgt etwa 400 km und ist im Vergleich zum Sonnenradius von etwa 700.000 km sehr dünn. Innerhalb der Photosphäre nimmt die Temperatur ab von 6 000 K auf 4 000 K, die Dichte von 10^{-7} auf 10^{-8} g cm^{-3}. Die optische Tiefe beträgt: $\tau = 0{,}5$ bei $T = 5\,800$ K und $\tau = 0{,}05$ bei $T = 4800$ K.

Betrachtet man ein Sonnenbild im sichtbaren Licht, dann erkennt man eine *Randverdunklung* (Mitte-Rand-Variation, engl. *center to limb variation*). Die Sonnenscheibe erscheint in der Mitte heller als am Rand. Wenn man zum Rand blickt, muss der Sehstrahl einen längeren Weg durch die Sonnenatmosphäre nehmen, und man sieht daher in weniger tiefe und damit kühlere Schichten als in der Mitte (vgl. Abb. 7.6). Wichtig: Die Mitte-Rand-Variation ist wellenlängenabhängig und ist im Blauen stärker ausgeprägt als im Roten.

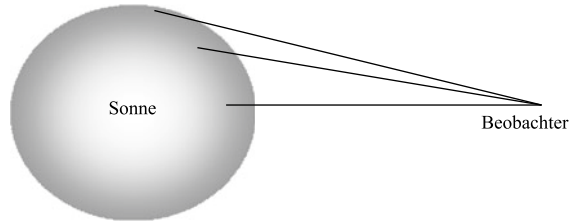


Abb. 7.6 Randverdunkelung: Der zum Sonnenrand gehende Sehstrahl dringt weniger tief ein

Im Radiowellenbereich bei $\lambda > 1\,\text{cm}$ hat man eine *Randaufhellung,* da hier die Strahlung aus höher gelegenen Schichten kommt, in denen die Temperatur nach außen hin ansteigt.

Die Mitte-Rand-Variation zeigt an, dass die Temperatur von der Sonnenoberfläche nach innen zunimmt.

Das Sonnenspektrum ist in Abb. 7.7 dargestellt.

Die Oberfläche der Sonne im Bereich der Photosphäre ist nicht homogen, sondern zeigt ein zellförmiges Muster, das wegen des körnigen Aussehens auch als *Granulation* (Abb. 7.8) bezeichnet wird. Diese Zellen haben etwa 1 000 km Ausdehnung und eine Lebenszeit von zehn Minuten. Ab einer Tiefe von 200.000 km unterhalb der Sonnenoberfläche erfolgt der Energietransport durch *Konvektion*:

Heißes Plasma strömt nach oben, kühlt sich ab und sinkt wieder nach unten usw. Die hellen Granulen sind um 200 K bis 300 K heißer als die dunklen intergranularen Zwischenräume. Bringt man einen Spektrographenspalt in ein Bild der Sonne nahe der Sonnenmitte, dann erscheinen die Linien, die aus der Photosphäre kommen, verwackelt (*wiggly lines,* Abb. 7.9). Linien, die aus dem Granulum kommen, sind blauverschoben, da die Materie nach oben steigt, also in Richtung des Beobachters, und Linien, die aus dem dunklen Intergranulum kommen, sind rotverschoben, da hier die Materie wieder in das Sonneninnere absinkt. Wenn man die Linienprofile nicht zwischen Granulum und Intergranulum trennen kann, bekommt man eine Überlagerung dieser Linienprofile, und da die hellen und damit aufsteigenden Elemente von der Größe her dominieren, bekommt man einen meist C-förmigen *Bisektor* (das ist jene Linie, die ein Linienprofil bei gleichen Intensitäten halbiert). Das Linienprofil ist daher asymmetrisch. Asymmetrische Linienprofile bei Sternen sind also immer ein Anzeichen dafür, dass es auch an deren Oberflächen Konvektion gibt.

7.2.4 Chromosphäre

Sie schließt sich nach außen hin an die Photosphäre bis in etwa 10^4 km Höhe an (1,00 bis 1,015 $R_\odot$). Die Dichte nimmt ab auf $10^{-11}\,\text{g}\,\text{cm}^{-3}$, die Temperatur wieder zu bis auf 10^5 K. Aufgrund der geringen Dichte trägt trotz der hohen Temperaturen die Abstrahlung der

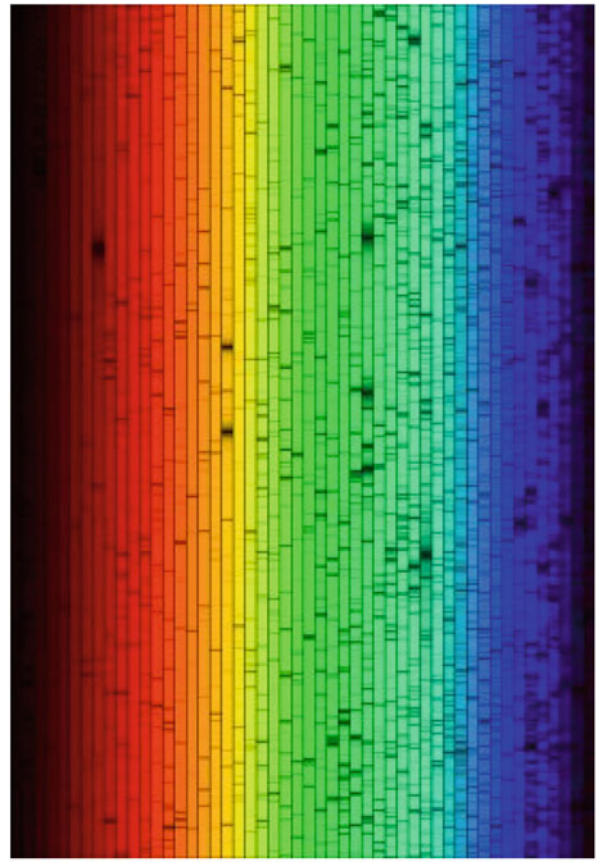


Abb. 7.7 Sonnenspektrum. (Credit: AURA)

Chromosphäre fast nichts zur Gesamtstrahlung bei. Während einer totalen Sonnenfinsternis beobachtet man die *Spikulen,* eine borstige Struktur, die sich nach Magnetfeldern ausrichtet. Im Spektrum der Chromosphäre, das man nur kurz während einer totalen Sonnenfinsternis aufblitzen sieht und deshalb auch als *Flashspektrum* bezeichnet, sieht man Emissionslinien. Diese entstehen wie folgt:

- Linien, die im Photosphärenspektrum in Absorption erscheinen, sind in der Chromosphäre als Emissionslinien erkennbar.
- Durch die hohen Temperaturen in der Chromosphäre beobachtet man Linien hoch angeregter oder ionisierter Atome.

Beides deutet auf hohe Temperaturen hin.

Die Chromosphäre kann man auch außerhalb einer totalen Finsternis beobachten. Mittels Spektroheliogrammen macht man monochromatische Aufnahmen. Man misst durch ein

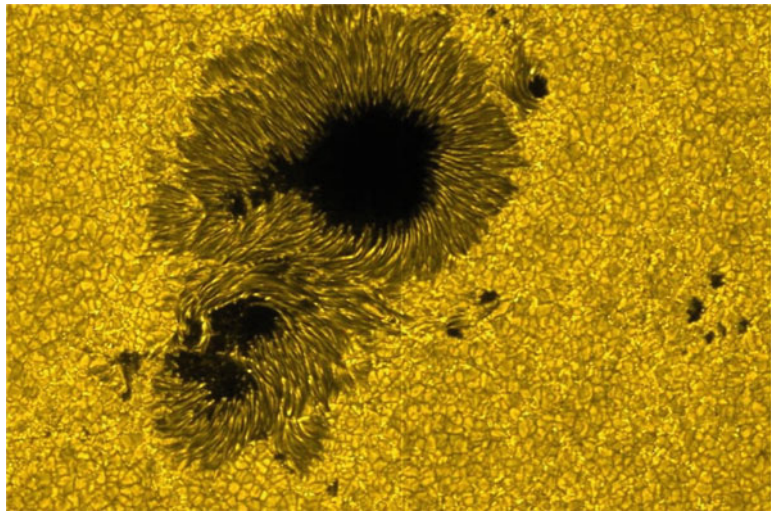


Abb. 7.8 Sonnengranulation mit Sonnenfleck; Aufnahme Hinode-Satellit

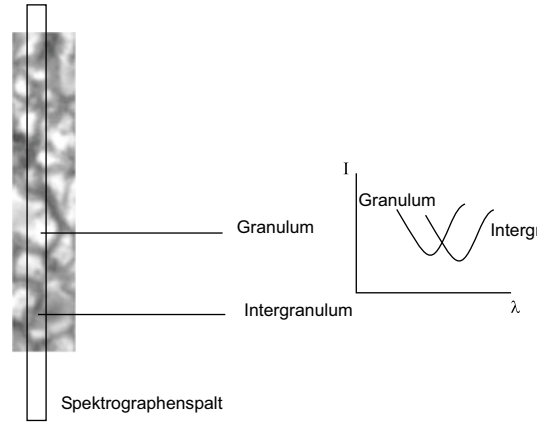


Abb. 7.9 Der Spektrographenspalt liegt über granularen/intergranularen Gebieten. Dadurch ergibt sich bei dem aufsteigenden Granulum eine Blauverschiebung und bei dem absinkenden Intergranulum eine Rotverschiebung bei Beobachtung in der Mitte der Sonnenscheibe

Schmalbandfilter die Strahlung in den Zentren starker Absorptionslinien: bei $\lambda = 656{,}3\,\text{nm}$ H_α, bei $\lambda = 393{,}3\,\text{nm}$ und $\lambda = 396{,}8\,\text{nm}$ die sogenannten H- und K-Linien des Ca II (einfach ionisiertes Kalzium). In Letzteren sieht man das *chromosphärische Netzwerk* (Supergranulationszellen) mit etwa 30.000 km Durchmesser, an dessen Rändern sich starke Magnetfelder befinden. In anderen Linien (z. B. H_α) sieht man über den Sonnenrand hinausragende Protuberanzen, die als dunkle Filamente vor der Sonnenscheibe zu sehen sind (Abb. 7.10).

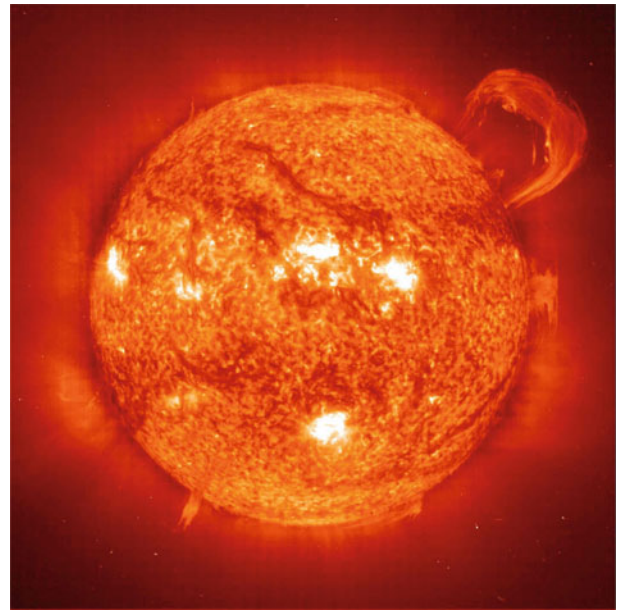


Abb. 7.10 Sonne mit Protuberanzen, die über dem Sonnenrand hell hinaus ragen und vor der Sonnenscheibe dunkel erscheinen. (Quelle: SOHO/NASA)

7.2.5 Korona

In der äußersten Schicht der Sonnenatmosphäre, der Korona, nimmt die Dichte bis auf $10^{-18}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ ab, und die Korona geht nach außen in das *interplanetare Medium* über. Ihre Form hängt von der Aktivität der Sonne ab: Im *Maximum* ist sie symmetrisch um die Sonne, im *Minimum* eher am Äquator konzentriert.

Das *Spektrum* der Korona besteht aus folgenden Anteilen:

- Kontinuierliches Spektrum, *K-Korona:* Photosphärenlicht, das an der Korona an freien Elektronen gestreut wird. Allerdings müsste man dann auch Absorptionslinien beobachten. Wegen der hohen Temperaturen sind diese aber verwaschen (Temperaturen von mehreren $10^6\,\mathrm{K}$ bzw. Geschwindigkeit von $v = 8\,000\,\mathrm{km/s}$) und treten nicht in Erscheinung.
- *L-Korona:* Emissionslinien; hoch ionisierte Elemente, z. B. FeXIV (13-fach ionisiertes Eisen), dies ist die *grüne Koronalinie* bei 530,3 nm. Aus dem Verhältnis FeXIV/FeX kann man nach der Saha-Formel die Temperatur bestimmen.
- *F-Korona:* Normales Sonnenspektrum; entsteht durch Streuung an interplanetarem Staub.

Eine Beobachtung der Korona außerhalb von totalen Sonnenfinsternissen ist im UV- und im Röntgenbereich sowie im Radiobereich (m-Wellen) möglich. Im Röntgenlicht erkennt

man die *koronalen Löcher.* Hier sind die magnetischen Feldlinien, die alle Strukturen in der Korona bestimmen, über weite Flächen offen. Durch diese Gebiete kann der *Sonnenwind* entweichen.

Beobachtet man die Sonne im Radiobereich, so ist die *Plasmafrequenz* ν_0 zu beachten; Radiostrahlung unterhalb dieser Frequenz (bzw. oberhalb dieser Wellenlänge) kann nicht austreten, da der Brechungsindex < 0 wird.

$$\nu_0 = \sqrt{\frac{e^2 N_e}{\pi m}} = 9 \times 10^3 \sqrt{N_e} \qquad [\text{MHz}] \tag{7.8}$$

In dieser Formel ist die Elektronendichte N_e in Teilchen pro cm^3 anzugeben. Die Elektronendichte in der Korona nimmt mit wachsendem Abstand von der Sonnenoberfläche ab: In einem Abstand von $1{,}03\,\text{R}_\odot$ beträgt sie maximal $350 \times 10^6\,\text{cm}^{-3}$, bei einem Abstand von $2{,}0\,\text{R}_\odot$ ist sie $3{,}1 \times 10^6\,\text{cm}^{-3}$ und bei $5\,\text{R}_\odot$ nur mehr $0{,}05 \times 10^6\,\text{cm}^{-3}$.

▶ Bei Beobachtung in unterschiedlichen Frequenzen kann man unterschiedliche Schichten der Sonnenatmosphäre sondieren.

Beobachtet man die Sonne im Radiobereich bei höheren Frequenzen, dann sieht man in tiefere Schichten, da dort die Elektronendichte höher ist. Man kann also eine Art *Tomographie* der Sonnenkorona durchführen bei Beobachtung in unterschiedlichen Frequenzen.

Die Temperatur nimmt in höheren Schichten der Sonnenatmosphäre stark zu. Der Grund dafür ist noch nicht ganz geklärt.

7.3 Die aktive Sonne

Unsere Sonne ist kein statischer Stern (Bsp. Abb. 7.11), sondern es kommt dauernd zu Veränderungen. Wir behandeln zunächst die einzelnen Phänomene und dann deren Auswirkungen auf die Erde.

7.3.1 Sonnenflecken

Am einfachsten lässt sich die Sonnenaktivität auf der Sonnenoberfläche anhand von *Sonnenflecken* verfolgen. Diese wurden bereits im Altertum bei tief stehender Sonne mit bloßem Auge beobachtet. Damit ein Sonnenfleck mit freiem Auge gesehen werden kann, muss er eine Gesamtausdehnung von etwa 40.000 km haben. Seit man erkannt hat, dass Erscheinungen der Sonnenaktivität Einfluss auf den Funkverkehr, Satellitenpositionen, Korrosion

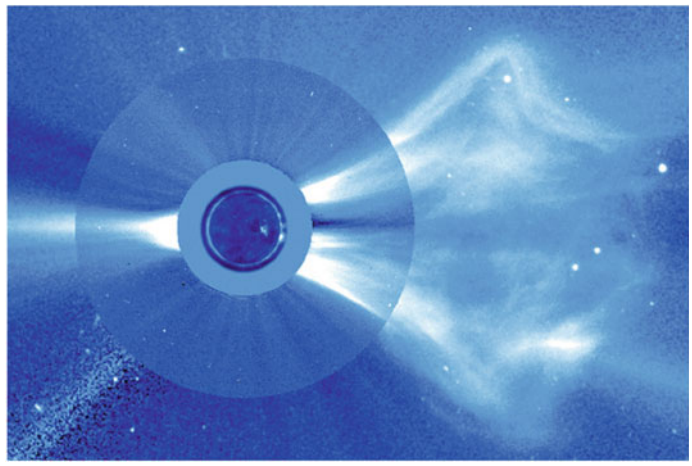


Abb. 7.11 Koronaler Massenauswurf (CME), aufgenommen mit LASCO-SOHO

von Pipelines, Elektrizitätsversorgungsleitungen usw. ausüben, widmet man sich genau dem Studium des *Space Weather.*

Die ersten Teleskopbeobachtungen der Flecken erfolgten durch *G. Galilei* (1610), *Chr. Scheiner* und anderen Astronomen. Zunächst hielt man sie für um die Sonne herum wandernde innere Planeten. Dann erkannte man, dass ihre Wanderung um die Sonne durch die Rotation der Sonne erklärt werden kann.

Flecken bestehen aus einem dunklen Kern, der *Umbra,* die umgeben ist von einer filamentartigen helleren *Penumbra* (Abb. 7.12). Die Temperatur in der Umbra beträgt 4 300 K und in der Penumbra 5 500 K. Das Intensitätsverhältnis zwischen Fleck und Photosphäre beträgt bei einer Wellenlänge von 300 nm 0,13 und bei $\lambda = 1000$ nm 0,46.

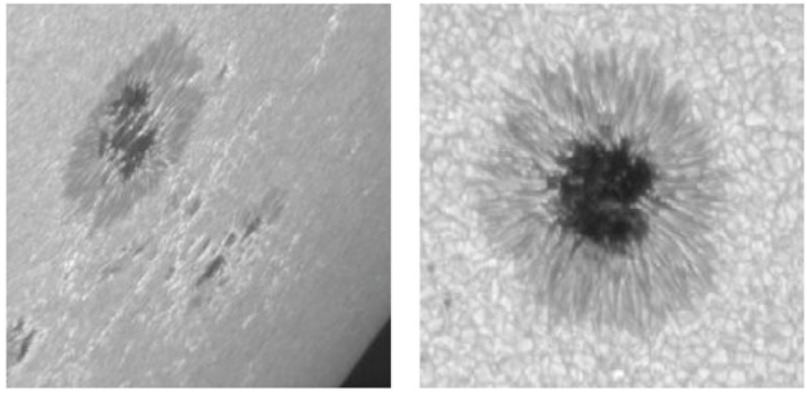


Abb. 7.12 Sonnenfleck mit Fackeln am Rand der Sonne und in Sonnenscheibenmitte; Aufnahme La Palma, Vazquez, Bonet, Sobotka, Hanslmeier

Die Anzahl der Sonnenflecken variiert mit einer mittleren Periode von elf Jahren, das ist der *Sonnenfleckenzyklus* (Abb. 7.13). Die Aktivitätszyklen werden seit 1760 durchnummeriert. Im Jahre 2019 begann der Zyklus mit der Nummer 25. Flecken treten meist in Fleckengruppen mit mehreren Einzelflecken auf. Wenn g die Anzahl der Gruppen und f die Zahl der Einzelflecken ist, dann bestimmt man die *Relativzahl* R:

$$R = k(10\,g + f) \tag{7.9}$$

Dabei ist k ein Korrekturfaktor, der den Einfluss des Instruments berücksichtigt. Am Beginn eines Fleckenzyklus treten diese in höheren heliographischen Breiten bei $\pm 35°$ auf, in der Mitte des Zyklus bei $\pm 8°$. So bekommt man ein *Schmetterlingsdiagramm,* wenn man die Positionen der Flecken im Verlauf eines elfjährigen Zyklus festhält.

Es kann bis zu zwei Jahre dauernde Überlappungen von Flecken des alten und des neuen Zyklus geben. Beobachtet man die Flecken am Sonnenrand, dann erscheint die Penumbra auf der der Sonnenmitte näher liegenden Seite verkürzt. Dies ist der *Wilson-Effekt.* Linien gleicher optischer Tiefe liegen bei großen Flecken geometrisch um einige 100 km tiefer als in der Photosphäre; dies führt zu einer Asymmetrie der Penumbra am Sonnenrand.

Die Lebensdauer der Flecken beträgt einige Tage, bei 90 % der Flecken weniger als elf Tage.

Untersucht man Spektrallinien, die in den Flecken entstehen, dann sieht man eine Aufspaltung durch den *Zeeman-Effekt.*

Die in den Flecken gemessenen magnetischen Flussdichten[2] (Induktionen) betragen bis zu 4 000 Gauß[3] (Erdmagnetfeld rund 0,5 Gauß). Die Feldlinien durchstoßen die Photosphäre im Bereich der Umbra senkrecht und gehen rasierpinselartig auseinander. Wenn H_0 die Stärke des Feldes im Fleckenzentrum ist und r der Abstand vom Fleckenzentrum, dann hat man:

$$H(r) = H_0(1 - r^2) \tag{7.10}$$

Weshalb sind Flecken kühler als die etwa 6 000 K heiße Sonnenoberfläche? Außerhalb des Feldes in der Sonne herrsche der Druck p_e. Im Bereich des Flecks kommt zum Druck p_i auch noch der magnetische Druck $B^2/2\mu$ hinzu, wobei μ die magnetische Permeabilität bezeichnet. Damit man ein stabiles Gebilde hat, muss gelten:

$$p_i + B^2/2\mu = p_e, \tag{7.11}$$

somit muss $p_i < p_e$ sein, und wegen $\rho_i = \rho_e$ folgt, dass $T_i < T_e$ ist. Die Temperatur im Inneren eines Flecks T_i ist also geringer als die umgebende Photosphärentemperatur T_e.

91 % aller Flecken treten als *bipolare Gruppen* auf. Es handelt sich um magnetische Schläuche, die durch den magnetischen Auftrieb vom Sonneninneren an die Oberfläche

[2] Häufig spricht man einfach von Feldstärken, obwohl $B = \mu H$, μ =Permeabilität.
[3] 1 Gauß = 1 G = 10^{-4} Tesla.

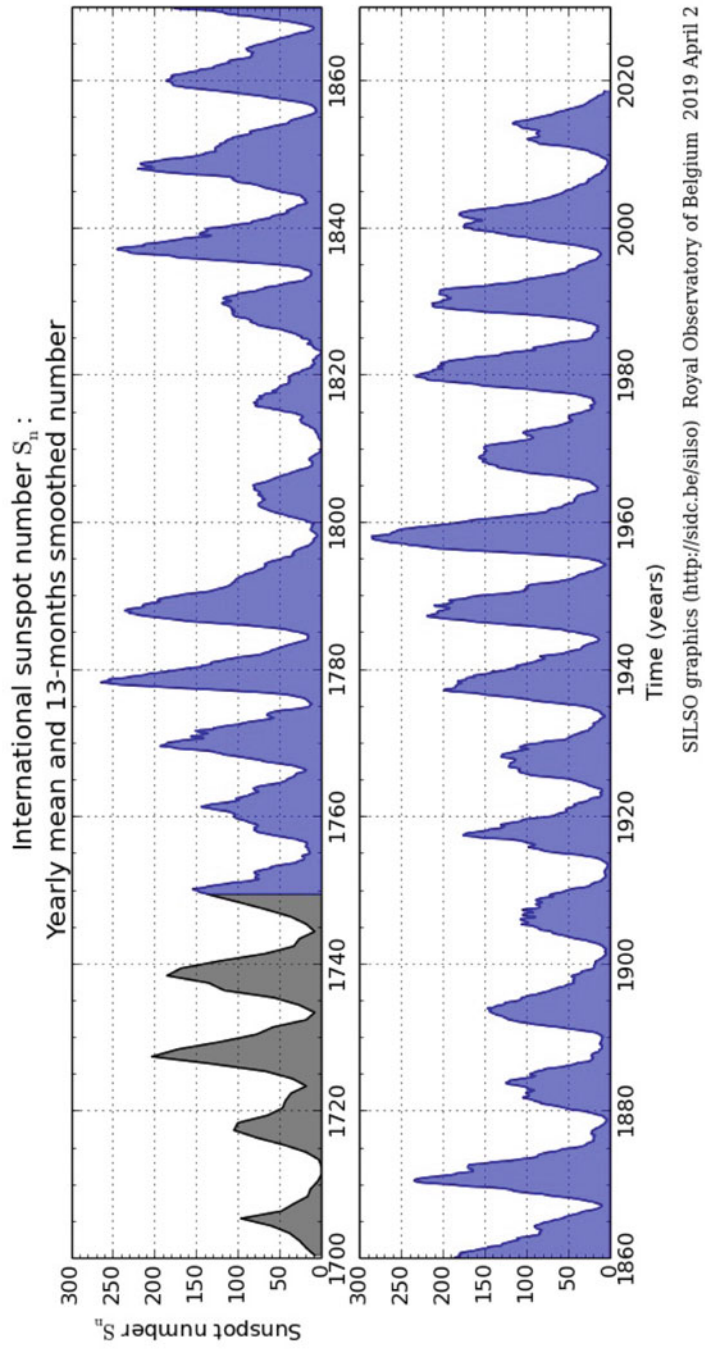


Abb. 7.13 Sonnenfleckenrelativzahlen. (Quelle: SIDC)

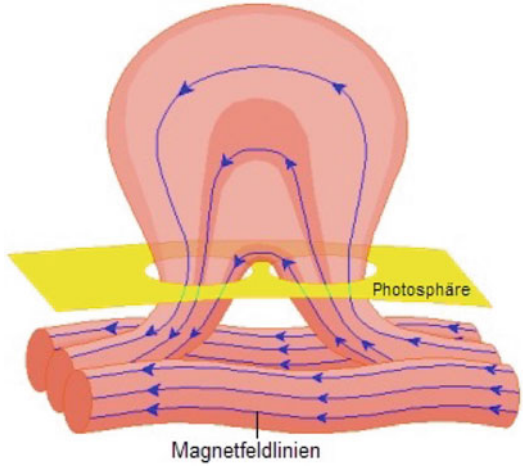


Abb. 7.14 Eine bipolare Fleckengruppe entsteht, wenn magnetischer Fluss an die Oberfläche der Photosphäre dringt

getrieben werden, und an den beiden Durchstoßpunkten dann eine bipolare Gruppe erzeugen (Abb. 7.14).

Die *Züricher Klassifikation* ist in Abb. 7.15 skizziert (nach Bray). Kriterien dafür sind, ob eine Gruppe unipolar oder bipolar ist, ob eine Penumbra ausgeprägt ist oder nicht, sowie die heliographische Längenausdehnung.

Man bezeichnet den bei der Sonnenrotation vorangehenden Fleck als p-Fleck und den nachfolgenden als f-Fleck. Hat in einem Aktivitätszyklus auf der Nordhemisphäre der p-Fleck eine positive und der f-Fleck eine negative Polarität, dann ist es auf der Südhemisphäre genau umgekehrt: Der p-Fleck hat dann eine negative und der f-Fleck eine positive Polarität. Beim nächsten Zyklus kehrt sich das Ganze um: Auf der Nordhemisphäre der Sonne hat dann der p-Fleck eine negative Polarität usw. Dies wurde von *Hale* gefunden und wird als *magnetischer Zyklus* bezeichnet (Abb. 7.16).

Das Spektrum der Flecken ist schwierig zu beobachten, es gleicht dem eines K-Sterns. Neue Ergebnisse der Helioseismologie zeigen die Dynamik unterhalb von Flecken (Abb. 7.17).

Sonnenflecken sind Gebiete mit starken Magnetfeldern wo die Konvektion verringert ist.

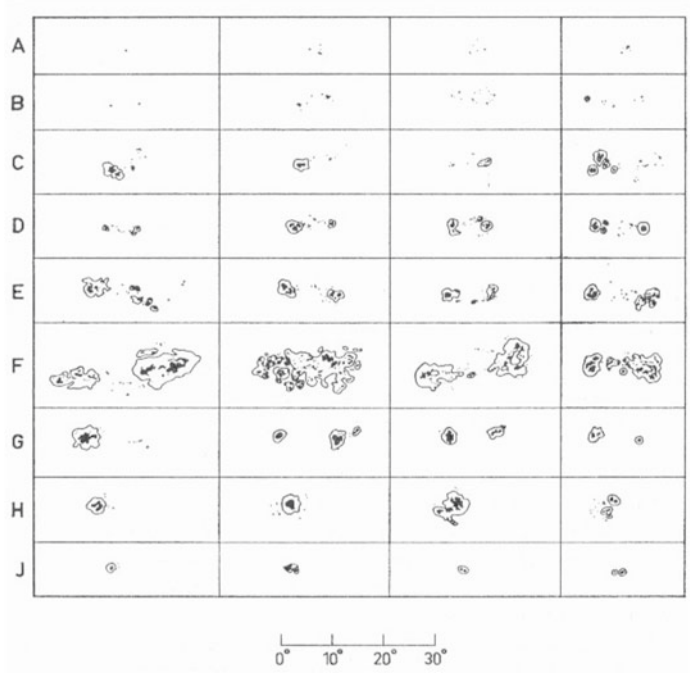


Abb. 7.15 Züricher Sonnenfleckenklassifikation; A…unipolar (erste Zeile oben), B…bipolar, ohne Penumbra (zweite Zeile von oben), C…bipolar, Penumbra bei einem der beiden Hauptflecken, D… Pneumbra bei beiden Hauptflecken, klein usw

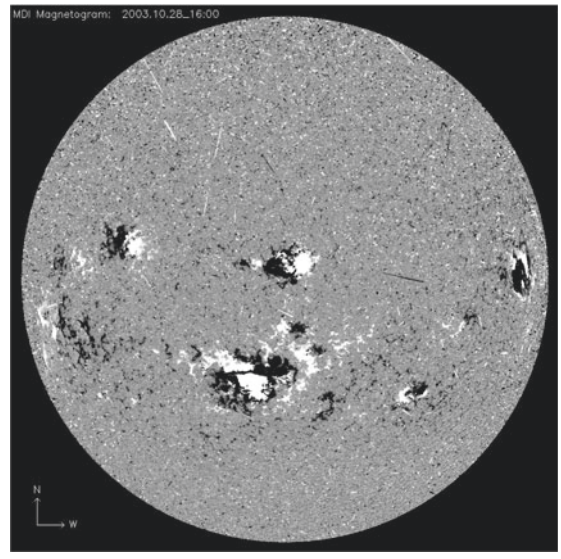


Abb. 7.16 Magnetogramm der Sonne. Weiß und schwarz bezeichnen unterschiedliche Polaritäten. (SOHO/MDI)

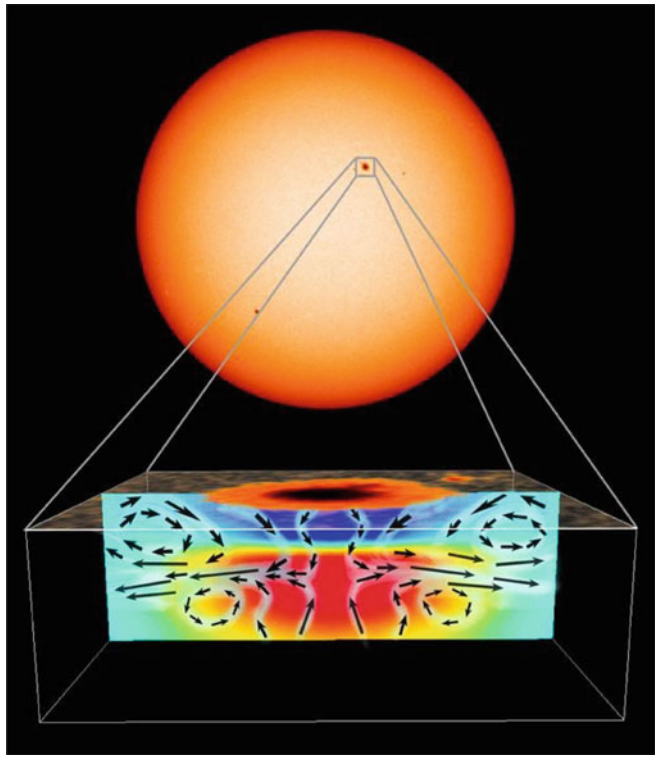


Abb. 7.17 Sonnenfleck mit Struktur unterhalb der Photosphäre. (SOHO/MDI)

7.3.2 Fackeln

Sie sind praktisch das Gegenstück zu den Flecken. Sie erscheinen als ausgedehnte Gebiete mit überhöhter Helligkeit (um 10 % mehr als in der Photosphäre). Fackeln treten meist in der Umgebung von Sonnenflecken auf; wegen des Kontrasts sind sie besonders gut am Sonnenrand beobachtbar, es handelt sich also um eine Überhitzung der höheren Sonnenschichten. Normalerweise findet man Fackeln an denselben heliographischen Breiten wie die Flecken. Die polaren Fackeln treten in den Jahren vor bzw. während eines Sonnenflecken-Minimums an ungewöhnlich hohen Breiten auf.

Im Bereich um 430 nm *(G-Band)* sieht man im Sonnenspektrum viele Moleküllinien (CH, Vibrationszustände, Rotationszustände). Man erkennt bei sehr guter Auflösung mit einem G-Band-Filter helle, etwa $0{,}1''$ ausgedehnte Punkte, GBPs, *G-Band bright points,* die kleine magnetische Elemente darstellen.

7.3.3 Protuberanzen

Hier handelt es sich um Materiewolken in der Korona. Man kann sie beobachten:

- am Sonnenrand: hell gegen den dunklen Himmel; entweder bei einer totalen Sonnenfinsternis oder im Licht einer chromosphärischen Linie wie z. B. Hα;
- auf der Sonnenscheibe: Sie erscheinen dort dunkel gegen die helle Photosphäre, also in Absorption, und werden als *Filamente* bezeichnet.

Protuberanzen unterliegen ebenfalls dem elfjährigen Zyklus. Die Hauptzone ihres Auftretens entspricht der Fleckenzone. Kurz vor dem Minimum erscheint die polare Zone, die polwärts wandert und ihr Maximum etwa zwei Jahre vor dem Fleckenmaximum am Pol erreicht. Man unterscheidet:

- ruhende Protuberanzen: langlebig; Dicke etwa 7000 km. Höhe normalerweise bis 40.000 km, Länge 200.000 km; sie sind lang, dünn und lamellenartig. Oft stehen sie nur auf einzelnen Füßen in der Chromosphäre; ihre Lebensdauer beträgt bis zu einem Jahr. Sie entstehen meist in Fleckengruppen oder bei den Fackeln. Die Sonne rotiert differenziell, d. h. am Äquator schneller als an den Polen, deshalb wird ihre Lage immer paralleler zum Äquator.
- Aktive oder eruptive Protuberanzen: meist in Verbindung mit aktiven Fleckengruppen. Es gibt:
  a) Sprays: explosionsartiger Aufstieg mit 1 000 km/s (die maximal beobachtete Höhe betrug 1,5 Mio. km!).
  b) Surges (Spritzer): Aufstieg mit 50…200 km/s; treten immer wieder in aktiven Fleckengruppen auf.
  c) Koronaler Regen: Nach Eruption strömt die Materie regenartig zurück.
  d) Loops: Materie folgt den magnetischen Feldlinien.

Die Protuberanzen (Abb. 7.10, 7.18) erscheinen immer an der Grenze zwischen Gebieten mit unterschiedlichen magnetischen Polaritäten *(Neutrallinie)*. Dort verlaufen die Feldlinien horizontal. Die ionisierte Materie wird durch das Magnetfeld gehalten, die Dichte ist 100-mal größer als die Umgebungsdichte; auch bei den ruhenden Protuberanzen strömt ständig Materie ab und wird neu ersetzt.

7.3.4 Flares und koronale Massenauswürfe

Sonnenflares können im gesamten elektromagnetischen Spektrum beobachtet werden. *Carrington* und *Hodgson* beobachteten 1859 zum ersten Mal einen *Flare* im sichtbaren Licht (was sehr selten ist). *Hale* erfand das Spektrohelioskop, mit dem man die Sonne in einer

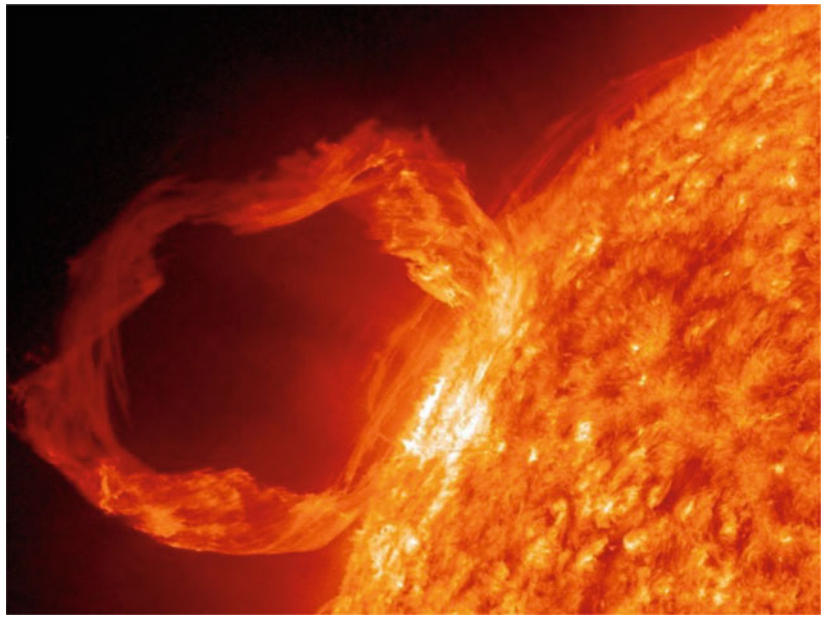


Abb. 7.18 Protuberanz (prominence), auf genommen mit dem SDO/AIA-Instrument

bestimmten Wellenlänge beobachten konnte, und stellte 1920 fest, dass Flares sehr gut im Licht der Wasserstofflinie Hα zu beobachten sind. 1940 beobachtete man dann Flares im Radiobereich und mit den Satelliten später auch im UV- und im Röntgenlicht.

Die in Flares freigesetzte Energie reicht von 10^{16} J *(Nanoflares)* bis 10^{25} J (große, sogenannte *Two Ribbon Flares*).

Dazu ein Vergleich: Die *Hiroshima-Bombe* hatte eine Sprengkraft von 15 kt, mit

$$1\text{kt (Kilotonne TNT)} = 4{,}184 \times 10^{12}\,\text{J}. \tag{7.12}$$

Die größte jemals gezündete *Wasserstoffbombe* hatte 50 Megatonnen, und die Sprengkraft aller konventionellen Bomben im 2. Weltkrieg erreichte etwa zwei Megatonnen.

Man schätze ab, wie groß die Energiefreisetzung bei einem Flareausbruch ist im Vergleich zur Hiroshima-Bombe.

Zur *Klassifikation* von Flares verwendet man zwei Systeme:

- Importance: 1, 2, 3, 4 sowie die Zusätze *f* für *faint, n* für *normal* und *b* für *bright.* S bezeichnet ein Subflare. Die hellsten Flares sind also 4b. Je größer der Wert dieser optischen Klassifikation ist, desto länger dauert meist die Erscheinung.
- Röntgenklassifikation: Seit 1970 gibt es Röntgenbeobachtungen von Flares, und man klassifiziert nach dem Fluss im Bereich 1–8 Å in Einheiten von W/m^2 in Zehnerpotenzen:

Klasse A: $10^{-8}\,\mathrm{W/m^2}$, Klasse B: $10^{-7}\,\mathrm{W/m^2}$, C, M, X.

Ein M8-Flare hat dann einen maximalen Fluss im 1–8-Å-Bereich von $8 \times 10^{-5}\,\mathrm{W/m^2}$. Man beachte, dass C1-Flares nur zur Zeit des Sonnenaktivitätsminimums beobachtet werden können, wenn der Röntgenhintergrund schwach ist.

Kommt es zu einem Flareausbruch (eruptive Flares), dann ist damit verbunden:

- kurzwellige Strahlung ($< 200\,\mathrm{nm}$): in der Größenordnung wie die Gesamtstrahlung der Sonne in diesem Bereich.
- Röntgenstrahlung: Erhöhte Röntgenstrahlung verursacht Störungen in der Erdionosphäre *(Mögel-Dellinger-Effekt)* → erhöhte Ionisation der D-Schicht; Radiowellen, die, um von der F-Schicht reflektiert zu werden, zweimal die D-Schicht passieren müssen, werden stark abgedämpft, also Störungen des Funkverkehrs.
- Korpuskularstrahlung: Die Teilchen kommen mit Geschwindigkeiten zwischen $1\,000\,\mathrm{km/s}$ und $2\,000\,\mathrm{km/s}$ einen Tag nach dem Flareausbruch auf der Erde an und verursachen magnetische Stürme, Polarlichter (grüne und rote Sauerstoff-Linie, es handelt sich um verbotene Übergänge).
- Radiostrahlungsausbrüche im m-Bereich.
- Kosmische Strahlung: Die Teilchen werden fast bis auf Lichtgeschwindigkeit beschleunigt, in der oberen Erdatmosphäre erzeugen diese bei Zusammenstößen mit Atomkernen Sekundärteilchen und Höhenschauer.

Im Jahre 1970 hat man die koronalen Massenauswürfe, *CMEs,* (Abb. 7.11, 7.19) gefunden. Die bei der CME *(coronal mass ejection)* freigesetzte Materie verlässt die Sonne mit einer Geschwindigkeit von bis zu $2\,000\,\mathrm{km/s}$. Die Masse der ausgeworfenen Materie liegt bei $10^{15} \ldots 10^{16}\,\mathrm{g}$. Eruptive Flares dürften von CMEs verursacht sein. Während der eruptiven Phase eines CME sind die Feldlinien offen, schließen sich jedoch dann wieder, es kommt zu einer magnetischen Rekonnexion und zu einem eruptiven Flareausbruch *(gradual flare).* Der Schnitt dieser Loops mit der Sonnenoberfläche erscheint als zwei parallele Bänder in Hα, und man hat früher, als die Rolle der CMEs für Flareausbrüche noch nicht genau bekannt war, von *two ribbon flares* gesprochen. Dieselbe Physik scheint auch hinter eruptiven Protuberanzen zu stecken *(disparition brusque).*

Von einem *Halo-CME* spricht man, wenn dieser direkt zur Erde gerichtet erscheint. Dann erscheint der CME als Halo um die Sonne herum. Der CME dehnt sich aus und erscheint als immer größer werdender Halo um die Sonne herum.

Der Großteil der Flares sind impulsive Flares. Man kann sie mit einem einzigen statischen magnetischen Loop modellieren (Abb. 7.20). Auch hier kommt es zu einer magnetischen Rekonnexion mit anschließender Beschleunigung von Teilchen, jedoch ohne Zusammenhang mit CMEs.

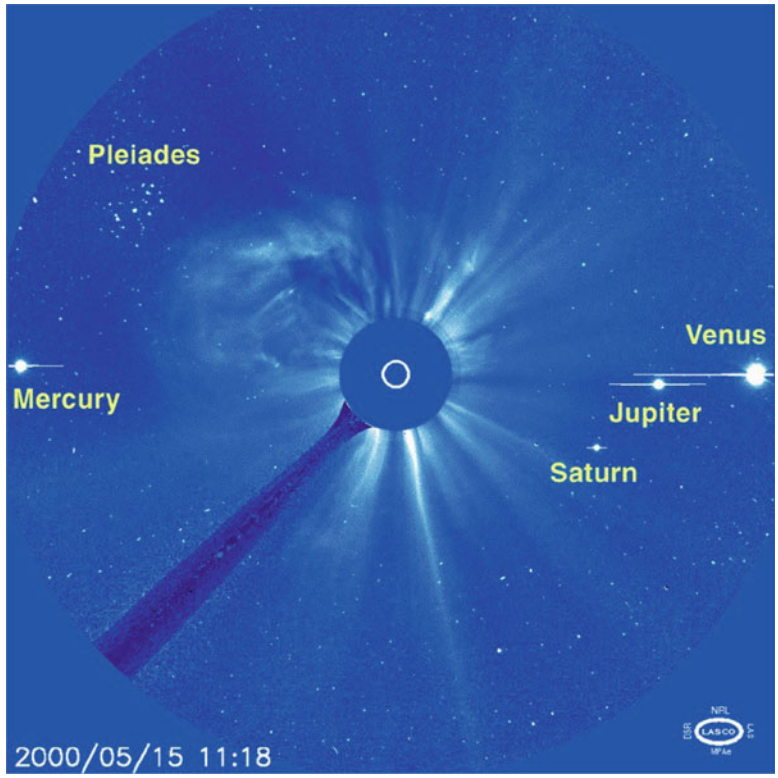


Abb. 7.19 Ein koronaler Massenauswurf, CME, aufgenommen mit dem Sonnensatelliten SOHO. Die Sonne selbst ist abgedunkelt und ihre tatsächliche Größe wird durch den Kreisring angedeutet. (Man erkennt auf der Aufnahme auch 4 Planeten sowie einige Sterne). (Quelle: NASA/SOHO)

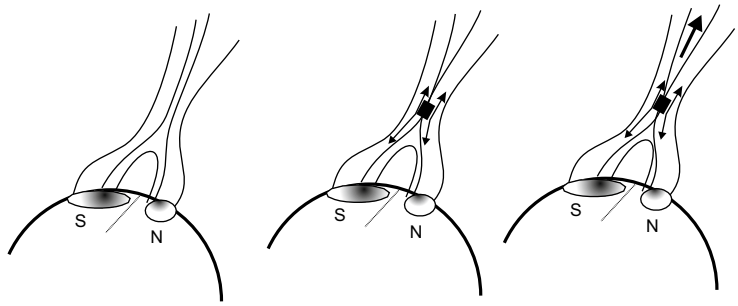


Abb. 7.20 Modell zur Flareentstehung. Zu Beginn hat man eine bipolare Gruppe, deren Feldlinien im Korona-Loop nicht verbunden sind. In der zweiten Phase beginnt der Flare, wenn sich eine Rekonnexion der Feldlinien ereignet, und es fließt ein Strom zu den Fußpunkten in der Photosphäre. Schließlich bewegt sich der Flare in die Korona hinauf

Nach *Hale* hat sich folgende Klassifikation für magnetische Strukturen eingeführt *(Mt.-Wilson-Klassifikation),* die auch für das Auftreten von Flares wichtig ist:

- α: Ein einzelner dominierender Fleck, meistens mit Plage entgegengesetzter Polarität verbunden.
- β: Sonnenfleckenpaar mit entgegengesetzten Polaritäten.
- γ: Komplexe Gruppe mit unregelmäßiger Verteilung der Polaritäten.
- δ: Umbrae mit entgegengesetzten Polaritäten innerhalb einer einzigen Penumbra.

In der δ-Konfiguration findet man mehr Flares als in den anderen Gruppen. Eine derartige Konfiguration kann in allen anderen Gruppen vorkommen. Hier hat man zwei Pole mit starken vertikalen Feldern nahe beieinander. Man kann folgende Kriterien für das Auftreten von Flares angeben:

- große δ-Flecken,
- Umbrae mit großer Elongation,
- hohe Scherung im transversalen Feld oder starke Gradienten im longitudinalen Feld,
- große Flecken haben immer starke Flares.

Flares und CMEs entstehen durch Umkonfigurationen des Magnetfeldes, Rekonnexion.

7.3.5 Die Radiostrahlung

Man muss unterscheiden zwischen einer langsam variablen Komponente sowie Strahlungsausbrüchen *(bursts).* Die langsam variable Komponente stammt aus diskreten Gebieten der Sonnenatmosphäre, vorwiegend Fleckengebieten. Der Strahlungsstrom ist eng korreliert mit der Relativzahl; es dürfte sich um thermische Strahlung aus den Korona-Kondensationen handeln. Deren Temperatur beträgt etwa 10^7 K, und die Wellenlänge der Strahlung liegt zwischen 1…100 cm, das Maximum bei 15 cm; die Intensität bei 10,7 cm wird auch als Ersatz für Fleckenrelativzahlen verwendet.

Bei den Strahlungsausbrüchen entsteht Strahlung im Bereich von 1 cm bis 15 m. Im Zentimeter-Bereich steigt die Intensität auf das 20- bis 40-Fache des normalen Wertes, im m-Bereich auf das 10^5-Fache des normalen Wertes an.

Betrachten wir die sogenannte Plasmafrequenz ω_p. Wir nehmen an, Elektronen bewegen sich gegenüber ruhenden Ionen. Im Falle eines nur aus Elektronen und ionisierten Wasserstoffatomen bestehenden Gases findet man für die Ladungsdichte:

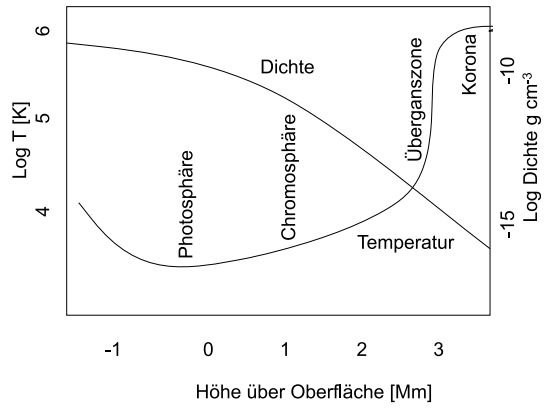


Abb. 7.21 Verlauf der Elektronendichte und der Temperatur in den verschiedenen Schichten der Sonnenatmosphäre; die Übergangszone von Chromosphäre zu Korona nennt man auch *transition region.*

$$\rho = en_e \tag{7.13}$$

Aus $div\mathbf{E} = \rho/\epsilon_0$, $\epsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}$As/Vm, elektrische Feldkonstante (Permittivität des Vakuums) wird im eindimensionalen Fall:

$$div(\mathbf{E}) = dE/dx; \rightarrow E = en_e x/\epsilon_0 \tag{7.14}$$

und die Bewegungsgleichung lautet:

$$\ddot{x} = F/m_e = eE/m_e = -\frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 m_e} x \tag{7.15}$$

dies ist die Gleichung eines harmonischen Oszillators, und man erhält die Plasmafrequenz zu

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 \epsilon m_e}} \tag{7.16}$$

wenn die Ausbreitung in einem Medium der Permittivität $\epsilon_g > 1$ betrachtet wird.

Je höher die Elektronendichte, desto höher die Plasmafrequenz. Die Plasmafrequenz ist auch verantwortlich für die Reflexion von Radiowellen in der Erdatmosphäre bzw. dafür, wie tief man im Radiobereich in die Korona hineinblicken kann.

Korona: Hohe Frequenzen bedeuten hohe Elektronendichte und bedeuten tieferen Einblick.

Trägt man die *Bursts* im Zeit-Frequenz-Diagramm auf, dann sieht man, wie die Bereiche stärkerer Radiostrahlung durch die Sonnenatmosphäre wandern. Die Elektronendichte nimmt nach außen hin ab und damit auch die Plasmafrequenz (Abb. 7.21).

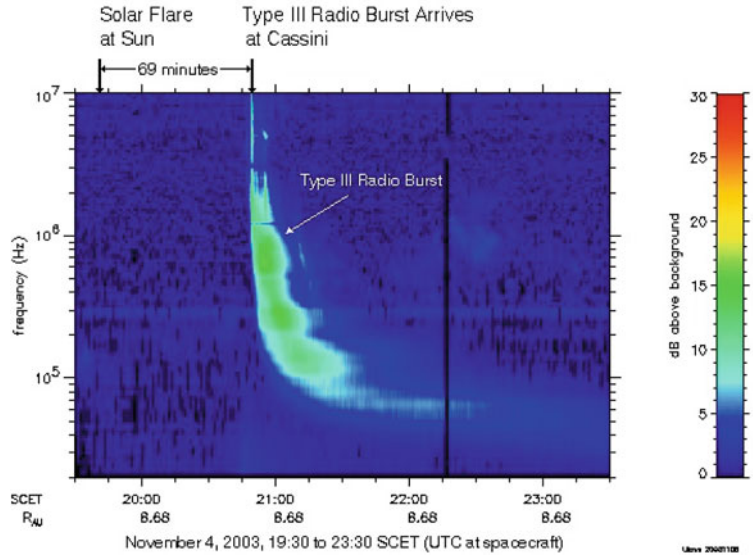


Abb. 7.22 Typ-III-burst, aufgenommen von der Raumsonde Cassini, die Saturn untersuchte. Mehr als eine Stunde nach dem Ereignis auf der Sonne sieht man die Radiostrahlung bei Cassini und im Frequenz-Zeit-Diagramm die Entstehung der Radiostrahlung in verschiedenen Höhen der Sonnenatmosphäre (niedrigere Frequenzen in größeren Höhen). (Quelle: Cassini/NASA)

Die *Bursts* werden klassifiziert in:

1. Typ I: m-Bereich; kurze, steil ansteigende Ausbrüche; Gesamtdauer unter 1 s; Hauptelement der Noise-Stürme.
2. Typ II: m-Bereich; Emission in einem schmalen Frequenzband, die sich mit der Zeit von hohen zu niedrigen Frequenzen verschiebt; die Driftgeschwindigkeit im Frequenzband beträgt zwischen 0,5 und 1 MHz/s. Dauer etwa zehn Minuten; die Materie geht also durch die Korona, d. h. aus der Frequenzdrift kann man die Höhe und die Geschwindigkeit von 400–1000 km/s ablesen. Relativ selten, im Fleckenmaximum alle 50 h ein Ausbruch; Korrelation mit geomagnetischen Stürmen (diese setzen 2…3 Tage nach dem Ausbruch ein).
3. Typ III: m-Bereich; schmalbandige, aber raschere Frequenzdrift als beim Typ II (20 MHz/s). Dauer 10 s, Aufstiegsgeschwindigkeit 0,4c. Höhe etwa 1 $R_\odot$; während des Fleckenmaximums beobachtet man drei Typ-III-bursts pro Stunde. Auftreten meist zu Beginn eines Flares (Abb. 7.22).
4. Typ IV: im ganzen Radiobereich; Synchrotronstrahlung schneller Elektronen; Höhe über der Photosphäre 0,3–0,4 $R_\odot$; keine Plasmaschwingungen mehr, da Materiedichte zu gering ist.

5. Noise Storms: m-Bereich; große Anzahl einzelner Strahlungsbursts; Dauer Stunden bis Tage; im Fleckenmaximum häufig. Es kommt immer wieder zu Typ-I-bursts; Synchrotronstrahlung schneller Elektronen; 0,3–1 $R_\odot$ über der Photosphäre; vorzugsweise über Fleckengebieten.

7.3.6 Röntgenstrahlung der Korona

Im sichtbaren Licht kann man die Korona während einer totalen Sonnenfinsternis sehen (Abb. 7.23). Die Missionen *SOHO, TRACE, YOHKOH* und *RHESSI* ermöglichen auch Beobachtungen der Sonne im extremen UV- und Röntgenbereich, wo die Strahlung der Sonne um folgende Faktoren während des elfjährigen Zyklus variiert:

- Variation im UV Bereich: ≈ 2,
- Variation im Röntgenbereich ≈ 100.

In Abb. 7.24 ist die Sonne im Röntgenbereich dargestellt. Dieses wird aufgrund der hohen Temperaturen in der Korona emittiert. Man erkennt deutlich den Unterschied zwischen den Emissionen nahe dem Maximum und nahe dem Minimum der Sonnenaktivität.

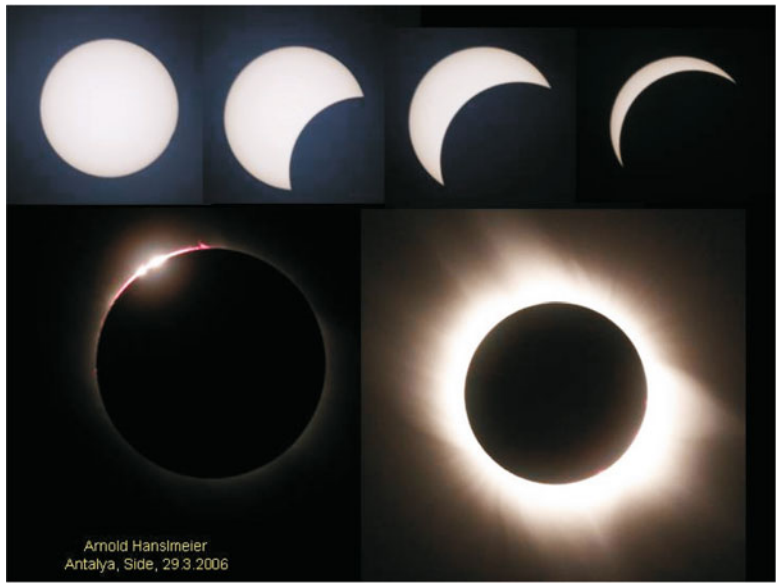


Abb. 7.23 Totale Sonnenfinsternis vom 29.03.2006. Kurz vor der Totalität (Diamantringphase) sind einige rot leuchtende Protuberanzen sichtbar, unten rechts: Totalität. Korona gut sichtbar. (Bild: A. Hanslmeier)

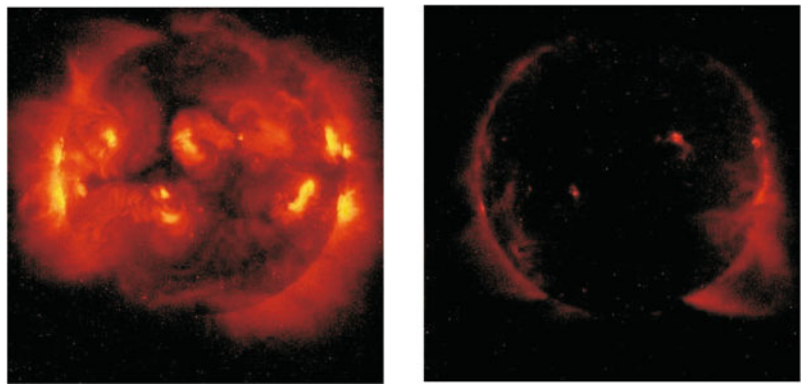


Abb. 7.24 Die Sonne im Röntgenbereich – links März 1993 (Sonne sehr aktiv), rechts nahe Minimum März 1995. (Aufnahme: YOHKOH)

Die Energie der Röntgenstrahlung ist ein Maß für die Energie der Elektronen, die sie erzeugen. Sehr oft ist man im keV-Bereich:[4]

$$1\text{keV} = 1{,}6 \times 10^{-16}\,\text{J} \tag{7.17}$$

Danach kann man Röngtenstrahlung unterteilen: a) harte Röntgenstrahlung 10…100 keV, b) weiche Röntgenstrahlung 1…10 keV.

Man betrachte die zeitliche Entwicklung von *Flares:* Harte Röntgenstrahlung wird meist während der impulsiven Anfangsphase freigesetzt, weiche Röntgenstrahlung erreicht zeitverzögert (einige Minuten) das Maximum. Zum ersten Mal wurde die harte Röntgenstrahlung mit der *Solar-Maximum-Mission (SMM)* um 1980 beobachtet. Man fand, dass es zwei Quellen für diese Röntgenstrahlung gibt, die an den Fußpunkten lokalisiert sind. Die lässt auf nicht thermische Elektronen schließen, die sich zu den Fußpunkten von der Korona in die dichtere Chromosphäre hinunter bewegen. Damit zusammen hängt auch die Mikrowellenemission. Der langsame Anstieg im Bereich weicher Röntgenstrahlung entspricht dem zeitlichen Integral der harten Röntgenstrahlung →*Neupert-Effekt.*

Bei den hohen Temperaturen im Zuge von Flares kommt es zu verschiedenen Strahlungsmechanismen:

- *Thermische Bremsstrahlung:* Protonen ziehen freie Elektronen an; die Elektronen ändern ihre Geschwindigkeit, es kommt zur Bremsstrahlung, zu beobachten als weiche Röntgenstrahlung. Bei der thermischen Bremsstrahlung besitzen die Teilchen des emittierenden

[4] Im sichtbaren Licht bei einigen eV.

Plasmas eine definierte Geschwindigkeit v, und die Verteilungsfunktion entspricht einer *Maxwell-Verteilung:*

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left[\frac{-mv^2}{2kT}\right] \tag{7.18}$$

Die Emission von diesem Plasma nennt man dann thermische Bremsstrahlung, und die Strahlungsleistung (in [W m^{-3}]) beträgt

$$P_{\mathrm{BR}} = \frac{Z_i^2 n_i n_e}{(7{,}69 \times 10^{18})^2} T_e[\mathrm{eV}]^{1/2} \tag{7.19}$$

wobei n_i, n_e Ionen- bzw. Elektronendichte, Z_i die Ladungszahl der ablenkenden Ladung und T die Temperatur ist, unterhalb derer die Energie nicht ausreicht, um ein Photon (Frequenz ν) im Röntgenbereich zu erzeugen ($kT = \hbar\nu$).

- Synchrotronstrahlung: Elektronen mit sehr hohen Geschwindigkeiten werden entlang Magnetfeldlinien beschleunigt. Die elektromagnetischen Wellen hoher Energie werden tangential zur Bewegungsrichtung emittiert.
- Nicht-thermische Bremsstrahlung: Elektronen mit sehr hoher Energie, keine Maxwell-Verteilung.

Koronalöcher: Fast immer an den Polen der Sonne zu beobachten; sie erscheinen im Röntgenlicht dunkel, die Gasdichte (4×10^{14} Elektronen m^{-3}) sowie die Temperatur ($\approx 1 \times 10^6$ K) sind geringer als in der Umgebung. Die Ausdehnung beträgt etwa 700 bis 900 $\times 10^6$ m. Die Magnetfelder in den Koronalöchern sind offen und somit können geladene Teilchen mit hoher Geschwindigkeit entweichen; dies ist der Sonnenwind mit hoher Geschwindigkeit. Vor dem Minimum des Aktivitätszyklus bedecken sie die Pole, nahe dem Maximum schrumpfen die Polarlöcher, und nahe des Sonnenäquators zeigen sich kleinere Löcher.

Weitere Erscheinungen der Korona sind Bögen aktiver Regionen („active region loops"), die eine Ausdehnung von etwa 10^7 m besitzen, Temperaturen von $2 - 4 \times 10^6$ K und eine Elektronendichte von $1 - 7 \times 10^{15}$ m^{-3} sowie helle Punkte im Röntgenlicht („X ray bright points"), deren Ausdehnung $5 - 20 \times 10^6$ m beträgt, sowie $T = 2{,}5 \times 10^6$ K und $\rho_e = 1{,}4 \times 10^{16} m^{-3}$.

Zur Zeit des Fleckenmaximums gibt es viele helle koronale Bögen *(loops),* zur Zeit des Minimums ist die Sonne im Röntgenlicht sehr schwach.

In der Chromosphäre und der Korona folgt wegen der geringen Dichte das Plasma den Magnetfeldlinien.

7.4 Das Weltraumwetter–Solarterrestrische Beziehungen

Wir haben zahlreiche Phänomene auf der Sonne bzw. in deren Atmosphäre besprochen, bei denen energiereiche kurzwellige Strahlung bzw. Teilchen freigesetzt werden.

> Unter dem Begriff Weltraumwetter fasst man deren Auswirkungen auf die Physik der Erde und des erdnahen Weltraums zusammen bzw. generell ihren Einfluss auf die Planeten.

Im Sonnensystem lassen sich diese Prozesse detailliert studieren und sie haben auch eine große Bedeutung bei der Klärung der Frage nach einer Habitabilität von Exoplaneten.

7.4.1 Der Sonnenaktivitätszyklus

Sonnenfleckenzählungen gehören zu den ältesten wissenschaftlichen Aufzeichnungen überhaupt. Nach den ersten Teleskopbeobachtungen im Jahre 1610 durch Galilei und andere ging das Interesse an Sonnenflecken verloren. Die Ursache dafür lag, wie wir heute wissen, in der Tatsache, dass es insbesondere zwischen 1645 und 1715 fast keine Sonnenflecken gab → Maunder-Minimum.

Der deutsche Amateurastronom *Samuel Heinrich Schwabe* (1789–1875) wollte Planeten innerhalb der Merkurbahn finden und beobachtete daher sehr sorgfältig die Sonnenflecken. Er entdeckte zwar keinen intramerkuriellen Planeten, dafür aber den elfjährigen Sonnenfleckenzyklus. Der Schweizer Astronom *Rudolf Wolf* (1816–1893) führte dann die *Sonnenfleckenrelativzahl R* ein („Zurich number"). Heute wird die Relativzahl *R* als Mittel von Beobachtungen verschiedener Observatorien definiert[5], und man bildet Monatsmittel. Das Greenwich Heliophysical Observatory machte Aufzeichnungen von 1874 bis 1976, danach das Debrecen Heliophysical Observatory.

> Mit dem *Sonnenfleckenzyklus* ändern sich auch andere Erscheinungen der Sonnenaktivität wie z. B. die Häufigkeit von Flares und CMEs.

- Variation der CMEs: 1/Tag im Minimum … 6/Tag im Maximum
- Sonnenwind
  a) Minimum: schnelle Komponente (800 km/s) fast auf der ganzen Sonne emittiert, langsame Komponente (400 km/s) in Regionen geringer Breite.
  b) Maximum: langsame Komponente wird dominierend; größere Symmetrie.

[5] SIDC Sunspot number, Solar Influences Data Center, Brüssel.

- Flares: Die Anzahl der M- und der X-Flares, N_M bzw. N_X, korreliert mit der *Fleckenrelativzahl* R, und man findet folgende Näherungsformel:

$$N_M = 2{,}86R \qquad N_X = 0{,}23R \tag{7.20}$$

  Neben der Variation mit dem Aktivitätszyklus scheint es noch andere Zyklen der Flareaktivität zu geben mit Perioden von Vielfachen von 24 Tagen.

Weitere Perioden der Sonnenaktivität sind der *Gleissberg-Zyklus* (ca. 90 Jahre) sowie der 22-jährige magnetische Zyklus *(Hale-Zyklus).*

7.4.2 Zeitreihen, Periodenanalyse

Derartige Perioden kann man anhand eines *Powerspektrums* der Relativzahlen erhalten. Das Powerspektrum einer Zeitreihe ist im Wesentlichen das Quadrat ihrer Fouriertransformation (Kap. 15). Nehmen wir eine sin-Funktion. Diese besitzt eine Periode, und im dazugehörigen Powerspektrum ergibt sich daher eine Spitze (engl. *peak*). Bei einer Funktion mit zwei Perioden findet man zwei Spitzen usw. Aus den einzelnen Spitzen im Powerspektrum kann man daher auf Perioden eines Signals schließen.

Es gibt zur Datenauswertung im Bereich der Astronomie zahlreiche Programme, die man über Internet downloaden kann. Besonders weit verbreitet im Bereich der professionellen Astrophysik sind IRAF, MIDAS, ANA und natürlich die Programmiersprache Python, in der es zahlreiche fertige Astronomiepakete gibt. Diese sind frei downloadbar ohne Lizenzgebühren. IDL ist kostenpflichtig, wird im Bereich der Sonnenphysik sehr oft eingesetzt; eine Demoversion, die ca. acht Minuten ohne Einschränkungen läuft, kann ebenfalls aus dem Internet bezogen werden. Alle genannten Programmen arbeiten mit einem PC unter Windows oder Linux. Man lade ein derartiges Programm herunter und experimentiere mit Powerspektren.

Um die Frage zu klären, ob die Anteile des Powerspektrums bei hohen Frequenzen periodisch sind oder nicht, untersucht man den zugrunde liegenden Attraktor. Unter einem Attraktor im *Phasenraum* versteht man einen Unterraum des Phasenraums, der, wenn $t \to \infty$, eingenommen wird. Man ermittelt anhand des Korrelationsintegrals die *fraktale Dimension* dieses Attraktors. Eine hohe fraktale Dimension bedeutet *Turbulenz,* Chaos. Periodische oder mehrfach periodische Systeme haben eine ganzzahlige Dimension, wobei der Wert dieser von der Anzahl der Moden abhängt. Hat man eine niedrige fraktale Dimension, dann lässt sich das System mit wenigen gewöhnlichen Differenzialgleichungen beschreiben. Nehmen wir an, die Daten sind als Zeitserien gegeben:

$$x(t_1), \ldots, x(t_n)$$
$$x(t_1 + \Delta t), \ldots, x(t_N + \Delta t)$$
$$x(t_1 + (d-1)\Delta t), \ldots, x(t_N + (d-1)\Delta t)$$

Dabei soll $x_1 = [x(t_i), x(t_i + \Delta t), \ldots, x(t_i + (d-1)\Delta t)]$ ein d-dimensionaler Vektor sein, der einen Punkt im d-dimensionalen Raum beschreibt. Wir können also auf diese Weise einen Attraktor aus einer skalaren Zeitserie rekonstruieren, von einer einzigen Variablen. Der wirkliche Attraktor, der diese Datensequenz erzeugt hat, ist natürlich in diesem d-dimensionalen Attraktor eingebettet, wenn $d \to \infty$. Man bestimmt daher $|x_i - x_j|$ für $d = 1$ und berechnet das Korrelationsintegral der q-ten Ordnung $C^{(q)}_{d=1}(r)$. Dann erhöht man die Dimension des künstlichen Phasenraums und berechnet $C^{(q)}_{d=2}(r)$. Dies wird so lange wiederholt, bis sich der Anstieg des Korrelationsintegrals nicht mehr ändert. Das Einbettungstheorem von *Takens* sagt, dass $d \geq 2n + 1$ ausreicht, wobei n die tatsächliche, aber unbekannte Dimension des Attraktors ist.

Dies zeigt, dass man mittels einer Zeitserie auf eine vollständige Beschreibung eines physikalischen Systems kommen kann.

7.4.3 Die solare Irradianz

Ändert sich die Helligkeit der Sonne, und wenn ja, welche Auswirkungen könnte dies auf das Erdklima haben?

Seit 1979 wird die *solare Irradianz* von Satelliten gemessen (ACRIM, ERBE, SOHO,…, , , …). Im Prinzip gibt es mehrere Komponenten ihrer Änderung, die sich wahrscheinlich auf verschiedenen Zeitskalen bewegen:

$$\frac{\Delta S_\odot}{S_\odot} = \frac{\Delta S_S}{S_\odot} + \frac{\Delta S_F}{S_\odot} + \frac{\Delta S_N}{S_\odot} + \frac{\Delta S_{\mathrm{DO}}}{S_\odot} + \frac{\Delta S_{\mathrm{NM}}}{S_\odot} \tag{7.21}$$

Die Irradianzänderungen der Sonne gehen also zurück auf:

- ΔS_S Flecken;
- ΔS_F Fackeln;
- ΔS_N Netzwerk, dieses sieht man gut im Ca-Licht; es fällt mit den *Supergranulationszellen* zusammen (etwa 30.000 km Durchmesser der einzelnen Zellen);
- ΔS_{DO} verursacht durch tiefe Magnetfelder; diese verursachen Störungen im Wärmetransport an der Basis der *Konvektionszone* und könnten sich als Erhellungen oder Verdunklungen an der Oberfläche zeigen;
- ΔS_{NM} nicht magnetischen Ursprungs.

Das Maunder-Minimum

Der amerikanische Astronom *Douglass* untersuchte um 1900 Jahresringe an gefällten Bäumen und fand, dass diese ein bestimmtes Muster aufwiesen, welches sich im Elfjahresrhythmus wiederholt. Zwischen 1645 und 1715 verschwand diese Periodizität. Der englische Astronom *Maunder* schickte 1922 *Douglass* einen Brief, in welchem er mitteilte, dass genau zu dieser Periode praktisch keine Sonnenflecken gesehen wurden. Klimaaufzeichnungen aus dieser Zeit ergaben die sogenannte kleine Eiszeit in Europa. Damit hat man den Zusammenhang:

> Hohe Sonnenaktivität → globale Temperaturzunahme auf der Erde.

Da die Sonnenflecken um mehr als 1 000 K kühler sind als die umgebende Photosphäre, erscheint dies zunächst wie ein Widerspruch. In den Sonnenflecken wird zwar weniger Energie emittiert, dieses Strahlungsdefizit wird jedoch durch erhöhte Abstrahlung in den hellen und heißen Fackelgebieten überkompensiert.

Wenige Jahre später fand *Eddy* noch den Zusammenhang zwischen der Sonnenaktivität und den ^{14}C-Konzentrationen in den Baumringen. Die Sonne sendet elektrisch geladene Teilchen aus. Aber auch von Quellen außerhalb des Sonnensystems erreichen uns energiereiche Teilchen (Supernovaexplosionen, Kern der Galaxis usw.). Hätte die Erde kein Magnetfeld, dann würden diese Teilchen ungehindert auf die Erdoberfläche treffen.

Wir sind zweifach vor den Teilchen der kosmischen Strahlung geschützt:

- Die *Erdmagnetosphäre* schützt uns hauptsächlich vor den Teilchen der kosmischen Strahlung, die von der Sonne selbst kommen.
- Das *Magnetfeld der Sonne* erstreckt sich in den interplanetaren Raum, ebenso breiten sich die Sonnenwindteilchen in diesem Raum aus, welcher als *Heliosphäre* bezeichnet wird. Die *Heliopause* befindet sich bei etwa 100 AE. Im Bereich des *Termination Shocks* werden die Sonnenwindteilchen abgebremst von Überschallgeschwindigkeit der Teilchen auf eine Geschwindigkeit unter der lokalen Schallgeschwindigkeit des Plasmas, d. h. von etwa 350 km/s auf 150 km/s. Das Medium verdichtet sich, es kommt zu Aufheizungen. Hinter dem Termination Shock befindet sich der *Heliosheath,* welcher mehrere 10 AE Ausdehnung besitzt. An der Heliopause endet dann der Einfluss der Sonnenwindes. Am 30. August 2007 erreichte Voyager 2[6] den Termination Shock, der sich bei einer Entfernung von 84 AE befand. Die Lage des Shocks wird durch die Sonnenaktivität bestimmt.

Die *Sonnenaktivität* ist mit dem Magnetfeld der Sonne verknüpft: Bei hoher Aktivität ist die Dichte des interplanetaren Magnetfelds höher als bei geringer Sonnenaktivität. Deshalb können bei geringer Sonnenaktivität mehr energiereiche Anteile der kosmischen Strahlung

[6] Gestartet am 20. Aug. 1977

auf die Erdatmosphäre eintreffen, wo sie dann Sekundärteilchen und Neutronen erzeugen. Sobald ein Neutron mit einem Stickstoffkern ^{14}N zusammenstößt, bildet sich das radioaktive ^{14}C-Isotop. Die Pflanzen nehmen dieses dann auf, und man kann daher aus der ^{14}C-Konzentration messen, wie hoch die Sonnenaktivität war. Allerdings trifft das Ganze erst zeitverzögert ein (etwa 20 Jahre). Seit dem Jahr 1 hat man folgende Minima bzw. Maxima gefunden:

- Maunder-Minimum: 1645–1715,
- Spörer-Minimum: 1460–1550,
- Mittelalterliches Maximum: 1100–1250 (ungewöhnlich warme Periode, Grönland bedeutet grünes Land),
- Mittelalterliches Minimum: 640–710,
- Römisches Maximum: 20–80.

Neben dem elfjährigen Zyklus dürfte es noch den etwa 90-jährigen Gleissberg-Zyklus geben.

Wir können also anhand folgender Indikatoren *(proxies)*die Sonnenaktivität zurück in die Vergangenheit verfolgen:

- Relativzahlen, Flecken;
- Kosmogene Isotope: ^{14}C-Isotop; Be-Isotop.
- Polareisbohrungen: Die Teilchen können sich nicht quer zu den Magnetfeldlinien bewegen und treffen bevorzugt an den Polen ein; hier sind also die Effekte am größten.

Ändert die Sonne also unser Klima? Generell lassen sich*Klimaänderungen* auf folgende Ursachen zurückführen:

- *Zirkulation* in der Erdatmosphäre bzw. in den Ozeanen (vgl. Golfstrom); diese hängt im Lauf der Erdgeschichte mit der Bewegung der Kontinentalplatten zusammen (Plattentektonik).
- *Gebirgsbildung:* Berge und Hochplateaus haben großen Einfluss auf das Klima; an der Seite, wo die Winde aufsteigen, hat man Niederschläge, auf der anderen Seite Trockenheit. Bsp.: Anden: An den Osthängen hat man dichte Wälder, an den Westhängen Wüsten.
- Änderungen der *Erdbahn:* Durch die Störeinflüsse der anderen Planeten ändert sich die Exzentrizität der Erdbahn um 6 % in einem Zyklus von 100.000 Jahren. Die Neigung der Erdachse ändert sich um etwa 3° mit einer Periode von 41.000 Jahren.
- *Treibhauseffekt:* Seit Beginn der Industrialisierung um 1750 hat der CO_2-Gehalt in der Erdatmosphäre von 280 ppm auf 360 ppm zugenommen. Aber nicht nur das CO_2 sorgt für den Treibhauseffekt, auch der Methangehalt, der sich mehr als verdoppelt hat. Durch diesen Treibhauseffekt könnte die globale Temperatur zwischen 1 °C und 3,5 °C zunehmen (damit verbunden ein Anstieg des Meeresspiegels um 50 cm, wobei gegenwärtig 100 Mio. Menschen betroffen wären).

- Sonnenaktivität: Zur Zeit des Maximums ist die Sonne um etwa 0,1 % heller, dem entsprechen 1,3 W/m^2. Untersuchungen ergaben, dass eine Änderung der Sonneneinstrahlung um 0,1 % zu einer globalen Temperaturänderung von 0,2 °C führt.

Da die Sonnenaktivität seit 1900 insgesamt zunimmt, könnte ein Teil der Temperaturerhöhung von der Sonne verursacht sein. Man beachte hier den Anstieg seit 1900 in der Abb. 7.25. Allerdings reicht die beobachtete Zunahme der Sonnenaktivität seit 1900 nur bis etwa 1970 aus, um die Temperaturzunahme der Erde zu erklären, d. h. die gegenwärtig beobachtete rasante Temperaturzunahme seit 1970 ist mit Sicherheit auf den *anthropogenen Treibhauseffekt* (CO_2-Zunahme) zurückzuführen.

Langfristig bestimmt die Sonne also sicher unser Klima.

Weltraumwetter, Space Weather

Das Erdmagnetfeld und die Auswirkungen des Sonnenwindes wurden bereits in Abschn. 6.3.3 erläutert, außerdem die Auswirkungen der eintretenden Teilchen (Van-Allen-Gürtel, Polarlichter).

Änderungen der Sonnenaktivität können Ströme in der Erdatmosphäre verursachen *(GIC, geomagnetically induced currents)*. Diese können zu Überspannungen in Überlandleitungen und damit zu Zerstörungen von Transformatoren führen und so die Stromversorgung großer Gebiete lahmlegen (dies ereignete sich in Quebec 1989). Die geomagnetische Aktivität wird beschrieben durch den K-, Ap- und Kp-Index.

Beim Ausbruch eines Sonnenflares entsteht Röntgenstrahlung. Diese erhöht die Ionisation in der Erdatmosphäre, die Ionendichte sowie die Elektronendichte nehmen zu. Es kommt zu einer plötzlich auftretenden ionosphärischen Störung (SID, *sudden ionospheric disturbance*). Die Funksignale werden bereits in der D-Schicht der Atmosphäre absorbiert, und

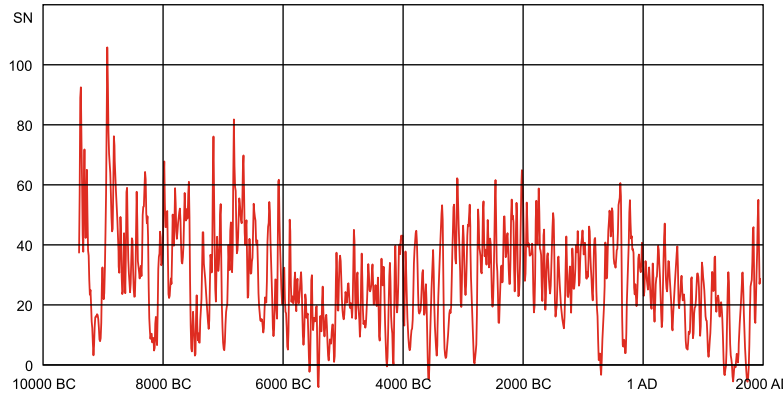


Abb. 7.25 Rekonstruktion der Sonnenfleckenrelativzahlen. Man erkennt, dass die Sonnenaktivität seit 1900 wieder zunimmt und dass es lange Perioden unterschiedlicher Sonnenaktivität gibt (BC = v. Chr., AD = n. Chr.). (Nach Solanki)

der Funkverkehr ist unterbrochen. Andererseits werden beim Maximum der Sonnenaktivität höhere Frequenzen in der Erdatmosphäre reflektiert, und es erhöht sich so die Reichweite für HF-Übertragungen. Durch energiereiche Teilchen des Sonnenwindes kommt es zum Effekt der Bitumkehr in Computern und somit zu falschen Befehlen; Satelliten können so außer Kontrolle geraten. Die obere Erdatmosphäre wird durch erhöhte kurzwellige Strahlung während eines Flareausbruchs erhitzt, sie dehnt sich aus, und erdnahe Satelliten können so stark abgebremst werden und abstürzen. Sonnenflares stellen auch eine erhebliche Strahlenbelastung für Astronauten dar.

Deshalb versucht man heute weltweit, das sogenannte Space Weather vorherzusagen. Wann und mit welcher Intensität ist mit dem Ausbruch eines Sonnenflares oder CMEs zu rechnen? Welche Vorsorgemaßnahmen kann man treffen?

7.5 Helioseismologie

Im Jahre 1962 entdeckte man, dass die obere Photosphäre nach oben und unten schwingt mit einer Periode von 5 min *(5-Minuten-Oszillation)*. In Wirklichkeit gibt es eine Überlagerung von vielen Schwingungen. Die Wellen wandern ins Sonneninnere, wo die Temperatur viel höher ist, und sie werden dort wieder nach oben reflektiert (Abb. 7.26). Die Reflexion an der Sonnenoberfläche erfolgt durch die extreme Dichte- und Temperaturabnahme.

Die Sonne schwingt daher wie ein Resonanzköper *(resonant cavity)*. Durch das Studium verschiedener Frequenzen kann man daher unterschiedliche Schichten erfassen.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen beträgt

$$v = \sqrt{\kappa \Re T / M} \tag{7.22}$$

$\kappa = c_p/c_v$, $\Re = 8{,}31\,\mathrm{J/(molK)}$.

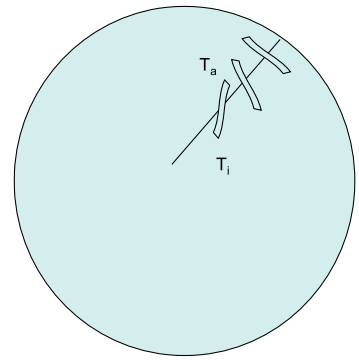


Abb. 7.26 Ausbreitung einer Wellenfront in das Sonneninnere. Wegen $T_i > T_a$ ist dort auch die Schallgeschwindigkeit größer, und die Wellenfront wird nach oben gebogen

Tab. 7.2 Absorptionslinien und in den Zentren der Linien beobachtete Oszillationen

Linie [nm]	Element	Periode [s]	v [km/s]
393,37	Ca II	150	2,00
656,28	H_α	180	1,34
516,87	Ni I	300	0,31

Am deutlichsten ausgeprägt ist dabei die 5-Minuten-Oszillation. Je höher die Spektrallinien in der Sonnenatmosphäre (Photosphäre) entstehen, desto größer wird auch die Amplitude der Schwingung. Außerdem ändert sich die Periode (Frequenz) mit der Höhe (vgl. Tab. 7.2).

7.5.1 Mathematische Beschreibung

Wie bei dem Kap. 10 über Sternaufbau noch genauer gezeigt wird, kann man von den Gleichungen eines Gleichgewichtszustandes eines Sterns ausgehen: In einem solchen Gleichgewichtszustand hat man $\rho = \rho_0(r)$, $P = P_0(r)$, $\Phi = \Phi_0(r)$, $\mathbf{v} = 0$, d. h. Dichte, Druck und Graviationspotenzial hängen nur vom Abstand r vom Sonnenzentrum ab. Wenn Φ das Gravitationspotenzial, $\mathbf{v}$ die Geschwindigkeit einer Flüssigkeit, Γ das Verhältnis der spezifischen Wärmen bedeuten, dann gilt:

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\text{grad}\, P + \rho \text{grad}\, \Phi \tag{7.23}$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div}\, \mathbf{v} = 0 \tag{7.24}$$

$$\frac{1}{P}\frac{dP}{dt} = \frac{\Gamma}{\rho}\frac{d\rho}{dt} \tag{7.25}$$

$$\nabla^2 \Phi = -4\pi G \rho \tag{7.26}$$

Die erste Gleichung ist die Bewegungsgleichung, die zweite die Kontinuitätsgleichung, die dritte die adiabatische Gleichung und die vierte die Poissongleichung. Nun nehmen wir an, man kann eine beliebige Variable f in der Form angeben: $f = f_0 + f_1$, mit

$$f_1 = \text{Re}\,[\exp(i\omega_{\text{nl}} t)\bar{f}_1(r) Y_l^m(\Theta, \phi)] \tag{7.27}$$

Dabei bedeutet Re den Realteil und $Y_l{}^{\text{m}}(\Theta, \phi)$ die Kugelflächenfunktion.

$$Y_l^m(\Theta, \phi) = P_l^m(\Theta)\exp(im\phi), \tag{7.28}$$

wobei $P_l{}^{\text{m}}(\Theta)$ die assoziierte Legendrefunktion ist. Ist ein Stern sphärisch, dann hängt seine Oszillationsfrequenz nicht von m ab. Nur wenn die Abweichungen von der Kugelge-

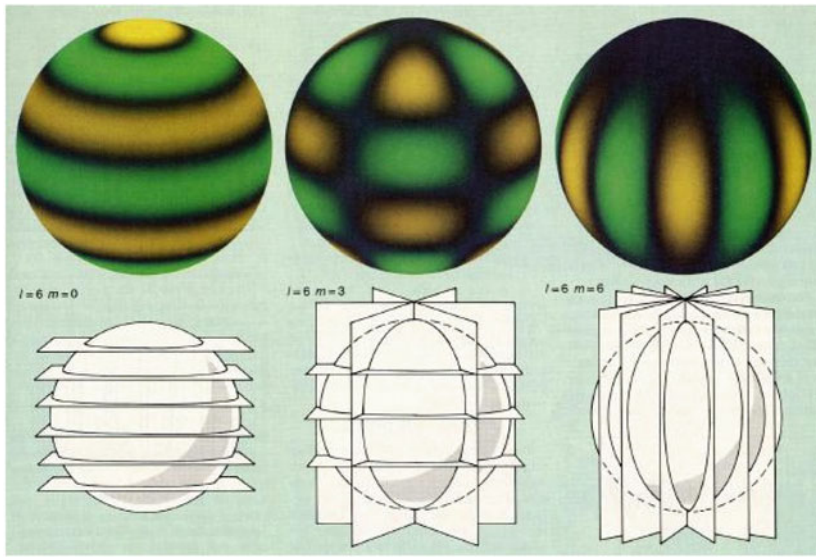


Abb. 7.27 Schwingungsmoden der Sonne

stalt klein sind, gelten obige Formeln. Bei der Sonne hat man verschiedene m-Moden mit unterschiedlichen Frequenzen. Die Oszillationsfrequenz hängt ab von l und n. Die Zahlen n, l, m zeigen an, wie oft die Funktion f_1 in der radialen sowie in der θ- und ϕ-Richtung verschwindet. Weiterhin gilt $|m| \leq l$ (Abb. 7.27).

Bei der Lösung des Gleichungssystems hat man das Problem der Randbedingungen. Im Zentrum eines Sterns ist alles klar. Aber Sterne besitzen keine definierte Oberfläche. Man könnte einfach davon ausgehen, dass alle Wellen an der Sonnenoberfläche wieder zurückreflektiert werden (da dort per definitionem P, ρ verschwinden). In Wirklichkeit wird jedoch eine gewisse Energie nach außen in die Sonnenatmosphäre transferiert.

Wenn die Änderungen des Gravitationspotenzials durch die Oszillationen vernachlässigbar sind, liegt eine DG (Differenzialgleichung) 2. Ordnung vor. Dies genügt für die meisten Störungen: Gewisse Teile des Sterns bewegen sich nach außen, andere Teile nach innen. Im Falle von nur radialen Oszillationen kann man einen Störvektor ξ einführen als:

$$\mathbf{v} = \frac{d\xi}{dt} \tag{7.29}$$

und weiterhin:

$$\Psi = c_s^2 \rho_0^{1/2} \operatorname{div} \xi \tag{7.30}$$

Dabei ist c_s die Schallgeschwindigkeit im ungestörten Stern:

$$c_s = (\Gamma P_0/\rho_0)^{1/2} \tag{7.31}$$

Die Gleichung für den radialen Teil lautet dann einfach:

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} = -\frac{1}{c_s^2}\left[\omega^2 - \omega_c^2 - S_l^2\left[1 - \frac{N^2}{\omega^2}\right]\right]\Psi \tag{7.32}$$

Wir haben daher zusätzlich zu ω die drei Frequenzen:

- ω_c *akustische Cutoff-Frequenz*

$$\omega_c^2 = \left(c_s^2/4H_p^2\right)(1 - 2dH_p/dr) \tag{7.33}$$

- S_l *Lamb-Frequenz*

$$S_l = c_s[l(l+1)]^{1/2}/r \tag{7.34}$$

- N *Brunt-Väissälä-Frequenz:*

$$N^2 = g\left[\frac{1}{\Gamma P}\frac{dP}{dr} - \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dr}\right] \tag{7.35}$$

wobei die Druckskalenhöhe gegeben ist durch:

$$H_p = |\rho/(d\rho/dr)| \tag{7.36}$$

und

$$g = GM/r^2 \tag{7.37}$$

Man sieht: S_l ist immer reell, ω_c, N können imaginär werden. Wenn N^2 imaginär wird, hat man Konvektion (Kapitel über Sternaufbau!).

Die Gl. 7.32 kann man schreiben als:

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} + K_r^2\Psi = 0 \tag{7.38}$$

- $K_r^2 > 0$: Verhalten der Lösung ist abhängig vom Radius.
- $K_r^2 < 0$: exponentielles Verhalten, die Moden fallen exponentiell ab (engl: *evanescent modes*).

Es gibt zwei Bereiche, wo K_r^2 positiv ist:

- Hohe Frequenzen $\omega > S_l, \omega_c$: Dann werden die Druckfluktuationen wichtig, man spricht von *p-Moden.*

- Niedrige Frequenzen $\omega < N$: Man spricht von *Schwerewellen* (engl. *gravity modes*), *g-Moden.*

S_l, ω_c, N hängen ab vom Ort in der Sonne. S_l nimmt monoton vom Zentrum zur Oberfläche hin ab, N wird in der *Konvektionszone* imaginär. Die p-Moden können sich ins Sonneninnere ausbreiten bis zur Lamb-Frequenz, an der Oberfläche enden sie mit der akustischen Cutoff-Frequenz. Die g-Moden werden in der Konvektionszone absorbiert bzw. reflektiert. Deshalb kann man die p-Moden leichter beobachten als die g-Moden, da diese exponentiell in der Konvektionszone abgeschwächt werden. Die p-Moden kleinster Ordnung (l) dringen am tiefsten in die Sonne ein. Zusammen mit den g-Moden liefern sie also Hinweise auf das tiefe Sonneninnere.

Die Sonne ist nicht streng kugelförmig: Man muss Rotation und Magnetfeld berücksichtigen. Für einen rotierenden Stern hängt die Oszillationsfrequenz von m ab, jede Frequenz ω_{nl} spaltet also in die $2\,l + 1$ Frequenzen ω_{nml} auf. Aus dieser Aufspaltung kann man studieren, wie sich die Rotationsgeschwindigkeit der Sonne im Inneren ändert.

7.5.2 Beobachtungsergebnisse

Mit dem SOHO-MDI- und dem VIRGO-Experiment hat man vertikale Geschwindigkeiten gemessen, die sich durch die Sonne ausbreiten. Mit VIRGO wurden Oszillationen der Sonnenhelligkeit gemessen. Die Abb. 7.28 zeigt Abweichungen von der mittleren Sonnenrotation (links) und Temperaturabweichungen im Sonneninneren (rechts). Man hat eine Temperaturerhöhung an der Übergangszone zwischen Konvektionszone und Strahlungszone

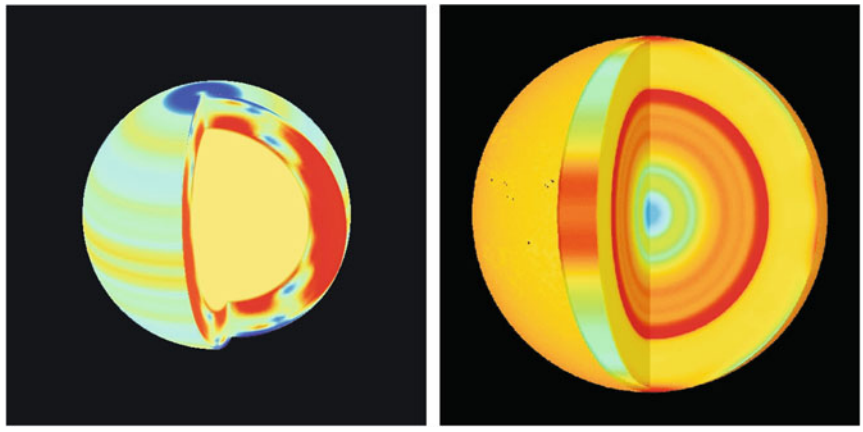


Abb. 7.28 Temperaturabweichungen in der Sonne (rechts), Abweichungen von der mittleren Sonnenrotation (links). (NASA/ESA SOHO)

festgestellt. An dieser Zone, Tachoklyne genannt, tritt auch ein Sprung in der Rotationsgeschwindigkeit der Sonne auf:

- Das Innere rotiert langsamer und wie ein starrer Körper,
- die äußeren Schichten schneller und differenziell.
- Durch diese Scherungen kommt der Sonnendynamo zustande.

Die Zone im Sonnenzentrum, wo die Kernreaktionen stattfinden, zeigt an, dass dieses um 0,1 % kühler ist als die angenommenen 15 Mio. K. Möglicherweise erzeugt also die Sonne heute weniger Energie.

Mit dem *Michelson Doppler Imager* (MDI) an Bord von SOHO hat man auch die Rotation der Sonne gemessen. In Abb. 7.28, links, bedeutet dunkel raschere Rotation als der Durchschnitt, hell kleinere. Man findet eine bänderartige Struktur, die etwas rascher rotiert als die Umgebung, und diese Struktur reicht etwa 20 000 km in die Tiefe. Die Sonnenflecken bilden sich an den Rändern dieser Bänder.

In Abb. 7.29 werden Resultate von SOHO-MDI-Beobachtungen wiedergegeben, die den Verlauf der Rotation als Funktion des Abstandes vom Sonnenzentrum zeigen. An der Sonnenoberfläche ($r/R = 1$) erkennt man klar die differenzielle Rotation, also höhere Frequenz am Äquator als z. B. in 60° heliographischer Breite. An der Übergangsschicht zwischen der Konvektionszone und der Strahlungszone (Tachoklyne) geht die Sonnenrotation dann in eine starre Rotation über. Dadurch kommt es im Bereich der Tachoklyne zu starken Scherungen.

Mit SOHO/VIRGO wurden bei verschiedenen Wellenlängen die Helligkeiten der Sonne gemessen. Die Daten kann man dann in den Fourierraum transformieren und das *Powerspektrum* ausrechnen. Dieses zeigt an, über welche Frequenzen ein Signal verteilt ist. In den Daten kann man die p-Moden sowie die Granulation und Supergranulation erkennen.

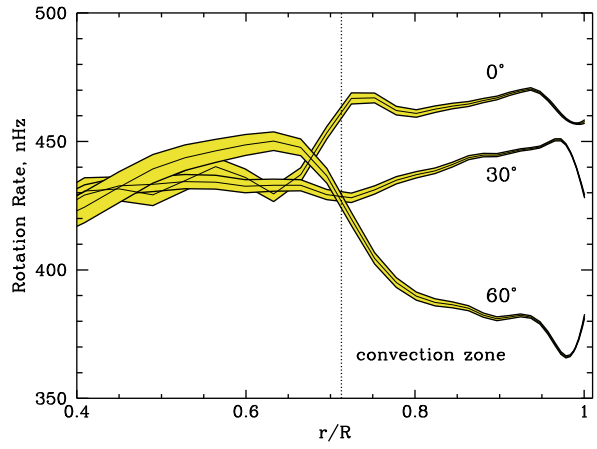


Abb. 7.29 Verlauf der Sonnenrotation an der Oberfläche (differenziell, bei $r/R = 1$); ab der sogenannten Tachoklyne rotiert die Sonne wie ein starrer Körper. (SOHO-MDI, ESA/NASA)

Seit Februar 2010 sendet die NASA-Mission SDO (Solar Dynamics Observatory) Daten. Mit dem EVE (Extreme UV Variability Experiment) kann man alle 10 s Bilder der Sonne im Bereich 0,1 bis 105 nm erhalten. Mit HMI (Helioseismic and Magnetic Imager) kann man die Variation des Magnetfeldes bestimmen, und mit AIA (Atmospheric Imaging Assembly) bekommt man alle 10 s ein Bild in neun verschiedenen UV-Bereichen sowie im sichtbaren Bereich.

Ziel von SDO: Entwicklung und Entstehung von Aktivitätsgebieten auf der Sonne.

7.6 Magnetohydrodynamik der Sonne

Die *Magnetohydrodynamik (MHD)* untersucht den Zusammenhang zwischen Magnetfeldern und Plasmabewegungen.

Wir geben eine kurze Übersicht mit Anwendungen auf die Sonnenphysik.

7.6.1 Maxwell-Gleichungen

Wir wollen hier kurz die Grundgleichungen angeben. Ausgangspunkt sind die Maxwell-Gleichungen:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{7.39}$$

$$\nabla . \mathbf{B} = 0 \tag{7.40}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{7.41}$$

$$\nabla . \mathbf{E} = \frac{\rho_e}{\epsilon} \tag{7.42}$$

$\mathbf{B}$... magnetische Induktion, $\mathbf{E}$... elektrische Feldstärke, $\mathbf{j}$... elektrische Stromdichte, ρ_e... elektrische Ladungsdichte, ϵ... Dielektrizitätskonstante, μ... magnetische Permeabilität. In der Astrophysik genügt es ϵ, μ als konstant anzugeben und $\epsilon \approx \epsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}\,\mathrm{F\,m^{-1}}$, $\mu \approx \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{H\,m^{-1}}$ zu setzen. Weiterhin ist zu beachten, dass die Eigenschaften des Plasmas isotrop sind bis auf eine Ausnahme: Die *thermische Wärmeleitung* κ erfolgt bevorzugt entlang der magnetischen Feldlinien!

Das vereinfachte *Ohm'sche Gesetz* lautet:

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{7.43}$$

Hat man ein Plasma, welches aus Elektronen und nur einem Typ von Ionen besteht, dann gilt:

$$\mathbf{j} = n_i Z_i e \mathbf{v_i} - n_e e \mathbf{v}_e \tag{7.44}$$

$$\rho_E = n_i Z_i e - n_e e \tag{7.45}$$

n_i... Zahl der Ionen, n_e... Zahl der Elektronen, $\mathbf{v}_e$... Geschwindigkeit der Elektronen. $Z_i e$... Ladung des Ions, -e... Ladung des Elektrons.

Generell geht man in der Astrophysik davon aus, dass Magnetfelder permanent sind und elektrische Felder vernachlässigt werden können. Es gibt keine magnetischen Monopole ($\nabla \mathbf{B} = 0$). Elektrische Felder werden durch sich ändernde Magnetfelder erzeugt. Magnetfelder, die durch den Verschiebungsstrom $1/c^2 \partial \mathbf{E}/\partial t$ erzeugt werden, sind zu vernachlässigen. Hat man eine hohe Stromdichte $\mathbf{j}$, dann werden Magnetfelder erzeugt (vgl. 1. Maxwell-Gleichung). Für ein stationäres Medium gilt:

$$\nabla \times B = \mu \mathbf{j} \tag{7.46}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B}/\partial t \tag{7.47}$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \tag{7.48}$$

Daraus ergibt sich folgende Gl. (7.48 in 7.46 einsetzen und dann das Vektorprodukt bilden):

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = 0 \tag{7.49}$$

und wegen $\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = \text{grad div}\mathbf{B} - \nabla^2 \mathbf{B}$ und $\text{div}\mathbf{B} = 0$:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{B} \tag{7.50}$$

In kartesischen Koordinaten erhält man dann z. B.:

$$\frac{\partial \mathbf{B_x}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \left[\frac{\partial^2 \mathbf{B_x}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B_x}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B_x}}{\partial z^2} \right] \tag{7.51}$$

Die Lösung dieser Gleichung zeigt an, wie Magnetfelder zerfallen, zusammen mit den Strömen, die sie erzeugen. Man kann die ungefähre Zerfallszeit abschätzen:

$$\tau_D = \mu_0 \sigma L^2 \tag{7.52}$$

L... innerhalb dieser Distanz sollen sich die Ströme ändern. Aus der DG 7.51 folgt auch, dass, wenn zur Zeit $t = 0$ ein Feld der Form $B_x = B_0 \exp(iky)$ gegeben ist, die Lsg. lautet:

$$B_x = B_0 \exp(iky) \exp(-k^2 t/\mu_0 \sigma) \tag{7.53}$$

$\lambda = 2\pi k$ ist die Wellenlänge der räumlichen Änderung des Feldes.

Im Labor zerfallen die Ströme sehr schnell, da das Material eine geringe Ausdehnung besitzt. In Sternen hat man eine hohe Leitfähigkeit sowie ein großes L. Deshalb gibt es hier ein fossiles Feld, welches aus der Zeit der Sternentstehung herrührt.

7.6.2 Induktionsgleichung

Mit der *Induktionsgleichung* beschreiben wir wie sich ein Magnetfeld mit Plasmabewegungen entwickelt.

Aus 7.43 eliminiert man $\mathbf{E} = \mathbf{j}/\sigma - (\mathbf{v} \times \mathbf{B})/\sigma$. Damit wird die Gl. 7.41 zu:

$$\nabla \times \frac{1}{\sigma}[\mathbf{j} - \mathbf{v} \times \mathbf{B}] = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Da die betrachteten Geschwindigkeiten klein sind gegenüber c, kann man in 7.39 den Term $1/c^2(\partial \mathbf{E}/\partial t)$ weglassen und $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ setzen (Induktionsgleichung):

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta_0 \nabla^2 \mathbf{B} \tag{7.54}$$

Dabei ist $\eta_0 = (\mu_0 \sigma)^{-1}$ die magnetische Diffusivität, σ die elektrische Leitfähigkeit.

- Das Verhältnis $\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})/(\eta_0 \nabla^2 \mathbf{B})$ wird als *magnetische Reynoldszahl* $R_m = l_0 v_0/\eta_0$ bezeichnet.
- Diffusion $\sim \eta_0 \nabla^2 \mathbf{B}$.
- $R_m \gg 1$ dann kann man die Diffusion vernachlässigen $\rightarrow$ Magnetfeld ist im Plasma eingefroren[7], und man kann auch schreiben $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$.

7.6.3 Plasmagleichungen

Nun kann man anschreiben, wie sich Plasma bewegt. Dabei setzt sich die totale Ableitung nach der Zeit zusammen aus

- Raumpunkt fest, Zeitableitung, also $\partial/\partial t$
- Zeitpunkt fest, Differenz der Geschwindigkeit an verschiedenen Raumpunkten: $\mathbf{v}\nabla$.

Deshalb lautet die *substanzielle Ableitung:*

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla \tag{7.55}$$

[7] *Frozen in.*

Man hat die *Massenkontinuität:*

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\nabla\mathbf{v} = 0 \tag{7.56}$$

Die *Lorentz-Kraft* lautet:

$$\approx \mathbf{j} \times \mathbf{B} \tag{7.57}$$

Die *Bewegungsgleichung* des Plasma wird zu:

$$\rho\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \rho\mathbf{g} + \rho\nu\nabla^2\mathbf{v} \tag{7.58}$$

und dabei ist: ∇p ein Druckgradient, $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ die Lorentz-Kraft, $\rho\mathbf{g}$ die Schwerkraft (Schwerebeschleunigung Sonne: $264\,\mathrm{m\,s^{-2}}$), $\rho\nu\nabla^2\mathbf{v}$ die Viskosität.

Weiterhin benötigt man noch eine Energiegleichung. In diese geht die thermische Leitfähigkeit ein. Für die Korona ist zu beachten:

$$\frac{\kappa_\perp}{\kappa_\parallel} \approx 10^{-12} \tag{7.59}$$

D. h. Wärmeleitung hauptsächlich entlang der Feldlinien.

Die magnetische Kraft auf eine sich bewegende Ladung ($\mathbf{v}$) beträgt

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \tag{7.60}$$

Hat man ein Magnetfeld in einer leitenden Flüssigkeit, dann beträgt die von ihm ausgeübte Kraft:

$$\mathbf{F}_{\mathrm{mag}} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0}\nabla \times (\mathbf{B} \times \mathbf{B}) \tag{7.61}$$

(dabei haben wir Gl. 7.46 verwendet). Dies kann man schreiben als:

$$\mathbf{F}_{\mathrm{mag}} = -\mathrm{grad}\,(B^2/2\mu_0) + \mathbf{B}\nabla\mathbf{B}/\mu_0 \tag{7.62}$$

Die beiden rechten Terme bedeuten:

1. Gradient eines isotropen Drucks,
2. Spannung entlang der Feldlinien.

Hat man daher eine *magnetische Flussröhre* mit dem Druck P_i und ist der Druck im umgebenden Medium P_a, dann gilt für das Gleichgewicht:

$$P_a = P_i + \frac{B^2}{2\mu_0} \tag{7.63}$$

$P = \Re\rho T/\mu \ldots$ Gasdruck. Wenn gilt $T_i = T_a$, dann folgt:

$$\rho_i < \rho_a \tag{7.64}$$

Unsere Flussröhre ist also leichter als die Umgebung und steigt nach oben, *magnetischer Auftrieb.*

Es gibt einen Zusammenhang zwischen dem Plasma und den Feldern:

- Das Plasma bestimmt die Bewegung der Magnetfelder (Photosphäre der Sonne); man spricht von eingefrorenen Feldlinien.
- Das Magnetfeld bestimmt die Bewegung des Plasmas (wenn die Dichte des Plasmas gering ist, z. B. Korona).

Die Schallgeschwindigkeit in einem Gas beträgt:

$$c_s = \sqrt{\gamma P/\rho} \tag{7.65}$$

Hydromagnetische Wellen breiten sich mit der *Alfvén-Geschwindigkeit* aus:

$$c_H = \sqrt{B^2/\mu_0\rho} \tag{7.66}$$

7.6.4 Bewegung eines Teilchens in einem Magnetfeld

Nun betrachten wir noch die Bewegung eines einzelnen geladenen Teilchens in einem elektromagnetischen Feld; $q \ldots$ Teilchenladung; die Bewegungsgleichung (Lorentz-Kraft) lautet:

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{7.67}$$

Wenn $\mathbf{b}$ ein Einheitsvektor ist, dann zerlegen wir die Felder in zwei Komponenten:

$$\mathbf{B_0} = B_0\mathbf{b} \tag{7.68}$$

$$\mathbf{E} = E_\parallel\mathbf{b} + \mathbf{E}_\perp \tag{7.69}$$

$$\mathbf{v} = v_\parallel\mathbf{b} + \mathbf{v}_\perp \tag{7.70}$$

Da $\mathbf{v} \times \mathbf{B_0} = B_0(\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{b})$ senkrecht zu $\mathbf{b}$, erhält man aus der obigen Bewegungsgleichung:

$$m\frac{dv_\parallel}{dt} = qE_\parallel \tag{7.71}$$

$$m\frac{dv_\perp}{dt} = q[\mathbf{E}_\perp + B_0(\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{b})] \tag{7.72}$$

Aus der ersten Gleichung hat man sofort:

$$v_{\parallel} = (qE_{\parallel}/m)t + v_{\parallel 0} \tag{7.73}$$

Also: Die Bewegung der Teilchen erfolgt parallel zu den Feldlinien. Teilchen unterschiedlicher Ladungen q bewegen sich in entgegengesetzten Richtungen! Die Lösung der zweiten Gleichung ergibt eine Kreisbewegung um **b** mit der Frequenz $|q|B_0/m$ und dem *Gyrationsradius* $r_g = mv_{\perp 0}/|q|B$.

Beispiel

Ein Elektron hat die*Gyrationsfrequenz* $1{,}8 \times 10^{11}(B/\mathrm{T})$ Hz und einen Gyrationsradius von $6 \times 10^{-9}(v_{\perp 0}/\mathrm{km\,s^{-1}})/(B/T)$ m.
Gibt es noch zusätzlich eine nichtmagnetische Kraft **F** normal zu **B**, dann ergibt sich eine Driftgeschwindigkeit von:

$$\mathbf{v}_{\mathrm{DF}} = \mathbf{F} \times \mathbf{B}/qB^2 \tag{7.74}$$

Ist $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$, also Gravitation, dann sieht man, dass die *Driftgeschwindigkeit* vom Verhältnis m/q abhängt, d. h. die *Ionendrift* ist viel größer als die *Elektronendrift.* Diese Drift der Teilchen in unterschiedliche Richtungen erzeugt Ströme.
Um nun Flares zu verstehen, braucht man das Konzept der*magnetischen Rekonnexion.* Nehmen wir an, zwei entgegengesetzt gerichtete magnetische Feldlinien werden durch Plasmabewegungen einander nähergebracht. Wenn sich die Feldlinien nähern, wird der Gradient groß, dazwischen hat man einen neutralen Punkt, wo das Feld verschwindet. Durch Dissipation kommt es nun zu einer Rekonnexion der Feldlinien, und das Plasma bewegt sich dann entgegengesetzt zur ursprünglichen Bewegung. Dies bewirkt ein Freiwerden an magnetischer Energie in der Umgebung des neutralen Punktes.

Sonnendynamo

Den Aktivitätszyklus der Sonne kann man mit der *Dynamotheorie* erklären. Ausgangspunkt ist ein von Pol zu Pol reichendes poloidales Feld entlang der z-Achse. Durch die differenzielle Rotation der Sonne (Rotation erfolgt am Äquator schneller als an den Polen, ω-Effekt) werden die Magnetfeldlinien in die toroidale Richtung aufgewickelt, es entsteht ein toroidales Feld (Abb. 7.30). Aus dem toroidalen Feld entsteht durch Corioliskraft und Konvektion wieder eine poloidale Komponente (α-Effekt).

Zur mathematischen Beschreibung wird das Prinzip der *mean field electrodynamics* verwendet: Die magnetische Induktion und die Geschwindigkeit werden in einen mittleren und einen fluktuierenden Teil angeschrieben:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B_0} + \mathbf{b}, \qquad \mathbf{v} = \mathbf{v_0} + \mathbf{u} \tag{7.75}$$

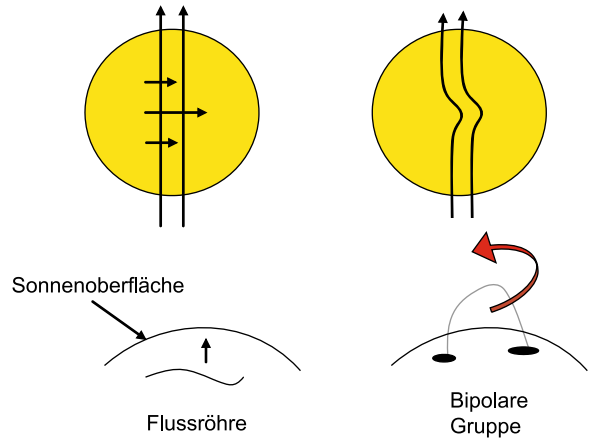


Abb. 7.30 Prinzip des Sonnendynamos. Der ω-Effekt ist die Aufwicklung der Feldlinien am Äquator infolge der differenziellen Rotation. Aus einem poloidalen Feld entsteht ein toroidales. Flussröhren steigen vom Sonneninneren an die Oberfläche durch den magnetischen Auftrieb und durchstoßen die Photosphäre und bilden eine bipolare Gruppe. Durch den α-Effekt (Verdrillung der Feldlinien durch Konvektion und Corioliskraft) entsteht aus dem toroidalen Feld wieder ein umgekehrtes poloidales

Die mittleren Größen $\mathbf{B_0}$, $\mathbf{v_0}$ ändern sich nur langsam mit der Zeit. $\mathbf{u}$ sei gegeben, $\mathbf{b}$ soll gefunden werden: Man setzt obigen Ansatz ein und erhält für den mittleren und fluktuierenden Teil:

$$\frac{\partial \mathbf{B_0}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v_0} \times \mathbf{B_0}) + \nabla \times < \mathbf{u} \times \mathbf{b} > + \eta \nabla^2 \mathbf{B_0} \tag{7.76}$$

und:

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{b_0} \times \mathbf{b}) + \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B_0}) + \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{b} - < \mathbf{u} \times \mathbf{b} >) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \tag{7.77}$$

$\eta = 1/\mu_0 \sigma$ …magnetischer Widerstand, $<>$ … Mittelwert.

Korona-Heizung

Für die Korona kann man folgende Energiedichten angeben:

- Kinetische Energie

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_p n v^2 \tag{7.78}$$

mit $n = 10^{15}\,\text{m}^{-3}$ als Teilchendichte und $v = 1000\,\text{km/s}$ erhält man für die Energiedichte $8 \times 10^{-4}\,\text{J m}^{-3}$.

- Thermische Energie

$$E_{\text{therm}} = nkT \tag{7.79}$$

  mit $T = 10^6$ K erhält man für die Energiedichte $1 \times 10^{-2}\,\text{J}\,\text{m}^{-3}$
- Potenzielle Energie

$$E_{\text{pot}} = nm_p gh \tag{7.80}$$

  m_p Masse des Protons, $h = 10^5$ km; die Energiedichte beträgt $5 \times 10^{-2}\,\text{J}\,\text{m}^{-3}$
- Magnetische Energie:

$$E_{\text{magn}} = \frac{B^2}{2\mu_0} \tag{7.81}$$

  mit 10^{-2} T beträgt die Energiedichte $40\,\text{J}\,m^{-3}$. Die magnetische Energie dominiert die Korona.

Zum Schluss gehen wir noch auf das Problem der *Heizung* der Korona ein.

- Frühere Vorstellung: Die Sonnenoberfläche (untere Photosphäre) ist konvektiv, dort entstehen Schallwellen; diese haben eine Energiedichte von:

$$\frac{1}{2}\rho v^2 \tag{7.82}$$

  Dabei ist ρ die Dichte der Materie und v die Geschwindigkeit der Teilchen, die die Wellen tragen. Diese Energie bleibt erhalten, wenn sich die Wellen nach oben hin ausbreiten. Sobald die Welle sich in eine Region mit geringerer Dichte bewegt (die Dichte nimmt natürlich von der Photosphäre in die Korona hin ab), wird die Welle an Amplitude zunehmen. Schließlich wird sie zu einer Schockwelle, die ihre Energie an das umgebende Medium abgibt.
- MHD-Wellen: Energiedissipation, sobald die *Alfvén-Geschwindigkeit* c_H größer als die lokale Schallgeschwindigkeit c_s ist. Eine weitere Möglichkeit wäre magnetische Rekonnexion. Magnetische Feldlinien gehen oft in großen Bögen in die Korona, ihre Fußpunkte wandern durch die Konvektion. Von den Koronalöchern, die offenen Magnetfeldkonfigurationen entsprechen, strömt der Sonnenwind ab. In der Ekliptikebene beträgt die typische Geschwindigkeit 400 bis 500 km/s. Ulysses war eine Raumfahrtmission, bei der eine Sonde vor allem die Pole der Sonne untersuchen sollte. Dazu schickte man die Sonde zuerst zum Jupiter, wo sie den nötigen *gravity assist* bekam, um aus der Ekliptikebene herauszukommen. Zur großen Überraschung der Sonnenphysiker stellte man 1995 (Minimum der Sonnenaktivität) fest, dass es auch an den Polen Koronalöcher gibt, aus denen der Sonnenwind mit bis zu 700 km/s abströmt.

- Spikulen:
  a) Typ I; beträgt $T < 100\,000\,\mathrm{K}$, dann sinkt kühles Plasma wieder nach unten,
  b) Typ II, beträgt $T > 1\,000\,000\,\mathrm{K}$, dann steigt heißes Plasma nach ob en in die höhere Korona. Dies wurde mit HINODE-Satellitenbeobachtungen festgestellt. In den meisten Spikulen erfolgt eine Plasmaerwärmung nur bis etwa 100.000 K, es gibt jedoch auch welche, wo die Temperatur auf wesentlich höhere Werte steigt.

Durch die Heizung dehnt sich die Korona aus → Sonnenwind.

7.7 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.
An Introduction to Waves and Oscillations in the Sun, S. Narayanan, Springer, 2012
Magnetohydrodynamics of the Sun, E. Priest, Cambridge Univ. Press, 2017
The Sun from Space, K. Lang, Springer, 2008
The Sun, M. Stix, Springer, 2004
The Sun and Space Weather, A. Hanslmeier, 2006

Aufgaben

7.1 Man vergleiche die Sonneneinstrahlung auf die Venus mit der auf die Erde!

Lösung
$\frac{F_{\mathrm{Venus}}}{F_{\mathrm{Erde}}} = \frac{\frac{E_{\mathrm{Sonne}}}{4\pi d^2_{\mathrm{Sonne-Venus}}}}{\frac{E_{\mathrm{Sonne}}}{4\pi d^2_{\mathrm{Sonne-Erde}}}} = \frac{1^2}{0{,}72^2} = 1{,}9$

7.2 Die Sonne verliert etwa $3 \times 10^{-14}\,\mathrm{M}_\odot/yr$. Wieviel davon nimmt die Erde auf?

Lösung
Die Erde nimmt den Bruchteil
$\frac{A_{\mathrm{Erde}}}{A_{1\,AE}} = \frac{\pi R^2_{\mathrm{Erde}}}{4\pi R^2_{1\,AE}} = \frac{(6\times 10^6)^2}{4(1{,}5\times 10^{11})^2} = 4 \times 10^{-9}$
auf, und somit $M = 8{,}8 \times 10^9\,\mathrm{kg/Tag}$. Durch den eingefangenen Sonnenwind wird die Erde also pro Tag um fast neun Milliarden kg schwerer. Welche Vereinfachungen wurden hier getroffen?

7.3 Jupiter ist etwa 5-mal so weit von der Sonne entfernt wie die Erde. Wie groß erscheint die Sonne am Jupiterhimmel?

Lösung
1/5 des Durchmessers am Erdhimmel.

7.4 Man bestimme die kinetische Energie eines Protons im Sonnenwind und vergleiche diese mit der Energie eines Röngtenphotons.

Lösung
$E_{\text{kin}} = 1/2mv^2 = \frac{1}{2}(1{,}7 \times 10^{-27}) \times 450.000^2\,\text{J} = 1{,}7 \times 10^{-16}\,\text{J}$ (Sonnenwind: $v = 450$ km/s). Ein Röntgenphoton bei einer Frequenz von 10^{18} Hz besitzt eine Energie von $E = hv = 6{,}626 \times 10^{-34} \times 10^{18}\,\text{J} = 6{,}626 \times 10^{-16}\,\text{J}$ Somit haben die Protonen eine Energie in derselben Größenordnung wie Röntgenphotonen und können z. B. Zellen zerstören.

7.5 Man berechne, wie lange der Sonnenwind benötigt, um das System Alpha Centauri ($d = 1{,}33$ pc) zu erreichen.

Lösung
$1{,}33\,\text{pc} = 3{,}9 \times 10^{13}$ km und $t = d/v = (3{,}9 \times 10^{13})\,\text{s}/450 = 8{,}7 \times 10^{10}\,\text{s} = 2700$ Jahre

7.6 Man schätze die magnetische Reynoldszahl in einer aktiven Region der Sonnenoberfläche ab! Typische Werte sind: $l_0 \approx 700\,\text{km}$, $\eta_0 = 1\,\text{m}^{-2}\,\text{s}^{-1}$, $v_0 \approx 10^4\,\text{m/s}$.

Lösung
$R_m = 7 \times 10^9 \gg 1$, daher Magnetfeld im Plasma eingefroren.

Zustandsgrößen der Sterne

8

Inhaltsverzeichnis

8.1 Entfernung, Helligkeiten 311
8.2 Sternradien 316
8.3 Masse 322
8.4 Sterntemperaturen 326
8.5 Klassifikation der Sterne, HRD 327
8.6 Rotation und Magnetfelder 337
8.7 Besondere Sterne 341
8.8 Weiterführende Literatur 344
Aufgaben 344

In diesem Abschnitt behandeln wir die Bestimmung der wichtigsten Eigenschaften bzw. Zustandsgrößen eines Sterns: Radius, Temperatur, Masse, Dichte, Schwerebeschleunigung, chemische Zusammensetzung, Magnetfeld sowie Rotation. Zunächst wiederholen wir noch kurz die trigonometrische Entfernungsbestimmung. Zwar ist die Entfernung eines Sterns keine den Stern selbst charakterisierende Zustandsgröße, jedoch ist deren Kenntnis für die Bestimmung weiterer physikalischer Parameter von Sternen notwendig.

8.1 Entfernung, Helligkeiten

Die scheinbare Helligkeit eines Sternes hängt von dessen wahrer Leuchtkraft und seiner Entfernung ab. Obwohl die Entfernung eines Sterns keine den Stern selbst charakterisierende Größe darstellt, ist sie also wichtig, um andere wesentliche physikalische Zustandsgrößen abzuleiten.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_8

8.1.1 Scheinbare Helligkeit

Wie hell ist ein Stern? Die Helligkeit hängt ab von:

- der tatsächlichen Leuchtkraft des Sterns,
- der Entfernung des Sterns.

Im Altertum hat man den Begriff der *Größenklassen,* lat. *magnitudo,* eingeführt. Die hellsten Sterne nannte man Sterne 1. Größe, die schwächsten gerade noch mit freiem Auge sichtbaren Sterne sind dann Sterne 6. Größe.[1]

▶ Man beachte: Größenklassen in der Astrophysik beziehen sich auf Sternhelligkeiten und haben nichts mit der Größe (Durchmesser) eines Sternes zu tun!

Die Sinnesempfindungen (Auge, Ohr) sind immer proportional zum Logarithmus des Reizes; dies ist als *Weber-Fechner-Gesetz* bekannt. Um sowohl der Helligkeitsskala der Astronomen des Altertums als auch dem Weber-Fechner-Gesetz Rechnung zu tragen, wurde definiert: Gegeben sind zwei Sterne mit den scheinbaren Helligkeiten m_1, m_2. Die Intensität ihrer Strahlung sei I_1 bzw. I_2. Dann gilt:

$$m_1 - m_2 = -2{,}5 \log(I_1/I_2) \tag{8.1}$$

$$I_1/I_2 = 10^{-0{,}4(m_1-m_2)} \tag{8.2}$$

m kommt von der lateinischen Bezeichnung magnitudo. Weiterhin wurde festgelegt, dass bei einer Differenz von $\Delta m = 1$ das Intensitätsverhältnis 2,512 sei. Beträgt $\Delta m = 2$, dann gilt für das Intensitätsverhältnis $2{,}512 \times 2{,}512$ usw. Einem $\Delta m = 5$ entspricht das Helligkeitsverhältnis 100 ($2{,}512^5$). Mit dieser Skala lassen sich auch sehr helle Objekte wie Sonne und Mond angeben (Tab. 8.1).

Tab. 8.1 Scheinbare Helligkeiten von Sternen

Sonne	$-26{,}^{\mathrm{m}}8$
Vollmond	-12^{m}
Venus	$-4{,}^{\mathrm{m}}5$
Sirius	$-1{,}^{\mathrm{m}}6$
Polarstern	$+2{,}^{\mathrm{m}}12$
Schwächste mit freiem Auge sichtbare Sterne	$+6{,}^{\mathrm{m}}0$

[1] Wegen der Lichtverschmutzung sieht man in Großstädten nur mehr Sterne bis etwa 3. Größe.

Man kann die astronomischen Größenklassen auch in die üblichen physikalischen Werte umrechnen: Die Helligkeiten hängen vom Spektralbereich ab – nimmt man z. B. den visuellen Bereich, V, der um eine Zentralwellenlänge von 550 nm definiert ist, dann gilt Folgendes: Der Fluss bei $V = 0$ beträgt 3640 Jy, das $d\lambda/\lambda = 0{,}16$, wobei

$1\,\text{Jy} = 1{,}51 \times 10^7$ Photonen $\text{s}^{-1}\ \text{m}^{-2}\ (d\lambda/\lambda)$.

Berechnen wir, wie viele Photonen außerhalb der Erdatmosphäre eintreffen a) für einen Stern $V = 0$ und b) $V = 20{,}0$.

Lsg.: a) $1{,}51 \times 10^7 \times 0{,}16 \times 3640 = 8794 \times 10^6$ Photonen $\text{m}^{-2} \approx 10^6$ Photonen cm^{-2}.

b) Bei einer Helligkeit von $V = 20$ gilt $10^{-0{,}4V} = 10^{-8}$, und somit $10^{-8} \times 1{,}51 \times 10^7 \times 0{,}16 \times 3640 = 8794 \times 10^{-2}$ Photonen $\text{m}^{-2} \approx 10^{-2}$ Photonen cm^{-2}.

Wie legt man den Nullpunkt der Skala fest? Dazu dient die internationale *Polsequenz,* eine Reihe von Sternen um den Himmelsnordpol.

Sternhelligkeiten werden in Größenklassen angegeben. Je größer dieser Wert, desto schwächer der Stern.

8.1.2 Entfernung

Die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne führt zu den *Fixsternparallaxen.*

Man sieht einen nahen Stern unter verschiedenen Winkeln vor weiter entfernten Hintergrundsternen, die Position eines nahen Sternes am Himmel verschiebt sich also geringfügig mit einer Periode von einem Jahr.

Als Haupteinwand gegen das *heliozentrische System* wurde immer gebracht, dass man derartige Parallaxen nicht feststellen konnte. Erst 1838 konnte *Bessel* die Parallaxe des Sterns 61 Cygni bestimmen und *Struve* jene von Wega. Das Problem lag an der Messgenauigkeit, da sämtliche Sternparallaxen unterhalb $1''$ liegen. Wenn a die Distanz Sonne-Erde bedeutet und r der Abstand Erde-Stern, dann gilt für die Parallaxe eines Sterns

$$\pi[\text{rad}] = a/r \tag{8.3}$$

Ein Stern befindet sich in einer Entfernung von 1 pc (1 pc = 206.265 AE), wenn seine Parallaxe $1''$ beträgt.

$$r[\text{pc}] = 1/\pi[''] \tag{8.4}$$

8.1.3 Absolute Helligkeit, Entfernungsmodul

Wie bereits erwähnt, hängt die *scheinbare Helligkeit m* eines Sterns ab von der Leuchtkraft und der Entfernung:

$$m = m(L, r) \tag{8.5}$$

Die scheinbare Helligkeit sagt nichts aus über die wahre Helligkeit (Leuchtkraft).

Man hat deshalb noch den Begriff *absolute Helligkeit, M*, eingeführt. Darunter versteht man diejenige scheinbare Helligkeit, die ein Stern in einer Einheitsentfernung von 10 pc = 32,6 Lichtjahre besitzen würde.

Zusammenhang zwischen scheinbarer und absoluter Helligkeit:

$$m - M = 5 \log r - 5 \tag{8.6}$$

Der Ausdruck

$$m - M \tag{8.7}$$

heißt *Entfernungsmodul.*

Die absolute Helligkeit der Sonne beträgt etwa $4,^m8$. In einer Entfernung von 10 pc wäre sie daher ein unscheinbarer Stern, der gerade noch mit freiem Auge sichtbar ist.

In der Tab. 8.2 sind die absoluten Helligkeiten einiger Objekte angegeben. Eine Supernova in einer Entfernung von 10 pc würde also wesentlich heller als der Vollmond leuchten.

Mit dem HIPPARCHOS-Satelliten konnte man die Parallaxen von 18 000 Sternen mit einer Genauigkeit von 10^{-3} bestimmen. Die Mission (durchgeführt von der europäischen Weltraumbehörde ESA) fand zwischen 1989 und 1993 statt. Es wurden insgesamt 120.000 astrometrische sowie photometrische Daten aufgezeichnet (Tab. 8.3).

Tab. 8.2 Absolute Helligkeiten verschiedener Objekte

Objekt	Absolute Helligkeit
Hellste Galaxien	−23
Supernova 1987 A	−15,5
Kugelsternhaufen	−10…−6
Hellste Sterne	−9
Sonne	+4,79
Schwächste Sterne	∼ 20

Tab. 8.3 HIPPARCHOS-Parallaxenmessungen einiger heller Sterne

Stern	HIP Nr.	Hell. in V	Parallaxe in $''$
Sirius	32349	−1,44	0,37931
Canopus	30438	−0,62	0,01043
Rigil Kent	71683	0,01	0,74212
Arcturus	69673	−0,05	0,08885
Wega	91262	0,03	0,12893

Die ESA-Mission *GAIA* (Global Astrometric Interferometer for Astrophysics, Start Dez. 2013) misst Parallaxen von mehr als 10^9 Sternen in unserer Milchstraße. Ähnlich wie der Sonnensatellit SOHO wurde GAIA an einem der Lagrange-Punkte im System Sonne-Erde positioniert (in diesem Fall L_2). Der Satellit hat jeden Stern während der fünf Jahre dauernden Mission etwa 70-mal vermessen. Die Messgenauigkeit für Sterne bis zur 15. Größenklasse beträgt 20 μas, wobei $1\,\mu\text{as} = 10^{-6}$ Bogensekunden beträgt. Im April 2018 wurde der Katalog DR2 veröffentlicht, der mehr als 1,7 Mrd. Sterne umfasst.

Die Hauptziele der GAIA-Mission (siehe Abb. 8.1) waren:

- Astrometrie: genaue Positionsbestimmung, Parallaxenbestimmung, Bestimmung der Eigenbewegung von Objekten.
- Radialgeschwindigkeitsmessungen von mehr als 100 Mio. Sternen (heller als 17^m).
- Bestimmung wichtiger physikalischer Parameter wie Masse, Temperatur.
- Genaue Tests der Allgemeinen Relativitätstheorie (durch Messung der Raumkrümmung).
- Entdeckung von Exoplaneten.

Weitere Methoden der Entfernungsbestimmung von Sternen werden in den folgenden Kapiteln besprochen.

8.1.4 Bolometrische Helligkeit

Sterne strahlen nicht nur im sichtbaren Bereich, sondern auch z. B. im UV, IR, Röntgenbereich. Die gemessenen Helligkeiten im sichtbaren Spektralbereich sind also zu gering. Um ein Maß für die Gesamtstrahlung eines Sterns zu bekommen, hat man den Begriff *bolometrische Helligkeit* eingeführt.

Die bolometrische Korrektur $B.C.$ dient dazu, diese fehlenden Energiebeträge zu korrigieren. Die bolometrische Helligkeit bezieht sich auf das gesamte Spektrum.

Beispiel: Die absolute Helligkeit der Sonne beträgt $4,^{\text{M}}87$. Die absolute bolometrische Helligkeit $4,^{\text{M}}74$.

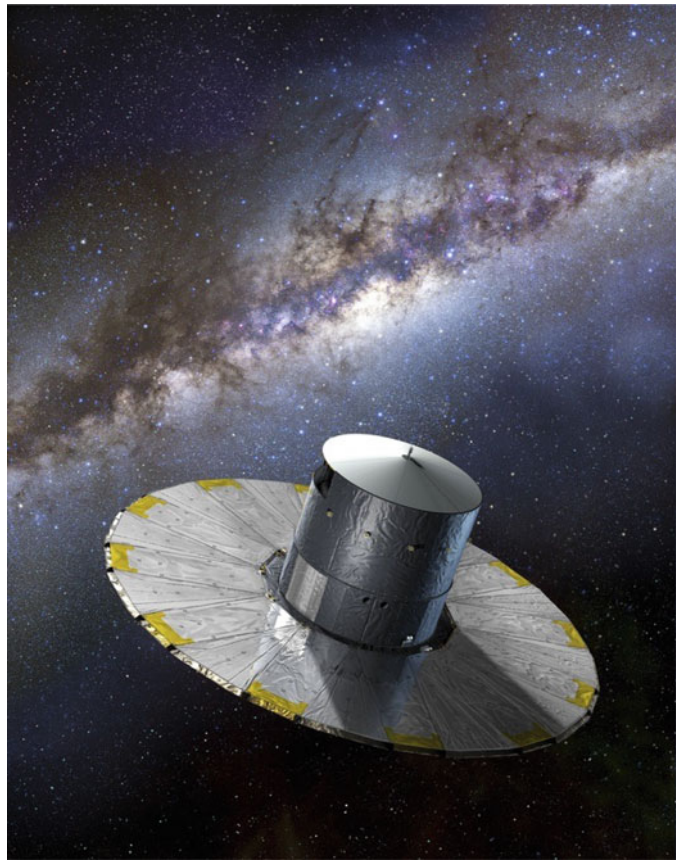


Abb. 8.1 Der GAIA Satellit. ESA

Die hellsten Sterne erreichen -9^M, die schwächsten $+17^M$.
Alle Helligkeiten sind noch um den Betrag der interstellaren Extinktion zu korrigieren.

► Mit der bolometrischen Helligkeit misst man die Gesamtstrahlung eines Sternes.

8.2 Sternradien

In diesem Abschnitt gehen wir auf das Problem der Bestimmung der wahren Sterndurchmesser ein. Da die Sterne weit entfernt sind, lassen sich die Winkeldurchmesser nur sehr schwer ermitteln.

8.2.1 Grundprinzip

Ein Objekt mit dem wahren Durchmesser D erscheint in einer Entfernung r unter einem Winkel Θ:

$$\Theta\,[''] = 206.265\frac{D}{r} \tag{8.8}$$

Diese Formel gilt nur für kleine Winkel.

Bei der *Sonne* kann man den Radius trigonometrisch ermitteln. Der scheinbare Sonnendurchmesser beträgt $32'$, und mit der Sonnenentfernung von $r = 149 \times 10^6$ km erhält man den Sonnenradius zu

$$R_\odot = 6{,}96 \times 10^5\,\text{km} \tag{8.9}$$

Bei Sternen besteht das Problem in der Bestimmung des extrem kleinen, scheinbaren Durchmessers als Folge ihrer großen Entfernung.

8.2.2 Sterninterferometer

Das Sternenlicht wird von zwei im Abstand D (mehrere Meter) entfernten Spiegeln in ein normales Teleskop gelenkt (Abb. 8.2). Nun sind Sterne ausgedehnte Objekte, wenn auch von extrem geringer Winkelausdehnung. Zur Vereinfachung stellen wir uns eine Sternscheibe aus zwei Hälften bestehend vor, die sich im Abstand $\alpha/2$ voneinander befinden. Das Licht

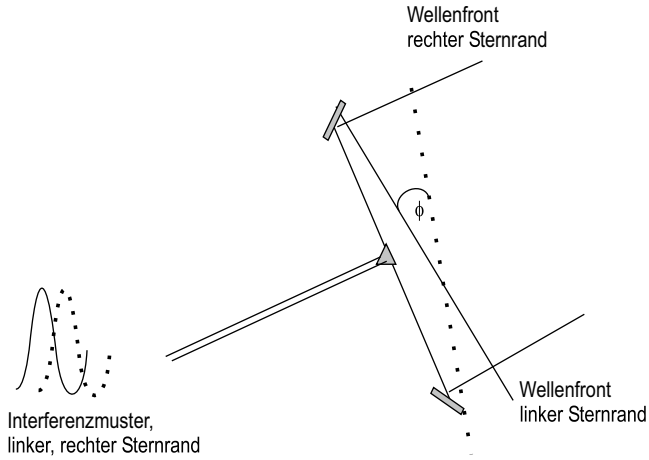


Abb. 8.2 Schema des Michelson-Interferometers

geht durch beide Spiegel. Infolge der Winkelausdehnung des Sterns sind die Wellenfronten gegeneinander geneigt um den Winkel Φ. Deshalb kommt es zu folgenden Überlagerungen:

- Erste Welle: kommt z. B. vom linken Sternrand. Nach Reflexion an den beiden Spiegeln werden die Strahlen zusammengeführt, es entsteht eine Interferenz, und eine Verstärkung tritt auf, wenn der Gangunterschied ein Vielfaches der Wellenlänge beträgt: $\Phi = n\frac{\lambda}{D}$.
- Zweite Welle: kommt vom rechten Sternrand. Sie bildet mit der ersten einen Winkel von $\alpha/2$. Somit entsteht wieder ein *Interferenzsystem.*

Beide Systeme verstärken sich, wenn

$$\frac{\alpha}{2} = n\frac{\lambda}{D}. \tag{8.10}$$

Solange $\alpha \ll \Phi$, ist der Stern auch für das Interferometer punktförmig. Sobald aber

$$\Phi = \alpha = \frac{\lambda}{D} \tag{8.11}$$

verschwindet das Interferenzsystem. D, der Abstand der beiden Spiegel, kann also so lange variiert werden, bis das Interferenzsystem verschwindet. Daraus folgt aber dann der Winkeldurchmesser α des Sterns. Kennt man noch die Entfernung, dann hat man den linearen Durchmesser.

Diese Art des Interferometers nennt man auch *Michelson-Interferometer* (*Michelson,* um 1920). Es gibt auch noch Intensitätsinterferometer.

8.2.3 Sternbedeckungen durch den Mond

Der Mond läuft im Laufe der Zeit auf einer leicht zur Ekliptik geneigten Bahn über den Himmel. Bedeckt der Mond einen Stern, so entsteht durch die Beugung des Lichts am Mondrand eine Beugungsfigur, und bedingt durch den kleinen, aber doch endlichen Durchmesser des Sterns verschwindet dieser nicht sofort hinter dem Mondrand. Man kann somit den Durchmesser eines Sterns bestimmen, allerdings geht das nur für Sterne, die der Mond bedecken kann, die sich also längs eines schmalen Bandes um die Ekliptik herum befinden (Abb. 8.3).

Theoretisch könnte man einwenden, dass man derartige Sternbedeckungen auch künstlich am Teleskop erzeugen kann und so den Durchmesser ermittelt. Das Problem hier ist allerdings, dass es infolge der Luftunruhe in der Erdatmosphäre zu ständigen Positionsveränderungen des Sternbildchens kommt und so die Messungen unmöglich werden. Beim System Mond-Stern hingegen hat man sowohl für das Mondrandprofil als auch für den Stern im Augenblick der Bedeckung dieselben atmosphärischen Verhältnisse.

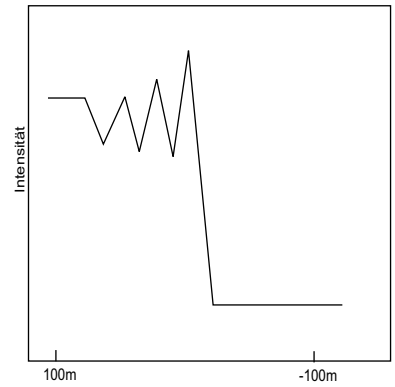


Abb. 8.3 Kurz bevor der Mond einen Stern bedeckt, kommt es zu Beugungserscheinungen wegen des Mondrandes und der Unebenheiten am Mondrand

8.2.4 Bedeckungsveränderliche Sterne

Mindestens die Hälfte aller Sterne sind Doppel- oder Mehrfachsysteme. Liegen wir in der Sichtlinie eines Doppelsternsystems, dann kommt es zu *Bedeckungen*. Ein Stern 1 habe einen Durchmesser D und werde von einem Stern 2 mit dem Durchmesser d mit der Geschwindigkeit v umlaufen. Das ganze System habe eine Relativgeschwindigkeit von V. Nähert sich Stern 2 infolge seines Umlaufs dem Beobachter, dann misst man folgende *Dopplerverschiebung:*

$$\frac{\Delta\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{V+v}{c} \tag{8.12}$$

Entfernt sich Stern 2 aufgrund seines Umlaufs, dann ist:

$$\frac{\Delta\lambda_2}{\lambda_0} = \frac{V-v}{c} \tag{8.13}$$

und somit:

$$\frac{\Delta\lambda_1 - \Delta\lambda_2}{\lambda_0} = 2\frac{v}{c} \tag{8.14}$$

Betrachten wir, ein Doppelsternsystem wie in Abb. 8.4, bestehend aus einem großen Stern 1 und einem kleineren Begleiter Stern 2.

Verschwindet Stern 2 hinter 1, tritt eine Bedeckung ein (Abb. 8.4, 1' bis 4'), die Helligkeit des Gesamtsystems nimmt ab. Ebenso nimmt die Helligkeit des Systems ab, wenn der Stern 2 von uns aus gesehen vor dem Stern 1 vorbeigeht (Transit). Die Zeit t_1 ist der Zeitpunkt, zu dem Stern 2 beginnt Stern 1 zu bedecken, bei t_2 befindet er sich vollständig vor Stern 1 usw. Wir erhalten daher für die Durchmesser der beiden Komponenten:

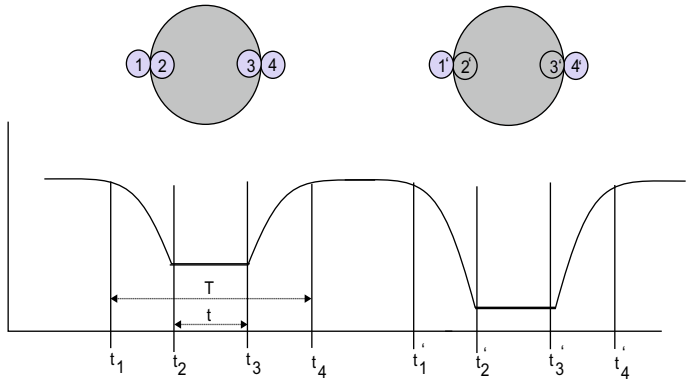


Abb. 8.4 Durchmesserbestimmung bei bedeckungsveränderlichen Sternen. Bei 1 bis 4 erfolgt ein Transit, bei 1' bis 4' wird der kleinere Stern vom größeren bedeckt

$$D + d = v(t_4 - t_1) \tag{8.15}$$

$$D - d = v(t_3 - t_2) \tag{8.16}$$

Allerdings gibt es bei dieser Methode mehrere Unsicherheiten:

- anstatt kreisförmig ist die Bahn elliptisch;
- Stern ist nicht exakt kugelförmig;
- Oberflächenhelligkeit der Sterne ist nicht gleichmäßig (vgl. Randverdunklung bei der Sonne);
- in Wirklichkeit bewegen sich beide Sterne um den gemeinsamen Schwerpunkt.

In Abb. 8.5 wird gezeigt, dass die Bahnneigung nur sehr gering zur Sichtlinie des Beobachters sein darf, um eine Bedeckung zu sehen.

Interessant ist noch der Stern Beteigeuze (α Ori), der ca. 200 pc entfernt ist und ein Dreifachsystem ist. Die am nächsten liegende Komponente umkreist den Hauptstern in nur 2,1 Jahren und geht dabei durch die weit ausgedehnte Chromosphäre von

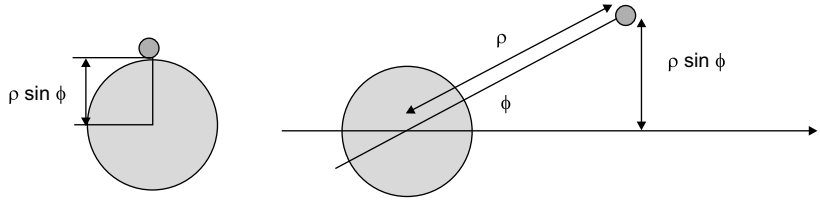


Abb. 8.5 Geometrie bei bedeckungsveränderlichen Sternen

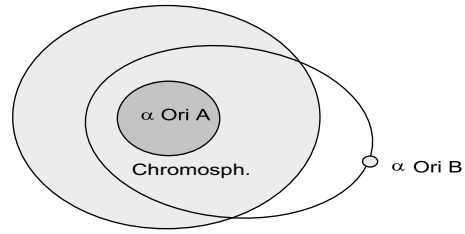


Abb. 8.6 α Ori mit seiner inneren Komponente

Beteigeuze (Abb. 8.6). Am 12. Dezember 2023 wird der Asteroid Leona Beteigeuze bedecken. Die Ausdehnung von Beteigeuze schwankt zwischen 290 Mio. und 480 Mio. km, die Erdbahn hätte also bequem innerhalb des Sternes Platz.

8.2.5 Speckle-Interferometrie

Bei dieser Technik verwendet man kurzzeitige Belichtungen, um so das *Seeing* auszuschalten (die Turbulenzen der Erdatmosphäre haben längere Perioden; man macht daher Belichtungen um 1 ms) und Bilder zu bekommen, die nahe der Auflösungsgrenze eines Teleskops liegen. Hat man eine unaufgelöste Punktlichtquelle, dann hängt deren Bildhelligkeit von der Belichtungszeit ab. In der *Speckle-Interferometrie* beträgt die optimale Integrationszeit $\approx \lambda^{1,2}$. Hat man längere Belichtungszeiten, wird das Bild zu einer Seeingscheibe verwischt *(blurring)* und ist etwa $1''$ groß. Sind die Belichtungszeiten kleiner als die Kohärenzzeit $t_c \approx 10$ ms (im optischen Bereich, im IR 100 ms), dann erhalten wir eine Gruppe von hellen *Speckles,* deren Größe etwa der des Airyscheibchens (r_0) entspricht.[2] So wird also der Einfluss der Atmosphäre eingefroren. Die Speckles verteilen sich auf einer Fläche vom Durchmesser λ/r_0, die Anzahl der Speckles ist in der Größenordnung der Suböffnungen D^2/r_0^2. Das beobachtete Bild I' ist eine Faltung zwischen dem wahren Bild und der sogenannten *point spread function* (PSF) des Teleskops. Diese gibt an, wie sich eine ideale punktförmige Lichtquelle nach dem Durchgang durch das Teleskop verhält. Bei der klassischen Spektralanalyse versucht man die ursprüngliche Amplitude zu restaurieren, bei einer bispektralen Analyse auch die Phasen. Man hat also (F steht für die Fouriertransformierte):

$$F(I') = F(I)F(b) \tag{8.17}$$

I ... ursprüngliche Intensitätsverteilung des Objekts, b ... PSF des Teleskops. Hohe räumliche Frequenzen werden durch die Erdatmosphäre nicht beeinflusst, wohl jedoch niedrige, und deshalb werden niedrige räumliche Frequenzen durch das Seeing gestört.

[2] Entspricht dem Auflösungsvermögen eines Teleskops.

8.2.6 Microlensing

Mit den oben beschriebenen Methoden lassen sich Radien nur für relativ große entwickelte Sterne bestimmen (vgl. HRD, Abschn. 8.5). Für kleine Hauptreihensterne ist die Bestimmung von Radien schwierig, da deren Winkeldurchmesser zu gering ist. Unter dem Begriff *Microlensing* versteht man die Ablenkung des Lichts durch ein Objekt gemäß der Allgemeinen Relativitätstheorie, die jedoch nicht zu separaten Bildern wie bei Galaxien führt (Mehrfachbilder einer Galaxie oder Quasar – durch Linseneffekt einer zwischen dem Beobachter und der Galaxie liegenden dunklen Galaxie), sondern nur zu einer Helligkeitszunahme. Die Linse bewegt sich durch die Verbindungslinie Erde-Stern, und dieser ändert analog dazu seine Helligkeit. Der Helligkeitswechsel ist symmetrisch, das Ereignis dauert einige Wochen oder Monate. Durch Auswertung der photometrischen Lichtkurve kann man die Durchmesser der Objekte bestimmen. Derartige Ereignisse sind in Doppelsternen häufiger.

8.3 Masse

Die Masse von Sternen ist am schwierigsten zu bestimmen; es handelt sich allerdings hierbei um eine fundamentale Zustandsgröße, von der viele andere Parameter abhängen: Sternentwicklung, Alter der Sterne, Kernfusion usw.

8.3.1 Drittes Keplergesetz

Direkt ableitbar ist die Masse nur, wenn ein Stern mit einer Masse M_1 einen Begleiter mit einer Masse M_2 besitzt, es sich also um einen Doppelstern oder Mehrfachsystem handelt. Man kann auch Exoplaneten zur Massenbestimmung eines Sternes verwenden. Das dritte Keplergesetz lautet:

$$\frac{(M_1 + M_2)}{a^3} U^2 = \text{const} = 1 \tag{8.18}$$

Die Einheiten sind dabei: Masse M in Sonnenmassen, a die Distanz zwischen Stern und Begleiter in AE und die Umlaufzeit U in Jahren. Wir bekommen daher die Massensumme:

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{U^2} \tag{8.19}$$

Wie kann man nun die erforderlichen Größen a, U ermitteln?

- Visuelle Doppelsterne: beide Komponenten beobachtbar, $\rightarrow a$ in AE, sobald deren Entfernung bekannt ist. Dann folgt die Massensumme. Das Massenverhältnis folgt aus der

Analyse der absoluten Bahn, d. h., man muss die Bewegung der beiden Komponenten um deren gemeinsamen Schwerpunkt kennen.

$$M_1/M_2 = a_2''/a_1'' \tag{8.20}$$

- Nur helle Komponente sichtbar: Meist ist aber die schwächere Komponente nicht direkt beobachtbar und man kennt nur die absolute Bahn der helleren Komponente (Abb. 8.7).

$$a_1/a = M_2/(M_1 + M_2) \tag{8.21}$$

Dies wird nach a aufgelöst und eingesetzt:

$$(M_1 + M_2)\left(\frac{M_2}{M_1 + M_2}\right) = \frac{a^3}{U^2} \tag{8.22}$$

- Exoplaneten: Dies kann man bei extrasolaren Planeten vereinfachen, bei denen gilt: $M_2 \ll M_1$ und deshalb $M_2 + M_1 \approx M_1$.
- Spektroskopische Doppelsterne: Man sieht die Sterne nicht getrennt, aber infolge der Bewegung der beiden Komponenten kommt es zu einer periodischen Verschiebung der Spektrallinien aufgrund des Dopplereffekts. Problem: Bahnneigung i ist unbekannt. Sei v die Bahngeschwindigkeit in Richtung des Beobachters, dann erhält man:
  - $a_1 \sin i$, wenn nur ein Spektrum bekannt ist;
  - $(a_1 + a_2) \sin i = a \sin i$, wenn beide Spektren sichtbar sind und man nur relative Linienverschiebungen messen kann;
  - $a_1 \sin i$ und $a_2 \sin i$, wenn beide Spektren sichtbar sind und absolute Verschiebungen gemessen worden sind (Abb. 8.8).

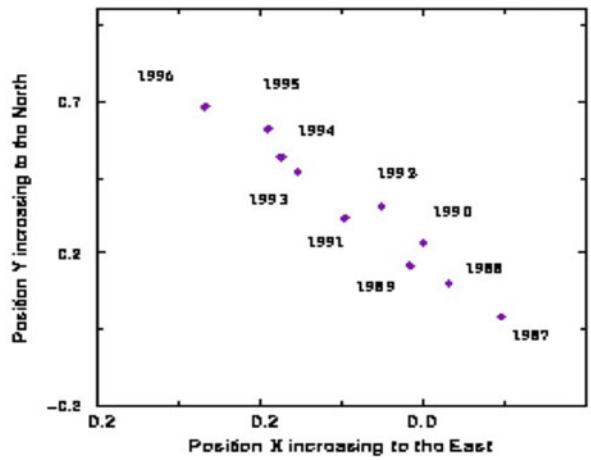


Abb. 8.7 Doppelstern, bei dem nur eine Komponente sichtbar ist, die aber deutlich regelmäßige Schwankungen zeigt. (HIPPARCHOS)

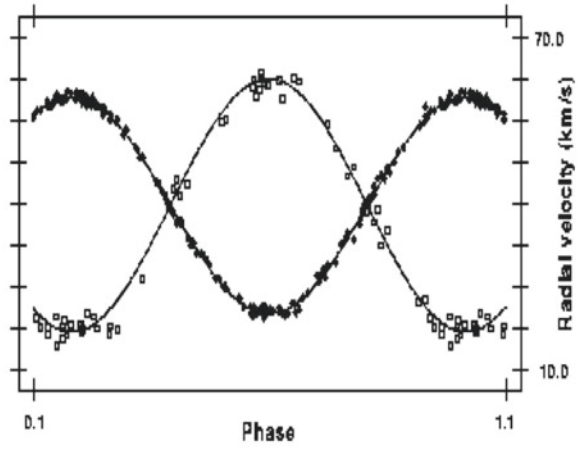


Abb. 8.8 Spektroskopischer Doppelstern (α Aur). Die Massen der beiden Komponenten betragen etwa 2,5 Sonnenmassen. (HIPPARCHOS)

Das Problem ist wie gesagt die Bahnneigung i. Aus der Mathematik hat man für die Mittelung über die Bahnneigungen i:

$$\overline{\sin^3 i} = 0{,}59 \tag{8.23}$$

– Spektroskopische Bedeckungsveränderliche: Hier beträgt $i = 90°$.

Insgesamt gibt es nur für einige 100 Sterne gute Massenbestimmungen.

8.3.2 Gravitationsrotverschiebung

Bei Sternen mit großer Schwerebeschleunigung kann man die *relativistische Rotverschiebung* anwenden: Licht besteht aus Photonen der Energie $E = h\nu$. Man kann den Photonen eine Masse m zuordnen (Ruhemasse = 0):

$$E = mc^2 = h\nu \rightarrow m = h\nu/c^2 \tag{8.24}$$

Die Photonen leisteten Arbeit gegen die Schwerkraft, verlieren Energie, die $\propto \lambda^{-1}$ ist, und das Licht erscheint gerötet nach der klassischen Ableitung:

▶ Gravitative Rotverschiebung:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{GM}{Rc^2} \tag{8.25}$$

Dabei ist R der Radius des Sterns. Aus dieser Formel sieht man, dass die relativistische Rotverschiebung groß ist für Sterne großer Masse, die sehr kompakt sind (kleines R).

Betrachten wir als Beispiel die Weißen Zwerge. Diese Endstadien der Entwicklung von Sternen unterhalb 1,4 Sonnenmassen sind sehr kompakt; $M \approx 1\,M_\odot$, $R \approx 0{,}01\,R_\odot$; die relativistische Rotverschiebung beträgt hier 10^{-4}.

8.3.3 Microlensing

Zur Massenbestimmung kann man auch Microlensing verwenden. Es gibt mehrere Projekte. Eines davon ist, aus den Beobachtungen Hubble Space Teleskops Neutronensterne und Schwarze Löcher zu finden. Bisher kennt man die Massen von Neutronensternen und Schwarzen Löchern nur, wenn diese Begleiter in einem Doppelsternsystem sind. Massen isolierter Neutronensterne und Schwarzer Löcher lassen sich durch Microlensing bestimmen. Zu diesem Zweck nimmt man regelmäßig Sternfelder auf und untersucht diese nach

- symmetrischen Helligkeitsvariationen
- genauen Positionsmessungen der Sterne, Astrometrie.

Um die Wahrscheinlichkeit eines Microlensing-Events zu erhöhen, wählt man dichte Sternfelder in der galaktischen Ebene, da dort die Sterndichte groß ist.

Die Masse eines Sterns bestimmt dessen Lebensdauer und Entwicklung.

8.3.4 Abgeleitete Größen

Direkt abgleitet von der Masse ist die *Dichte:*

$$\rho = \frac{M}{\frac{4\pi}{3} R^3} \tag{8.26}$$

Ebenfalls erhält man sofort die *Schwerebeschleunigung* eines Sterns:

$$g = GM/R^2 \tag{8.27}$$

Eine erste Auswertung für viele Sterne ergibt folgende Wertebereiche für:

- Masse: 0,2 bis 60 $M_\odot$,
- Radius: 0,1 bis 500 $R_\odot$.

Obwohl es mehrere Methoden zur Bestimmung der Sternmassen gibt, ist deren Ermittlung schwierig, aber extrem wichtig, denn sie bestimmt die weitere Entwicklung eines Sternes.

8.4 Sterntemperaturen

Es gibt viele verschiedene Temperaturbegriffe. Die aus den unterschiedlichen Methoden abgeleiteten Werte stimmen nicht exakt überein, da sich die Sternstrahlung nicht exakt wie die eines schwarzen Körpers verhält.

8.4.1 Sterne als Schwarze Körper

Hier gibt es verschiedene Definitionen. Meist geht man davon aus, dass die Sterne wie ein *Schwarzer Körper* strahlen, und definiert dann:

- *Effektive Temperatur:* Diejenige Temperatur, welche der Strahlung eines Schwarzen Köpers, der pro Flächeneinheit dieselbe Energie abstrahlt wie der Stern, entspricht.
- *Strahlungstemperatur:* Diejenige Temperatur, die der Strahlung eines Schwarzen Körpers in einem engen Wellenlängenbereich entspricht.
- *Farbtemperatur:* Diejenige Temperatur, die der Strahlung eines Schwarzen Körpers in einem Spektralbereich (= Farbe) entspricht.
- *Gradationstemperatur:* Diejenige Temperatur, deren Intensitäts-Wellenlänge-Kurve bei einer bestimmten Wellenlänge dieselbe Steigung aufweist wie diejenige des Intensitätsverlaufs eines Schwarzen Körpers.
- *Wien'sche Temperatur:* Folgt aus dem Maximum der Intensitätsverteilung.

Für einen A0-V-Stern hat man:

$$T_{\text{eff}} = 9500\,\text{K} \qquad T_F(425\,\text{nm}) = 16.700\,\text{K} \qquad T_F(500\,\text{nm}) = 15.300\,\text{K}.$$

Die Unterschiede zwischen diesen Temperaturbegriffen deuten darauf hin, dass die Strahlung der Sterne nur in erster (meistens aber guter) Näherung der eines Schwarzen Körpers entspricht.

8.4.2 Weitere Temperaturbegriffe

Temperatur kann auch als kinetische Temperatur definiert werden oder über atomare Anregungs- und Ionisationszustände.

- *Kinetische Temperatur:* Aus der kinetischen Gastheorie weiß man, dass die Teilchen sich mit der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit

$$v_{\text{th}} = \sqrt{\frac{2\Re T}{\mu}} \tag{8.28}$$

  bewegen ($\Re$ ist die Gaskonstante). Diese thermische Geschwindigkeit ist auch mitverantwortlich für die *Breite* der Spektrallinien.

▶ Die thermische Geschwindigkeit von Teilchen hängt ab von der Temperatur und der Teilchenmasse.

- *Elektronentemperatur* T_e: Definiert durch die kinetische Temperatur der Elektronen (beachte: $m_e = (1/1800)m_p$, Elektronen besitzen nur 1/1800 der Protonenmasse).
- *Ionisationstemperatur* T_{ion}: Ergibt sich aus dem Verhältnis der Zahl der Atome in verschiedenen Ionisationszuständen (Saha-Formel, ist eine Funktion der Temperatur und des Druckes).
- *Anregungstemperatur* T_{exc}: Nach der Boltzmann-Formel erhält man die relativen Atomzahlen in verschiedenen Anregungszuständen.
- *Bandentemperatur:* Moleküle erzeugen im Spektrum aufgrund ihrer Rotations- bzw. Schwingungsübergänge Banden.

8.5 Klassifikation der Sterne, HRD

Wir kommen nun zu einem der wichtigsten Diagramme der Astrophysik. Trägt man die Temperaturen der Sterne gegenüber ihrer Leuchtkraft auf, dann erhält man das Hertzsprung-Russel-Diagramm, HRD.

Man kann die Sterne nach ihrem Linienspektrum klassifizieren.

8.5.1 Spektralklassifikation

Ein einzelnes Sternspektrum erhält man, wenn Sternenlicht durch ein Teleskop fokussiert wird und auf einen Spektrographen fällt, wo es aufgespalten wird. Das Spektrum selbst wird entweder photographisch oder mittels CCD aufgezeichnet.

Angelo Secchi hat bereits um 1863 *Spektraltypen* von Sternen eingeführt; die noch heute in Verwendung stehende Klassifikation stammt von *Annie Cannon* aus dem Jahre 1910. Man bezeichnet dies auch als *Harvard-Klassifikation.* Cannon selbst hat 400.000 Sterne klassifiziert *(Henry-Draper-Katalog).* Ursprünglich wurden die Sterne nach der Stärke ihrer Wasserstofflinien eingeteilt. Die Sterne mit den stärksten Wasserstofflinien erhielten die Bezeichnung A usw. Heute verwendet man eine Sequenz absteigender Temperatur und daher die Reihenfolge:

▶ O – B – A – F – G – K – M

Diese merkt man sich einfach: **o***h* **b***e* **a** **f***ine* **g***irl (g**uy)* **k***iss* **m***e.* Weiterhin unterteilt man noch dezimal. Wir besprechen kurz die einzelnen Typen (Abb. 8.9):

- O: Die heißesten Sterne, bläulich, He-II-Linien; He-I-Linien nehmen ab Typ O5 zu; es gibt auch Linien von Si IV, O III, N III und C III. *Balmerlinien* des Wasserstoffs sind zwar vorhanden, aber relativ schwach im Vergleich zu den anderen Linien.

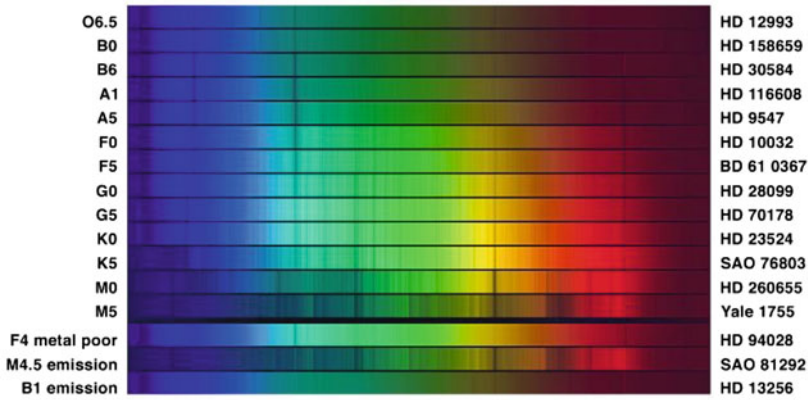


Abb. 8.9 Spektren der Sterne. Wasserstofflinien sind bei A-Sternen am stärksten ausgeprägt, je später der Spektraltyp, desto mehr Linien erkennt man im Spektrum. (Copyright: KPNO 0.9-m Telescope, AURA, NOAO, NSF, Princeton)

- B: Weiß-blaue Sterne; He I dominiert, kein He II; die Wasserstofflinien werden stärker; Mg II und Si II. Sehr oft sind sie von Hüllen umgeben, die sich durch charakteristische Formen der Spektrallinien bemerkbar machen (Abb. 8.10).
- A: Weiße Sterne; H-Linien dominieren; Bei A0 ist die Stärke der H-Linien am größten; Linien ionisierter Metalle (Fe II, Si II, Mg II). Ca-II-Linien werden stärker (Abb. 8.11).
- F: Weiße bis leicht gelbliche Sterne, Stärke der Wasserstofflinien nimmt ab, neutrale *Metalllinien* treten auf. Die H- und K-Linien des Ca II werden stärker; neutrale Metalle (Fe I, Cr I).
- G: Gelbliche Sterne; Ca II dominiert; bei G2 sind die H- und K-Linien des ionisierten Kalziums (Ca II) am stärksten; neutrale Metalle werden stärker, keine ionisierten Metalle mehr (Abb. 8.12).

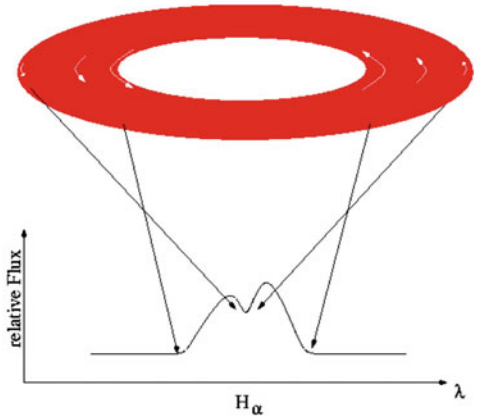


Abb. 8.10 Hüllensterne: Entstehung des charakteristischen Linienprofils der Wasserstofflinie H_α. Die Emission kommt von der Hülle, die Verschiebung durch deren Rotation

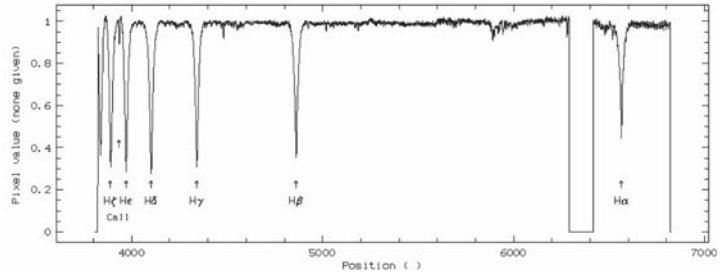


Abb. 8.11 Spektrum des Sterns Wega (A0)



Abb. 8.12 Das linienreiche Spektrum eines G-Sterns

- K: Rötliche Sterne; erstes Auftreten von *Molekülbanden;* neutrale Metalle. Banden des TiO.
- M: Am kühlsten, rote Sterne; neutrale Metalllinien stark, Molekülbanden dominieren.

Da die Strahlung der Sterne in erster Näherung einer Planckkurve entspricht, hat man an den Enden der Spektralsequenz Probleme:

▶ Für sehr heiße Sterne liegt das Maximum der Intensitätsverteilung im UV-Bereich, für sehr kühle Sterne im IR-Bereich.

8.5.2 Das Hertzsprung-Russell-Diagramm

Im Jahre 1911 hat *Hertzsprung* die absolute Helligkeit der Sterne (entspricht der wahren Leuchtkraft der Sterne) gegen ihren Spektraltyp aufgetragen (Abb. 8.13). Dabei muss man jedoch Auswahleffekte beachten:

- Erzeugt man ein *Hertzsprung-Russell-Diagramm* für Sterne der Sonnenumgebung, so finden sich dort meist schwache Sterne.
- Erzeugt man ein derartiges für helle Sterne, dann werden offenbar Sterne großer Leuchtkraft bevorzugt.

→ Wichtigstes Ergebnis: Die Sterne sind in einem HRD nicht beliebig angeordnet:

- Diagonal verläuft im HRD die Hauptreihe von links oben nach rechts unten.
- Links oben hat man heiße leuchtkräftige Sterne,
- rechts unten kühle Sterne geringer Leuchtkraft.
- Mehr als 90 % aller Sterne passen auf diese *Hauptreihe* (engl. *main sequence*).
- Weiterhin erkennt man im HRD, dass es Sterne gibt, die bei gegebener Temperatur deutlich oberhalb der Hauptreihe liegen, deren Leuchtkraft jedoch höher ist.

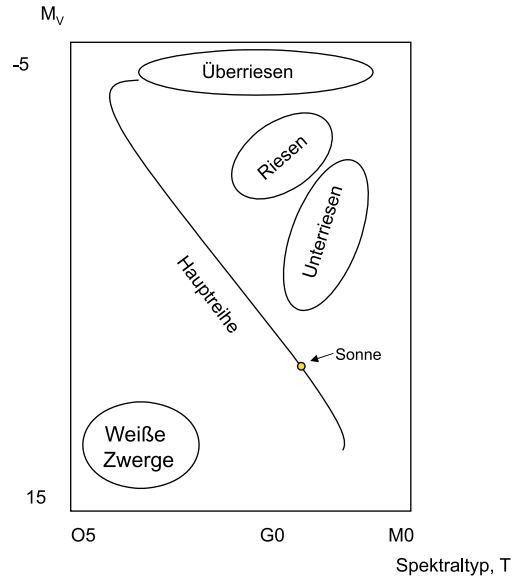


Abb. 8.13 Das Hertzsprung-Russell-Diagramm

Im HRD trägt man also auf: Spektraltyp und Leuchtkraft der Sterne. Da Sterne in guter Näherung wie Schwarze Körper strahlen, kann man anstelle des Spektraltyps die Temperatur verwenden oder noch einfacher die Farbe bzw. den Farbindex der Sterne. Unter Farbindex *(color index, CI)* versteht man die Differenz von Helligkeiten:

$$\text{Farbindex} = m_{\text{kurzwellig}} - m_{\text{langwellig}} \tag{8.29}$$

Das Hertzsprung-Russel-Diagramm ist fundamental in der Astrophysik. Man trägt die Temperatur (Spektraltyp, Farbe) gegen die Leuchtkraft (absolute Helligkeit) der Sterne auf.

Man hat genormte *Farbsysteme* eingeführt. Sehr häufig verwendet man das *UBV-System:*

- U steht für Helligkeit im nahen UV,
- B für Helligkeit im Blaubereich,
- V für Helligkeit im visuellen Bereich.

Man misst also Helligkeiten mit diesen Filtern und spricht dann einfach von einer Helligkeit in U, B, V und schreibt oft anstelle von m_U, m_B, ... einfach U, B, ... Für den Spektraltyp A0 ist definiert: $U - B = B - V = 0$.

Der *Farbindex* F.I. (englisch Color Index, C.I.) ist gegeben durch die Differenz von Helligkeiten in verschiedenen Wellenlängen:

$$\text{F.I.} = \text{m}_{\text{kurzwellig}} - \text{m}_{\text{langwellig}} \tag{8.30}$$

Aus dem Farbindex kann man sofort die *Temperatur* bestimmen; z. B. für $B - V$:

$$B - V = 7090 \frac{1}{T_{\text{eff}}} - 0{,}71 \tag{8.31}$$

In Abb. 8.14 ist ein *Farben-Helligkeits-Diagramm,* FHD, gezeigt.

In der Tab. 8.4 sind einige photometrische Systeme wiedergegeben.

Welches Vorzeichen besitzt $U - B$ für unsere Sonne? Unsere Sonne ist ein kühler Stern mit Maximum der Intensität bei 550 nm. Deshalb ist ihre Helligkeit in U geringer als in B, geringere Helligkeit bedeutet höherer Wert für die Größenklasse, daher $m_U > m_B \rightarrow m_U - m_B > 0 \rightarrow U - B > 0$

Eine wichtige Größe ist die *Metallhäufigkeit* (Metallizität, metallicity), definiert als

$$\text{Fe/H} = \log \frac{(\text{Fe/H})_{\text{Stern}}}{(\text{Fe/H})_{\text{Sonne}}} \tag{8.32}$$

Metallarme Sterne haben eine negative Metallizität. Eine Metallhäufigkeit von -1 bedeutet, dass das Objekt nur etwa 1/10 der Metallhäufigkeit im Spektrum zeigt wie unsere Sonne.

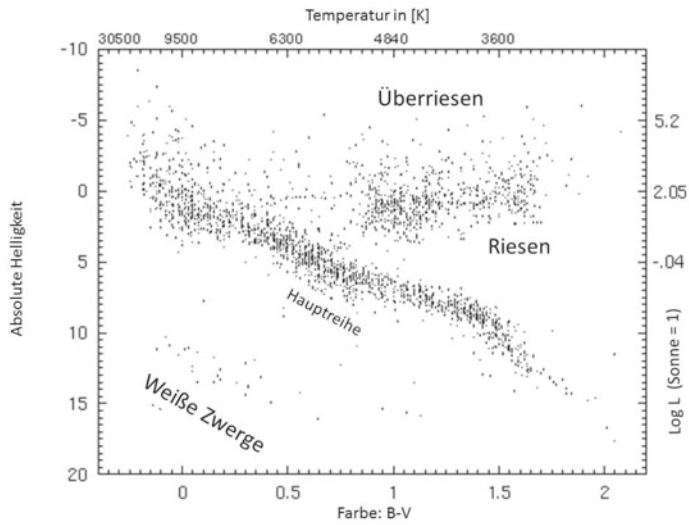


Abb. 8.14 Hertzsprung-Russel-Diagramm mit Farbindex B-V als x-Achse. Dies bezeichnet man als Farben-Helligkeits-Diagramm (FHD)

Tab. 8.4 Photometrische Systeme

Bezeichnung	Zentralwellenlänge [nm]	Filterbreite [nm]
U	365	70
B	440	100
V	550	90
R	720	220
I	900	240
Z	900	
Y	1020	120
J	1220	213
H	1630	307
K	2190	390
L	3450	472
M	4750	460
N	10500	2500
Q	21000	5800

8.5.3 Leuchtkraftklassen

Die *Leuchtkraft* eines Sterns ist gegeben durch dessen Oberfläche $4\pi r^2$ und das *Stefan-Boltzmann-Gesetz* σT_{eff}^4:

$$L = 4\pi r^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 \tag{8.33}$$

Besitzt ein Stern bei gegebener Temperatur eine wesentlich höhere Leuchtkraft, dann muss seine Oberfläche größer sein, man spricht von einem *Riesenstern.*

Die Temperatur alleine reicht nicht aus, um den Ort eines Sternes im HRD zu definieren. Ein Stern gegebener Temperatur kann daher ein normaler Hauptreihenstern sein oder sich oberhalb dieser befinden; dann ist er ein Riesenstern. Aus diesem Grund hat man 1937 die *Morgan-Keenan-Leuchtkraftklassen* eingeführt:

- I: Überriesen (Ia, Ib, Ic); *supergiants,*
- II: Helle Riesen (IIa, IIb, IIc), *bright giants,*
- III: Riesen (IIIa, IIIb, IIIc), *giants,*
- IV:Unterriesen, (IVa, IVb, IVc), *subgiants,*
- V: Zwergsterne (Va, Vb, Vc), Hauptreihensterne, *dwarfs,*
- VI: Unterzwerge, *subdwarfs.*

Im HRD befinden sich daher rechts oberhalb der Hauptreihe die Überriesen, darunter die hellen Riesen usw. Ein G2-Überriese ist um 12,5 Größenklassen heller als unsere Sonne.

Die absolute Helligkeit der Sonne beträgt $4{,}^{\mathrm{m}}6$; ein Überriese ähnlichen Spektraltyps (G2) in dieser Entfernung hätte eine Helligkeit von $-7{,}^{\mathrm{m}}9$; zum Vergleich: Venus erreicht etwa $-4{,}^{\mathrm{m}}5$!

Der nächste Stern ist α Cen und hat denselben Spektraltyp wie unsere Sonne (G2V). Seine Helligkeit beträgt $V = -0{,}33$, die Entfernung 1,3 pc, und die absolute Helligkeit beträgt $4{,}^{\mathrm{m}}5$. Der Stern Capella (α Aur) ist vom Typ ein G8 III, hat $V = 0{,}09$ und eine Distanz von 14 pc. Seine absolute Helligkeit ist daher $-0{,}59$. V bedeutet dabei die im visuellen Band gemessene Helligkeit.

In der Tab. 8.5 sind die charakteristischen Zustandsgrößen der Hauptreihensterne eingetragen.

▶ Für die Lage der Hauptreihensterne im HRD (etwa 80 % aller Sterne) gilt: heiße, massereiche Sterne liegen links; kühle, massarme Sterne rechts unten.

Besonderheiten im Spektrum werden gekennzeichnet durch:

- n: diffuse verwaschene Linien; nn sehr diffus; deutet auf rasche Rotation des Sternes hin;
- s (sharp) scharfe Linien;
- e: Emissionslinien (deuten auf eine ausgedehnte Hülle um den Stern herum hin, aus der diese Linien stammen) (Abb. 8.15);
- v (variable); Spektrum variabel;
- k (K-Linie); starke interstellare Ca-II-Linie;
- p (peculiar); irgendwelche Besonderheiten im Spektrum. Hier gibt es die Ap-Sterne oder die Am-Sterne *(metallic line stars).*

Tab. 8.5 Charakteristische Zustandsgrößen von Hauptreihensternen

Spektraltyp	Masse[$M_\odot$]	Leuchtkraft[$L_\odot$]	Temperatur[K]	Radius Sonne = 1
O5	40	7×10^5	40.000	18
B0	16	27×10^4	28.000	7
A0	3,3	55	10.000	2,5
F0	1,7	5	7500	1,4
G0	1,1	1,4	6000	1,1
K0	0,8	0,35	5000	0,8
M0	0,4	0,05	3500	0,6

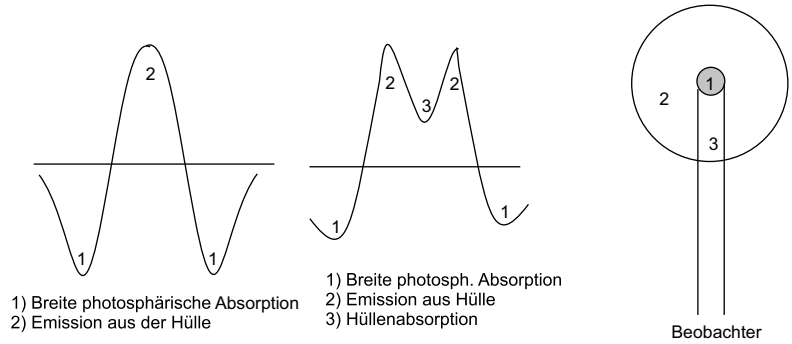


Abb. 8.15 Zur Entstehung des typischen Linienprofils einer Sternhülle

8.5.4 Balmersprung

Bei der sogenannten *Pariser Klassifikation* bestimmt man:

- D: Größe des *Balmersprungs* bei $\lambda = 370\,\text{nm}$. Dies ergibt sich aus den verlängerten Kontinua im kurzwelligen und im langwelligen Bereich von 370 nm.
- λ_1: Lage des Balmersprungs = Schnittpunkt des registrierten Kontinuums mit der Parallelen zum langwelligen Kontinuum durch den Halbierungspunkt des Balmersprungs.

Der Balmersprung D tritt nicht an der theoretischen Seriengrenze auf, sondern früher, weil die Glieder höherer Ordnung zusammenlaufen. Dies passiert umso früher, je höher der Elektronendruck ist. Deshalb ist D durch die Temperatur bestimmt und definiert so den Spektraltyp; λ_D wird durch den Druck definiert und ist daher charakteristisch für die Leuchtkraft. Riesensterne haben eine sehr ausgedehnte Atmosphäre und daher einen geringen Druck, und deren Spektrallinien erscheinen scharf.

Eine weitere Möglichkeit der Spektralklassifikation ist die *Schmalbandklassifikation,* wo man an definierten Stellen im Spektrum die Intensität mit schmaler Bandbreite (3 bis 15 nm) misst.

Auf *Objektivprismenspektren* hat man nur eine geringe *Dispersion* ($\approx 50\,\text{nm/mm}$), und daher verwendet man als Kriterium:

- Größe und Schärfe des Balmersprungs,
- Intensität der Balmerlinien,
- Intensität der Ca-II-Linie.

8.5.5 Sternpopulation und FHD

Unter *Metallen* versteht man in der Astrophysik alle Elemente, die schwerer als He sind.

Nach dem Metallgehalt unterscheidet man zwei *Sternpopulationen:*

- Population I: junge Sterne, 2–4 % schwere Elemente,
- Population II: alte Sterne, geringer Gehalt an schweren Elementen (unter 1 %).

Darüber werden wir bei der Sternentwicklung noch sprechen.

Von der Beobachtungsseite her ist das *Farben-Helligkeits-Diagramm, FHD,* noch einfacher zu gewinnen. Man trägt die Farbe (ein-Maß für die Temperatur und daher den Spektraltyp) gegen die Leuchtkraft (absolute Helligkeit) auf. Zur Bestimmung der Farbe misst man einfach mit zwei verschiedenen Farbfiltern die Helligkeit (z. B. im B- und im V-Filter, Abb. 8.16). Beim *Zweifarben-Diagramm* trägt man z. B. B-V gegen U-B auf. Es ergibt sich eine Welle im Diagramm. Bei A0 nimmt die Balmerdepression ab, U wird heller, entgegengesetzt zum Temperaturgang; bei F5 überwiegt die Balmerdepression-Abnahme wieder. Der Einfluss einer Verfärbung durch interstellare Materie wirkt sich durch eine Verschiebung im Diagramm aus. Nehmen wir an, wir betrachten ein Zweifarben-Diagramm der Sterne eines Sternhaufens, die praktisch alle gleich weit von uns entfernt sind. Dann wirkt sich die Verfärbung durch die interstellare Materie auf alle Sterne gleich aus und ist in der Abb. 8.17 skizziert.

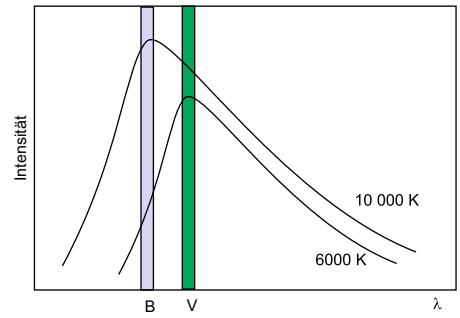


Abb. 8.16 Bestimmung der B–V-Helligkeit. Ein Stern **a** habe eine Temperatur von 10 000 K, und das Maximum seiner Strahlung, gegeben durch eine Planckkurve, liegt im B-Bereich. Ein zweiter Stern **b** habe das Maximum seiner Strahlung im V-Bereich

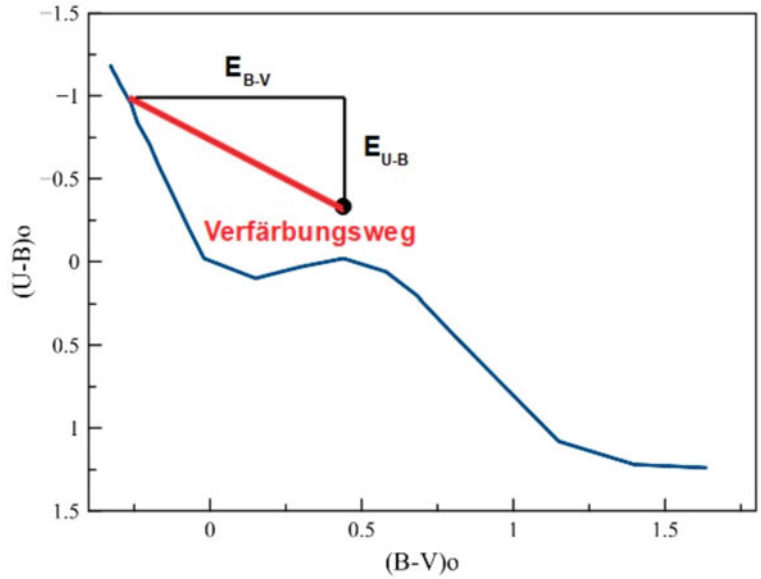


Abb. 8.17 Beim Zweifarbendiagramm trägt man die beiden Farbindizes U-V gegen B-V auf. Angedeutet ist eine mögliche Verfärbung der Farben der Sterne eines Sternhaufens, hervorgerufen durch interstellare Materie

8.5.6 Die Masse-Leuchtkraft-Beziehung

Für Hauptreihensterne gibt es eine *Masse-Leuchtkraft-Beziehung:*

$$L \approx M^{3.5} \tag{8.34}$$

Kennt man also die Leuchtkraft eines Hauptreihensterns, so folgt daraus seine Masse. Die Massen nehmen entlang der Hauptreihe von links oben nach rechts unten ab.

Aus der Lage eines Sternes im HRD folgt dessen Temperatur, Leuchtkraft und Masse.

8.6 Rotation und Magnetfelder

Beide Effekte sind wichtig für die Aktivität eines Sterns. Im Spektrum macht sich Rotation durch ein elliptisches Linienprofil bemerkbar, Magnetfelder führen ebenfalls zu einer Verbreiterung *(Zeeman-Effekt).*

8.6.1 Rotation

Bei der Sonne direkt bestimmbar:

- durch sogenannte Tracer, z. B. Wanderung der Sonnenflecken aufgrund der Sonnenrotation, $v_{\mathrm{rot}\odot} = 2\,\mathrm{km/s}$,
- spektroskopisch.

Bei einigen Bedeckungsveränderlichen geht man auch nach der spektroskopischen Methode vor. Wird kurzzeitig der rechte bzw. der linke Sternrand sichtbar, kommt es zu einem Bump in der Radialgeschwindigkeitskurve (Abb. 8.18).

Indirekt kann man die Rotation eines Sterns nur aus der Breite seiner Spektrallinien ermitteln. Diese *Linienverbreiterung* entsteht dadurch, dass sich praktisch eine Sternhälfte auf den Beobachter zu bewegt (daher Blauverschiebung) und die andere von ihm weg (daher Rotverschiebung). Rotierende Sterne liefern ein elliptisches Linienprofil. Wieder ist natürlich die Neigung der Rotationsachse unbekannt, und man erhält (v_{eq}... Rotationsgeschwindigkeit am Äquator):

$$v_{\mathrm{eq}} \sin i\,. \tag{8.35}$$

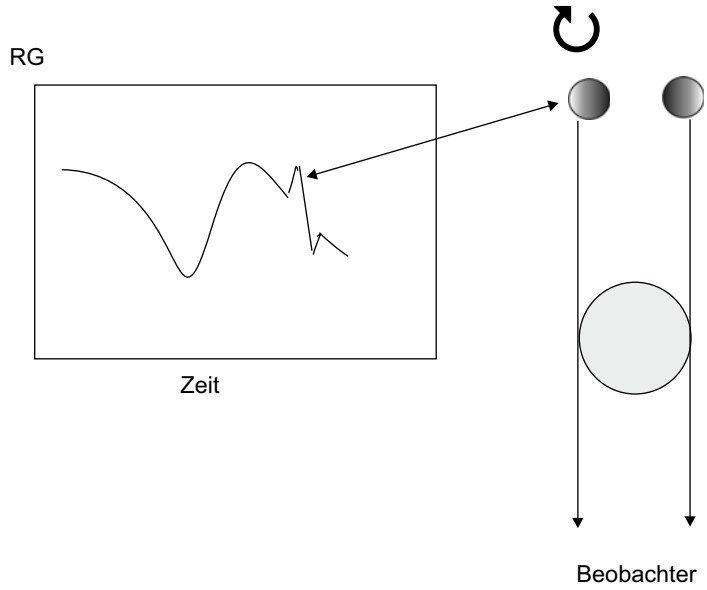


Abb. 8.18 Sogenannter Bump in der Radialgeschwindigkeitskurve eines Sterns, wenn eine Komponente kurz vor der totalen Bedeckung bzw. nach der totalen Bedeckung ist

Ist $i = 0$, dann sieht man auf den Pol des Sterns, und man beobachtet keine Rotationsverbreiterung.

Die Grenze für die Rotation folgt aus der Bedingung:

Schwerebeschleunigung = Zentrifugalbeschleunigung

$$\frac{GM}{R^2} = \frac{v_{\text{rot}}^2}{R} \qquad v_{\text{rot}} = 440\sqrt{M/R}\ \text{km/s} \tag{8.36}$$

Die Rotation ändert sich im Laufe der Sternentwicklung.

Protoplanetare Scheiben bremsen die Rotation. Mit dem Spitzer-Teleskop;[3] mit einem 0,85-m-Spiegel wird im IR beobachtet zwischen 3 und 180 μm hat man festgestellt, dass junge Sterne in der Orion-Nebel-Region (eine sogenannte „Sterne bildende Region", *star forming region*) dann langsamer rotieren, wenn es protoplanetare Scheiben um sie herum gibt, die sich durch IR-Strahlung bemerkbar machen. Sterne ohne erkennbare protoplanetare Scheiben dagegen rotieren rascher.

Stellare Rotation (Abb. 8.19) beeinflusst die Sternentwicklung und den Aufbau der Sterne.

Es gibt bereits einige 10^5 Sterne, deren $v \sin i$ bekannt ist:

- frühe Typen, also Spektraltyp O, B, A und frühes F: 50–400 km/s, also hohe Rotationsrate.
- späte Typen, also Spektraltyp G, K, M: rotieren langsamer, $v_{\text{rot}} \sin i < 50\,\text{km/s}$
- Trend im HRD: Rotationsrate nimmt mit der Masse der Sterne ab; je masseärmer, desto langsamer rotieren Sterne.

Durch Rotation werden Elemente durchmischt bzw. lassen sich Anomalien erklären; Rotation beeinflusst die Aktivität der Sterne (Sternflecken, Winde, …). Hohe Rotationsraten bewirken ein Austreten von Sternmaterie am Äquator, die sich in einer Hülle ansammelt *(shell stars)*.

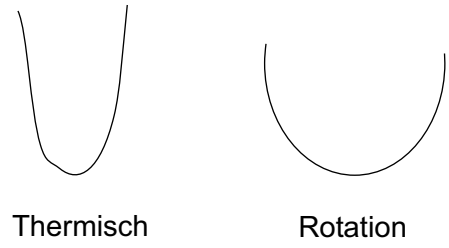


Abb. 8.19 Linienverbreiterung; thermisch (links) und durch Rotation eines Sterns (rechts)

[3] Gestartet 2003.

8.6.2 Magnetfelder

Die Richtung der Drehimpulsachse der Atome ist gequantelt; im Magnetfeld spalten die Terme auf → Linienaufspaltung, Zeeman-Effekt.

Mittels „Doppler Imaging“ (*Vogt, Penrod,* 1983) kann man auch *Sternflecken* als magnetisch aktive Gebiete nachweisen. Nehmen wir eine stellare photosphärische Linie, die durch die Rotation des Sternes dopplerverbreitet ist. Bewegt sich nun ein großer Sternfleck über die Sternscheibe infolge der Rotation, dann sieht man das im Spektrum. Durch den Fleck wird

1. Kontinuum nach unten verschoben auf gesamtes Linienprofil;
2. Komponente des Flecks dopplerverschoben infolge Rotation.
3. Gemessene Linie = 1–2; dabei wird an der Stelle der Dopplerverschiebung weniger Licht abgezogen.
4. → Heller „bump“ durch Fleck im Linienprofil (Abb. 8.20).

Eine weitere Möglichkeit, Sternflecken nachzuweisen, besteht durch das sogenannte *Zeeman-Doppler-Imaging* oder durch Beobachtung von Verfinsterungen von Sternflecken in aktiven Doppelsternen. Viele magnetisch aktive Sterne sind enge Doppelsternsysteme *(close binaries),* und eine oder beide Komponenten rotieren extrem rasch durch Gezeitenwechselwirkung.

Man kann auch in den *Balmerlinien* des Wasserstoffs Feinstrukturen erkennen, die auf Materiebewegungen in den stellaren Chromosphären bzw. Koronae schließen lassen → stellare Protuberanzen.

Hier eignet sich wieder die Wasserstofflinie Hα. Diese entsteht in Sternatmosphären meist in der Chromosphäre. Auch die Kalzium-Linien (H- und K-Linie) werden zur Bestimmung der magnetischen Aktivität von Sternen verwendet: Man misst dabei deren *Äquivalentbreite.*

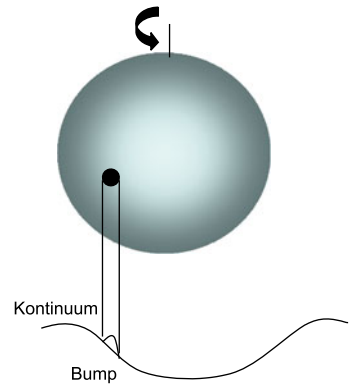


Abb. 8.20 Prinzip des Dopplerimaging zur Detektion von Sternflecken. Durch den Sternfleck erscheint das Linienprofil weniger tief (unten skizziert); durch Rotation des Sterns verändert sich die Lage dieses Bumps

Sternflecken, Protuberanzen usw. lassen sich nur durch spezielle spektroskopische Techniken nachweisen.

8.7 Besondere Sterne

Wir behandeln hier einige besondere Sterne; zunächst die besonders hellen Sterne (hell deshalb, weil sie uns entweder sehr nahestehen oder tatsächlich sehr hell leuchten); danach einige besondere Sterntypen wie bedeckungsveränderliche Sterne, bei denen es sogar zu einem *Massenaustausch* zwischen den Komponenten kommt.

8.7.1 Helle Sterne

Wir geben in der Tab. 8.6 die hellsten am nördlichen Sternenhimmel sichtbaren Sterne an.

Man vergleiche in Tab. 8.6 die tatsächlichen Leuchtkräfte der Sterne Deneb und Sirius! Lsg.: Als Maß für die Leuchtkraft verwenden wir die absolute Helligkeit.

$m - M = 5 \log r - 5$, wobei r in [pc]. Deneb: $m = 1{,}25$ und $r = 3227{,}7/3{,}26 = 990\,\text{pc}$ $\rightarrow M = -8{,}73$. Sirius: $M = 1{,}43$. Deneb ist daher um 10,15 Größenklassen heller als Sirius.

8.7.2 Algol und Bedeckungsveränderliche

Bedeckungsveränderliche Sterne *(eclipsing binaries)* wurden schon bei der Besprechung der Methoden zur Massen- und Durchmesserbestimmung von Sternen erwähnt. *Algol*[4] ist der zweithellste Stern im Sternbild Perseus (β Pers). Sein Name (Teufelsstern) kommt daher, dass er veränderlich ist (Tab. 8.7). Es handelt sich um ein Dreifachsystem; zwei Komponenten, die eng benachbart sind und sich von uns aus bedecken, werden von einer dritten weit entfernten umkreist. Bei den *Algolsternen* sind die sich bedeckenden Komponenten noch rund, also nicht verformt durch die gravitative Wechselwirkung, bei den *Beta-Lyrae-Sternen* (benannt nach dem Prototyp β Lyr) sind die beiden Komponenten elliptisch verformt. Die Daten von β Lyr findet man ebenfalls in Tab. 8.7.

Im Spektrum von β Lyr sieht man das Kontinuum mit Emissionslinien des B8-Riesen, ein Absorptionsspektrum des B5-Sternes und ein Emissionsspektrum. Im B8-Spektrum sieht man periodische Dopplerverschiebungen von $\pm 180\,\text{km/s}$, die Linien des B5-Spektrum zeigen keine Verschiebungen und entstammen der Gashülle.

[4] al-gu-l, der Dämon.

Tab. 8.6 Hellste Sterne am Nordhimmel

Name	Bezeichnung	Helligkeit (V)	Entf. [Lj]	Spektraltyp
Sirius	α CMa	−1,46	8,6	A1Vm
Arcturus	α Boo	−0,04	312,6	K1 III
Wega	α Lyr	0,03	25,3	A0V
Capella	α Aur	0,08	42,2	G5IIIe
Rigel	β Ori	0,12	772,5	B8a
Procyon	α CMi	0,38	11,4	F5IV-V
Beteigeuze	β Ori	0,50	427,3	M1Ia
Altair	α Aql	0,77	16,8	A7V
Aldebaran	α Tau	0,85	65,1	K5III
Antares	α Sco	0,96	603,7	M1I
Spica	α Vir	0,98	262,1	B1III
Pollux	β Gem	1,14	33,7	K0III
Fomalhaut	α PsA	1,16	25,1	A3V
Deneb	α Cyg	1,25	3227,7	A2Ia
Regulus	α Leo	1,35	77,5	B7V
Bellatrix	γ Ori	1,64	242,9	B2III

Tab. 8.7 Einige bekannte Bedeckungsveränderliche

Name, Bezeichnung	Entfernung [Lj]	Periode	Variation
Algol, β Per	93	2d 20h 48m	$2{,}^{\mathrm{m}}3 - 3{,}^{\mathrm{m}}5$
Sheliak, βLyr	1000	12,9 d	$3{,}^{\mathrm{m}}4 - 4{,}^{\mathrm{m}}6$

Die Roche-Sphäre *(Roche lobe)* ist der Bereich um einen Stern, innerhalb dessen die Materie gravitativ an den Stern gebunden ist. Bei einem Doppelstern kann es sein, dass sich eine der Komponenten über die Roche-Sphäre ausdehnt → Materie außerhalb der Roche-Sphäre fällt auf den anderen Stern. Der Punkt, an dem sich die Roche-Sphären der beiden Sterne M_1, M_2 berühren, entspricht dabei dem Lagrange-Punkt L1 (Abb. 8.21).

Bei den β-Lyr-Sternen erfüllt die B8-Komponente die Roche-Fläche, die zweite Komponente ist kleiner und weniger leuchtkräftig, besitzt jedoch die größere Masse. Kurz vor der Bedeckung der B8-Komponente werden sogenannte Satellitenlinien erzeugt, die rotverschoben sind. Diese entstehen durch die Rotation der Gasscheibe (Akkretion).

Bei den Algol-Sternen füllt eine Komponente die Roche-Grenze aus.

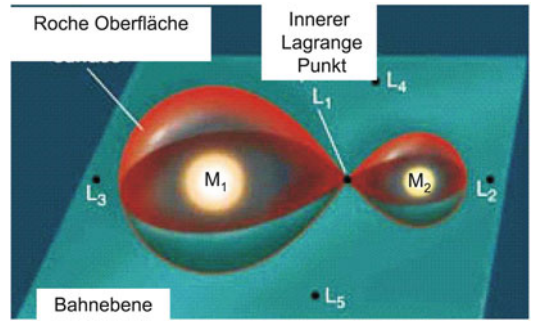


Abb. 8.21 Die Roche-Grenzen um zwei Sterne M_1, M_2, wobei $m_1 > m_2$. Sobald ein Stern seine Roche-Sphäre ausfüllt (bis zum Punkt L1), kommt es zum Massentransfer auf den anderen Stern

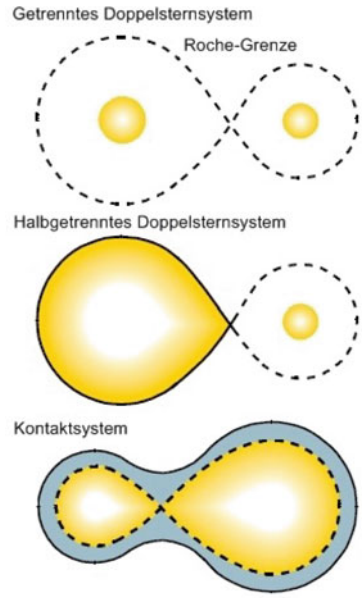


Abb. 8.22 Klassifikation von engen Doppelsternsystemen nach Kopal. Aus Sterne und Weltraum

Enge Doppelsternsysteme werden folgendermaßen klassifiziert (Abb. 8.22):

- D, *detached,* getrennte Systeme; die beiden Massen M_1, M_2 sind wesentlich kleiner als die Roche-Grenzfläche.
- SD, *semi detached,* halbgetrennte Systeme. Eine Komponente reicht bis zur Grenzfläche.
- C, *contact,* Kontaktsysteme, beide Komponenten erreichen die Grenzfläche.

Die *W-Ursae-Majoris-Sterne* sind kurzperiodische Kontaktsysteme.

Man kann abschätzen, wie groß der Massentransfer ist, durch eine Messung der Änderung der Periode.

8.8 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.
Astrophysics for Physicists, A.R. Chourdhuri, Cambridge Univ. Press 2010
An Introduction to Modern Astrophysics, B.W. Caroll, D.A. Ostlie, Cambridge Univ. Press, 2017
Astrophysics – a very short Introduction, J. Binney, Oxford Univ. Press, 2016
An Introduction to Stellar Astrophysics, F. LeBlanc, Wiley, 2010

Aufgaben

8.1 Man berechne die absolute Helligkeit der Sonne: $m = -26{,}7$, Entfernung der Sonne in pc = 1/206.265.

Lösung
$M = -5 \log r + 5 + m = -5 \log(1/206.265) + 5 - 26{,}7 = 4{,}87$

8.2 Man nehme einen kühlen Überriesen mit $T = 3000$ K mit einer Leuchtkraft von $10^4 L_\odot$. Wie groß ist er?

Lösung
$R_* = 400\, R_\odot$.

8.3 Eine Galaxie besitze eine absolute Helligkeit von -20^{M}. Wie hell erscheint sie uns in einer Entfernung von a) 1 Mpc, b) 1000 Mpc?

Lösung
a) 5^{m}, b) 20^{m}.

8.4 Man diskutiere, welche(s) Vorzeichen die bolometrische Korrektur hat.

Lösung
Stets negativ.

8.5 Aldebaran (α Tau) hat $\alpha = 0{,}023''$. Die Distanz d beträgt 20,8 pc. Man berechne den wahren Durchmesser.

Lösung
$D = (1{,}1 \times 10^{-7})(20{,}8\,\text{pc}) = 2{,}3 \times 10^{-6}\,\text{pc} = 7{,}2 \times 10^{7}\,\text{km}$. Somit besitzt Aldebaran den 50-fachen Sonnendurchmesser.

8.6 Man berechne die relativistische Rotverschiebung für unsere Sonne.

Lösung
$\Delta\lambda/\lambda = 10^{-6}$.

Sternatmosphären

9

Inhaltsverzeichnis

9.1 Quantenmechanische Beschreibung 348
9.2 Anregung und Ionisation 356
9.3 Strahlungstransport 360
9.4 Absorptionskoeffizienten 367
9.5 Linienprofile 371
9.6 Analyse von Sternspektren 375
9.7 Sternatmosphärenmodelle 378
9.8 Asteroseismologie 382
9.9 Weiterführende Literatur 387
Aufgaben 387

Der Begriff Sternatmosphäre ist sehr weitläufig: Man versteht darunter im Prinzip diejenigen Schichten eines Sterns, in denen die Spektrallinien erzeugt werden. Dies ist z. B. in unserer *Sonne* im Wesentlichen die nur 400 km dicke *Photosphäre,* aber auch in der einige 10.000 km ausgedehnten *Chromosphäre* und der noch wesentlich weiter reichenden *Korona* entstehen Spektrallinien.

Die Physik der Sternatmosphären behandelt die Entstehung und Interpretation von Spektren → qualitative und quantitative Spektralanalyse. Zunächst wollen wir eine quantenmechanische Beschreibung der Emissions-Absorptions-Prozesse skizzieren.

Wichtige Inputparameter für die Physik der Sternatmosphären sind Temperatur sowie Schwerebeschleunigung.

Die Homogenität von Sternatmosphären ist nicht mehr gegeben, sobald man z. B. Randverdunkelung berücksichtigt oder große Flecken. Magnetfelder oder stellare Winde bewirken ebenfalls eine Anisotropie des Plasmas.

Sonne: Atmosphäre (Photosphäre) sehr dünn, planparallele Näherung möglich.
Überriesen: Atmosphäre extrem ausgedehnt, deshalb sphärische Modelle besser.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_9

9.1 Quantenmechanische Beschreibung

In diesem Abschnitt wollen wir eine kurze Übersicht über die quantenmechanische Beschreibung eines Teilchens geben, um die Entstehung der Spektrallinien zu verstehen, sowie die quantenmechanischen Parameter zur Beschreibung der Elektronenkonfiguration.

9.1.1 Beschreibung eines Teilchens

$\psi(x, y, z, t)$ sei eine komplexe Funktion, mit der der Zustand eines Teilchens quantenmechanisch vollständig beschrieben werden kann.

Die Wahrscheinlichkeit $dw(x, y, z, t)$, ein Teilchen zur Zeit t am Ort $\mathbf{r} = (x, y, z)$ zu finden, ist in der Quantenmechanik durch das Betragsquadrat der *Wellenfunktion* gegeben:

$$dw(x, y, z, t) = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV \tag{9.1}$$

Die Normierung besagt einfach, dass die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen irgendwo zu finden, gleich 1 sein muss:

$$\int |\psi^2| dV = 1 \tag{9.2}$$

9.1.2 Schrödinger-Gleichung

Die klassische *Energie* ist gegeben durch die Summe aus kinetischer und potenzieller Energie:

$$E = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(\mathbf{r}, t) \tag{9.3}$$

In der quantenmechanischen Beschreibung ersetzt man Energie und Impuls durch die *Operatoren:*

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \tag{9.4}$$

$$p \rightarrow -i\hbar \nabla \tag{9.5}$$

Den Operator auf der rechten Seite der Schrödinger-Gleichung bezeichnet man auch als *Hamilton-Operator* und bezeichnet ihn mit H. Mit diesem lautet die *Schrödinger-Gleichung* einfach

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\mathbf{r},t) = H\psi(\mathbf{r},t) \tag{9.6}$$

bzw.:

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\mathbf{r},t) = \frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\mathbf{r},t) + V(\mathbf{r},t)\psi(\mathbf{r},t) \tag{9.7}$$

Die Schrödinger-Gleichung ist eine nicht relativistische Gleichung. Will man z. B. den Spin verstehen, benötigt man die relativistische Dirac-Gleichung (sie sagt u. a. den Spin des Elektrons voraus sowie Antiteilchen[1]).

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \left(c\alpha\mathbf{p} + \beta mc^2\right)\psi \tag{9.8}$$

Und $\alpha = \left(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z\right)$ besteht aus 4×4-Matrizen und $\mathbf{p} = \frac{\hbar}{i}\nabla$.

$$\beta = \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&-1&0\\ 0&0&0&-1 \end{pmatrix} \qquad \alpha_x = \begin{pmatrix} 0&0&0&1\\ 0&0&1&0\\ 0&1&0&0\\ 1&0&0&0 \end{pmatrix} \tag{9.9}$$

$$\alpha_y = \begin{pmatrix} 0&0&0&-i\\ 0&0&i&0\\ 0&-i&0&0\\ i&0&0&0 \end{pmatrix} \qquad \alpha_z = \begin{pmatrix} 0&0&1&0\\ 0&0&0&-1\\ 1&0&0&0\\ 0&-1&0&0 \end{pmatrix} \tag{9.10}$$

9.1.3 Wellenfunktionen für Wasserstoff

Die Schrödinger-Gleichung lässt sich analytisch lösen, wenn man *Polarkoordinationen* r, Θ, Φ verwendet (Abb. 9.1). Man separiert die Wellenfunktion in

$$\psi(r,\Theta,\Phi) = R_{\mathrm{nl}}(r)Y_{\mathrm{lm}}(\Theta,\Phi) \tag{9.11}$$

- radiale Lösungen: $R_{\mathrm{nl}} \rightarrow$ *Laguerre-Polynome.* Das Quadrat gibt wieder die Wahrscheinlichkeiten an, in welchem Abstand man das Teilchen findet.
- Y_{lm} *Kugelflächenfunktionen.*

[1] Entdeckung des Positrons 1932.

Die Laguerre-Polynome sind Lösungen der Laguerre'schen Differenzialgleichung

$$x\,y''(x) + (1-x)\,y'(x) + ny(x) = 0 \qquad n = 0, 1, \ldots \tag{9.12}$$

Und man findet:

$$\begin{aligned} L_0(x) &= 1 \\ L_1(x) &= -x + 1 \\ L_2(x) &= \frac{1}{2}\,(x^2 - 4\,x + 2) \\ L_3(x) &= \frac{1}{6}\,(-x^3 + 9\,x^2 - 18\,x + 6) \end{aligned}$$

bzw. die Formel von *Rodriguez:*

$$L_n(x) := \frac{e^x}{n!}\,\frac{d^n}{dx^n}(x^n e^{-x}) \tag{9.13}$$

Für die zugeordneten Laguerre-Polynome lautet die DGl.:

$$z\,y''(x) + (k+1-x)\,y'(x) + (p-k)\,y(x) = 0 \tag{9.14}$$

wobei $n = 0, 1, \ldots k \leq n$, und man findet:

$$\begin{aligned} L_0^k(x) &= 1 \\ L_1^k(x) &= -x + k + 1 \\ L_2^k(x) &= \frac{1}{2}\,\left[x^2 - 2\,(k+2)\,x + (k+1)(k+2)\right] \end{aligned}$$

Die Formel von *Rodriguez* lautet:

$$L_n^k(x) = \frac{e^x\,x^{-k}}{n!}\,\frac{d^k}{dx^k}\,(e^{-x}\,x^{n+k}). \tag{9.15}$$

Im Radialteil der Wellenfunktion steht dann:

$$R_{\mathrm{nl}}(r) = D_{\mathrm{nl}}\,e^{-\kappa\,r}\,(2\,\kappa\,r)^l\,L_{\mathrm{n+l}}^{2\,l+1}(2\,\kappa\,r) \tag{9.16}$$

Dabei ist D_{nl} eine Normierungskonstante, κ eine charakteristische Länge und n die Hauptquantenzahl, l die Bahndrehimpulsquantenzahl.

Die Kugelflächenfunktionen *(spherical harmonics)* sind wie folgt definiert:

$$Y_{\mathrm{lm}}(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} N_{lm} P_{lm}(\cos\theta) e^{im\phi} \tag{9.17}$$

wobei $P_{\mathrm{lm}}(x)$ die zugeordneten Legendre-Polynome sind:

$$P_{\mathrm{lm}}(x) := \frac{(-1)^m}{2^l l!} (1 - x^2)^{\frac{m}{2}} \left(\frac{\partial}{\partial x} \right)^{l+m} (x^2 - 1)^l \tag{9.18}$$

und N_{lm} die Normierungsfaktoren:

$$N_{\mathrm{lm}} = \sqrt{\frac{2\,l + 1}{2} \cdot \frac{(l - m)!}{(l + m)!}} \tag{9.19}$$

Für gebundene Zustände lautet die Lösung der Schrödinger-Gleichung:

$$E_n = -\frac{\mu Z^2 e^4}{8\, h^2 \epsilon_0^2} \frac{1}{n^2} = -R \frac{Z^2}{n^2} \tag{9.20}$$

Für die Übergänge eines Elektrons zwischen zwei Zuständen n_1, n_2 (siehe Tab. 9.1) findet man folgende Wellenlänge der Emission bzw. Absorption eines Photons:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{hc} \left(E_{n_1} - E_{n_2} \right) = R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \tag{9.21}$$

R_H ist die *Rydberg-Konstante.* Es gilt

$$R_H = \frac{\mu}{m_e} R_\infty = \left(\frac{M_{\mathrm{H}}}{M_{\mathrm{H}} + m_e} \right) R_\infty \tag{9.22}$$

und $R_\infty = 109737{,}31\,\mathrm{cm}^{-1}$.

Neben Wasserstoff kommt im Universum auch Deuterium vor, allerdings nur mit etwa 2×10^{-4} der Wasserstoffhäufigkeit. Die Rydberg-Konstante für Deuterium ist:

$$R_D = \frac{\mu_D}{\mu_{\mathrm{H}}} R_H \tag{9.23}$$

und die reduzierten Massen betragen:

$$\mu_{\mathrm{H}} = \frac{M_{\mathrm{H}} + m_e}{m_{\mathrm{H}} m_e} \qquad \mu_{\mathrm{D}} = \frac{M_D + m_e}{M_D + m_e} \tag{9.24}$$

und $\mu_{\mathrm{H}}/\mu_{\mathrm{D}} = 1{,}00027$. Daraus folgt für die Wellenzahlen der Hα-Linie:
H: 15238,7 cm^{-1} D: 15233 cm^{-1}.

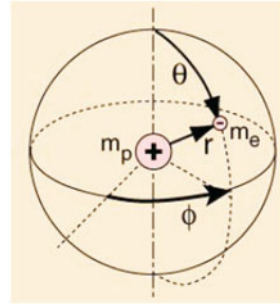


Abb. 9.1 Wasserstoffatom, im Zentrum befindet sich das Proton, p^+, Masse m_p, umgeben von einem Elektron e^-, Masse m_e

9.1.4 Quantenzahlen

Man hat vier Quantenzahlen:

- drei Quantenzahlen geben Raumgeometrie,
- die 4. Quantenzahl den Spin.

Somit also:

- $R(r)$ *Hauptquantenzahl,* $n = 1, 2, 3, \ldots$
- $\Theta(\theta)$: Orbitalzahl, $l = 0, 1, 2, \ldots n-1$; kennzeichnet den *Bahndrehimpuls* des Elektrons, gibt die Form des Orbitals an.

Tab. 9.1 Wasserstoffatom: Wichtige Übergänge

Serie		n_i	n_j	λ
Lyman	Lα	1	2	121,6 nm
	Lβ	1	3	102,6
	Lγ	1	4	97,3
	Lδ	1	5	94,9
Balmer	Hα	2	3	656,3
	Hβ	2	4	486,1
	Hγ	2	5	434,0
	Hδ	2	6	410,2
Paschen	Pα	3	4	1875,1
	Pβ	3	5	1281,8
	Pγ	3	6	1093,8
	Pδ	3	7	1005,0

- $\Phi(\phi)$: *magnetische Quantenzahl,* $-l, -l+1, \ldots, l-1, l$; $2l+1$ Werte
- $m_s = \pm\frac{1}{2}$ *Spinquantenzahl.*

Im Bereich der IR-Spektroskopie sind noch die *Rotationsquantenzahl* J sowie die *Schwingungsquantenzahl* v wichtig, und k beschreibt die *Präzessionsbewegung* eines Moleküls um seine Rotationsachse. Weiterhin gibt es auch noch die *Kernspinquantenzahl.*

Bei der IR-Spektroskopie spielt die Anregung der Moleküle eine wichtige Rolle: Diese können schwingen oder rotieren, aber stets ist die Quantelung zu beachten.

9.1.5 Elektronenkonfigurationen

Pauli-Prinzip: In einer *Quantenzelle* müssen sich Elektronen in mindestens einer Quantenzahl unterscheiden. Deshalb verteilen sich alle Elektronen in einem Atom auf verschiedene Zustände.

Eine Zusammenfassung ist in Tab. 9.2 gegeben.

Die Hauptquantenzahlen definieren die *Schalen;* die Nebenquantenzahlen definieren die Unterschalen.

Jede Schale kann maximal mit $2n^2$ Elektronen besetzt werden, und man bezeichnet die Schalen mit K (für $n = 1$), L (für $n = 2$), M (für $n = 3$) usw. Die äußerste Schale bestimmt das chemische Verhalten *(Valenzschale)*. Die Besetzung erfolgt in dieser Reihenfolge:

1. 1 s
2. 2 s 2p
3. 3 s 3p
4. 4 s 3d 4p (Hund'sche Regel)…

Tab. 9.2 Quantenzahlen und Orbitale

Quantenzahl	Zeichen	Bereich	Bezeichnung
Hauptquantenzahl	n	1,2,3,…	K,L,M,…
Nebenquantenzahl	l	0,…,n−1	s,p,d,f,…
Magnetische Quantenzahl	m	−l,…,l	
Spinquantenzahl	s	−1/2,+1/2	

Die Elektronenkonfiguration ist wichtig für die Kennzeichnung der Strahlungsübergänge. Nehmen wir an, in der 2. Unterschale der 2. Schale gibt es fünf Elektronen, dann werden diese wie folgt angegeben:

$2p^5$

Dabei steht p für die 2. Unterschale.

9.1.6 Wasserstoff-Feinstruktur

Der *Elektronenspin* ist eine Folge der relativistischen Behandlung der Quantenmechanik → Kopplung zwischen Bahndrehimpuls l und Spin $s \Rightarrow$ Gesamtdrehimpuls j des Elektrons.

Wasserstoff: $s = 1/2$, daher für $l \neq 0 : j = l \pm 1/2$.

Daneben gibt es noch die *Hyperfeinstruktur.* Dabei ist der *Kernspin, i*, zu berücksichtigen. Somit hat man

$$f = j \pm \frac{1}{2} \tag{9.25}$$

Durch den Kernspin kann der Grundzustand in zwei Levels $f = 0$ bzw. $f = 1$ gespalten werden. Dabei beträgt die Energiedifferenz nur 6×10^{-6} eV, und der Übergang entspricht einer Frequenz von 1420,4 MHz oder einer Wellenlänge von 21 cm (Kapitel über Galaxien) (Abb. 9.2).

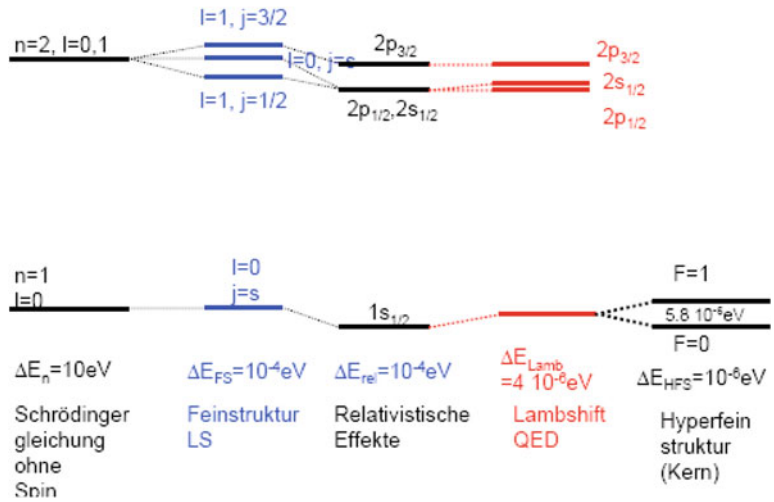


Abb. 9.2 Feinstruktur bzw. Hyperfeinstruktur beim Wasserstoffatom

9.1.7 Komplexe Atome

Für ein Atom mit N Elektronen und Ladungszahl Z lautet die Schrödinger-Gleichung:

$$\left[\sum_{i=1}^{N}\left(-\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla_i^2-\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_i}\right)+\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j|}-E\right]\psi(\mathbf{r}_1,\ldots\mathbf{r}_N)=0 \quad (9.26)$$

In der ersten Summe stehen die kinetische Energie sowie die Coulomb-Anziehung zwischen Elektron und Atomkern. In der zweiten Summe steht der Ausdruck für die Abstoßung zwischen Elektron-Elektron. Dadurch wird die Gleichung nicht mehr analytisch lösbar.

Atomionen, welche dieselbe Anzahl von Elektronen enthalten, gehören zur sogenannten isoelektronischen Serie.

Eine Aufspaltung der Spektrallinien[2] entsteht durch die Wechselwirkung des Bahndrehimpulses eines Elektrons mit dem Spin, was als Spin-Bahn-Koppelung bezeichnet wird. Durch den Elektronenspin besitzt das Elektron ein magnetisches Moment. Dies ist gekoppelt an das magnetische Moment des Kerns → für eine Spinrichtung erhöht sich die Energie, für eine andere verringert sie sich. → Zunahme der Anzahl der Energieniveaus, daher mehr Linien.

Man unterscheidet:

- leichte Atome (z. B. C): Spin-Bahn-Koppelung, LS-Koppelung (Russel-Saunders-Koppelung). Hier ist die elektrostatische Wechselwirkung aller Elektronen groß im Vergleich zur Spin-Bahn-Wechselwirkung einzelner Elektronen. Damit wird die Spin-Bahn-Koppelung eines Elektrons aufgebrochen, und der Gesamtimpuls ist:

$$\mathbf{J}=\sum_i \mathbf{l}_i+\sum_i \mathbf{s}_i \quad (9.27)$$

- jj-Koppelung gilt für schwere Atome. Die elektrostatische Wechselwirkung aller Elektronen ist klein im Vergleich zur Summe aller Spin-Bahn-Wechselwirkungen einzelner Elektronen:

$$\mathbf{J}=\sum_i \mathbf{j}_i \quad (9.28)$$

[2] Sehr bekannt: Aufspaltung der D-Linie des Na.

9.2 Anregung und Ionisation

In diesem Abschnitt behandeln wir die Verteilung der Elektronen/Atome auf die verschiedenen

- Anregungszustände: dies führt zur Boltzmann-Formel,
- Ionisationszustände: dies führt zur Saha-Formel.

Damit kann man dann erklären, weshalb in sehr heißen Sternatmosphären Wasserstofflinien nur schwach sichtbar sind.

9.2.1 Thermodynamisches Gleichgewicht

Im thermodynamischen Gleichgewicht, TE, wird die innere Energie durch Stöße gleichmäßig auf alle Teilchen verteilt.

Beispiel für ein Nichtgleichgewicht: Ein extrem dünn verteiltes Gas (z. B. interstellare Materie); dort kommt es wegen der geringen Dichte kaum zu Stößen; ebenso wenig in dünnen Atmosphären (Korona der Sonne usw.).

Im TE kann man Teilchengeschwindigkeiten durch die *Maxwell-Verteilung*[3] angeben:

$$F(v) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{m_M}{kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{m_M v^2}{2kT}\right) \tag{9.29}$$

Dabei ist $F(v)$ die Verteilungsfunktion der Geschwindigkeiten, m_M die Teilchenmasse, $k = 1{,}38 \times 10^{-23}\,\mathrm{JK}^{-1}$ Boltzmann-Konstante. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilchen eine Geschwindigkeit im Intervall v_1, v_2 besitzt, errechnet sich aus

$$w = \int_{v_1}^{v_2} F(v)dv \tag{9.30}$$

und der Anteil der Teilchen in einem kleinen Geschwindigkeitsintervall Δv ist näherungsweise

$$f = F(v)\Delta v \tag{9.31}$$

Die wahrscheinlichste Geschwindigkeit ergibt sich aus dem Maximum der Verteilungsfunktion, d. h. man setzt die Ableitung der Gl. 9.29 gleich null.

[3] 1860 Maxwell, Boltzmann.

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2kT}{m_M}} \tag{9.32}$$

Das quadratisch gemittelte Geschwindigkeit findet man aus der kinetischen Gastheorie:

$$pV = \frac{1}{3} n M \bar{v}^2 \qquad pV = n\Re T \tag{9.33}$$

Daher

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3\Re T}{M}} \tag{9.34}$$

Eine Verdoppelung der Temperatur erhöht die quadratisch gemittelte Geschwindigkeit um den Faktor $\sqrt{2}$.

Für die mittlere kinetische Energie pro Teilchen findet man:

$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} kT \tag{9.35}$$

Die Maxwell-Verteilung gilt für thermodynamisches Gleichgewicht.

9.2.2 Boltzmann-Formel

Wir gehen von einem thermischen Gleichgewicht aus. Der mittlere Zustand der Atome soll sich nicht ändern. Jede Anregung, bei der ein Elektron von einem Niveau A auf ein Niveau B springt, wird durch einen Übergang von B nach A kompensiert, man hat daher das Gleichgewicht:

$$A \to B = B \to A \tag{9.36}$$

N_A, N_B seien die Zahl der Atome im Zustand A bzw. B, wobei der Zustand B eine höhere Energie als A haben soll, $B > A$.

Die Boltzmann-Formel gibt die Verteilung auf die verschiedenen Anregungszustände[4] an:

$$\frac{N_B}{N_A} = \frac{g_B}{g_A} \exp[(E_A - E_B)/kT] \tag{9.37}$$

[4] *Ludwig Boltzmann,* 1844–1906.

g ist die Multiplizität des Niveaus *(statistisches Gewicht)* und E die Energie. Man beachte:

1. N_B/N_A nimmt mit zunehmender Temperatur zu.
2. Ist die Temperatur gegeben, dann nimmt N_B/N_A zu, wenn $E_B - E_A$ abnimmt zwischen zwei Energieniveaus.
3. In der Plasmaphysik rechnet man oft mit:

$$\frac{1\text{eV}}{k} = \frac{1{,}60 \times 10^{-19}\,\text{J}}{1{,}38 \times 10^{-23}\,\text{J/K}} = 11.604\,\text{K} \tag{9.38}$$

4. Nehmen wir ein Gasvolumen mit H- und He-Atomen. Beide Atome erzeugen Spektrallinien, doch welche Linien sind stärker? Die Anzahl der H-Atome im Zustand 2 im Vergleich zum Zustand 1 sei $N_2/N_1 = 1/10$. Das Verhältnis N_2/N_1 für He wird aber sehr viel niedriger sein, da andere (höhere) Anregungsenergien nötig sind.

Die Stärke einer Linie hängt daher vom Element und von der Temperatur T ab.

Untersuchen wir den Einfluss der Temperatur auf die Verteilung der Wasserstoffatome in einer Sternatmosphäre im Grundzustand und im ersten angeregten Zustand.

1. Anzahl der Wasserstoffatome im Grundzustand N_0, statistisches Gewicht $g_0 = 2$.
2. Anzahl der Wasserstoffatome im ersten angeregten Zustand N_1, statistisches Gewicht $g_1 = 8$.

Weiter gilt $E_1 - E_0 = 10{,}2\,\text{eV}$, und aus der Boltzmann-Formel

$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{g_1}{g_0}\exp(-(E_1 - E_0)/(kT)) \tag{9.39}$$

bekommen wir mit $T = 3000\,\text{K}$:

$$\begin{aligned}\frac{N_1}{N_0} &= \frac{8}{2}\exp\left(-\frac{10{,}2 \times 1{,}6 \times 10^{-19}}{1{,}38 \times 10^{-23} \times 3000}\right)\\ &= 3 \times 10^{-17}\\ T &= 6000\,\text{K} : 10^{-8}\\ T &= 12.000\,\text{K} : 10^{-4}\end{aligned}$$

Bis zu einer Temperatur von etwa 10 000 K nimmt die Intensität der Spektrallinie nach dieser Formel zu, was mit den Beobachtungen übereinstimmt. Bei höheren Temperaturen ist jedoch zu berücksichtigen, dass auch die Ionisation zunimmt!

9.2.3 Saha-Gleichung

Bei höheren Temperaturen werden die Atome ionisiert. Ein heißes Gas besteht daher aus neutralen Atomen, Ionen und freien Elektronen. Je größer die Elektronendichte N_e, desto höher wird die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ion ein Elektron einfängt und neutral wird. Deshalb sind zwei Prozesse relevant für die Verteilung auf die verschiedenen Ionisationszustände:

- Ionisation
- Rekombination

Wenn die Rate der Ionisation gleich der Rate der Rekombination ist, dann hat man wiederum ein Gleichgewicht:

$$X \rightleftharpoons X^+ + e^- \tag{9.40}$$

Der indische Physiker *Saha* hat die nach ihm benannte Gleichung aufgestellt: N_{i+1} sei die Zahl der Ionen im $(i+1)$-ten Ionisationszustand, N_i die Zahl der Ionen im i-ten Ionisationszustand, χ_i das Ionisationspotenzial.

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{A(kT)^{3/2}}{N_e} \exp\left(-\chi_i/kT\right) \tag{9.41}$$

In A stehen atomare Konstanten sowie die Zustandssummen, die sich aus den statistischen Gewichten ergeben.

Wir betrachten N_+/N_0 für Wasserstoff als Funktion der Temperatur. Man findet, dass unterhalb 7000 K der meiste H neutral ist. Das Verhältnis N_2/N_1 nimmt mit T zu, aber bei hoher T gibt es keine neutralen H-Atome mehr. Die Kurve N_2/N erreicht bei 10 000 K ein Maximum. Die Übergänge von $n > 2$ zu $n = 2$ nennt man *Balmer-Serie.* Die Stärke der Balmerlinien ist bei $T = 10\,000$ K am größten.

Die allgemeine Form der Sahagleichung lautet (u_i Zustandssumme, P_e Elektronendruck):

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} P_e = 2\frac{u_{i+1}}{u_i} \frac{(2\pi m_e)^{3/2}(kT)^{5/2}}{h^3} \exp\left(-\frac{\chi_i}{kT}\right) \tag{9.42}$$

Logarithmisch geschrieben:

$$\log\left(\frac{N_{i+1}}{N_i} P_e\right) = -\chi_i \Theta + \frac{5}{2}\log T - 0{,}48 + \log\frac{2u_{i+1}}{u_i} \tag{9.43}$$

Dabei wird P_e in dyn (1 dyn = 1 cm g s^{-2} = 10^{-5} N) angegeben, χ in eV und $\Theta = 5040/T$.

Man kann eine sehr einfache Abschätzung über die Temperatur einer Sternatmosphäre machen. Nehmen wir an, ein bestimmtes Ion kommt sehr häufig vor, d. h. die zugehörige Spektrallinie ist sehr stark. Dann wird dessen Ionisationspotenzial $\approx kT$ sein.

9.3 Strahlungstransport

Der Transport der Strahlung wird durch eine Transportgleichung beschrieben. In diese gehen ein (i) Emission, (ii) Absorption; beide Prozesse werden durch makroskopische Koeffizienten beschrieben.

9.3.1 Transportgleichung

Innerhalb einer Sternatmosphäre erfolgt ein Energiestrom nach außen. Energietransport ist prinzipiell möglich durch:

- Wärmeleitung,
- Strahlung,
- Konvektion.

Beim Strahlungstransport, der für die Physik der Sternatmosphären am wichtigsten ist, werden die Photonen fortlaufend absorbiert und anschließend in alle Richtungen reemittiert. Dadurch erreicht den Beobachter weniger Intensität, und man sieht dunkle Spektrallinien. Wichtig ist dabei der Temperaturgradient, also der Betrag, um den die Temperatur mit der Höhe abnimmt. Man hat tiefer liegende und heißere Schichten, die den höher gelegenen, kühleren Schichten Energie zustrahlen.

Wir untersuchen nun die wichtigsten Gesetze dieses Strahlungstransportes. Das Strahlungsfeld kann man durch die Intensität I_ν charakterisieren. Allgemein hängt diese auch von der Richtung der Strahlung ab. Die Frequenzabhängigkeit wird durch den Index ν beschrieben. Die Strahlungsenergie dE_ν, die im Frequenzintervall $[\nu, \nu + d\nu]$ während der Zeit dt durch eine senkrechte Fläche dF in den Raumwinkel $d\omega$ geht, beträgt:

$$dE_\nu = I_\nu dt dF d\omega d\nu \tag{9.44}$$

Man beachte: Im exakten thermischen Gleichgewicht ist die Strahlung unabhängig von der Strahlungsrichtung, daher isotrop. Die Intensitätsverteilung ist dann durch die Planck-Funktion gegeben:

$$I_\nu = B(\nu, T) \tag{9.45}$$

Nun machen wir eine Bilanz: Was passiert beim Durchgang der Strahlung durch eine dünne Materieschicht der Dicke ds (Abb. 9.3)?
→ **Absorption:** Die Änderung der Intensität beim Durchgang von ds beträgt:

$$dI_\nu = -I_\nu \kappa_\nu ds \tag{9.46}$$

Dazu haben wir den *Absorptionskoeffizienten* κ_ν eingeführt. Dieser hat die Dimension $1/L$, $L \ldots$ Länge, und ist eine Funktion von chemischer Zusammensetzung der Materie sowie vom Ionisations- und Anregungsgrad, also von T und P (vgl. Saha-Gleichung).
→ **Emission:** Diese bewirkt eine Erhöhung der Intensität, und wir führen den *Emissionskoeffizienten* ϵ_ν ein:

$$dI_\nu = \epsilon_\nu ds \tag{9.47}$$

Auch hier ist dieser Koeffizient wieder von Temperatur und Druck abhängig.

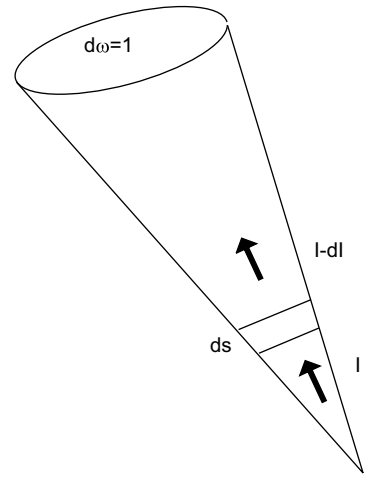


Abb. 9.3 Änderung der vom Sterninneren kommenden Instensität I beim Durchgang durch eine Schicht ds. Durch die Absorption ändert sich die Intensität auf $I - dI$

Herrscht thermisches Gleichgewicht, dann gilt:

$$\frac{\epsilon_\nu}{\kappa_\nu} = B(\nu, T) \tag{9.48}$$

was als *Kirchhoff'scher Satz* bezeichnet wird. Man beachte:

Allgemein ist eine Sternatmosphäre nicht im thermischen Gleichgewicht, denn dies würde für jede Tiefe die gleiche Temperatur T und isotrope Strahlung bedeuten.

In Wirklichkeit beobachten wir einen Netto-Strahlungsstrom nach außen, und die Temperatur sinkt ab. Verwendet man lokal die Näherung für thermisches Gleichgewicht, dann spricht man von einem *lokalen thermischen Gleichgewicht, LTE (local thermodynamic equilibrium)*.

Nun vervollständigen wir die Bilanz: Die Änderung der Intensität dI_ν beim Durchgang durch eine Schicht ds ist gleich Emission − Absorption:

$$dI_\nu = -I_\nu \kappa_\nu ds + \epsilon_\nu ds \tag{9.49}$$

Dies dividieren wir durch ds: $\frac{dI_\nu}{ds} = -I_\nu \kappa_\nu + \epsilon_\nu$.

Man führt die *optische Tiefe* τ_ν ein:

$$\tau_\nu = \int \kappa_\nu ds \tag{9.50}$$

Hat man nur eine Absorption, so folgt aus 9.49:

$$\begin{aligned} dI_\nu &= -I_\nu \kappa_\nu ds \\ -\int dI_\nu / I_\nu &= \int \kappa_\nu ds = \tau_\nu \\ I_\nu &= I_{\nu,0} e^{-\tau_\nu} \end{aligned}$$

Grenzfälle:

- $\tau_\nu \ll 1$ *optisch dünn,*
- $\tau_\nu \gg 1$ *optisch dick.*

Schätzen wir die Dicke der Sonnenphotosphäre ab. Der Mittelwert für den Absorptionskoeffizienten beträgt:[5] $\bar{\kappa} = 3 \times 10^{-8}\,\mathrm{cm}^{-1}$. Bei einer optischen Tiefe von 1 fällt gemäß obiger Formel die Intensität auf den $(1/e)$-ten Teil ab. Deshalb finden wir die Dicke der Photosphäre Δs aus der Beziehung

[5] Mittelung erfolgt über alle Frequenzen ν.

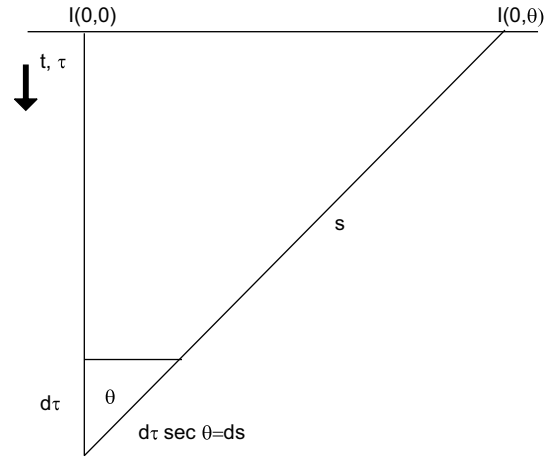


Abb. 9.4 Zusammenhang zwischen optischer Tiefe τ, geometrischer Tiefe t bzw. geometrischer Tiefe s, gesehen unter einem Winkel Θ

$$\bar{\kappa}\Delta s = \tau \sim 1$$

und somit $\Delta s = 300\,\text{km}$.

Gehen wir nochmals zurück zu unseren Betrachtungen über die Strahlungsintensität. Nehmen wir an, unser Flächenelement dF bilde mit der Normalen einen Winkel θ. Die Tiefe t und die Wegstrecke s hängen zusammen über (Abb. 9.4):

$$\cos\theta = -d\tau/ds \tag{9.51}$$

Unter Anwendung des Kirchhoff'schen Satzes findet man:

$$\cos\theta \frac{dI_\nu(t,\theta)}{d\tau_\nu} = I_\nu(t,\theta) - B_\nu(T(t)) \tag{9.52}$$

Bei Strahlungsgleichgewicht ist der Strahlungsstrom unabhängig von der Tiefe t :

$$F = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\nu=0}^{\infty} I_\nu(t,\theta)2\pi\cos\theta\sin\theta d\theta d\nu = \sigma T_{\text{eff}}^4 \tag{9.53}$$

An der Sternoberfläche verschwindet die einfallende Strahlung, also $I_\nu(0,\Theta)$ für $0 < \theta < \pi/2$. Die Lösung wird einfach, wenn man annimmt, dass der Absorptionskoeffizient von der Frequenz unabhängig ist: Dies wird als *graue Sternatmosphäre* bezeichnet. Man kann auch einen gemittelten Absorptionskoeffizienten annehmen, z. B. den *Rosseland'schen Opazitätskoeffizienten:*

$$\bar{\tau} = \int_{-\infty}^{t} \bar{\kappa} dt \tag{9.54}$$

9.3.2 Lösungen der Transportgleichung

Führt man die *Ergiebigkeit* (engl. *source function*) ein:

$$S_\nu = \epsilon_\nu / \kappa_\nu, \tag{9.55}$$

dann lautet die Strömungsgleichung:

$$\cos\theta \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu(\tau, \theta) - S_\nu(\tau) \tag{9.56}$$

In der amerikanischen Literatur findet man oft: $\mu = \cos\theta$. Zur Lösung setzt man:

$$\sec\theta = 1/\cos\theta \qquad \tau/\cos\theta = \tau \sec\theta = \xi$$

und setzt dies in die Transportgleichung ein:

$$\frac{dI}{d\xi} - I = -S$$

Nun multiplizieren wir diese mit dem integrierenden Faktor $e^{-\xi}$:

$$\frac{d(Ie^{-\xi})}{d\xi} = -Se^{-\xi} \qquad \frac{dIe^{-\xi}}{d\xi} = \frac{dI}{d\xi}e^{-\xi} - e^{-\xi}I$$

und erhalten

$$Ie^{-\xi} = -\int Se^{-\xi'}d\xi'$$

sowie daher:

$$Ie^{-\tau \sec\theta} = -\int Se^{-\tau' \sec\theta}d\tau' \sec\theta$$

und schließlich

$$I = -\int_\infty^\tau S(\tau')e^{-(\tau'-\tau)sec\theta}d\tau' sec\theta$$

Betrachten wir nun den für uns wichtigsten Fall: Ausstrahlung an der Oberfläche: Dann ist $\tau = 0$, und man bekommt (wir lassen die $'$ weg):

$$I_\nu(0, \theta) = \int_0^\infty S_\nu(\tau)e^{-\tau_\nu sec\theta}d\tau_\nu sec\theta \tag{9.57}$$

Dies ist also die den Beobachter erreichende Intensität. Blickt man senkrecht in eine Sternatmosphäre ($\theta = 0$), und herrscht Isothermie vor (S_ν unabhängig von τ_ν):

$$I_\nu = S_\nu \int e^{-\tau\nu}d\tau_\nu = S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu})$$

Nun können wir darauf die beiden Fälle optisch dick und optisch dünn anwenden:

- optisch dick: $\tau \gg 1$, dann ist $e^{-\tau} = 1/e^{\tau} \to 0$ und man hat $I_\nu = S_\nu$;
- optisch dünn: $\tau \ll 1$, aus $e^{-\tau} = 1 - \tau$ folgt: $I_\nu = S_\nu \tau_\nu$.

Die allgemeine Lösung von 9.57 kann man numerisch integrieren. Wir untersuchen jedoch einen Ansatz.

Eddington-Barbier-Näherung
Man entwickelt die Ergiebigkeitsfunktion:

$$S(\tau) = S(\tau') + (\tau - \tau')\frac{dS}{d\tau}\bigg|_{\tau'} + \frac{(\tau - \tau')^2}{2}\frac{d^2 S}{d\tau^2}\bigg|_{\tau'} + \dots$$

Diese setzt man in die Formel 9.57 ein, und erhält für die ersten beiden Terme:

$$\begin{aligned} I_\nu(0,\theta) &= \int_0^\infty \left(S(\tau') + (\tau - \tau')\frac{dS}{d\tau} \right) \exp^{-\tau \sec\theta} d\tau \sec\theta \\ &= -S(\tau')\exp^{-\tau \sec\theta}\Big|_0^\infty + (\cos\theta - \tau')\frac{dS}{d\tau}\bigg|_{\tau'} \end{aligned}$$

und integriert gliedweise.

Wenn $\tau' = \cos\theta$ ist, dann verschwindet das zweite Glied, und es folgt:

$$I(0,\theta) = S_{\tau=\cos\theta} \tag{9.58}$$

Man kann leicht zeigen, dass dann der nächste Term der Reihenentwicklung ein Minimum wird. Wir haben daher in guter Näherung:

> Die austretende Intensität entspricht gleich der Ergiebigkeitsfunktion an der optischen Tiefe $\tau = 2/3$.

Damit ist auch eine einfache Beziehung für die *Mitte-Rand-Variation* gegeben.

Graue Atmosphäre, Lösung nach Milne
Man ersetzt den frequenzabhängigen Absorptionskoeffizienten durch einen geeigneten Mittelwert, $\kappa_\nu \to \kappa$, und erhält dann:

$$\cos\theta \frac{dI(\tau,\theta)}{d\tau} = I(\tau,\theta) - S(\tau)$$

$$I = \int_0^\infty I_\nu d\nu \qquad S = \int_0^\infty S_\nu d\nu$$

Die Ergiebigkeit ist dann gleich $S(\tau) = J(\tau) = \int\int I(\tau, \theta) d\omega / 4\pi$, also die über die Kugel integrierte Intensität. Mit den Bedingungen $F^+ = F$, $F^- = 0$ erhält man

$$S(\tau) = \frac{3}{4\pi} F[\tau + q(\tau)] \tag{9.59}$$

Dabei ist $1/2 \leq q(\tau) \leq 1$; $q(0) = 1/\sqrt{3} = 0{,}5774$. In der Praxis rechnet man mit:

$$q(\tau) = 0{,}7104 - 0{,}1331 \exp^{-3{,}4488\tau} \tag{9.60}$$

Lösung nach Eddington
Multipliziert man die Transportgleichung 9.59 mit $\cos\theta$ und integriert über die Raumwinkelelemente, dann hat man:

$$c \frac{dP_s}{d\tau} = \Phi \tag{9.61}$$

Dabei ist P_s der Strahlungsdruck:

$$P_s = \frac{1}{c} \int\int I \cos^2\theta d\omega \tag{9.62}$$

und Φ:

$$\Phi_\nu = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} I_\nu(\theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi \tag{9.63}$$

Nun nähert man:

$$c P_s = \int\int I \cos^2\theta d\omega \sim \overline{\cos^2\theta} \int\int I d\omega = \frac{4\pi}{3} J = \frac{4\pi}{3} S$$

Da $\Phi = \text{const}$, erhält man:

$$S(\tau) = \frac{3}{4\pi} \Phi \tau + \alpha \tag{9.64}$$

und die Integrationskonstante kann bestimmt werden, was zu folgendem Endresultat führt:

$$S(\tau) = \frac{3}{4\pi} \Phi \left(\tau + \frac{2}{3} \right) \tag{9.65}$$

In hohen Atmosphärenschichten (nahe bei $\tau = 0$) ist diese Lösung nicht mehr gültig, da dort die Strahlung extrem anisotrop wird. Für die austretende Intensität findet man:

$$I(\tau, \theta) = \frac{3}{4\pi} \Phi \left(\cos\theta + \tau + \frac{2}{3} \right) \tag{9.66}$$

Somit bekommen wir einen Ausdruck für die Mitte-Rand-Variation in einer Sternatmosphäre ($I(0, \Theta)$ ... Intensität bei optischer Tiefe $\tau = 0$ unter dem Winkel Θ):

$$\frac{I(0,\theta)}{I(0,0)} = \frac{2}{5}\left(1 + \frac{3}{2}\cos\theta\right) \tag{9.67}$$

Blicken wir in die Mitte der Sternscheibe (Sonnenscheibe), dann ist $\theta = 0$, und man hat den Wert $I(0, \theta)/I(0, 0) = 1$. Für $\theta = 90°$ beträgt der Wert 0,40.

9.4 Absorptionskoeffizienten

Der Absorptionskoeffizient bestimmt, wie tief wir in eine Sternatmosphäre von außen hineinsehen können. Woraus setzt sich der Absorptionskoeffizient zusammen? Man unterscheidet grundsätzlich zwischen kontinuierlicher und diskreter Absorption. Die diskrete Absorption wird bei den Spektrallinien wichtig.

9.4.1 Kontinuierliche Absorption

Zunächst untersuchen wir den *kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten,* welcher entsteht durch:

- Gebunden-frei-Übergänge,
- Frei-frei-Übergänge.

Gebunden-frei bedeutet hier, dass ein Elektron durch Absorption eines Photons von einem gebundenen Energiezustand in einen freien übergeht (das Atom wird also ionisiert). Beim *neutralen Wasserstoff* hat man folgende *Seriengrenzen:*

- Lymanserie bei 91,2 nm, die Übergänge erfolgen vom Grundzustand (1. Niveau) aus; der Gebunden-frei-Übergang entspricht der Ionisation vom Grundzustand aus;
- Balmer-Serie bei 364,7 nm, die Übergänge erfolgen vom 2. Niveau aus; der Gebunden-frei-Übergang entspricht der Ionisation vom 2. Niveau aus;
- Paschenserie bei 820,6 nm, die Übergänge erfolgen vom 3. Niveau aus; der Gebunden-frei-Übergang entspricht der Ionisation vom 3. Niveau aus …

Auf der kurzwelligen Seite befindet sich jeweils das Seriengrenzkontinuum, wobei die Absorption proportional zu ν^{-3} abnimmt. Bei langen Wellen häufen sich die Grenzkontinua und gehen in das Frei-frei-Kontinuum des H I über. In kühleren Sternatmosphären (auch bei der Sonne) sind die gebunden-freien und die frei-freien Übergänge des *negativen Wasserstoffions* H^- wesentlich. Dieses entsteht durch Anlagerung eines zweiten Elektrons

an ein neutrales H-Atom. Die Ionisationsenergie von H^- beträgt nur 0,75 eV, und deshalb spielt es in Sternatmosphären höherer Temperatur keine Rolle. Die langwellige Grenze des Gebunden-frei-Kontinuums liegt im IR bei 1,655 μm. Die Frei-frei-Absorption nimmt nach langen Wellen hin zu.

Die *atomaren Koeffizienten* κ_ν folgen aus der Quantenmechanik. Dazu verwendet man die Formeln von Boltzmann und Saha.

Fassen wir zusammen, was man in Bezug auf den Absorptionskoeffizienten für heiße und für kühle Sterne festhalten kann:

- Heiße Sterne: $T \geq 7000\,\mathrm{K}$, kontinuierliche Absorption der H-Atome; außerdem freigebundene und frei-freie Absorption des He I und He II (in sehr heißen Sternen).
- Kühlere Sterne: H^--Absorption (Abb. 9.5). Weiterhin C I, Si I.

9.4.2 Streuung

Neben diesen Absorptionsprozessen ist noch die *Streuung* des Lichts von Bedeutung:

- Heiße Sterne: *Thomson-Streuung* an freien Elektronen. Der Streukoeffizient beträgt

$$\sigma_{\mathrm{el}} = 0{,}66 \times 10^{-24}\,\mathrm{cm}^2 \tag{9.68}$$

  und ist also unabhängig von der Wellenlänge λ.
- Kühle Sterne: *Rayleigh-Streuung* an neutralen Wasserstoffatomen.

$$\sigma_{\mathrm{at}} \propto \lambda^{-4} \tag{9.69}$$

  Sie hängt stark von der Wellenlänge ab!

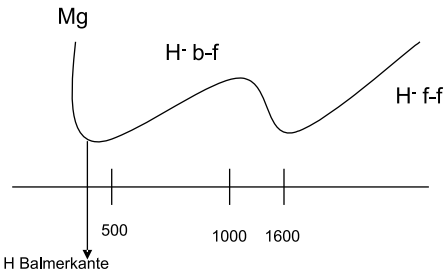


Abb. 9.5 Verlauf des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten bei sonnenähnlichen Sternen. Zwischen der Balmergrenze (364,7 nm) und 1655 nm (1,655 μm) ist die H^--Gebunden-freie Absorption (b-f, bounded-free) vorherrschend. Bei größeren Wellenlängen die H^--Frei-frei Absorption

9.4.3 Theorie der Absorptionslinien

Bis jetzt haben wir den kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten κ besprochen, der sich mit der Frequenz nur langsam ändert. Er bestimmt, wie weit man in eine Sternatmosphäre blicken kann. Nun behandeln wir den *Linienabsorptionskoeffizienten* $\kappa_{\nu l}$ (Abb. 9.6), der eine Funktion des Abstands $\Delta\nu$ von der Linienmitte ist und relativ rasch von einem hohen Maximum auf null absinkt.

Addiert man beide, dann erhält man:

$$x_\nu = \int_{-\infty}^{t} (\kappa_\nu + \kappa_l) dt' \tag{9.70}$$

Betrachten wir daher die Intensität der unter dem Winkel θ an der Oberfläche der Atmosphäre austretenden Strahlung, so haben wir:

- Für die Linie:

$$I_\nu(0,\theta) = \int_0^\infty S(x_\nu) \exp^{-x_\nu/\cos\theta} dx_\nu/\cos\theta \tag{9.71}$$

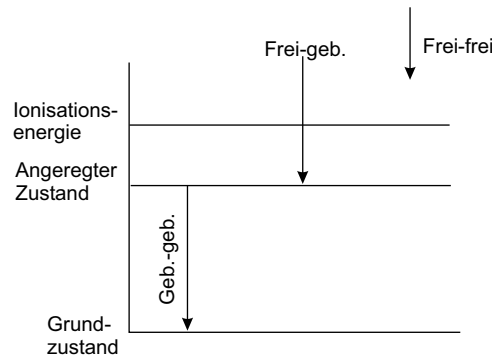
- Benachbartes Kontinuum:

$$I(0,\theta) = \int_0^\infty S(\tau) \mathrm{e}^{-\tau/\cos\theta} d\tau/\cos\theta \tag{9.72}$$

Und weiterhin:

$$\frac{d\kappa_\nu}{d\tau} = \frac{x_\nu + \kappa}{\kappa} \qquad \kappa_\nu = \int \frac{x_\nu + \kappa}{\kappa} d\tau \tag{9.73}$$

Abb. 9.6 Übergänge im Atom



Somit erhalten wir für die Einsenkung der Linie:

$$r_\nu(0,\theta) = \frac{I(0,\theta) - I_\nu(0,\theta)}{I(0,\theta)} \tag{9.74}$$

Ein wichtiges Maß für die Linienabsorption ist deren *Äquivalentbreite* (Abb. 9.7). Dazu berechnet man die Fläche der Linieneinsenkung unter dem Kontinuum (welches man auf 1 normiert). Dann ist die Äquivalentbreite gleich der Seitenlänge des flächengleichen Rechtecks (wobei zwei Seiten gleich 1 sind wegen der Normierung); die Äquivalentbreite ist daher:

$$W_\lambda = \int r_\lambda(0,\theta) d\lambda \tag{9.75}$$

Verwendet man die *Eddington-Barbier-Näherung,* dann beträgt die Einsenkung:

$$r_\nu(0,\theta) = \frac{S_\nu(\tau = \cos\theta) - S_\nu(x_\nu = \cos\theta)}{S_\nu(\tau = \cos\theta)} \tag{9.76}$$

Unter Annahme eines lokalen thermodynamischen Gleichgewichts (LTE) ist $S_\nu(\tau) = B_\nu(\tau_\nu)$. Die kleinen Frequenzunterschiede im Bereich der Linie kann man dabei vernachlässigen. Wir sehen:

> Die Strahlung in der Linie stammt aus einer höheren Schicht $x_\nu = \cos\theta$ und somit aus einer Schicht geringerer Temperatur als das benachbarte Kontinuum, welches aus $\tau = \cos\theta$ kommt.

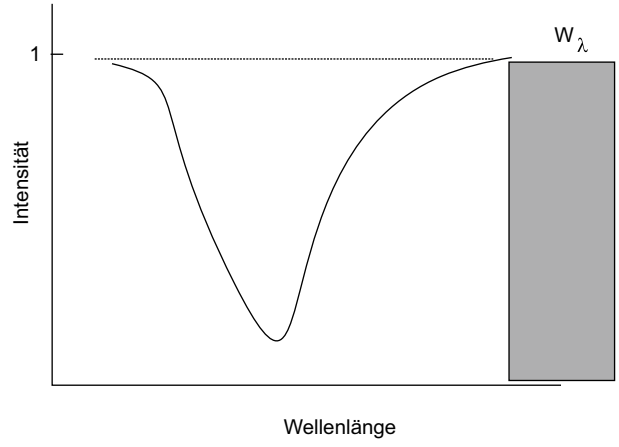


Abb. 9.7 Definition der Äquivalentbreite als Breite des schraffierten Rechtecks, welches dieselbe Fläche hat wie die Fläche der Linieneinsenkung unter dem Kontinuum (auf 1 normiert)

Bei den Sternen verwendet man den *Strahlungsstrom* F, da man ja hier keine Mitte-Rand-Variation beobachten kann. Im Falle LTE:

$$\begin{aligned} R_\nu(0) &= \frac{F(0) - F_\nu(0)}{F(0)} \\ &\approx \frac{B_\nu(T(\tau = 2/3)) - B_\nu(T(x_\nu = 2/3))}{B_\nu(T(\tau = 2/3))} \end{aligned} \tag{9.77}$$

bzw. für die Äquivalentbreite im Spektrum:

$$W_\lambda = \int R_\nu(0) d\lambda \tag{9.78}$$

Bei schwachen Linien oder in den Flügeln starker Linien gilt folgende Näherung: $\kappa_\nu \ll \kappa$ und

$$\kappa_\nu \approx \frac{2}{3}\left(1 + \frac{\kappa_\nu}{\kappa}\right) \tag{9.79}$$

bzw. wenn man $B_\nu(x_\nu = 2/3)$ in eine Reihe entwickelt, ergibt sich für die Einsenkung:

$$R_\nu(0) \approx \frac{2}{3}\frac{\kappa_\nu}{\kappa}\left(\frac{d \ln B_\nu}{d\tau}\right)_{\tau=2/3} \tag{9.80}$$

In einem Sternspektrum entstehen also das Kontinuum und die Flügel der Linien hauptsächlich in den Schichten der Atmosphäre, deren optische Tiefe $2/3$ ist. Weiterhin sieht man, dass die Linienstärke stark vom Temperaturgradienten abhängt. Steigt die Temperatur nach innen an beobachtet man Absorptionslinien.

9.5 Linienprofile

Eine genaue Analyse der Sternspektren zeigt Linienprofile. Was kann man aus der Form von solchen Linienprofilen über den physikalischen Zustand einer Sternatmosphäre lernen?

9.5.1 Dämpfung

In diesem Abschnitt untersuchen wir die Profilfunktion $\phi(\nu)$ in Abhängigkeit von Temperatur T, Elektronendruck P_e bzw. Gasdruck P_g vom Abstand $\Delta\nu$ von der Linienmitte.

Betrachten wir zunächst einen zeitlich begrenzten Wellenzug in der klassischen Optik mit einer Dauer τ. Dem entspricht eine Spektrallinie, deren Absorptionskoeffizient hat eine typische *Lorentz-Verteilung*

$$L(\nu) = \frac{\gamma}{(2\pi\,\Delta\nu)^2 + (\gamma/2)^2} \tag{9.81}$$

Integriert man über die Linie, so soll auf 1 normiert werden sein:

$$\int I(\nu) d\nu = 1. \tag{9.82}$$

Wichtig ist dabei die *Dämpfungskonstante* $\gamma = 1/\tau$. Diese ist gleichzeitig die Halbwertsbreite des Absorptionskoeffizienten.

Man unterscheidet:

- Strahlungsdämpfung: Begrenzung des Strahlungsvorgangs durch die Ausstrahlung des Atoms selbst;
- Stoßdämpfung: Begrenzung des Strahlungsvorgangs durch Zusammenstöße mit anderen Teilchen.

Nach der Quantentheorie hat man für das Linienprofil:

$$\gamma = \gamma_{\text{Str}} + \gamma_{\text{Stoß}} \tag{9.83}$$

Die *Strahlungsdämpfung* γ_{Str} ist gleich der Summe der beiden reziproken Lebensdauern der am Absorptionsprozess beteiligten Energieniveaus n, m. Wenn man die stimulierten Emissionsprozesse vernachlässigt, gilt:

$$\gamma_{\text{Str}} = \sum_{l<n} A_{nl} + \sum_{l<m} A_{ml} \tag{9.84}$$

Für erlaubte Übergänge hat man $\gamma_{\text{Str}} = 10^7 \ldots 10^9$, deshalb bekommen wir so Halbwertsbreiten bei z. B. $\lambda = 400\,\text{nm}$ von $10^{-6} \ldots 10^{-4}$ nm.

Die *Stoßdämpfungskonstante* $\gamma_{\text{Stoß}} = 2 \times$ Zahl der wirksamen Stöße pro s. Dazu zählt man jene Vorübergänge eines störenden an einem strahlenden Teilchen, bei denen die Phase der Schwingung um mehr als 1/10 der Schwingungswellenlänge verschoben wird.

Bei kühleren Sternen (Sonne) ist Wasserstoff großteils neutral. Deshalb überwiegt die Stoßdämpfung durch neutrale H-Atome. Diese beeinflussen das strahlende Atom durch *Van-der-Waals-Kräfte* (Wechselwirkungsenergie proportional zu d^{-6}, d…Distanz). Bei kleineren Abständen werden Abstoßungskräfte wirksam. $\gamma_{\text{Stoß}}$ ist proportional zum Gasdruck P_g.

Die Stoßdämpfung durch freie Elektronen überwiegt bei Spektrallinien, die einen großen quadratischen *Stark-Effekt*[6] zeigen, und in ionisierten Atmosphären. Hier geht die Wechselwirkung mit dem Quadrat der Feldstärke, die das Elektron am Ort des strahlenden Teilchens erzeugt (proportional zu d^{-4}). Die Dämpfungskonstante ist proportional zum Elektronendruck P_e. Bei 10^9 wirksamen Stößen pro s hat man eine Halbwertsbreite von 10^{-4} nm. Bei sonnenähnlichen Sternen kommen die Stöße von H-Atomen, bei heißen Sternen von Elektronen.

Der quadratische Stark-Effekt führt zu einer Verschiebung der Energieniveaus proportional zum Quadrat der Feldstärke:

$$E_{\text{el}} \propto \alpha \mathbf{E}^2 \tag{9.85}$$

Hierbei handelt es sich um einen Störterm 2. Ordnung, und er tritt nur bei Atomen auf, die kein permanentes Dipolmoment besitzen. Der lineare Stark-Effekt tritt bei entarteten Energieniveaus auf.

Die Linien des H und des He II zeigen in elektrischen Feldern eine große lineare Starkeffekt-Aufspaltung. Ihre Verbreiterung in teilweise ionisierten Gasen erfolgt in erster Linie durch den quasi statischen Starkeffekt der zufällig verteilten Felder, welche die sich wesentlich langsamer bewegenden Ionen erzeugen. Es zeigt sich, dass der Absorptionskoeffzient in den Linienflügeln näherungsweise proportional zu $\lambda^{-5/2}$ ist.

9.5.2 Dopplerverbreiterung

Neben der Verbreiterung durch Strahlungs- und Stoßdämpfung ist die Verbreiterung durch den Dopplereffekt wichtig, der durch die Bewegung der strahlenden Atome aufgrund der hohen Temperaturen herrührt:

$$\frac{\Delta\nu_D}{\nu_0} = \frac{\Delta\lambda_D}{\lambda_0} = \frac{V_0}{c} \tag{9.86}$$

Dabei ist $\Delta\nu_D$ bzw. $\Delta\lambda_D$ die *Dopplerbreite,* V_0 die wahrscheinlichste Geschwindigkeit und m die Masse des absorbierenden Atoms.

$$V_0 = \sqrt{2kT/m} \tag{9.87}$$

Mittels der *Maxwell-Boltzmann-Verteilung* findet man das Dopplerprofil zu:

$$D(\nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D}\exp[-(\Delta\nu/\Delta\nu_D)^2] \tag{9.88}$$

ν_0, λ_0 stehen für die Linienmitte.

[6] *Johannes Stark,* 1913.

Wir betrachten Fe-Atome in der Sonnenatmosphäre bei $T = 5700\,\mathrm{K}$. Man erhält daraus $1{,}3\,\mathrm{km/s}$ (Gl. 9.87) und, wenn man eine Fe-I-Linie bei $\lambda = 386\,\mathrm{nm}$ annimmt, eine Dopplerbreite von $\Delta\lambda = 1 \times 10^{-3}\,\mathrm{nm}$.

Neben diesen thermischen Bewegungen kann in einer Sternatmosphäre auch *Turbulenz* auftreten. Diese wirkt sich dann zusätzlich additiv aus. Man spricht in diesem Zusammenhang von einer *Mikroturbulenz*. Auf der Sehlinie durch die Atmosphäre gibt es mehrere gegeneinander verschobene Elemente. Bei der *Makroturbulenz* ist die Linie als Ganzes verschoben, auf der Sehlinie gibt es nur ein Element.

Den Effekt der Mikroturbulenz, welche eine zusätzliche Linienverbreiterung bewirkt, kann man leicht herausrechnen. Wurde die Temperatur eines Sterns mit anderen Methoden bestimmt und setzt man den dafür gefundenen Wert in die Dopplerverbreiterung ein, dann müsste das Linienprofil mit der gemessenen Linienbreite übereinstimmen. Allerdings ist zu beachten, dass auch z. B. die Rotation Linien verbreitern kann.

9.5.3 Voigt-Profil

Das *Voigt-Profil* ist die Faltung von Dopplereffekt und Dämpfung:

$$\phi(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} L(\nu - \nu')D(\nu')d\nu' \tag{9.89}$$

Hier normiert man auf den Wert in der Linienmitte gleich 1. Betrachten wir das Verhältnis der halben Dämpfungskonstante $\gamma/2$ zur Dopplerbreite $\Delta\omega_D = 2\pi\,\Delta\nu_D$:

$$\alpha = \gamma/(2\Delta\omega_D) \tag{9.90}$$

Dies ist in fast allen Sternatmosphären $<0{,}1$. Trotzdem:

- Dopplerverbreiterung proportional zur exponentiellen Abnahme,
- Dämpfung proportional zu $1/\Delta\lambda^2$.

Aus diesem Grunde ergibt sich für ein Linienprofil:

- scharfer Dopplerkern im Linienzentrum,
- Dämpfungsflügel weiter weg vom Linienzentrum.

Die genaue Rechnung liefert für den *Dopplerkern:*

$$\kappa_\nu = \sqrt{\pi}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{mc^2}Nf\frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_D}\exp\left[-\left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_D}\right)^2\right] \tag{9.91}$$

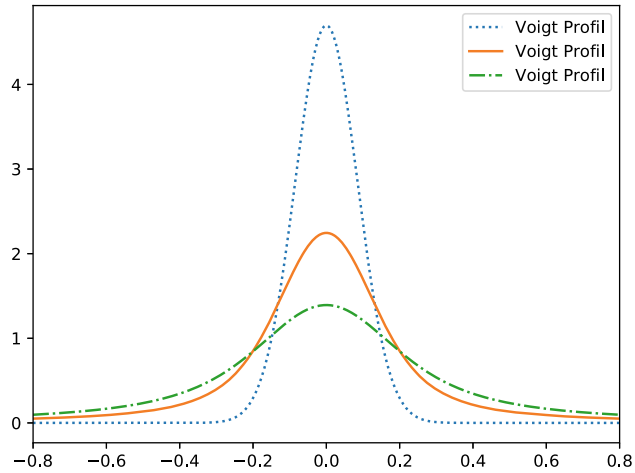


Abb. 9.8 Voigt-Profile für verschieden Werte der Dämpfung. (c) A.J. Friss

und für die Dämpfungsflügel:

$$\kappa_\nu = \frac{1}{4\pi}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{mc^2}Nf\gamma\frac{\lambda_0^4}{c\Delta\lambda^2} \tag{9.92}$$

(Diese Formel gilt nicht für die durch den linearen Starkeffekt verbreiterten Linien des H I und He II).

In Abb. 9.8 sind drei Voigt-Profile für unterschiedliche Dämpfungswerte angegeben.

Bei der Untersuchung eines Linienprofils kann man grob von einem Dopplerkern und von Dämpfungsflügeln sprechen.

9.6 Analyse von Sternspektren

In diesem Abschnitt beschäftigen wir uns mit der Analyse von Sternspektren, wobei zunächst das Konzept der Wachstumskurven besprochen wird und dann die quantitative Spektralanalyse.

9.6.1 Wachstumskurven

Hier geht es um folgende Frage: Wie ändert sich das Linienprofil, die Äquivalentbreite W_λ, wenn man das Produkt aus der Anzahl der absorbierenden Atome N und der Oszillatorenstärke f ändert (Abb. 9.9)? Die Oszillatorenstärke f ist eine quantenmechanische Korrektur.

Betrachten wir zunächst ein Absorptionsrohr, in dem es nur eine Absorption gibt, beschrieben durch κ und keine Reemission. Die Länge sei H und die optische Dicke $\tau = \kappa_\nu H$: Dann hat man für die Linieneinsenkung:

$$R_\nu = 1 - \mathrm{e}^{-\kappa_\nu H} \tag{9.93}$$

Für eine Sternatmosphäre verwenden wir die Näherungsformel:

$$R_\nu = \left(\frac{1}{\kappa_\nu H} + \frac{1}{R_c} \right)^{-1} \tag{9.94}$$

Diese Formel besagt:

- Für $\kappa_\nu H \ll 1$ hat man Absorption in einer optisch dünnen Schicht, und es wird $R_\nu \approx \kappa_\nu H$.
- Für $\kappa_\nu H \gg 1$ hat man Absorption in einer optisch dicken Schicht und $R_\nu \to R_c$, also strebt die Einsenkung dem Grenzwert für sehr starke Linien zu.

Bei der *Wachstumskurve* werden folgende Parameter gegeneinander aufgetragen: als Abszisse $\log NHf + \text{const}$ und als Ordinate $\log W_\lambda / 2R_c \Delta\lambda_D$, wobei R_c die maximale Linientiefe ist. Die Kurven bzw. die Linienprofile zeigen Folgendes:

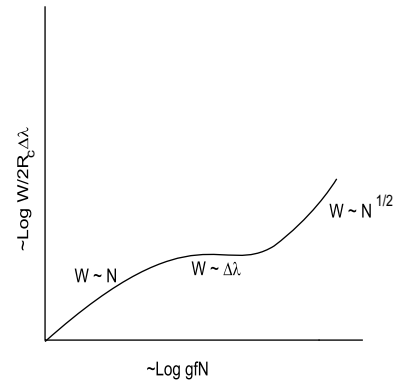


Abb. 9.9 Wachstumskurve. Man trägt die Anzahl der absorbierenden Atome gegen die Äquivalentbreite auf.1

- Mit zunehmendem NHf nähert sich die Linienmitte der maximalen Linientiefe R_c, hier hat man nur noch Strahlung der obersten Schichten der Grenztemperatur T_0. Die Linie wird zunächst wenig breiter, da der Absorptionskoeffizient mit $\Delta\lambda$ steil abfällt.
- Nimmt NHf weiter zu, dann werden auch die Dämpfungsflügel wesentlich. Es ist dann

$$\kappa_\nu \approx NHf\gamma/\Delta\lambda^2 \tag{9.95}$$

  Man erhält breite Dämpfungsflügel, die Breite der Linie bei der Einsenkung R_ν wird bestimmt durch $\sqrt{NHf\gamma}$.

Gehen wir nun zur Betrachtung der Äquivalentbreiten, d. h. man integriert über die Linienprofile.

- Bei schwachen Linien wächst W_λ proportional zu NHf, man befindet sich im linearen Teil der Wachstumskurve.
- Flacher Teil der Wachstumskurve: Die Äquivalentbreite ist gleich der 2- bis 4-fachen Dopplerbreite $\Delta\lambda_D$.
- Bei starken Linien: $W_\lambda \approx \sqrt{NHf\gamma}$, man kommt in den Dämpfungsbereich der Wachstumskurve.

Die genaue Form der Kurve hängt von α ab (Formel 9.90); z. B. hat man als Mittelwert für die Metalllinien des Sonnenspektrums $\alpha = 0{,}03$.

9.6.2 Quantitative Spektralanalyse

Eine quantitative Spektralanalyse erfolgt in mehreren Schritten:

1. Grobanalyse: Man rechnet die ganze Atmosphäre mit konstanten Mittelwerten von T, P_e, H. Mithilfe der Interpolationsformel für die Linieneinsenkung folgt eine Wachstumskurve, und aus der gemessenen W_λ folgt das Produkt NH, d. h. die Säulendichte absorbierender Atome für das untere Niveau des Übergangs. Dazu muss man allerdings f, γ kennen.
2. In die Wachstumskurve geht noch die Dopplerbreite $\Delta\lambda_D$ ein. Sie hängt von T ab. Neben den thermischen Bewegungen können auch Turbulenzgeschwindigkeiten zur Dopplerbreite beitragen:

$$\Delta\lambda_D \propto (V_0^2 + \xi_{\text{turb}}^2)^{1/2} \tag{9.96}$$

   Man muss also ξ als zusätzlichen Parameter bestimmen. Dies geschieht am einfachsten, wenn man Linien heranzieht, die sich im flachen Teil der Wachstumskurve befinden, denn dort ist die Abhängigkeit von $\Delta\lambda_D$ am größten.

3. Man vergleicht NH für Energieniveaus mit verschiedenen Anregungsenergien und für verschiedene Ionisationsstufen (Ca I, Ca II, …) – dann folgen nach Boltzmann bzw. Saha die Temperatur und der Elektronendruck. Daraus hat man dann die Gesamtzahlen der Teilchen, also die Häufigkeitsverteilung der Elemente.
4. Aus der Häufigkeitsverteilung der Elemente folgt dann der Gasdruck P_G und aus der hydrostatischen Gleichung

$$\frac{dp}{dr} = g\rho \tag{9.97}$$

die Schwerebeschleunigung g.
5. Nun wird auf der Grobanalyse eine Feinanalyse aufgebaut. Man konstruiert ein Modell der Sternatmosphäre mithilfe der Gleichungen des Strahlungstransports usw. und setzt in dieses plausible Werte für T_{eff}, g und die chemische Zusammensetzung ein. Dann vergleicht man das Modell mit Beobachtungen und justiert das Modell so lange, bis es mit den Beobachtungen übereinstimmt.

9.7 Sternatmosphärenmodelle

9.7.1 Vergleich: Sonne und Wega

Betrachten wir zwei unterschiedliche Modelle:

- Sonne (Tab. 9.3): G2V, $T_{\text{eff}} = 5\,770\,\text{K}$, $g = 274\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$. Die optische Tiefe τ_0 bezieht sich auf κ_λ bei $\lambda = 500\,\text{nm}$. $\bar{\tau}$ bezieht sich auf den Rosseland'schen Mittelwert $\bar{\kappa}$.

Tab. 9.3 Modellatmosphäre der Sonne nach *Kurucz,* 1979

$\bar{\tau}$	τ_0	T[K]	P_g[Pa]	P_e[Pa]
10^{-3}	$1{,}1 \times 10^{-3}$	4485	$3{,}46 \times 10^{2}$	$2{,}84 \times 10^{-2}$
0,01	0,01	4710	$1{,}29 \times 10^{3}$	$1{,}03 \times 10^{-1}$
0,10	0,09	5070	$4{,}36 \times 10^{3}$	$3{,}78 \times 10^{-1}$
0,22	0,19	5300	$6{,}51 \times 10^{3}$	$6{,}43 \times 10^{-1}$
0,47	0,40	5675	$9{,}55 \times 10^{3}$	1,34
1,0	0,84	6300	$1{,}29 \times 10^{4}$	4,77
2,2	1,8	7085	$1{,}52 \times 10^{4}$	$2{,}13 \times 10^{1}$
4,7	3,5	7675	$1{,}71 \times 10^{4}$	$5{,}86 \times 10^{1}$
10	7,1	8180	$1{,}89 \times 10^{4}$	$1{,}27 \times 10^{2}$

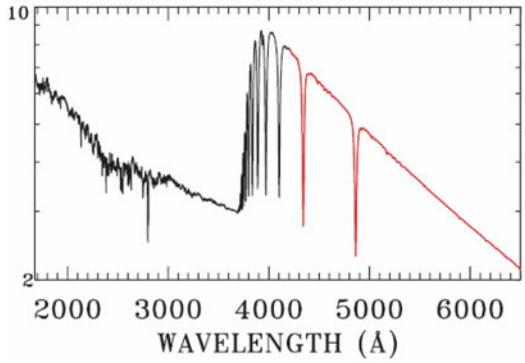


Abb. 9.10 Spektrum von Wega (nach *Bohlin, Gilliland*). Unterhalb 420 nm (= 4200 Å) gemessen (STIS, Space Telescope Imaging Spectrograph), oberhalb dieses Wertes nach einer Modellatmosphäre gerechnet. Unterhalb 300 nm dominieren Metalle, oberhalb 300 nm die Balmerlinien. Der Balmersprung ist klar erkennbar

Tab. 9.4 Linien von Elementen in bestimmten Ionisationsstufen, in denen verschiedenen Höhen der Chromosphäre der Sonne beobachtet werden können

Element	Höhe in 10^3 km	Temperatur in 10^3 K
Si II	2	25
O II	2	45
Si III	2	70
Si IV	2	80
O III	2	100
O IV	2	200
O V	2,1	300
O VI	2,3	380
Si V	2,8	550
Si VI	6	1000
Mg X	16	1100
Fe X	200	2000

Die Chromosphäre der Sonne bzw., Abb. 9.10 die Korona kann man z. B. mit den in der Tab. 9.4 gegebenen Linien von Elementen bzw. deren Ionisationsstufen untersuchen. Je höher die Ionisation, desto höher die Temperatur, die dazu notwendig ist (Abb. 9.11).

- Wega (αLyr) (Tab. 9.5): A0V, $T_{\text{eff}} = 9\,400\,\text{K}$, $g = 89\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$.

Bei diesen Modellen wäre noch zu sagen, dass man die Höhe h natürlich auch in km angeben kann. Dann bezieht man sich immer auf das Niveau $\tau = 1$, meist bei einer Wellenlänge von 500 nm. Für die Sonne wird häufig die *Harvard Smithsonian Reference Atmosphere*

Tab. 9.5 Modellatmosphäre von Wega nach *Kurucz,* 1979

τ_0	T [K]	P_g [Pa]	P_e [Pa]
$0{,}6 \times 10^{-3}$	7140	6,52	$4{,}31 \times 10^{-1}$
$0{,}5 \times 10^{-2}$	7510	$2{,}70 \times 10^{1}$	1,61
0,05	8150	$9{,}13 \times 10^{1}$	7,33
0,11	8590	$1{,}22 \times 10^{2}$	$1{,}40 \times 10^{1}$
0,24	9240	$1{,}53 \times 10^{2}$	$2{,}94 \times 10^{1}$
0,53	10.190	$1{,}79 \times 10^{2}$	$5{,}81 \times 10^{1}$
1,3	11.560	$2{,}12 \times 10^{2}$	$9{,}21 \times 10^{1}$
3,6	13.480	$2{,}99 \times 10^{2}$	$1{,}40 \times 10^{2}$
11,5	16.000	$5{,}81 \times 10^{2}$	$2{,}77 \times 10^{2}$

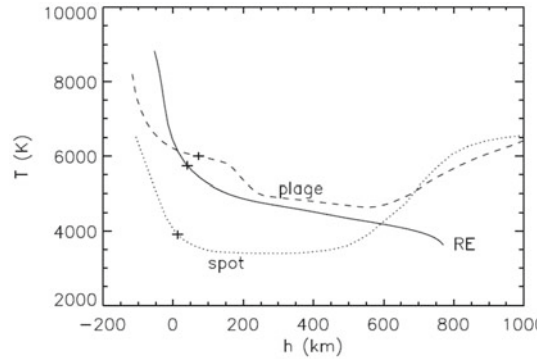


Abb. 9.11 Modell der Sonnenphotosphäre und unteren Chromosphäre nach *Stuik, Bruls* und *Rutten,* 1997. Man erkennt den Temperaturverlauf für die Atmosphäre in einem Sonnenfleck (Spot), einer Plage und im Strahlungsgleichgewicht (RE)

(HSRA) benutzt. Diese reicht bei 500 nm von einer optischen Tiefe von $\tau_{500} = 10^{-8}$ bis $\tau_{500} = 25$.

Weitere Modelle der Sonnenatmosphäre sind HOLMU *(Holweger, Muller),* sowie die Modelle VAL-I, VAL-II und VAL-III (*Vernazza, Avrett, Loser,* 1977). Ein Beispiel ist in Abb. 9.11 zu finden.

9.7.2 Numerische Lösungen

Wir skizzieren hier kurz, wie man die gegebenen Gleichungssysteme numerisch lösen kann. Führt man die Größe $\mu = \cos\theta$ ein, dann gilt für die mittlere Intensität:

$$J = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} I\, d\mu \tag{9.98}$$

Dabei bedeutet $\mu > 0$ eine Hemisphäre, $\mu < 0$ die gegenüber liegende Hemisphäre eines Sterns. Meist nimmt man an, dass $\mu > 0$ zu uns zeigt. Man zerlegt obiges Integral in:

$$J = \frac{1}{2}\int_0^1 I^+ d\mu + \frac{1}{2}\int_{-1}^0 I^- d\mu \tag{9.99}$$

und wegen

$$J = \frac{1}{2}\int_0^1 I^+ d\mu + \frac{1}{2}\int_0^1 I^- d(-\mu) \tag{9.100}$$

folgt schließlich die Diskretisierung des Ausdrucks für J:

$$J \approx \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m} a_j I_j^+ + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m} a_j I_j^- \tag{9.101}$$

Die Strahlen der Intensität I^+ gehen also nach außen, die Strahlen der Intensität I^- gehen nach innen. Die Größen a_j sind Gewichtungsfunktionen der Integration. Man hat also das Integral durch eine Summe genähert:

$$\int_{x_1}^{x_n} f(x)dx \approx \sum_{1}^{n} a_i f(x_i) \tag{9.102}$$

Beispiele findet man im Kapitel „Mathematische Methoden“. Wir geben hier als Beispiel für eine derartige Approximation an:

$$\int_{x_1}^{x_5} f(x)dx \approx \frac{2\Delta x}{25}[7f(x_1) + 32f(x_2) + 12f(x_3) + 32f(x_4) + 7f(x_5)] \tag{9.103}$$

Wenn man die Lage der Punkte x_i gut wählt (auch nicht äquidistant), dann ergeben sich wesentlich bessere Resultate. Eine andere Methode ist die der Spline-Interpolation.

Betrachten wir noch die Diskretisierung der Transportgleichung:

$$\mu\frac{dI}{d\tau} = I - S \tag{9.104}$$

Zur Vereinfachung zeigen wir die Diskretisierung für den monofrequenten Fall. Wir diskretisieren in n Punkte τ_i wobei $i = 1, ..., n$. Weiterhin betrachten wir m Winkel μ_j. Für den Fall einer rein kohärenten Streung lautet die Lösung der Transportgleichung:

$$\mu\frac{dI}{d\tau} = I - \epsilon B - \frac{1-\epsilon}{2}\int_{-1}^{1} I d\mu \tag{9.105}$$

Und die Diskretisierung ergibt:

$$\mu \frac{dI_\mu^+}{d\tau} = I_\mu^+ - \epsilon B - \frac{1-\epsilon}{2}\left[\sum_{j=1}^{m} a_j I_j^+ + \sum_{j=1}^{m} a_j I_j^-\right] \tag{9.106}$$

$$-\mu \frac{dI_\mu^-}{d\tau} = I_\mu^- - \epsilon B - \frac{1-\epsilon}{2}\left[\sum_{j=1}^{m} a_j I_j^+ + \sum_{j=1}^{m} a_j I_j^-\right] \tag{9.107}$$

Dies wäre die Diskretisierung der Transportgleichung bei einer bestimmten optischen Tiefe τ_i in einer gegebenen Richtung μ_j.

In der Praxis rechnet man häufig mit den Fautrier-Variablen:

$$P_\nu(\tau_\nu, \mu) = \frac{1}{2}[I_\nu(\tau_\nu, \mu) + I_\nu(\tau_\nu, -\mu)] = \frac{1}{2}[I_j^+ + I_j^-] \tag{9.108}$$

$$R_\nu(\tau_\nu, \mu) = \frac{1}{2}[I_\nu(\tau_\nu, \mu) - I_\nu(\tau_\nu, -\mu)] = \frac{1}{2}[I_j^+ - I_j^-] \tag{9.109}$$

Die mittlere Intensität lautet dann:

$$J_\nu(\tau_i) = \int_0^1 P_\nu(\tau, \mu) d\mu \approx \sum_{j=1}^{m} a_j P(\tau_i, \mu_j) \tag{9.110}$$

9.8 Asteroseismologie

Mit Hilfe der Asteroseismologie kann man quasi in das Innere von Sternen blicken. Die Methode funktioniert ähnlich wie das Studium des Erdinneren aus der Analyse von Erdbebenwellen.

9.8.1 Beobachtungen

Die einzige Information, die wir von den Sternen empfangen und messen, ist deren Strahlung. Eine exakte Photometrie von Sternen zeigt in vielen Fällen kleine Helligkeitsschwankungen. Man studiert also die Lichtkurven von Sternen als Funktion der Zeit. Die kleinen Helligkeitsschwanken gehen auf Schwingungen des Sterns zurück. Unterschiedlich große Muster breiten sich, wie aus der Abb. 9.12 hervorgeht, unterschiedlich tief in das Innere eines Sternes aus: Wellen mit großem Muster reichen tiefer in das Sterninnere, als Wellen, die nur zu einem kleinen Oberflächenmuster führen. Neben der Photometrie kann man auch Geschwindigkeitsmessungen durchführen, die einzelnen Teile der Oberfläche eines Sternes schwingen relativ zueinander. Diese Schwingungen lassen sich mit dem Dopplereffekt nachweisen.

Weshalb kommt es zu solchen Schwingungsmustern? Die Sterndichte nimmt nach innen zu, was zu einer Reflexion der senkrecht zu den in der Abb. 9.12 stehenden Wellenfronten führt. Der tiefer liegende Teil einer Wellenfront kommt eher in Bereiche höherer Temperatur (T_2) und Dichte als der höher gelegene (T_1). Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Schallwelle ist gegeben durch:

$$v \sim \sqrt{T/\rho} \tag{9.111}$$

Deshalb breitet sich der tiefer liegende Teil der Wellenfront gegenüber dem höher gelegenen schneller aus und die Welle wird nach oben reflektiert. Die Reflexion an der Oberfläche entsteht durch die starke Dichteabnahme. Sterne schwingen also wie Resonanzkörper (engl. resonant cavity). Damit es zu Schwingungen kommt, muss jede Störung durch eine Gegenkraft kompensiert werden. Im Falle des Druckes lautet die Wellengleichung:

$$\Delta p = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \tag{9.112}$$

Idealerweise macht man diese Messungen vom Weltraum aus. Zwei in diesem Zusammenhang besonders interessante Satellitenmissionen sind COROT (Convection, Rotation and Planetary Transits, also Konvektion, Rotation und Transit von Exoplaneten) sowie die Kepler-Mission. Mit COROT wurden mit einem 30-cm-Teleskop etwa 120.000 Sterne vermessen, mit Kepler (Teleskopgröße 1 m) etwa 150.000 Sterne.

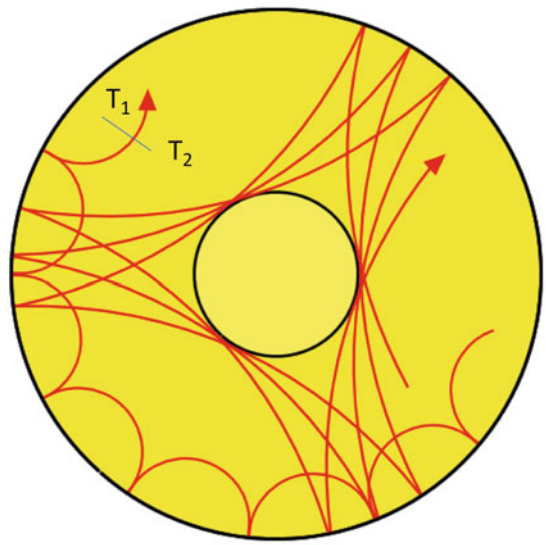


Abb. 9.12 Schwingungsmuster, die sich von der Oberfläche eines Sterns nach innen ausbreiten. Je größer das Muster, desto tiefer die Schichten im Sterninneren, wo diese wieder reflektiert werden

Das Array der CCD-Kamera zur Aufnahme und Photometrie der Sterne mit dem Kepler-Satelliten st in Abb. 9.13 dargestellt.

9.8.2 Typen von Wellen

Für sonnenähnliche Sterne gibt es drei Typen von Wellen:

1. P-Moden: Diese werden durch Fluktuationen des Druckes im Inneren der Sterne erzeugt. Die lokale Schallgeschwindigkeit bestimmt deren Dynamik.
2. G-Moden: Auch als „Gravity Modes“ bezeichnet; sie werden durch den Auftrieb im Sterninneren hervorgerufen.
3. F-Moden: Diese Wellen ähneln den Oberflächenwellen auf einem Gewässer.

Man stellt die Schwingungen durch die drei Parameter n (Schwingung in radialer Richtung), sowie l (bezeichnet den Grad) und m (bezeichnet die azimutale Richtung) dar. Bei der Analyse betrachtet man:

- Große Frequenzintervalle, $\Delta\nu$; in diesen Intervallen bleibt l gleich, aber n ändert sich um einen Wert (Oberton). $\Delta\nu$ gibt Auskunft über die Physik des radialen Verhaltens eines Sternes. Wenn M die Gesamtmasse und R der Radius des Sternes sind, dann gilt

$$\Delta\nu \propto \left(\frac{M}{R^3}\right)^{1/2} \propto \rho \tag{9.113}$$

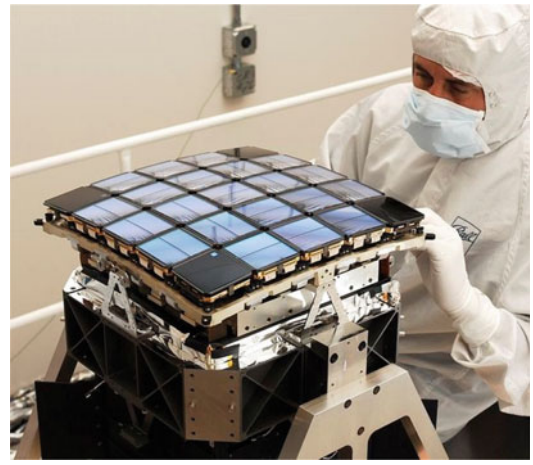


Abb. 9.13 Das Array der CCD-Kameras für den Kepler-Satelliten. An den vier Ecken erkennt man wesentlich kleinere CCD-Kameras, die für das Guiding des Teleskops verwendet werden. Kepler beobachtet ständig denselben Himmelsausschnitt. NASA

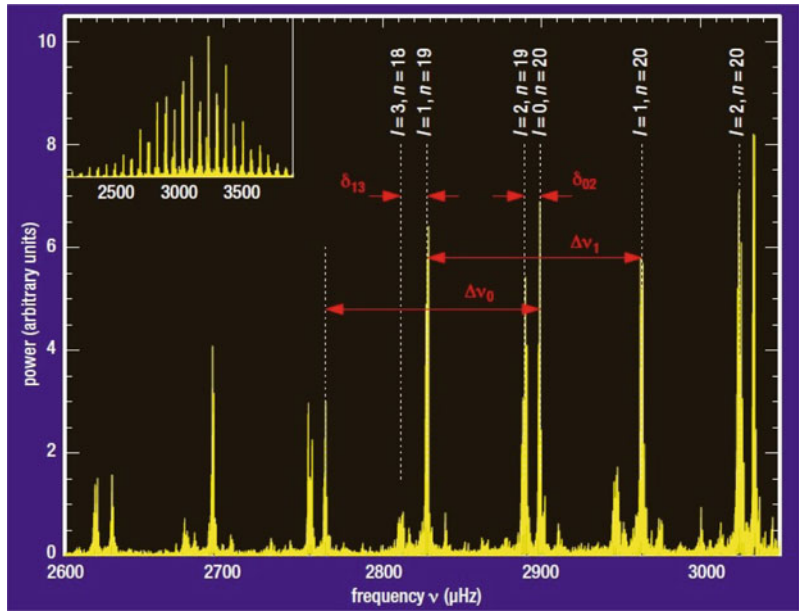


Abb. 9.14 Beispiel für ein Powerspektrum von Schwingungen auf der Sonne. Die Abstände $\Delta\nu_0$, $\Delta\nu_1$ bzw. δ_{13}, δ_{02} sind ähnlich. BISON, Birmingham Solar Oscillations Network

- Die Frequenz des maximalen Powerspektrums der Oszillationen, $\nu_{\max}$. Dieser Wert hängt mit der akustischen Cut-off-Frequenz ν_{ac} eines Sternes zusammen:

$$\nu_{\text{ac}} \propto M R^{-2} T_{\text{eff}}^{-1/2} \tag{9.114}$$

  Aus der Analyse der Oszillationen kann man z. B. den Radius eines Sternes ableiten.

Die Asteroseismologie liefert Informationen über physikalische Größen wie Druck, Temperatur u. a. im Sterninneren.

In Abb. 9.14 sieht man das Powerspektrum[7] von Schwingungen auf der Sonne.

In Abb. 9.15 sind die Powerspektren von Schwingungen verschiedener Sterne gegeben. Betrachten wir als Beispiel die Sterne α Centauri A und α Centauri B (siehe Abb. 9.15). Für die Sonne beträgt $\Delta\nu = 135\,\mu\text{Hz}$, für α Centauri A beträgt $\Delta\nu = 105\,\mu\text{Hz}$. Da

[7] Siehe Kapitel über mathematische Verfahren.

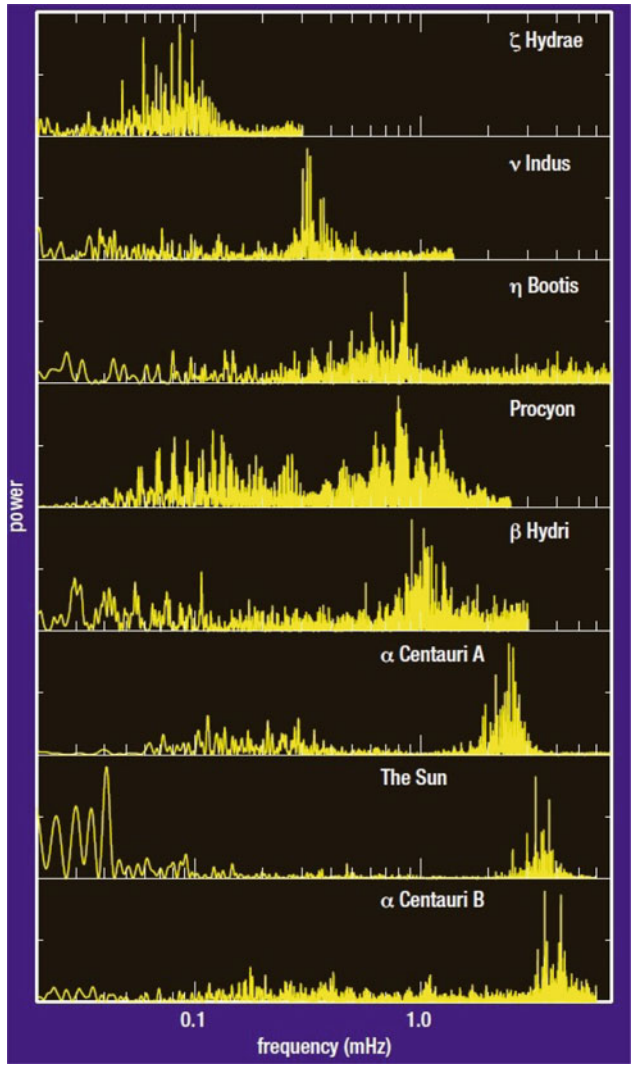


Abb. 9.15 Beispiel für Powerspektren von Schwingungen bei verschiedenen Sternen. Nach H. Kjeldsen

$\Delta\nu \approx \tau$, wobei τ die Zeitdauer ist, innerhalb der eine Schallwelle den Stern durchläuft, sowie $\Delta\nu \propto \rho^{1/2}$, ergibt sich ein Radius von $1{,}227\ R_\odot$ und eine Masse von $1{,}105\ M_\odot$. Der Stern α Centauri B besitzt ein $\Delta\nu$ von 161 μHZ. Er muss daher dichter sein als die Sonne. Seine Masse beträgt $0{,}0934\ M_\odot$ und sein Radius $0{,}870\ R_\odot$.

9.9 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.
Theory of Stellar Atmospheres, I. Hubeny, D. Mihalas, Princeton Univ. Press, 2014
An Introduction to Stellar Astrophysics, E. Böhm-Vitense, Cambridge Univ. Press, 1989
Radiative Transfer in Stellar and Planetary Atmospheres, Cambridge Univ. Press, 2020

Aufgaben

9.1 Man berechne die Wellenlänge der Lyman-α-Linie.

Lösung
$1/\lambda = R_H(1 - 1/4)$. Also ist $\lambda = 121{,}168\,\text{nm}$.

9.2 Man berechne das mittlere Geschwindigkeitsquadrat für a) Stickstoffatome und b) Stickstoffmoleküle N_2 bei T =800 K.

Lösung
$m_N = 14\,\text{amu} = 14 \times 1{,}66 \times 10^{-27}\,\text{kg}$.
Damit erhält man $v = \sqrt{3kT/m} = \sqrt{3 \times 1{,}38 \times 10^{-23} \times 800/(14 \times 1{,}66 \times 10^{-27})}$ und für a) 1193 m/s, für b) 846 m/s.

9.3 Beispiel Na: Verhältnis der einfach ionisierten zu den neutralen Na-Atomen für $T = 6000\,\text{K}$ und $P_e = 10\,\text{dyn/cm}^2$.

Lösung
Wenn $u_0 \approx g_{0,1} = 2$; $u_1 \approx g_{1,1} = 1$. Für $\chi_0 = 5{,}14\,\text{eV}$. Daraus $N_1/N_0 = 4{,}4 \times 10^3$. Rechnet man das Ganze für das Verhältnis N_2/N_1 dann bekommt man (hohe Ionisationsenergie von $Na^+ = \chi_1 = 47{,}29\,\text{eV}$): ca. $10\times^{-31}$.

Nimmt man also die Werte für die Sonne, dann ist von allen Na-Atomen nur der Bruchteil $N_0/(N_0 + N_1) = 1/(1 + N_1/N_0) = 0{,}23 \times 10^{-3}$ im neutralen Zustand.

9.4 Man betrachte die Abb. 9.5. Bei welchen Wellenlängen kann man besonders tief in die Sonnenphotosphäre blicken?

Lösung
Je geringer die Absorption, desto tiefer kann man blicken, daher im Blauen und bei 1,6 μm im IR.

9.5 Welche Nachteile haben IR-Beobachtungen?

Lösung
Schlechtere räumliche Auflösung.

9.6 Bei der Sonne beobachtet man die koronale Linie CaXIII sehr stark. Es handelt sich dabei also um 13-fach ionisiertes Ca. Das Ionisationspotenzial beträgt 655 eV. Man schätze daraus die Temperatur der Korona ab.

Lösung
$kT \approx 655\,\mathrm{eV} \approx 10^{-9}\,\mathrm{erg}$
$T \approx \frac{10^{-9}}{1.4\times 10^{-16}} \approx 7 \times 10^{6}\,\mathrm{K}$

Sternaufbau

10

Inhaltsverzeichnis

10.1 Physikalische Grundgesetze des Sternaufbaus 389
10.2 Energietransport 399
10.3 Energiequellen 405
10.4 Spezielle Sternmodelle 415
10.5 Weiterführende Literatur 419
Aufgaben 420

In diesem Kapitel behandeln wir die wichtigsten Gleichungen, die den Aufbau eines Sterns beschreiben. Weiterhin verfolgen wir die Entwicklung der Sterne im Hertzsprung-Russell-Diagramm. Das Voigt-Russell-Theorem besagt, dass die gesamte Sternentwicklung durch die Anfangsmasse und die chemische Zusammensetzung bestimmt ist.

10.1 Physikalische Grundgesetze des Sternaufbaus

Nur wenige Gleichungen werden benötigt, um den Aufbau eines Sternes zu beschreiben. Wir gehen dabei von der Vereinfachung aus, dass alle physikalischen Parameter nur vom Abstand vom Sternzentrum, beschrieben durch r, abhängen. Also können wir beispielsweise die Temperatur im Sterninneren durch die einfache Funktion $T(r)$ beschreiben. Wir stellen uns daher Sterne als homogene, isotrope, nicht abgeplattete Gaskugeln vor.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_10

10.1.1 Hydrostatisches Gleichgewicht

In einem stabilen Stern herrscht folgendes *Gleichgewicht:*

> Gravitation (wirkt nach innen) = innerer Druck (wirkt nach außen)

Diesen Gleichgewichtszustand bezeichnet man als *hydrostatisches Gleichgewicht.*

Was passiert, wenn dieses Gleichgewicht nicht erfüllt ist? Es gibt die beiden Extremfälle:

- Fällt der innere Druck weg, kommt es infolge der Gravitation sofort zum Kollaps des Sterns,
- ohne Gravitation würde der Stern expandieren.

Wir betrachten das einfachste Modell eines Sterns:

- Sphärisch symmetrische Gaskugel,
- homogener Aufbau,
- das Modell soll statisch sein,
- keine Rotation,
- keine Magnetfelder

Daraus ergibt sich: Alle physikalischen Parameter f hängen nur vom Zentrumsabstand r ab, also $f(r)$.

Wir untersuchen kurz ein Beispiel, wo ein derartige Vereinfachungen nicht gerechtfertigt sind. Der Stern *Wega* ($\alpha\ Lyr$) ist ein Beispiel für einen rasch rotierenden Stern: $P_{\text{rot}} = 12{,}5$ Stunden. Auf Grund dieser schnellen Rotation ist die Temperatur auf Wega unterschiedlich: Am Äquator etwa 7 600 K, an den Polen etwa 10 000 K. Der Stern ist abgeplattet, die Pole liegen näher beim Sternzentrum und sind daher heißer.

Das Theorem von *Zeipel* besagt

$$T_{\text{eff}} \propto g_{\text{eff}}^{1/4} \tag{10.1}$$

wobei g_{eff} die effektive Schwerebeschleunigung ist, d. h. die tatsächliche, vermindert um den Effekt der Fliehkraft.

Sei r der Abstand vom Sternzentrum. Betrachten wir eine dünne Massenschale der Dicke dr an der Stelle r im Sterninneren. Die Masse pro Flächeneinheit ist ρdr, das Gewicht $-g\rho dr$. Das Gewicht ist die nach innen wirkende Gravitationskraft. Der nach außen gerichtete Druck ist gleich der Differenz zwischen dem Druck P_i der dem Zentrum zugewandten

Seite der Massenschale und dem Druck P_e:

$$P_i - P_e = -\frac{\partial P}{\partial r} dr \tag{10.2}$$

Somit haben wir (Abb. 10.1):

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -g\rho \tag{10.3}$$

Setzen wir für $g = GM(r)/r^2$ ein, dann lautet die Bedingung für das *hydrostatische Gleichgewicht* (Euler'sche Form):

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2} \tag{10.4}$$

Man kann anstelle von r auch die Masse m innerhalb der Kugel mit Radius r als unabhängige Variable betrachten, und man erhält dann die Lagrange-Form:

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} \tag{10.5}$$

Dabei bedeutet $m = M(r)$.

Innerhalb einer Schale der Dicke dr beträgt die Masse $dM(r)$ (Abb. 10.2):

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \tag{10.6}$$

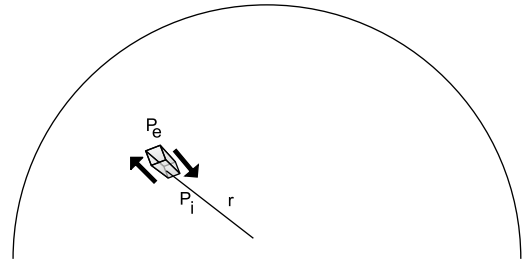


Abb. 10.1 Hydrostatisches Gleichgewicht

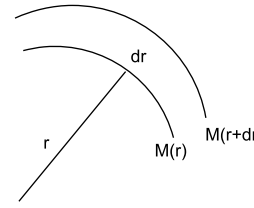


Abb. 10.2 Zur Ableitung der Massenkontinuitätsgleichung

Dies wird als *Massenkontinuitätsgleichung* bezeichnet und stellt unsere zweite Grundgleichung dar. Wenn R der Radius des Sterns ist, dann beträgt die Gesamtmasse:

$$M = 4\pi \int_{r=0}^{r=R} \rho(r) r^2 dr \tag{10.7}$$

In der Lagrange-Form lautet die Gleichung:

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \tag{10.8}$$

Wir schätzen den Zentraldruck für die Sonne ab. $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2/kg^2}$; $M_\odot = 1{,}989 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$, $R_\odot = 6{,}96 \times 10^8\,\mathrm{m}$. Die Gl. 10.4 kann man näherungsweise schreiben als:

$$\frac{dP}{dr} \approx \frac{P_{\mathrm{Oberfl.}} - Pc}{R}$$

und der Druck an der Oberfläche ist $P_{\mathrm{Oberfl}} \approx 0$.

Daraus folgt die mittlere Dichte der Sonne zu:

$$< \rho_\odot > = 3M_\odot / 4\pi R_\odot^3 = 1\,410\,\mathrm{kg/m^3}$$

Setzen wir $r = R_\odot$ und $M(r) = M_\odot$ in den beiden Grundgleichungen, dann erhält man:

$$P_c \approx GM_\odot < \rho_\odot > / R_\odot \approx 10^{14}\mathrm{N/m^2}$$

Da $1\,\mathrm{atm} = 1{,}01 \times 10^5\,\mathrm{N/m^2}$, findet man $P_c = 10^9$ atm. Da die tatsächliche Zentraldichte der Sonne größer ist, muss auch der Zentraldruck größer sein.

10.1.2 Bewegungsgleichung bei sphärischer Symmetrie

Wir betrachten wieder eine dünne Massenschale mit dm in der Entfernung r vom Zentrum. Die Kraft f_P pro Flächeneinheit ergibt sich aus dem *Druckgradienten:*

$$f_P = -\frac{\partial P}{\partial m} dm$$

Die Gravitationskraft pro Flächeneinheit ist:

$$f_g = -\frac{g dm}{4\pi r^2} = -\frac{Gm}{r^2} \frac{dm}{4\pi r^2}$$

Wenn nun die Summe beider Kräfte ungleich null ist, dann kommt es zu einer Beschleunigung der Massenschale:

$$\frac{dm}{4\pi r^2} \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = f_P + f_g$$

und durch Einsetzen erhält man:

$$\frac{1}{4\pi r^2}\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = -\frac{\partial P}{\partial m} - \frac{Gm}{4\pi r^4} \tag{10.9}$$

- Wenn nur Druckgradient → Beschleunigung nach außen, $\partial P/\partial m < 0$.
- Wenn nur Gravitation → Kollaps.

Aus 10.9 geht das hydrostatische Gleichgewicht hervor, wenn $\partial^2 r/\partial t^2 = 0$.
Nun untersuchen wir Abweichungen vom hydrostatischen Gleichgewicht:

- Wir nehmen an, der Druck verschwindet. Dann schätzen wir die sogenannte *freie Fallzeit* τ_{ff} ab. Aus den Gleichungen

$$\frac{1}{4\pi r^2}\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} \qquad g = Gm/r^2 \qquad |\partial^2 r/\partial t^2| \approx R/\tau_{\mathrm{ff}}^2$$

  folgt:

$$\tau_{\mathrm{ff}} \approx \sqrt{\frac{R}{g\rho}} \tag{10.10}$$

- *Explosionszeit:* Hier wird die Gravitation abgeschaltet, und man erhält:

$$\tau_{\mathrm{expl}} \approx R\sqrt{\frac{\rho}{P}} \tag{10.11}$$

  Die Schallgeschwindigkeit ist die typische Geschwindigkeit, mit der sich Störungen im Sterninneren ausbreiten. Die *Schallgeschwindigkeit* ist gegeben durch:

$$v_c \approx \sqrt{\frac{P}{\rho}} \tag{10.12}$$

  Deshalb ist τ_{expl} von derselben Größenordnung, wie eine Schallwelle benötigt, um vom Sternzentrum zur Sternoberfläche zu gelangen (gegeben durch $\tau_s \approx R/v_c$).
  Allgemein lautet die Formel zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit in einem idealen Gas mit Adiabatenexponent κ und Molmasse M:

$$c = \sqrt{\kappa\frac{P}{\rho}} = \sqrt{\kappa\frac{\Re T}{M}} \tag{10.13}$$

  Machen wir ein grobe Abschätzung der Schallgeschwindigkeit an der Oberfläche der Sonne, $T = 6 \times 10^3$ K. Für die Molmasse setzen wir den Wert 0,029 kg/mol (eigentlich

der Wert für Luft), $\kappa = 1{,}4$, Gaskonstante $\Re = 8{,}31\,\mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}}$. Man findet 1500 km/s, was der Realität sehr nahe kommt.

- Die *hydrostatische Zeitskala* ergibt sich durch Gleichsetzen: $\tau_{\mathrm{ff}} = \tau_{\mathrm{expl}}$:

$$\tau_{\mathrm{hydr}} = \sqrt{\frac{R^3}{GM}} \approx \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{G\bar{\rho}}} \tag{10.14}$$

Für unsere Sonne ist $\tau_{\mathrm{hydr}} = 27\,\mathrm{min}$. Bei Roten Riesen mit $M \approx M_\odot$, $R \approx 100\,R_\odot \rightarrow$ $\tau_{\mathrm{hydr}} = 18\,\mathrm{d}$. Für einen kompakten Weißen Zwerg hingegen mit $M \approx M_\odot$, $R = R_\odot/50$ ist $\tau_{\mathrm{hydr}} \approx 4{,}5\,\mathrm{s}$.

Da in den meisten Fällen die Sterne sich auf Zeitskalen ändern, die sehr groß sind im Vergleich zu τ_{hydr}, ist die Annahme eines hydrostatischen Gleichgewichts gerechtfertigt.

10.1.3 Allgemeine Relativitätstheorie

Effekte der Allgemeinen Relativitätstheorie werden bei sehr starken Gravitationsfeldern wichtig: z. B. bei Neutronensternen. Wir wollen die Ableitung nur skizzieren.

Zunächst geht man von den Einstein'schen Feldgleichungen aus, die den Zusammenhang zwischen Materie (gegeben durch den sogenannter Energie-Impuls-Tensor T_{ik}) und Raumkrümmung (gegeben durch den Ricci-Tensor R_{ik}) beschreiben:

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{\kappa}{c^2}T_{ik} \qquad \kappa = 8\pi G/c^2 \tag{10.15}$$

▶ **Wichtig**

Einstein'sche Feldgleichungen

Links steht die Raum-Zeit Geometrie, rechts die Energie/Materieverteilung.

Materie → Raumkrümmung.

Dabei ist g_{ik} der *metrische Tensor,* der die Metrik des Raums angibt (Kapitel über Kosmologie). Dieser ergibt sich aus dem Linienelement ds^2, welches den Abstand zweier Punkte im Raum beschreibt.

Beispiel für Linienelement im euklidschen Raum

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \tag{10.16}$$

Da das Linienelement allgemein aus

$$ds^2 = g_{ik}dx_i dx_k \tag{10.17}$$

folgt, hat man im euklidschen Fall:

alle $g_{ii} = 1$ und $g_{ij} = 0, i \neq j$.

R ist der Krümmungsskalar und folgt aus R_{ik}. Für ein ideales Gas lauten die Komponenten des Energie-Impuls-Tensors

$$T_{00} = \rho c^2;\ T_{11} = T_{22} = T_{33} = P \tag{10.18}$$

Setzen wir für das Linienelement in Polarkoordinaten an:

$$ds^2 = \mathrm{e}^{\nu} c^2 dt^2 - \mathrm{e}^{\lambda} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \tag{10.19}$$

ergeben sich daraus sich die Komponenten des metrischen Tensors und aus dessen Ableitungen wiederum der Ricci-Tensor. Nach langer Rechnung findet man die *Tolman-Oppenheimer-Volkoff-(TOV)*-Gleichung für hydrostatisches Gleichgewicht in der Allgemeinen Relativitätsheorie:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{Gm}{r^2}\rho\left(1 + \frac{P}{\rho c^2}\right)\left(1 + \frac{4\pi r^3 P}{mc^2}\right)\left(1 - \frac{2Gm}{rc^2}\right)^{-1} \tag{10.20}$$

Betrachten wir nicht zu starke Gravitationsfelder, dann kann man als Näherung ableiten: Man behält in der Entwicklung nur Terme, die linear $1/c^2$ sind:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{Gm}{r^2}\rho\left(1 + \frac{P}{\rho c^2} + \frac{4\pi r^3 P}{mc^2} + \frac{2Gm}{rc^2}\right) \tag{10.21}$$

Man spricht hier von einer *Post-Newton-Näherung.*

Grundlegend für stabile Sterne ist die Gleichung für das hydrostatische Gleichgewicht.

10.1.4 Zustandsgleichung

In unseren Gleichungen hat man als Unbekannte $\rho(r)$. Nehmen wir an, das Gas in einem Stern genügt den Gesetzen für ein *ideales Gas:*

$$P(r) = n(r)kT(r) \tag{10.22}$$

Der Druck $P(r)$ hängt also von der Teilchendichte $n(r)$ ab (Zahl der Teilchen pro m^3). k ... Boltzmann-Konstante $k = 1{,}381 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$. Man kann auch schreiben:

$$n(r) = \frac{\rho(r)}{\mu(r) m_{\mathrm{H}}}, \tag{10.23}$$

wobei $m_{\mathrm{H}} = 1{,}67 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ die Masse des Wasserstoffatoms ist. Die Zustandsgleichung idealer Gase gilt im Sterninneren, solange die Wechselwirkung benachbarter Teilchen klein ist gegenüber ihrer thermischen (= kinetischen) Energie. Das *Molekulargewicht* μ ist gleich dem Atomgewicht dividiert durch die Anzahl aller Teilchen (Kern + Elektronen). Setzen wir vollständige Ionisation voraus, dann beträgt das Molekulargewicht μ für:

- Wasserstoff: Anzahl der Teilchen 2 (jeweils ein Proton, p, und ein Elektron, e^-), daher $\mu_{\mathrm{H}} = 1/2$.
- Für He gilt: 3 Teilchen ($2e^-$, Kern), Atomgewicht = 4 (da im Kern 2 p und 2 n). Daher $\mu_{\mathrm{He}} = 4/3$.

Sehr oft bezeichnet man mit X den Anteil an Wasserstoff, Y den Anteil an Helium und Z den Anteil an Elementen, die schwerer sind als Helium (derartige Elemente nennt man in der Astrophysik häufig Metalle). Das mittlere Molekulargewicht beträgt dann:

$$\mu = [2X + (3/4)Y + (1/2)Z]^{-1} \approx 1/2 \tag{10.24}$$

Wir bekommen daher folgende *Zustandsgleichung idealer Gase:*

$$P(r) = \rho(r)kT(r)/\mu(r)m_{\mathrm{H}} \tag{10.25}$$

Bei den massereichen Sternen kommt zum Gasdruck noch der *Strahlungsdruck* hinzu (durch Impulsübertragung der Photonen):

$$P_{\mathrm{rad}}(r) = \frac{a}{3}T^4(r) \tag{10.26}$$

$a = 7{,}564 \times 10^{-16}\,\mathrm{J\,m^{-3}\,K^4}$.

Wir schätzen die Zentraltemperatur der Sonne ab. Unter Verwendung der Werte P_c und $< \rho_\odot >$:

$$T_c \approx \frac{P_c \mu m_{\mathrm{H}}}{< \rho_\odot > k} = 12 \times 10^6\,\mathrm{K}$$

Moderne Computermodelle liefern eine Zentraltemperatur von 14,7 Mio. Kelvin. Bei derart hohen Temperaturen verhält sich das Gas wie ein *Plasma.* Es besteht aus Ionen und Elektronen und ist im Großen gesehen neutral.

Der Gesamtdruck ist dann:

$$P = P_g + P_{\mathrm{rad}} \tag{10.27}$$

Betrachten wir ein Gas in einem Volumen dV, welches vollständig durch Druck ionisiert ist. n_e sei die Zahl der freien Elektronen. Die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen ist durch eine *Boltzmann-Verteilung* gegeben, ihre mittlere kinetische Energie beträgt:

$$\bar{E}_{\text{kin}} = \frac{3}{2}kT \tag{10.28}$$

Wenn (p_x, p_y, p_z) die Koordinaten im Impulsraum sind, dann:

$$f(p)dpdV = n_e \frac{4\pi p^2}{(2\pi m_e kT)^{3/2}} \exp\left(-\frac{p^2}{2m_e kT}\right) dpdV \tag{10.29}$$

Nehmen wir nun an, n_e bleibe konstant und T nehme ab. Dann rückt das Maximum der Verteilungsfunktion ($p_{\max} = (2m_e kT)^{1/2}$) zu kleineren Werten von p, und das Maximum $f(p)$ wird größer, da $n_e = \int_0^\infty f(p)dp$.

10.1.5 Entartung

Zu den *Fermionen* gehören Teilchen mit halbzahligem Spin, z. B. Elektronen, aber auch andere Elementarteilchen wie Quarks und Kernbausteine. Für diese Teilchen gilt das *Pauli-Prinzip:*

Jede Quantenzelle eines 6-dimensionalen Phasenraumes

$$(x, y, z, p_x, p_y, p_z) \tag{10.30}$$

darf nicht mehr als zwei Fermionen, in unserem Falle Elektronen, enthalten.

Das Volumen einer solchen Quantenzelle beträgt:

$$h^3 = dp_x dp_y dp_z dV$$

Betrachten wir also eine Schale $[p, p + dp]$ im Impulsraum, dann gibt es $4\pi p^2 dV/h^3$ Quantenzellen, die nicht mehr als $8\pi p^2 dpdV/h^3$ Elektronen enthalten; aus der Quantenmechanik folgt also die Bedingung:

$$f(p)dpdV \leq 8\pi p^2 dpdV/h^3$$

Der Zustand, in welchem alle Elektronen die niedrigste Energie haben, ohne das Pauli-Verbot zu verletzen, ist jener, in dem alle Phasenraumzellen bis zum Impuls p_F mit zwei Elektronen besetzt sind; alle anderen Phasenraumzellen $> p_F$ sind dagegen leer:

$$f(p) = \frac{8\pi p^2}{h^3} \qquad p \leq p_F \tag{10.31}$$

$$f(p) = 0 \qquad p > p_F \tag{10.32}$$

Daraus ist dann abzuleiten:

$$n_e dV = dV \int_0^{p_F} \frac{8\pi p^2 dp}{h^3} = \frac{8\pi}{3h^3} p_F^3 dV \tag{10.33}$$

Nach dem Pauli-Verbot können also nicht mehr als zwei Fermionen, die sich in ihrer Spinquantenzahl unterscheiden, denselben Energiezustand einnehmen. Man spricht auch von einer Gas-Entartung. Wegen der viel geringeren Masse tritt die Entartung zuerst bei Elektronen auf. So kann man den Fall haben, dass das Elektronengas bereits vollständig entartet ist, aber das Ionengas noch nicht. Bei Entartung ändert sich die Zustandsgleichung. Im Falle vollständiger Entartung unterscheidet man zwischen

- *nicht relativistischer Entartung,* $\rho < 2 \times 10^6\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$,

$$P = K_1 \rho^{5/3} \tag{10.34}$$

sowie

- *relativistischer Entartung,* $\rho > 2 \times 10^6\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$:

$$P = K_2 \rho^{4/3} \tag{10.35}$$

K_1, K_2 hängen von der chemischen Zusammensetzung ab.

Im Falle entarteter Sternmaterie hängt die Dichte nur mehr vom Druck und nicht mehr auch von der Temperatur ab.

Für bestimmte Sterne tritt also *Entartung* auf:

- Entartete Elektronen: Rote Riesen, Weiße Zwerge.
- Entartete Neutronen: Neutronensterne.

Entartung tritt bei sehr hohen Dichten auf. Die Abstoßung zwischen Elektronen (Neutronen) ist eine Folge der Quantenmechanik (Pauli-Verbot) und nicht der elektrischen Abstoßung. Im Falle der Entartung lautet die Gleichgewichtsbedingung: Gravitation = entarteter Druck. Erhält der Stern weitere Materie (durch Akkretion), wächst die Gravitation; der entartete Druck erhöht sich jedoch nur gering, und deshalb schrumpft der Stern.

Je größer die Masse eines entarteten Sterns, desto kleiner sein Volumen und damit sein Radius.

10.1.6 Zusammenfassung: Zustandsgleichung

Wir fassen zusammen, für welche Bereiche man mit welcher Zustandsgleichung rechnen muss:

- Photonengas – Strahlungsdruck:
  $\rho < 3{,}0 \times 10^{-23} \mu T^3$; Druck $P = 2{,}521 \times 10^{-15} T^4$.
- Ideales, nicht entartetes Gas:
  $3{,}0 \times 10^{-23} \mu T^3 < \rho < 2{,}4 \times 10^{-8} \mu_e T^{3/2}$; Druck $P = 8{,}31 \times 10^7 \rho T/\mu$.
- Nicht relativistisches vollständig entartetes Elektronengas:
  $2{,}4 \times 10^{-8} \mu_e T^{3/2} < \rho < 7{,}3 \times 10^6 \mu_e$; Druck $P = 1{,}004 \times 10^{13} \left(\frac{\rho}{\mu_e}\right)^{5/3}$
- Relativistisches, vollständig entartetes Elektronengas (Weiße Zwerge):
  $7{,}3 \times 10^6 \mu_e < \rho \leq 10^{11}$; Druck $P = 1{,}244 \times 10^{15} \left(\frac{\rho}{\mu_e}\right)^{4/3}$.
- Entartetes Neutronengas:
  $10^{11} \leq \rho \leq 10^{14}$; Druck $P \approx 10^{10} (\rho)^{5/3}$

10.2 Energietransport

Wie wird die Energie im Inneren eines Sternes weitergeleitet? Prinzipiell ist Energietransport möglich durch:

- Wärmeleitung,
- Strahlung,
- Konvektion.

Die Wärmeleitung erfolgt durch Kollisionen. Diese Art des Energietransports funktioniert sehr gut in Festkörpern (besonders in Metallen); in Gasen aber weniger gut, da deren thermische Leitfähigkeit gering ist.

10.2.1 Konvektion

Betrachten wir in Abb. 10.3 eine Gasblase, die sich im Inneren eines Sternes durch eine zufällige Störung nach oben bewegen soll. Während diese einen Weg dr zurücklegt, ändert sich ihre Temperatur von T_1 auf T_2. Wir nehmen dabei an, dass es während des Aufstiegs der Gasblase zu keinem Wärmeaustausch mit der Umgebung kommt. Dann kann man die Temperaturänderung der Gasblase angeben durch den *adiabatischen Temperaturgradienten:*

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{\text{ad}} \tag{10.36}$$

Die umgebende Materie ändert ihre Temperatur von T_1' auf T_2', und der Temperaturgradient soll beschrieben werden durch:

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{\text{Str}} \tag{10.37}$$

also durch den Strahlungsgradienten. Für das Auftreten von Konvektion in einem Stern gilt daher das *Schwarzschild-Kriterium.* Beträgt die Temperaturänderung eines sich durch eine zufällige Störung nach oben bewegenden Volumenelementes $|dT/dr|_{\text{ad}}$, und ist der Temperaturgradient der Umgebung gleich $|dT/dr|_{\text{Str}}$, dann tritt keine Konvektion auf, wenn gilt:

$$\left|\frac{dT}{dr}\right|_{\text{Str}} < \left|\frac{dT}{dr}\right|_{\text{ad}} \tag{10.38}$$

Bei Sternen tritt Konvektion in unterschiedlichen Bereichen auf:

- Massereiche Sterne: Der Kern ist konvektiv, die Hülle befindet sich im Gleichgewicht (Abb. 10.4, rechts). Dies hängt mit der extremen Temperaturabhängigkeit der Energieproduktion im Kern zusammen, was einen hohen Strahlungsgradienten bedeutet. Durch die Konvektion im Kern kommt es zu einer besseren Durchmischung der Elemente.
- Massearme, kühlere Sterne (z. B. Sonne): Der Kern befindet sich im Gleichgewicht, die Hülle wird konvektiv (Abb. 10.4, Mitte). Dies erklärt man durch die von der Oberfläche

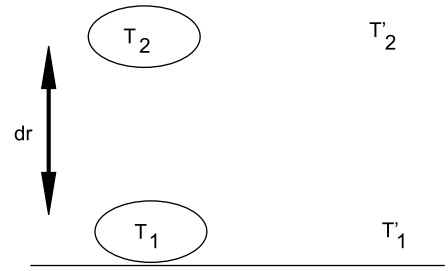


Abb. 10.3 Konvektion in einem Stern. Ist die Temperaturänderung $(T_2 - T_1)$ einer sich nach oben bewegenden Gasblase geringer als die der Umgebung $(T_2' - T_1')$, so ist sie leichter und steigt weiter nach oben, und man hat Konvektion

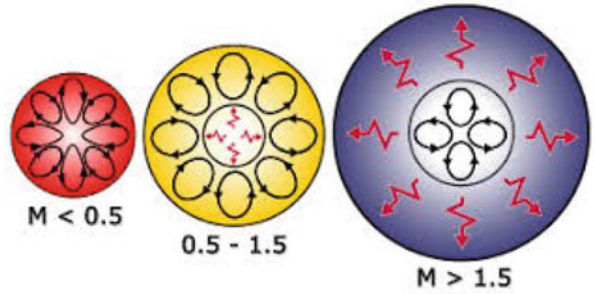


Abb. 10.4 Konvektion in Sternen; bei Sternen mit mehr als 1,5 Sonnenmassen ($M > 1{,}5$) tritt Konvektion im Kernbereich auf

nach innen zunehmende Anzahl von Schichten, in denen Elemente wie Wasserstoff oder Helium ionisiert werden, und daher den adiabatischen Gradienten verkleinern. Bei der Sonne setzt die Konvektion etwa 200 000 km unterhalb ihrer Oberfläche ein.

Je kühler die Sterne, desto tiefer reicht die Konvektionszone! Sterne mit weniger als 0,5 Sonnenmassen sind voll konvektiv.

Im Zentrum der Sonne herrscht eine Temperatur von 15 Mio. Kelvin, und an der Oberfläche beträgt sie etwa 6 000 Kelvin. In der Strahlungszone der Sonne erfolgt der Energietransport durch Strahlung. Die Formel dafür kann man ableiten, indem man eine Diffusionsnäherung annimmt. Die freie Weglänge der Photonen l_{Ph} ist gegeben durch:

$$l_{\mathrm{Ph}} = \frac{1}{\kappa\rho} \tag{10.39}$$

Sie beträgt nur wenige Zentimeter, daher ist die Diffusionsnäherung eine sinnvolle Annahme ($l_{\mathrm{Ph}} \ll R_{\odot}$).

Die folgende Abschätzung zeigt, wie lange es für ein Photon dauert um vom Inneren der Sonne an die Oberfläche zu gelangen und abgestrahlt zu werden: Der gesamte Sonnenradius setzt sich aus lauter Teilstrecken $\mathbf{l_i}$ zusammen, daher gilt:

$$\mathbf{L} = \sum_i \mathbf{l_i} = \mathbf{l_1} + \mathbf{l_2} + \ldots$$

Da die Teilstrecken Vektoren sind, die in beliebige Richtungen zeigen, gilt:

$$< L^2 > = < l_1^2 > + < l_2^2 > + \ldots + < L_N^2 >$$

daher bekommen wir:

$$< L^2 > = N < l^2 >$$

Nun ist $l \approx 1\,\text{cm}$, $< L >= R_\odot = 7 \times 10^{10}\,\text{cm}$ und $< L^2 > \approx 10^{22}\,\text{cm}$ also $N \approx 10^{22}$ und aus $t = < L^2 > /c = 3 \times 10^{12}\,\text{s} = 10^5$ Jahre.

Wir sehen daher jetzt Photonen (also abgestrahlte Energie) von der Sonne, die vor ca. 100.000 Jahren in ihrem Inneren durch Kernfusion erzeugt wurden!

Betrachten wir Diffusion allgemein: Eine Konzentration n von Teilchen soll von r abhängen. Die mittlere freie Weglänge sei l und deren mittlere Geschwindigkeit v. j beschreibt den Diffusionsfluss der Teilchen von Stellen hoher Konzentration zu Stellen geringer Konzentration:

$$j = -\frac{1}{3} v l \frac{dn}{dr} \tag{10.40}$$

Nun setzen wir in diese Gleichung die Parameter ein, die unser Strahlungsfeld beschreiben:

1. $n \to u = aT^4$, Strahlungsdichte,
2. $v \to c$,
3. $l \to l_{\text{Ph}}$,
4. $j \to L_r/4\pi r^2$, Strahlungsfluss.

Man sieht sofort $dn/dr \to du/dr = 4aT^3 dT/dr$; $a = 4\sigma/c$, und aufgelöst nach dem Temperaturgradienten liefert die Diffusionsnäherung:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{64\pi\sigma} \frac{\kappa\rho L_r}{r^2 T^3} \tag{10.41}$$

Man kann diese Gleichung auch durch folgende Überlegung ableiten: Man nimmt eine dünne Schale, wobei der Strahlungsfluss gegeben sei durch $F(r) = \sigma T^4(r)$. An der Stelle $r + dr$ hat man eine Temperatur $T + dT$, und der Fluss ist $F + dF = \sigma(T + dT)^4 \approx \sigma(T^4 + 4T^3 dT)$. dT ist negativ, da die Massenschale an der Außenseite kühler ist als innen. Der Fluss, der innerhalb der Schale absorbiert wird, beträgt dann:

$$dF = 4\sigma T^3(r) dT \tag{10.42}$$

Diese Absorption rührt von der *Opazität* (sie beschreibt quasi die Durchsichtigkeit) des Sternmaterials her:

$$dF = -\kappa(r)\rho(r)F(r)dr \tag{10.43}$$

Andererseits beträgt die Leuchtkraft des Sterns:

$$L(r) = 4\pi r^2 F(r) \tag{10.44}$$

und deshalb

$$L(r) = -[16\pi\sigma r^2 T^3(r)/\kappa(r)\rho(r)](dT/dr) \tag{10.45}$$

Eine genaue Behandlung ergibt noch den Faktor 4/3:

$$L(r) = -\frac{64\pi\sigma r^2 T^3(r)}{3\kappa(r)\rho(r)}\frac{dT}{dr} \tag{10.46}$$

Hat man eine hohe Opazität, dann wird die Konvektion dominierend. Der Gradient lautet dann:

$$\frac{dT}{dr} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\frac{T(r)}{P(r)}\frac{dP}{dr} \tag{10.47}$$

Dabei ist $\gamma = c_p/c_v$, wobei c_p, c_V die spezifischen Wärmekapazitäten bei konstantem Druck bzw. konstantem Volumen bedeuten.

Bestimmen wir die Leuchtkraft der Sonne aus dem Strahlungstransport. Wir nähern dazu $dT/dr \to -T_c/R_\odot$ und finden so den Gradienten $-2 \times 10^{-2}\,\mathrm{K/m}$. In obiger Gleichung setzen wir dann $r \to R_\odot, T(r) \to T_c, \rho(r) \to \rho_\odot$:

$$L_\odot = \frac{9{,}5 \times 10^{29}}{\kappa}\,\mathrm{J/s}$$

Hier müssen wir noch einen geeigneten Wert für die Opazität κ definieren. κ ist der Wirkungsquerschnitt pro Gasteilchen, multipliziert mit der Anzahl der Teilchen in 1 kg. Eine Masse von 1 kg vollständig ionisiertem Wasserstoff enthält 6×10^{26} Protonen und ebenso viele Elektronen. Für Elektronenstreuung ist der Wirkungsquerschnitt $10^{-30}\,\mathrm{m}^2$, für Photoionisation von Wasserstoff $10^{-20}\,\mathrm{m}^2$; die Photoionisation als Opazitätsquelle überwiegt im Sonneninneren, man hat grob:

$$10^{-3} \ll \kappa \leq 10^{7}$$

Damit liegt unsere Abschätzung bei:

$$10^{22} \leq L_\odot \ll 10^{32}\,\mathrm{J/s}$$

Der Mittelwert von $10^{27}\,\mathrm{J/s}$ passt gut zum gemessenen Wert von $3{,}9 \times 10^{26}\,\mathrm{J/s}$. Dies entspricht einer Opazität von $2{,}4 \times 10^3$.

10.2.2 Opazität

Die Opazität ist ein Maß für das Absorptionsvermögen in der Sternmaterie und daher wesentlich für den Energietransport.

Sie setzt sich aus mehreren Anteilen zusammen, die kurz behandelt werden.

Elektronenstreuung Sobald eine elektromagnetische Welle ein Elektron passiert, beginnt dieses zu oszillieren und strahlt ab. Die ursprüngliche Strahlung wird also abgeschwächt, Energie wird übertragen auf das oszillierende Elektron → Absorption.

Die Bewegungsgleichung eines Elektrons, welches einem elektrischen Feld **E** ausgesetzt ist lautet:

$$m_e \left(\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} + \gamma \frac{d\mathbf{x}}{dt} + \omega_0 \mathbf{x}^2 \right) = -e\mathbf{E} \tag{10.48}$$

γ ist die Dämpfungskonstante. Elektrisches Feld → regt Elektron zu Schwingungen an.

Als Lösungen erhält man zwei Grenzfälle:

- $\omega \gg \omega_0, \gamma$ → Elektron bewegt sich wie ein freies Elektron, *Thomson-Wirkungsquerschnitt* σ_T

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \right)^2 \tag{10.49}$$

- $\omega_0 \gg \omega, \gamma$: *Rayleigh-Streuung*

$$\sigma_R = \sigma_T \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^4 \tag{10.50}$$

  also Streuung $\propto \omega^4$oder $\propto \lambda^{-4}$, blaues Licht wird stärker in Erdatmosphäre gestreut als rotes. Wenn Sternlicht durch eine interstellare Wolke geht, wird es gerötet.

Der Thomson-Wirkungsquerschnitt ergibt sich zu $\sigma_T = 6{,}65 \times 10^{-29}\,\mathrm{m}^2$, und sind n_e Elektronen in der Volumeneinheit, dann beträgt der Absorptionskoeffizient:

$$n_e \sigma_T \tag{10.51}$$

Man findet:

$$\kappa_\nu = 0{,}20(1 + X) \tag{10.52}$$

Diese *Thomson-Streuung* ist unabhängig von der Frequenz, X ist der Anteil an Wasserstoff. Diese Behandlung vernachlässigt den Impulsaustausch zwischen Elektronen und Strahlung, was allerdings erst bei sehr hohen Temperaturen wirksam wird. Der Impuls der Photonen ist $h\nu/c$, dieser wird dann nach der Streuung teilweise an die Elektronen übertragen $m_e v \approx h\nu/c$. Die relativistische Korrektur *(Compton-Streuung)* wird wirksam, wenn $v_e \approx 0{,}1c$.

Frei-frei-Übergänge Die Elektronen befinden sich aufgrund der Temperaturen in thermischer Bewegung. Passiert nun ein solches Elektron ein Ion, dann können die beiden geladenen Teilchen Strahlung absorbieren. Die thermische Geschwindigkeit der freien Elektronen

ist $v \approx T^{1/2}$, und die Zeit, während der sie absorbieren oder emittieren, $\propto 1/v \approx T^{-1/2}$. *Kramers* hat folgende Beziehung abgeleitet:

$$\kappa_\nu \propto Z^2 \rho T^{-1/2} \nu^{-3} \tag{10.53}$$

Unter Verwendung des Rosseland'schen Mittelwerts erhält man:

$$\kappa_{\mathrm{ff}} = \rho T^{-7/2} \tag{10.54}$$

Hat man ein vollständig ionisiertes Gas (Sternzentrum), dann gilt *(Kramers):*

$$\kappa_{\mathrm{ff}} = 3{,}8 \times 10^{22}(1+X)[(X+Y)+B]\rho T^{-7/2}\ \mathrm{cm}^2\,\mathrm{g}^{-1}, \tag{10.55}$$

wobei $B = \sum_i X_i Z_i^2/A_i$ und A_i die atomaren Massenzahlen sind.

Gebunden-freie-Übergänge Betrachten wir zunächst ein neutrales Wasserstoffatom. Im Grundzustand beträgt die Ionisationsenergie χ_0, es wird durch ein Photon der Energie $h\nu > \chi_0$ ionisiert. Daraus folgt also:

$$h\nu = \chi_0 + \frac{1}{2} m_e v^2, \tag{10.56}$$

wobei v die Geschwindigkeit des freigesetzten Elektrons ist. Wenn a_ν der Absorptionskoeffizient pro Ion ist, $a_\nu = \kappa_\nu \rho / n_{\mathrm{ion}}$, dann ist $a_\nu = 0,\ \nu < \chi_0/h$ und $a_\nu > 0,\ \nu \geq \chi_0/h$. Man erhält $a_\nu \propto \nu^{-3}$ für $\nu \geq \chi_0/h$. Der sogenannte *Gauntfaktor* ist eine quantenmechanische Korrektur und tritt bei exakter Behandlung des Problems auf. Analog geht die Sache weiter für den ersten angeregten Zustand, $a_\nu = 0,\ h\nu < \chi_1$ und $a_\nu \propto \nu^{-3}$ für $h\nu \geq \chi_1$, wobei χ_1 die Energie ist, die notwendig ist, um ein Wasserstoffatom vom ersten angeregten Zustand aus zu ionisieren. Deshalb kommt es zum zackenförmigen Verlauf des Absorptionskoeffizienten.

Wärmeleitung Wie alle Teilchen können auch Elektronen Energie durch Wärmeleitung transportieren. Normalerweise ist ihr Beitrag zum Gesamtenergietransport vernachlässigbar. Die Wärmeleitung ist proportional zur mittleren freien Weglänge l und im nicht entarteten Fall ist $l_{\mathrm{Photon}} \gg l_{\mathrm{Teilchen}}$.

Wärmeleitung wird wichtig für entartetes Sternmaterial, also im Inneren weit entwickelter Sterne sowie bei Weißen Zwergen. Hier sind alle Quantenzellen unterhalb des Fermi-Impulses p_F besetzt.

10.3 Energiequellen

Unsere Sonne strahlt seit etwa 4,5 Mrd. Jahren mit fast unverändert derselben Leuchtkraft. Es stellte sich die Frage, woher diese Energie stammt. Wir werden zunächst klassische Ener-

giequellen behandeln, wie die bei der Kontraktion frei werdende Gravitationsenergie, dann die Kernfusion, die für den größten Teil der Entwicklung eines Sternes die Energiequelle darstellt.

Ein Stern strahlt kontinuierlich Energie ab. Deshalb sind Sternmodelle auch nicht statisch im strengen Sinne. Sterne entwickeln sich. $\epsilon(r)$ sei die Rate der Energieerzeugung bezogen auf die Masseneinheit (J/s kg). Eigentlich hängt ϵ auch von T, P und der Dichte ab, aber der Einfachheit wegen schreiben wir $\epsilon(r)$. Für den Sternaufbau nehmen wir an: $\epsilon = 0$, außer in den Zentralregionen, wo die Energie durch thermonukleare Fusion erzeugt wird.

Für die Sonne erhält man:

$$\epsilon_{\odot} \approx L_{\odot}/M_{\odot} = 2.0 \times 10^{-7}\,\mathrm{J/s\,kg} \tag{10.57}$$

Innerhalb einer Schale dr ändert sich die Leuchtkraft um:

$$dL = 4\pi r^2 \rho(r)\epsilon(r)dr \tag{10.58}$$

Im Folgenden betrachten wir die verschiedenen Möglichkeiten der Energieerzeugung.

Bei einer Kontraktion des Sternes wird Energie frei. Analogon: Ein Stein fällt zur Erde → Gravitationsenergie wird dabei in kinetische Energie umgewandelt.

▶ **Wichtig**

Virialsatz

Wenn ein Stern langsam kontrahiert, wird Gravitationsenergie frei,

- die Hälfte davon erwärmt den Stern,
- die andere Hälfte wird abgestrahlt.

Nehmen wir an, wir addieren den Bruchteil $dM(r)$ zu einer Masse $M(r)$, dann folgt die Änderung der Gravitationsenergie aus:

$$dU = -\frac{GM(r)dM(r)}{r} \tag{10.59}$$

Integrieren wir über alle Massenschalen:

$$U = -\int_0^M G\frac{M(r)dM(r)}{r} = -q(GM^2/R) \tag{10.60}$$

Dabei hängt q ab von der Massenverteilung in der Kugel. Hat man eine gleichmäßige Dichte, dann ist $q = 3/5$. Für die meisten Hauptreihensterne kann man $q = 1{,}5$ ansetzen.

Anwendung auf die Sonne. Wie lange kann die Sonne durch Kontraktion scheinen?

Wir rechnen mit

$$E \approx \frac{GM^2}{R} = \frac{6{,}67 \times 10^{-11}(2 \times 10^{30})^2}{7 \times 10^8} = 4 \times 10^{41}\,\mathrm{J}$$

Durch Vergleich mit Gl. 10.57: Die Sonne kann mit gegenwärtiger Leuchtkraft nur etwa 30 Mio. Jahre durch Freiwerden von Gravitationsenergie strahlen.

10.3.1 Thermonukleare Energieerzeugung

Physikalische Voraussetzungen
Vor einem Kernfusionsprozess sei die Masse der betroffenen Kerne i $\sum M_i$, nach der Fusion M_p. Die Masse der fusionierten Kerne ist leichter als die Masse der Ursprungskerne, und der fehlende Betrag, *Massendefekt,* ΔM, beträgt

$$\Delta M = \sum_i M_i - M_p \tag{10.61}$$

Diese fehlende Masse wird nach der bekannten Formel von Einstein in Energie umgewandelt:

$$E = \Delta M c^2. \tag{10.62}$$

Betrachten wir als Beispiel das *Wasserstoffbrennen.* Dabei wird aus vier Wasserstoffkernen ein Heliumkern erzeugt:

$$4\,{}^1\mathrm{H} \rightarrow {}^4\mathrm{He} \tag{10.63}$$

- Die Gesamtmasse von $4\,{}^1$H beträgt: $4 \times 1{,}0081\,\mathrm{m_u}$.
- Die Gesamtmasse eines ^{4}He-Kerns beträgt: $4{,}0029\,\mathrm{m_u}$.

Daher beträgt $\Delta m = 2{,}85 \times 10^{-2}\,\mathrm{m_u}$ oder 0,7 % der Gesamtmasse wird umgewandelt, was einer Energie von 26,5 MeV entspricht. Praktisch sind folgende Umrechnungen:

$$1\,\mathrm{keV} \approx 1{,}16 \times 10^7\,\mathrm{K} \tag{10.64}$$

$$931{,}1\,\mathrm{MeV} \approx 1\,\mathrm{m_u} \tag{10.65}$$

Wenden wir dies auf die Sonne an. Die Massenverlustrate beträgt $L_\odot/c^2 = 4{,}25 \times 10^{12}\,\mathrm{g\,s^{-1}}$. Die Sonne verliert also pro Sekunde 4 Mio. Tonnen. Nehmen wir an, $1\,M_\odot$ wird in He umgewandelt, dann machen 0,7 % nur $1{,}4 \times 10^{31}$ g aus, → die Sonne könnte 3×10^{18} s $\approx 10^{11}$ a lang strahlen.

Betrachten wir einen Atomkern der Masse M_{nuc}, Massenzahl A, der Z Protonen der Masse m_p enthält und $(A - Z)$ Neutronen der Masse m_n. Die Bindungsenergie E_B lautet dann:

$$E_B = [(A - Z)m_n + Zm_p - M_{\text{nuc}}]c^2 \tag{10.66}$$

Und die mittlere *Bindungsenergie* pro Nukleon f:

$$f = \frac{E_B}{A} \tag{10.67}$$

Trägt man f gegen A auf, dann sieht man folgendes Kurvenverhalten:

- steiler Anstieg bei der Fusion leichter Elemente,
- danach flacher Anstieg bis zum Element ^{56}Fe,
- flacher Abfall ab dem Element ^{56}Fe.

Es gibt demnach zwei Wege, Energie zu gewinnen. Beiden gemeinsam ist, dass das Endprodukt nach der Fusion eine höhere Bindungsenergie pro Nukleon besitzt als die Ausgangsprodukte:

- bis zum Element Eisen: durch Fusion,
- vom Element Eisen weg durch Spaltung (Fission).

Bei der Fusion von Wasserstoff zu Helium wird nur 0,7 % der Ausgangsmasse in Energie umgewandelt.

Betrachten wir die Fusion genauer. Zwischen zwei Teilchen, die gleichnamig geladen sind mit den Ladungen Z_1e, Z_2e (Z bezeichnet die *Kernladungszahl,* also die Anzahl der Protonen im Kern), wirkt die *Coulombabstoßung:*

$$E_{\text{Coul}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \tag{10.68}$$

Man muss die Teilchen einander so nahe bringen, dass die kurzreichweitigen starken *Kernkräfte* über die langreichweitigen, aber schwächeren Coulombabstoßungskräfte dominieren. Dabei beträgt der Wechselwirkungsradius:

$$r_0 \approx A^{1/3} 1{,}44 \times 10^{-15}\,\text{m} \tag{10.69}$$

Und die *Coulombbarriere* ergibt sich dann zu

$$E(\text{Coul}) \approx Z_1 Z_2 \,\text{MeV} \tag{10.70}$$

Im Inneren der Sonne beträgt die Temperatur nahe dem Zentrum 10^7 K, was einer Energie von etwa einem keV entspricht. Klassisch gesehen wäre somit eine Kernfusion im Sterninneren aufgrund der zu geringen Temperaturen unmöglich. Durch den von *G. Gamow*[1] gefundenen *Tunneleffekt* können auch Teilchen geringerer Energie die Coulombbarriere durchtunneln → Fusion.

Die Kernfusion im Sterninneren ist nur durch den quantenmechanischen Tunneleffekt erklärbar.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilchen die Coulombbarriere durchtunnelt, beträgt:

$$P(v) = e^{-2\pi\eta} \qquad \eta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} \tag{10.71}$$

→ starke Temperaturabhängigkeit der thermonuklearen Reaktionen!

Die thermonuklearen Reaktionsraten hängen ab von: Anzahl der Teilchen n_j, n_k, Wirkungsquerschnitt σ. Die Anzahl der Reaktionen pro Sekunde ist dann $n_k \sigma v$, und wenn sich n_j Teilchen im Volumen befinden, ist sie:

$$r_{jk} = n_j n_k \sigma v \tag{10.72}$$

Der *Wirkungsquerschnitt* hängt von v ab. Bei normalen Verhältnissen sind Teilchengeschwindigkeiten nach Maxwell-Boltzmann verteilt. Die Energie sei

$$E = \frac{1}{2} m v^2 \tag{10.73}$$

und $m = m_j m_k/(m_j + m_k) \ldots$ reduzierte Masse. Im Intervall $[E, E + dE]$ haben wir so:

$$f(E)dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\frac{E^{1/2}}{(kT)^{3/2}}\exp^{-E/kT} dE \tag{10.74}$$

Die gemittelte Reaktionswahrscheinlichkeit beträgt:

$$< \sigma v >= \int_0^\infty \sigma(E) v f(E) dE \tag{10.75}$$

[1] *G. Gamow,* 1928.

Sei X_i der Massenbruchteil der Teilchen, also

$$X_i \rho = n_i m_i$$

und Q die pro Reaktion freigesetzte Energie, dann lautet die *Energieerzeugungsrate:*

$$\epsilon_{jk} = \frac{1}{1+\delta_{jk}} \frac{Q}{m_j m_k} \rho X_j X_k < \sigma v > \tag{10.76}$$

Dabei ist $\delta_{jk} = 0$, wenn $j \neq k$ und $\delta_{jk} = 1$, wenn $j = k$.

Ein weiterer Effekt ist die Abschirmung durch freie Elektronen. Außerhalb einer gewissen Entfernung spürt das ankommende Teilchen ein neutrales Konglomerat aus einem positiv geladenen Kern, umgeben von einer Wolke aus freien Elektronen. Ein Kern der Ladung Ze verursacht in seiner Umgebung eine Polarisation: Elektronen der Ladung $-e$ werden angezogen, und deren Dichte n_e in der Umgebung des Kerns ist größer. Die anderen Ionen werden abgestoßen, und deren Dichte n_i ist geringer. Wir haben daher Abweichungen der n_e, n_i von den Mittelwerten $\bar{n}_e, \bar{n}_i$. Für das Potenzial Φ findet man:

$$\Phi = \frac{Ze}{r} \mathrm{e}^{-r/r_D} \tag{10.77}$$

Dabei ist r_D der *Debye-Radius,* welcher angibt, ab wann die Elektronen das Potenzial des Kerns abschirmen. Wenn $r \to 0$, dann geht dieses Potenzial über in ein Ze/r-Potenzial. Dies führt auch zu einer Reduktion der Coulomb-Wechselwirkung und erhöht die Wahrscheinlichkeit für das Durchtunneln der Coulombbarriere.

Nun behandeln wir die wichtigsten Reaktionen. Die hochgestellte Zahl bei den Elementen gibt die Massenzahl an, also die Zahl der Protonen und Neutronen im Kern. ^{2}H ist Deuterium, also ein Kern mit einem Proton und einem Neutron, ein Isotop des Wasserstoffs.

Wasserstoffbrennen Die beiden Grundreaktionen lauten:

$$^1\mathrm{H} + {}^1\mathrm{H} \to {}^2\mathrm{H} + e^+ + \nu \tag{10.78}$$

$$^2\mathrm{H} + {}^1\mathrm{H} \to {}^3\mathrm{He} + \gamma \tag{10.79}$$

Von hier an gibt es Verzweigungen:

- pp1:

$$^3\mathrm{He} + {}^3\mathrm{He} \to {}^4\mathrm{He} + 2\,{}^1\mathrm{H} \tag{10.80}$$

- weiterhin:

$$^3\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He} \to {}^7\mathrm{Be} + \gamma \tag{10.81}$$

und von hier aus die Verzweigungen:

- pp2:

$$^{7}\mathrm{Be} + e^{-} \rightarrow {}^{7}\mathrm{Li} + \nu \tag{10.82}$$

$$^{7}\mathrm{Li} + {}^{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + {}^{4}\mathrm{He} \tag{10.83}$$

- pp3:

$$^{7}\mathrm{Be} + {}^{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{8}\mathrm{B} + \gamma \tag{10.84}$$

$$^{8}\mathrm{B} \rightarrow {}^{8}\mathrm{Be} + e^{+} + \nu \tag{10.85}$$

$$^{8}\mathrm{Be} \rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + {}^{4}\mathrm{He} \tag{10.86}$$

Die Energieproduktionsrate ϵ ist stark temperaturabhängig und gegeben durch:

$$\epsilon \propto \rho T^{5} \tag{10.87}$$

Das Wasserstoffbrennen dominiert bei Temperaturen zwischen 5 und 15×10^{6} K.

CNO-Zyklus
Hier dient der Kohlenstoff lediglich als Katalysator. Man hat folgende sechs Reaktionsstufen:

$$^{12}\mathrm{C} + {}^{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{13}\mathrm{N} + \gamma \tag{10.88}$$

$$^{13}\mathrm{N} \rightarrow {}^{13}\mathrm{C} + e^{+} + \nu \tag{10.89}$$

$$^{13}\mathrm{C} + {}^{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{14}\mathrm{N} + \gamma \tag{10.90}$$

$$^{14}\mathrm{N} + {}^{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{15}\mathrm{O} + \gamma \tag{10.91}$$

$$^{15}\mathrm{O} \rightarrow {}^{15}\mathrm{N} + e^{+} + \nu \tag{10.92}$$

$$^{15}\mathrm{N} + {}^{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{12}\mathrm{C} + {}^{4}\mathrm{He} \tag{10.93}$$

Hier ist die Energieproduktionsrate bereits noch stärker von der Temperatur abhängig:

$$\epsilon_{\mathrm{CNO}} \propto \rho T^{12\ldots18} \tag{10.94}$$

Bei niedrigeren Temperaturen überwiegt die pp-Kette, bei höheren der CNO-Zyklus (Abb. 10.5).

Die entstehenden Positronen e^{+} zerstrahlen sofort wieder mit den Elektronen zu γ-Quanten. Die Neutrinos ν haben einen sehr geringen Wechselwirkungsquerschnitt und können nach ihrer Entstehung den Stern praktisch ungehindert passieren. Dabei führen sie Energie ab. Im

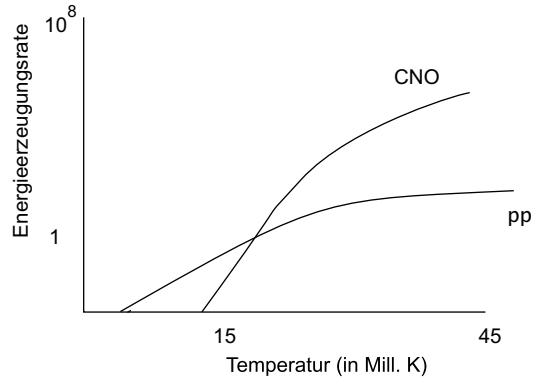


Abb. 10.5 Energieerzeugungsraten von pp- und CNO-Reaktion. Die Energieproduktion durch den CNO-Zyklus überwiegt ab etwa 18 Mio. K

Inneren der Sonne entstehen bei der Fusion eines ^{4}He-Kerns zwei Neutrinos, und auf der Erde misst man einen Neutrinofluss von 10^{15} Neutrinos pro m^2 und pro Sekunde.

Heliumbrennen Sobald im Zentralgebiet der Sonne der gesamte Wasserstoff zu Helium fusioniert ist, erlöschen die thermonuklearen Reaktionen. Die Temperatur ist noch zu gering für die Zündung weiterer Reaktionen. Erst wenn sie auf 10^8 K durch Kontraktion gestiegen ist (vgl. Virialsatz), setzt das Heliumbrennen ein:

$$^4\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He} \rightleftharpoons {}^8\mathrm{Be} \tag{10.95}$$

$$^8\mathrm{Be} + {}^4\mathrm{He} \rightarrow {}^{12}\mathrm{C} + \gamma \tag{10.96}$$

$$^{12}\mathrm{C} + {}^4\mathrm{He} \rightarrow {}^{16}\mathrm{O} + \gamma \tag{10.97}$$

Bei der ersten Reaktion entsteht ein ^{8}Be-Kern, der instabil ist und nach 10^{-1}s zerfällt. Nur wenn er innerhalb dieser kurzen Lebenszeit mit einem dritten ^{4}He-Kern reagiert, kommt es zum Aufbau eines stabilen ^{12}C-Kerns. Dazu sind hohe Dichten notwendig. Einige ^{16}O-Kerne reagieren noch mit ^{4}He und bilden ^{20}Ne.

Die Energieproduktionsrate beträgt:

$$\epsilon_{\mathrm{He}} \propto \rho^2 T^{\nu} \tag{10.98}$$

mit $\nu = 20 \ldots 30$.

Kohlenstoffbrennen Sobald He verbrannt ist und die Temperatur genügend hoch ist, setzen bei $5 \times 10^8 \ldots 10^9$ K folgende Reaktionen ein:

$$^{12}\mathrm{C} + {}^{12}\mathrm{C} \rightarrow {}^{24}\mathrm{Mg} + \gamma \tag{10.99}$$
$$\rightarrow {}^{23}\mathrm{Mg} + n \tag{10.100}$$
$$\rightarrow {}^{23}\mathrm{Na} + {}^{1}\mathrm{H} \tag{10.101}$$
$$\rightarrow {}^{20}\mathrm{Ne} + {}^{4}\mathrm{He} \tag{10.102}$$

Sauerstoffbrennen Dies setzt ab $T = 1{,}4 \times 10^9$ K ein:

$$^{16}\mathrm{O} + {}^{16}\mathrm{O} \rightarrow {}^{32}\mathrm{S} + \gamma \tag{10.103}$$
$$\rightarrow {}^{31}\mathrm{S} + n \tag{10.104}$$
$$\rightarrow {}^{31}\mathrm{P} + {}^{1}\mathrm{H} \tag{10.105}$$
$$\rightarrow {}^{28}\mathrm{Si} + {}^{4}\mathrm{He} \tag{10.106}$$

Weitere Reaktionen gibt es noch durch Einfang von ^{1}H und ^{4}He.

Siliziumbrennen Ab $T \approx 2 \times 10^9$ K kommt es zu vielen Reaktionen, wobei die wichtigste der Aufbau von Eisen ist:

$$^{28}\mathrm{Si} + {}^{28}\mathrm{Si} \rightarrow {}^{56}\mathrm{Fe} \tag{10.107}$$

Damit sind wir am Ende der Kernfusionskette angelangt. Weitere Fusionen setzen keine Energie mehr frei, sondern verbrauchen sie.

10.3.2 Neutrinos

Wie bereits erwähnt, ist deren Wirkungsquerschnitt σ_ν mit Materie sehr gering. Bei einer Energie von E_ν hat man

$$\sigma_\nu = (E_\nu / m_e c^2)^2 \times 10^{-44}\,\mathrm{cm}^2$$

Für Neutrinos im MeV-Bereich beträgt $\sigma_\nu \approx 10^{-44}\,\mathrm{cm}^2$. Dies ist um den Faktor 10^{18} geringer als der Wirkungsquerschnitt für Wechselwirkungen zwischen Photonen und Materie. Bei einer Dichte von $\rho = n\mu m_u$[2] (mittleres Molekulargewicht sei gleich 1) beträgt die mittlere freie Weglänge:

$$l_\nu = \frac{1}{n\sigma_\nu} \approx \frac{2 \times 10^{20}\,\mathrm{cm}}{\rho} \tag{10.108}$$

Daraus folgt:

- Normale Sterne: $\rho \approx 1\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ und $l_\nu = 100\,\mathrm{pc}$. Sogar wenn die Dichte $\rho = 10^6\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ betragen würde, wäre $l_\nu = 3000\,\mathrm{R}_\odot$.

[2] $m_u = 1{,}67 \times 10^{-24}$ g.

- Bei einem Sternkollaps am Ende der Sternentwicklung kann die Dichte jedoch Nuklearwerte annehmen, $\rho = 10^{14}\,\mathrm{gcm}^{-3}$ und $l_\nu = 20\,\mathrm{km}$. Einige der Neutrinos werden dann im Stern reabsorbiert, und man muss den Energietransport der Neutrinos mitberücksichtigen.

Neutrinos können in verschiedenen Flavours auftreten (Elektron-, Myon- und Tauneutrinos), bei der Kernfusion sind nur die Elektronneutrinos wichtig. Eine Liste der thermonuklearen Prozesse, bei denen Neutrinos freigesetzt werden, ist in Tab. 10.1 gegeben.

Weiterhin gibt es noch andere Prozesse, die zur Erzeugung von Neutrinos führen:

1. Einfang von Elektronen durch Protonen – dies passiert bei extrem hohen Dichten; sei Z die Kernladungszahl und A das Atomgewicht, dann hat man:

$$e^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + \nu$$

   (Z, A) bedeutet ein Atom mit der Ladungszahl Z und dem Atomgewicht A.
2. *Urca*-Prozess: Es kommt zu einem Elektroneneinfang und einem Betazerfall:

$$(Z, A) + e^- \rightarrow (Z - 1, A) + \nu$$
$$(Z - 1, A) \rightarrow (Z, A) + e^- + \bar{\nu}$$

3. Neutrinos durch Paarvernichtung:

$$e^- + e^+ \rightarrow \nu + \bar{\nu}$$

   Dies erfordert Temperaturen über 10^9 K.
4. Photoneutrinos:

$$\gamma + e^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$$

   Analogon dazu wäre die Streuung eines Photons durch ein Elektron (Comptonstreuung).
5. Plasmaneutrinos:

$$\gamma_{\mathrm{plasm}} \rightarrow \nu + \bar{\nu}$$

Tab. 10.1 Thermonukleare Prozesse, bei denen Neutrinos freigesetzt werden

$^1\mathrm{H} + {}^1\mathrm{H} \rightarrow {}^2\mathrm{H} + e^+ + \nu$	pp	0,263 MeV
$^7\mathrm{Be} + e^- \rightarrow {}^7\mathrm{Li} + \nu$	pp2	0,80 MeV
$^8\mathrm{B} \rightarrow {}^8\mathrm{Be} + e^+ + \nu$	pp3	7,2 MeV
$^{13}\mathrm{N} \rightarrow {}^{13}\mathrm{C} + e^+ + \nu$	CNO	0,71 MeV
$^{15}\mathrm{O} \rightarrow {}^{15}\mathrm{N} + e^+ + \nu$	CNO	1,0 MeV

Zerfall eines Plasmons in ein Neutrino-Antineutrino-Paar. Die Frequenz eines Plasmas hängt davon ab, ob es entartet ist oder nicht. Für nicht entartetes Plasma hat man:

$$\omega_0^2 \frac{m_e}{4\pi e^2 n_e} = 1 \tag{10.109}$$

und für entartetes Plasma:

$$\omega_0^2 \frac{m_e}{4\pi e^2 n_e} = \left[1 + \left(\frac{\hbar}{m_e c}\right)^2 (3\pi^2 n_e)^{2/3}\right]^{-1/2} \tag{10.110}$$

Wenn eine elektromagnetische Welle der Frequenz ω durch ein Plasma geht und K die Wellenzahl ist, dann hat man folgende Dispersionsbeziehung:

$$\omega^2 = K^2 c^2 + \omega_0^2 \tag{10.111}$$

Die Welle ist also an die kollektiven Bewegungen der Elektronen gekoppelt, und es können sich nur Wellen ausbreiten mit $\omega < \omega_0$. Multipliziert man obige Gleichung mit $h/2\pi$, dann hat man die quadratische Energie eines Quants, welches sich wie ein relativistisches Teilchen der Ruheenergie $h/2\pi\omega_0$ verhält und *Plasmon* genannt wird.

6. Neutrinos durch Bremsstrahlung. Wird ein Elektron im Coulombfeld eines Kerns abgebremst, kommt es zur Emission eines Photons, welches wiederum in ein Neutrino-Antineutrino-Paar zerfallen kann.

Die Kernfusion liefert bis zum Element Eisen Energie. Diese Elemente wurden im Inneren der Sterne gebildet. Alle Elemente schwerer als Eisen sind durch andere Prozesse entstanden, z. B. bei einer Supernovaexplosion.

10.4 Spezielle Sternmodelle

Wir betrachten zwei Beispiele von einfachen Sternmodellen, welche die umfangreichen numerischen Berechnungen zu vereinfachen helfen.

10.4.1 Polytrope Modelle

Bei diesen Modellen setzen wir folgende Beziehung zwischen Druck P und Dichte ρ voraus:

$$P = K\rho^{\gamma} \tag{10.112}$$

K ist die Polytropenkonstante und γ der Polytropenexponent. Oft verwendet man den *Polytropenindex n*:

$$n = \frac{1}{\gamma - 1} \tag{10.113}$$

Bei einem vollständig entarteten Gas ist diese Bedingung erfüllt mit $\gamma = 5/3$, $n = 3/2$. Hier kann man K ausrechnen, in anderen Fällen ist dies ein freier Parameter.
Ein weiterer Sonderfall wäre ein Stern mit konstanter Temperatur (isothermer Stern):

$$\rho = \mu P/(\Re T_0)$$

Weiterer Sonderfall: vollständig konvektiver Stern. Hier ist $\nabla = \nabla_{\mathrm{ad}} = 2/5$($\nabla$ steht für Temperaturgradient), wenn man den Strahlungsdruck vernachlässigen kann und der Stern vollständig ionisiert ist. Somit gilt

$$T \approx P^{2/5}$$

und für ein ideales Gas mit konstantem Molekulargewicht $T \approx P/\rho$. Somit hat man $\gamma = 5/3$, und K ist ebenfalls wieder fixiert.

Die erste Grundgleichung des Sternaufbaus kann man auch schreiben als:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{d\Phi}{dr}\rho \tag{10.114}$$

Dabei ist Φ das Gravitationspotenzial. Weiterhin hat man noch die *Poisson-Gleichung:*

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\phi}{dr}\right) = 4\pi G\rho \tag{10.115}$$

Setzen wir unsere Beziehung für polytrope Sterne ein, dann lautet die Grundgleichung:

$$\frac{d\Phi}{dr} = -\gamma K\rho^{\gamma-2}\frac{d\rho}{dr} \tag{10.116}$$

Wenn $\gamma \neq 1$, dann kann man diese Gleichung integrieren:

$$\rho = \left(\frac{-\Phi}{(n+1)K}\right)^n \tag{10.117}$$

An der Oberfläche ist $\Phi = 0$, $\rho = 0$. Setzt man dies in die Poisson-Gleichung ein, so ist:

$$\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\Phi}{dr} = 4\pi G\left(\frac{-\Phi}{(n+1)K}\right)^n \tag{10.118}$$

Nun definiert man:

$$z = Ar \qquad A^2 = \frac{4\pi G}{(n+1)^n K^n}(-\Phi_c)^{n-1}$$
$$w = \frac{\Phi}{\Phi_c} = \left(\frac{\rho}{\rho_c}^{1/n}\right)$$

Die Poisson-Gleichung geht dann in die *Lane-Emden*-Gleichungen über:

$$\frac{d^2w}{dz^2} + \frac{2}{z}\frac{dw}{dz} + w^n = 0 \tag{10.119}$$

$$\frac{1}{z^2}\frac{d}{dz}\left(z^2\frac{dw}{dz}\right) + w^n = 0 \tag{10.120}$$

Daraus findet man die radiale Verteilung der Dichte:

$$\rho(r) = \rho_c w^n \qquad \rho_c = \left[\frac{-\Phi_c}{(n+1)K}\right]^n \tag{10.121}$$

Für den Druck finden wir:

$$P(r) = P_c w^{n+1} \qquad P_c = K\rho_c^\gamma \tag{10.122}$$

Man kann eine Potenzreihe für $w(z)$ ansetzen und findet:

$$w(z) = 1 - \frac{1}{6}z^2 + \frac{n}{120}z^4 + \ldots \tag{10.123}$$

Für folgende Fälle gibt es eine analytische Lösung:

- $n = 0$

$$w(z) = 1 - \frac{1}{6}z^2 \tag{10.124}$$

- $n = 1$

$$w(z) = \frac{\sin z}{z} \tag{10.125}$$

- $n = 5$

$$w(z) = \frac{1}{(1 + z^2/3)^{1/2}} \tag{10.126}$$

Ansonsten muss man die Lane-Emden-Gleichung numerisch lösen.

Wir betrachten ein Polytropenmodell mit Index 3 für unsere Sonne, $M = 1{,}98 \times 10^{33}\,\mathrm{g}$, $R = 6{,}96 \times 10^{10}\,\mathrm{cm}$. Aus einer Tabelle entnimmt man für $n = 3$: $z_3 = 6{,}897$ und $\rho_c/\bar{\rho} = 54{,}18$. Mit $\bar{\rho} = 1{,}41\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ folgt für die Zentraldichte $\rho_c = 76{,}39\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$. Weiterhin ist $A = z_3/R = 9{,}91 \times 10^{-11}$. Aus der Beziehung

$$A^2 = \frac{4\pi G}{(n+1)K}\rho_c^{(n-1)/n}$$

folgt $K = 3{,}85 \times 10^{14}$. Dann erhält man aus

$$P_c = K\rho_c^{\gamma}$$

den Zentraldruck zu $P_c = 1{,}24 \times 10^{17}\,\mathrm{dyn/cm^2}$. Wir setzen folgende chemische Zusammensetzung voraus: $X \approx 0{,}7$, $Y \approx 0{,}3$. Dies ergibt ein mittleres Molekulargewicht von $\mu = 0{,}62$. Die Zentraltemperatur folgt aus der idealen Gasgleichung mit $T_c = 1{,}2 \times 10^7\,\mathrm{K}$. Die Massenverteilung errechnet sich aus:

$$m(r) = \int_0^r 4\pi\rho r^2 dr = 4\pi\rho_c \int_0^r w^n r^2 dr \tag{10.127}$$

10.4.2 Homologe Gleichungen

Sehr oft kann man in der Physik Probleme dadurch lösen, indem man von einer bekannten Lösung ausgeht und dann eine Transformation ausführt. Wir vergleichen hier verschiedene Sternmodelle mit Massen M, M', Radien R, R' und betrachten sogenannte homologe Punkte, an denen gilt:

$$r/R = r'/R' \tag{10.128}$$

Man spricht von homologen Sternen, wenn gilt $m/M = m'/M' = \xi$. Die Bedingung lautet dann:

$$\frac{r(\xi)}{r'(\xi)} = \frac{R}{R'} \tag{10.129}$$

Man führt folgende Parameter ein: $x = M/M'$; $y = \mu/\mu'$; $z = r/r' = R/R'$; $p = P/P' = P_c/P_c'$; $t = T/T' = T_c/T_c'$; $s = l/l' = L/L'$. Nun kann man homologe Hauptreihensterne konstruieren:

$$\frac{dr}{d\xi} = c_1 \frac{M}{r^2 \rho}$$
$$c_1 = \frac{1}{4\pi}$$
$$\frac{dP}{d\xi} = c_2 \frac{\xi M^2}{r^4}$$
$$c_2 = -\frac{g}{4\pi}$$
$$\frac{dl}{d\xi} = \epsilon M$$
$$\frac{dT}{d\xi} = c_4 \frac{\kappa l M}{r^4 T^3}$$
$$c_4 = -\frac{3}{64\pi^2 ac}$$

und:

$$\frac{dr'}{d\xi} = c_1 \frac{M'}{r'^2 \rho'} \left[\frac{x}{z^3 d}\right]$$
$$\frac{dP'}{d\xi} = c_2 \frac{\xi M'^2}{r'^4} \left[\frac{x^2}{z^4 p}\right]$$
$$\frac{dl'}{d\xi} = \epsilon' M' \left[\frac{ex}{s}\right]$$
$$\frac{dT'}{d\xi} = c_4 \frac{\kappa' l' M'}{r'^4 T'^3} \left[\frac{ksx}{z^4 t^4}\right]$$

wobei $\rho/\rho' = d; \epsilon/\epsilon' = e; \kappa/\kappa' = k$. Durch Lösen dieser Gleichungen ergeben sich also mehrere Sternmodelle auf einmal.

10.5 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.
Stellar Structure and Evolution, R. Kippenhahn, A. Weigert, Springer, 1996
Stars and Stellar Processes, M. Guidry, Cambridge Univ. Press, 2019
Stellar Interiors, V. Trimble, Springer, 2004
Introduction to Stellar Structure, W. J. Marciel, Springer, 2015

Aufgaben

10.1 An welcher Stelle im HRD befinden sich Sterne am längsten im hydrostatischen Gleichgewicht?

Lösung
Hauptreihe

10.2 Man diskutiere, weshalb Vereinfachungen in Sternmodellen gerechtfertig sind bzw. was eine Berücksichtigung von Rotation, Magnetfeld an den Modellen ändern würde!

Lösung
Sterne entwickeln sich sehr langsam, also stat. Modell; Rotation → Abplattung, Magnetfeld → Anisotropie, ...

10.3 Man leite aus der TOV-Gleichung die klassische Bedingung für das hydrostatische Gleichgewicht ab!

Lösung
Die Lösung ist sehr einfach: $c^2 \to \infty$.

10.4 Man berechne die Entweichgeschwindigkeit eines Weißen Zwerges von 0,5 Sonnenmassen!

Lösung
Der Radius des Objektes beträgt 1,5 Erdradien. Die Entweichgeschwindigkeit ist definiert als $v_e = \sqrt{2GM/R}$ und Einsetzen der Werte liefert $v_e = 3{,}7 \times 10^6\,\mathrm{m/s}$, also etwa 1/100 der Lichtgeschwindigkeit!

10.5 Ab welcher Temperatur reduziert die Compton-Streuung die Opazität?

Lösung
Wir betrachten zunächst das Wien'sche Gesetz: $h\nu = 4{,}965\,kT$, und sobald $T > 0{,}1 m_e c^2/(4{,}965k)$, also für $T > 10^8\,\mathrm{K}$, wird die Compton-Streuung wichtig.

Sternentwicklung

11

Inhaltsverzeichnis

11.1 Sternentstehung und -entwicklung 422
11.2 Vergleich der Sternentwicklung 429
11.3 Weiße Zwerge 431
11.4 Neutronensterne 434
11.5 Supernovae 440
11.6 Schwarze Löcher 445
11.7 Gamma Ray Bursts 451
11.8 Veränderliche Sterne 453
11.9 Sternaktivität 465
11.10 Weiterführende Literatur 469
Aufgaben 469

Im Prinzip gibt es die folgenden Stufen in der Sternentwicklung:

- Protostern,
- Vorhauptreihenentwicklung,
- Hauptreihe,
- Nachhauptreihendasein.

Die wichtigste physikalische Größe, die die Sternentwicklung charakterisiert, ist die Masse. Außerdem spielt die chemische Zusammensetzung eine Rolle. Wir haben bereits den Unterschied zwischen Sternen der Populationen I und II erwähnt. Sterne der Population II enthalten deutlich weniger Metalle (alle Elemente schwerer als He) als Sterne der Population I.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_11

11.1 Sternentstehung und -entwicklung

In diesem Abschnitt gehen wir der Frage nach, unter welchen Bedingungen eine Gas-Staubwolke kollabiert. Die Entwicklung zu einem Protostern hin wird dann aufgezeigt. Weiterhin behandeln wir die Entwicklung unserer Sonne.

11.1.1 Protosterne

Sterne entstehen durch Kontraktion aus interstellaren Wolken, die aus Gas und Staub bestehen.

Aufgrund des schon erwähnten Virialsatzes wissen wir, dass die bei der Kontraktion frei werdende potenzielle Energie zur Hälfte in thermische Energie umgewandelt wird, den Stern also erwärmt, und zur anderen Hälfte abgestrahlt wird.

Betrachten wir den Kollaps einer derartigen Gaswolke. Die Masse der Wolke sei M, der Radius R, die Gesamtanzahl der Teilchen N, die mittlere Teilchenmasse $\overline{m}$ und die Temperatur T. Die potenzielle Gravitationsenergie beträgt somit:

$$U = -\text{const}\frac{GMN\overline{m}}{R} \tag{11.1}$$

Der Wert der Konstanten hängt von der inneren Materieverteilung in der Wolke ab. Die kinetische Energie pro Teilchen beträgt im Mittel:

$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2}kT \tag{11.2}$$

und pro Masseneinheit

$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2}\frac{kT}{\mu m_u}. \tag{11.3}$$

Für eine Wolke der Masse M ist die kinetische Energie also gegeben durch Gl. 11.3, multipliziert mit der Masse M oder Gl. 11.2, multipliziert mit der Anzahl der Teilchen N; diese Wolke wird dann kontrahieren, wenn

$$U > E_{\text{kin}}. \tag{11.4}$$

Dies nennt man das *Jeans-Kriterium*. Die Jeans-Masse beträgt:

$$M_J = \frac{3}{2}\frac{kT}{G\overline{m}}R \tag{11.5}$$

und daraus folgt auch die Jeans-Dichte.

Es können also nur große Massen gravitationsinstabil werden.

Wir sehen auch, dass vor allem kühle Gebiete interstellarerer Materie für die Sternentstehung relevant sind, da ansonsten die kinetische Energie zu groß wird.

In Abb. 11.1 sieht man protoplanetare Scheiben im Orionnebel.

Man kann auch abschätzen, wie lange es dauert, bis eine Gashülle, die sich nicht im hydrostatischen Gleichgewicht befindet, kollabiert. Nehmen wir an, es sei $\Delta E_{\text{kin}} = \Delta U$ (Virialsatz) und

$$1/2(dr/dt)^2 = Gm_0/r - Gm_0/r_0,$$

dann finden wir für die *freie Fallzeit:*

$$\begin{aligned} t_{\text{ff}} &= \int_{r_0}^{0} (dt/dr)dr = -\int_{r_0}^{0} \frac{dr}{\sqrt{Gm_0/r - Gm_0/r_0}} \\ x &= r/r_0 \\ t_{\text{ff}} &= [r_0^3/(2Gm_0)]^{1/2} \int_0^1 [x/(1-x)]^{1/2} dx \\ x &= \sin^2 \Theta \\ t_{\text{ff}} &= \sqrt{\frac{3\pi}{32\, G\rho}} \end{aligned} \tag{11.6}$$



Abb. 11.1 Bildung protoplanetarer Scheiben im Orionnebel

Bevor im Inneren eines Sterns die Temperatur groß genug ist, um Kernreaktionen zu zünden, spricht man von einem *Protostern* oder auch der Vorhauptreihenentwicklung. Die Entwicklungswege für Protosterne im HRD hängen von deren Masse ab. Man unterscheidet vier Stufen:

1. Kollaps im freien Fall – die Teilchen kollidieren nicht miteinander während des freien Falls, der innere Druck ist gleich null.
2. Die Kernregionen kollabieren rascher als die äußeren Teile.
3. Sobald sich der Kern gebildet hat, kommt es zu einer Akkretion von der Hülle.
4. Erst wenn das den Kern umgebende Material weg ist (durch Strahlungsdruck), wird der Stern sichtbar.

11.1.2 Kollaps eines sonnenähnlichen Sterns

Wir gehen von einer interstellaren Wolke genügend hoher Masse aus. Es kommt zu Kollisionen zwischen den Molekülen während der Kollapsphase, und der Staub strahlt im IR. Diese Strahlung kann entweichen, und die Wolke bleibt zunächst kühl. Wenn aber die Dichte des Kerns einen kritischen Wert übersteigt, dann wird dieser undurchsichtig (optische Tiefe größer als 1) – der Kollaps des Kerns verlangsamt sich, man hat hydrostatisches Gleichgewicht, und es entwickelt sich ein Vorhauptreihenstern. Die Entwicklung bis hierher dauert eine Million Jahre. Die Leuchtkraft eines Sterns ist gegeben durch:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \tag{11.7}$$

In Abb. 11.2 ist die Entwicklung dargestellt: Bis zum Erreichen der sogenannten Hayashi-Grenze ist der Stern voll konvektiv, gewinnt aber Leuchtkraft durch den Kollaps im freien Fall. Ab einer Temperatur von 2000 K dissoziiert H_2, es wird also Energie für diesen Prozess verbraucht, die Leuchtkraft des Sternes nimmt ab. Ab 10^4 K wird Wasserstoff ionisiert, und der Stern wird optisch dick. Temperatur und Gasdruck steigen, und nach Überschreiten der Hayashi-Grenze geht die Kontraktion in eine Helmholtz-Kelvin-Phase über (Umwandlung von frei werdender Gravitationsenergie in Wärme).

> Die Hayashi-Grenze trennt im HRD den Bereich voll konvektiver Sterne von nicht mehr voll konvektiven.

Generell: Die Leuchtkraft ist hoch, weil der Radius R noch groß ist. Ein Vorhauptreihenstern leuchtet aufgrund der Kontraktion und Akkretion, die Temperatur erhöht sich zunächst kaum, und die Leuchtkraft nimmt ab. In weiterer Folge erwärmt sich der Kern, die Opazität wächst. Es entwickelt sich eine Zone mit Strahlungstransport, die langsam von innen nach außen wandert. Dann biegt die Entwicklung nach links im HRD ab. Ist die Temperatur

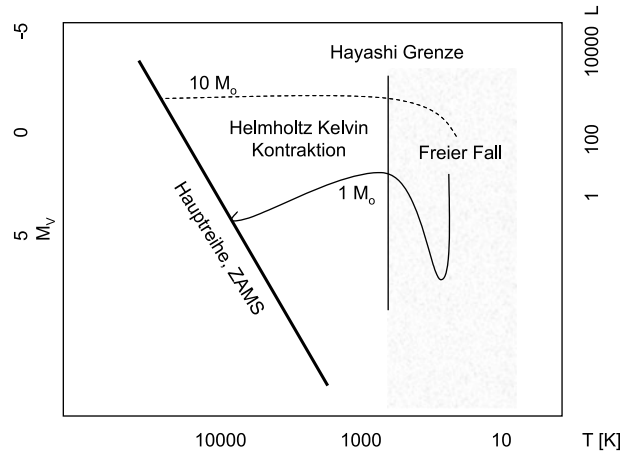


Abb. 11.2 Entwicklung zweier Protosterne mit a) 1 $M_\odot$ und b) 10 $M_\odot$ (gestrichelt) zur Hauptreihe. Für den Fall a) dauert die Entwicklung 50 Mio. Jahre, für den Fall b) nur 200.000 Jahre

groß genug, zünden die thermonuklearen Reaktionen, man spricht von einem *Nullalter-Hauptreihenstern, Zero Age Main Sequence Star, ZAMS.* Hier ist nur mehr die äußere Hülle konvektiv.

Wie lange kann ein Stern auf der Hauptreihe bleiben? Im Prinzip etwa 80 % seiner Gesamtlebenszeit. Nimmt im Inneren durch die Kernfusion der Wasserstoffgehalt ab, dann nehmen Temperatur und Dichte zu, und der Stern expandiert. Somit erhöht sich auch die Leuchtkraft des Sterns, und er entwickelt sich von der Hauptreihe weg nach oben. Dies kann man folgendermaßen abschätzen: Für die Leuchtkraft haben wir die Masse-Leuchtkraft-Beziehung:[1]

$$L_*/L_\odot = (M_*/M_\odot)^{3.3} \tag{11.8}$$

Die Lebensdauer[2] t eines Sterns ist dann gegeben durch:

$$t_*/t_\odot = (M_*/M_\odot)/(L_*/L_\odot) = (M_*/M_\odot)^{-2,3} \tag{11.9}$$

Man vergleiche die Hauptreihenlebensdauer unserer Sonne mit der eines Sterns von zehn Sonnenmassen!

11.1.3 Das Alter der Sterne

Sterne in einem Sternhaufen entstehen etwa zum selben Zeitpunkt. Da sich massereiche Sterne schneller entwickeln als massearme (vgl. Gl. 11.9), wird die Hauptreihe von älteren Sternhaufen nicht mehr vollständig besetzt sein.

[1] Nur für Sterne der Hauptreihe gültig!

[2] Eigentlich die Hauptreihenlebensdauer.

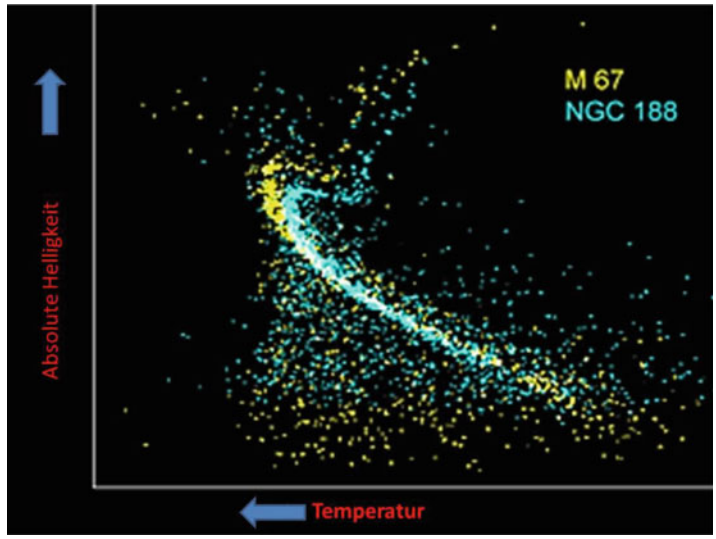


Abb. 11.3 Vergleich des HRD zweier Sternhaufen. Aus der Lage des Abzweigepunktes folgt das Alter

- Im HRD befinden sich die heißen, massereichen, leuchtkräftigen Sterne links oben.
- Heiße, leuchtkräftige massereiche Sterne haben sich bei älteren Sternhaufen schon von der Hauptreihe weg bewegt.

Man kann daher aus der Lage des Abzweigepunktes von der Hauptreihe auf das Alter eines Sternhaufens und damit der Sterne darin schließen.

In Abb. 11.3 sieht man ein HRD von zwei Sternhaufen. Es ist klar, dass der Sternhaufen M 67 etwas jünger sein muss,[3] da hier mehr Sterne auf der Hauptreihe liegen als bei NGC 188. Der Sternhaufen NGC 188 ist um eine Milliarde Jahre älter als M 67 und zählt zu den ältesten offenen Sternhaufen überhaupt.

11.1.4 Entwicklung eines Sterns mit einer Sonnenmasse

Wie bereits oben erwähnt, erreicht ein Stern mit einer Sonnenmasse die Nullalterhauptreihe, ZAMS, sobald die pp-Kette zündet. Nach etwa zehn Milliarden Jahren endet sein Hauptreihendasein, fast der gesamte Wasserstoff im Kern wurde in Helium umgewandelt, der Stern expandiert leicht, wodurch sich die Energieproduktion erhöht, da im Inneren seine

[3] Das Alter wird mit ungefähr vier Milliarden Jahren angegeben.

Temperatur zunimmt und auch die Leuchtkraft, da die Oberfläche größer wird. Die Kernreaktionen im Zentrum erlöschen schließlich, aber die Fusion von Wasserstoff zu Helium geht in einer Schale um den Kern herum weiter (Schalenbrennen). Der Sternradius nimmt nun beträchtlich zu: Der Kern kontrahiert, somit entsteht Wärme (vgl. Virialsatz), und die wasserstoffbrennende Schale erhitzt sich – es wird mehr Energie produziert, und der Stern expandiert. Dadurch erniedrigt sich aber die Oberflächentemperatur, und somit steigt die Opazität an, was zu einer Zunahme der Konvektion führt, welche wiederum wichtig für die Durchmischung der Elemente ist. Der Stern entwickelt sich zum Roten Riesen und wandert schräg rechts nach oben im HRD.

Ein *Roter Riese* hat folgende Struktur: Kleiner dichter Kern mit $T \sim 50 \times 10^6$ K, entartetes Elektronengas im Kern. Der Gasdruck hängt also nur von der Dichte und nicht von T ab, der Kern kann so der Gravitationskraft widerstehen, obwohl dort keine Fusion mehr stattfindet. Durch die Kontraktion steigt die Temperatur auf 10^8 K, und der Triple-Alpha-Prozess zündet. Passiert dies, dann breitet sich die Wärme durch die sehr effektive Wärmeleitung der entarteten Elektronen aus. Der gesamte Kern zündet dann, aber da die Materie entartet ist, nimmt nur die Temperatur zu, der Druck bleibt konstant, der Kern expandiert nicht. Man spricht von einem *Heliumflash.* Erst wenn die Kerntemperatur 350 Mio. K erreicht hat, werden die Elektronen nicht entartet, und der Kern kann expandieren und abkühlen. Nach diesem He-Flash nimmt der Sternradius und somit seine Leuchtkraft leicht ab, und der Stern wandert nach unten und nach links im HRD. Wenn das He durch den Triple-Alpha-Prozess verbraucht ist, erfolgt diese Fusion in einer Schale, der Stern expandiert wieder. Die Elektronen werden wieder entartet, der Kern ist diesmal mit Kohlenstoff angereichert (Abb. 11.4).

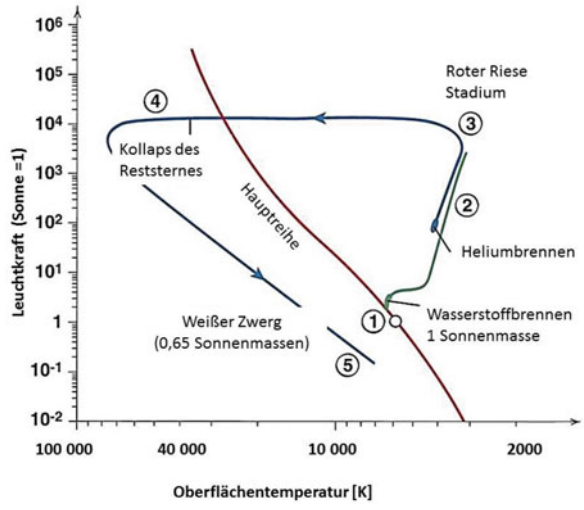


Abb. 11.4 Entwicklung eines sonnenähnlichen Sterns im HRD vom Hauptreihenstern zum Roten Riesen und Weißen Zwerg. Das Hauptreihendasein (1) dauert etwa 9 Mrd. Jahre, die Stufen 2 bis 4 werden in einigen 100 Mio. Jahren durchlaufen

Der Triple-Alpha-Prozess ist sehr stark von der Temperatur abhängig, und es kommt zu thermischen Pulsen, die in Wirklichkeit riesige thermonukleare Explosionen darstellen. Derartige Explosionen passieren alle ca. 10^3 Jahre und führen zu Leuchtkraftänderungen des Sterns um bis zu 50 % während einiger Jahre. Der Stern befindet sich am asymptotischen Riesenast im HRD *(asymptotic giant branch, AGB).* In diesen Phasen gibt es auch sehr starke *Sternenwinde,* und in einigen 1000 Jahren wird die Hülle vollständig weggeblasen; es bildet sich eine expandierende Hülle um den Stern herum, die vom heißen Kern erhitzt wird und zum Leuchten angeregt wird; dies bezeichnet man als *planetarischen Nebel.* Ein sehr bekanntes Beispiel ist der Ringnebel, M57 (Abb. 11.5). Der Ringnebel ist etwa 2000 Lichtjahre entfernt und ca. 20.000 Jahre alt. Der Zentralstern ist ein Weißer Zwerg, die Helligkeit beträgt $15\overset{\text{m}}{,}8$.

Beträgt die Masse eines Sternes weniger als etwa 1 $M_\odot$, dann reicht die Kerntemperatur nicht aus, um das Kohlenstoffbrennen zu starten. In etwa 100 000 Jahren entwickelt sich so ein *Weißer Zwerg.*

Das Schicksal unserer Sonne sieht also folgendermaßen aus:

► →Entwicklung unserer Sonne:
Hauptreihenstern (insgesamt etwa 10 Mrd. Jahre) → Roter Riese (ca. 10^8 Jahre)→
Weißer Zwerg.

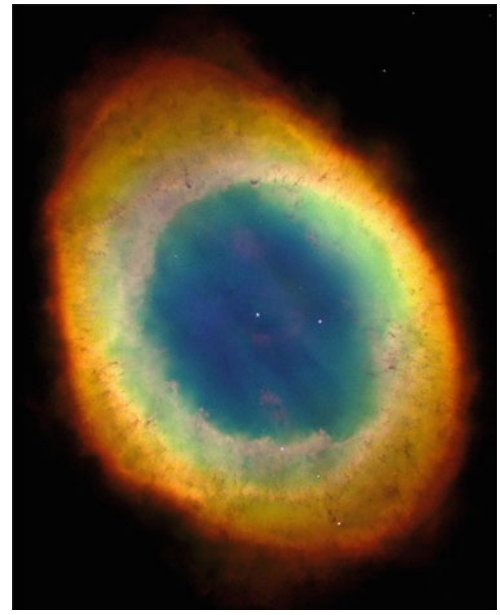


Abb. 11.5 Der Ringnebel M57. Im Zentrum erkennt man den Zentralstern, einen Weißen Zwerg. (HST/NASA)

11.2 Vergleich der Sternentwicklung

In diesem Abschnitt wollen wir kurz darstellen, wie sich die Lebensdauer bei Sternen unterschiedlicher Massen verhält. In Tab. 11.3 ist dargestellt, wie lange ein Stern benötigt, um zur Hauptreihe (HR) zu kontrahieren, wie lange er dann als HR-Stern leuchtet und wie lange sein Dasein als Roter Riese dauern kann. Daraus liest man ab, dass ein O5-Stern ein Gesamtalter von etwa 5 Mio. Jahren erreichen kann, ein M0-Stern hingegen etwa 30 Mrd. Jahre, wenn seine Masse nur 1/2 Sonnenmassen beträgt.

Es gibt folgende Endstadien in der Sternentwicklung:

- Weiße Zwerge,
- Neutronensterne, Pulsare,
- Schwarze Löcher.

Eine genaue Beschreibung der Endstadien folgt in den nächsten Abschnitten.

11.2.1 Massearme Sterne

Die Entwicklung massearmer Sterne ist in Abb. 11.6 skizziert. Am Ende des Hauptreihendaseins entwickeln sich die Sterne zu Roten Riesen und schließlich zu einem Weißen Zwerg. Dabei werden die äußeren Hüllen langsam abgestoßen; diese Hüllen kann man für einige tausend Jahre als planetarische Nebel leuchten sehen.

11.2.2 Massereiche Sterne

Massereiche Sterne verbrennen die Elemente bis zum Eisen. Am Ende der Entwicklung ist der Stern schalenartig aufgebaut (Abb. 11.7) mit einem Eisenkern in der Mitte, danach kommt eine Schale mit Silizium-Brennen usw. Sobald die Masse des Eisenkerns die Chandrasekhar-Grenzmasse (1,4 $M_\odot$) überschreitet, kommt es zu einer Implosion des Kerns verbunden mit der Abstoßung der äußeren Schichten, wodurch sich die Oberfläche des explodierenden Sternes stark vergrößert und dieser daher sehr hell wird; eine *Supernova* leuchtet auf.

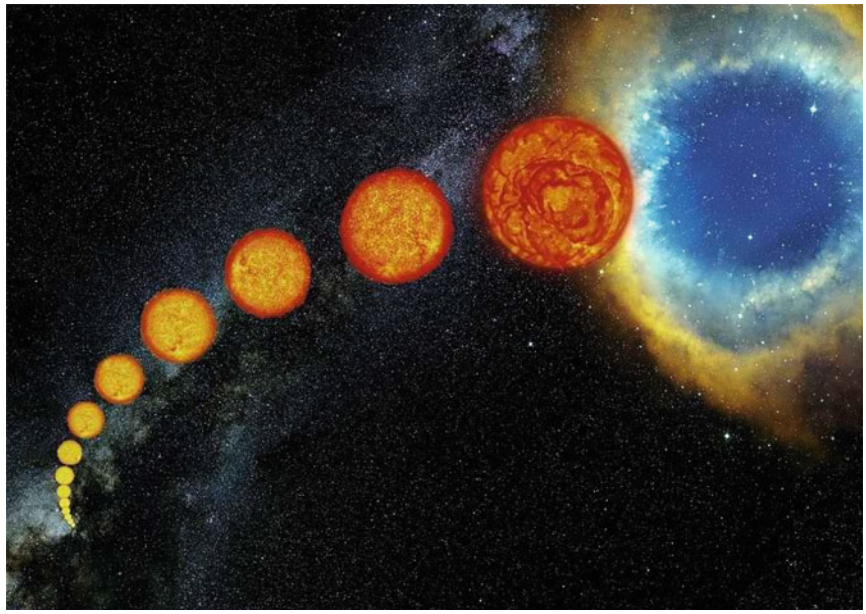


Abb. 11.6 Skizze der Entwicklung massearmer Sterne vom Hauptreihenstern (links unten) zum planetarischen Nebel (rechts oben). (ESO/Steinhöfel)

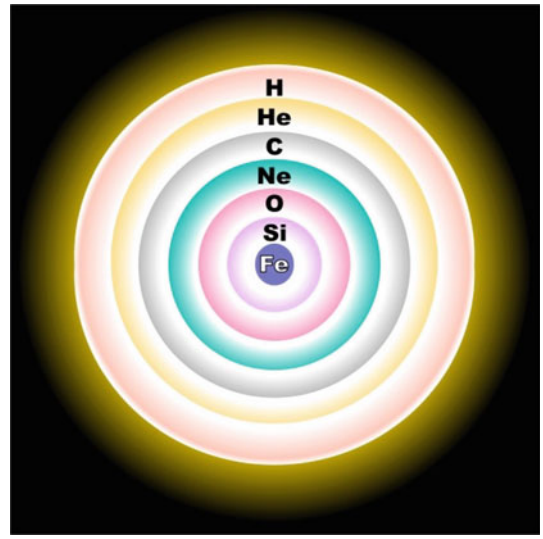


Abb. 11.7 Aufbau eines massereichen Sterns am Ende seiner Entwicklung. Sobald der Eisenkern die Chandrasekhar-Masse überschreitet, leuchtet eine Supernova auf

11.3 Weiße Zwerge

11.3.1 Allgemeine Eigenschaften

Sie entwickeln sich aus Roten Riesen. Wie wir gesehen haben, kommt es in den Endphasen der Sternentwicklung zu Pulsationen, bei denen Teile der äußeren Hülle abgestoßen werden. Daraus bildet sich ein planetarischer Nebel (Bsp. M57, Abb. 11.5).

Je nach Ausgangsmasse (die Endmasse die zur Bildung von Weißen Zwergen führt, ist stets unterhalb 1,4 Sonnenmassen) unterscheidet man:

- Sterne mit $\leq 0{,}5\, M_\odot$ bilden He-Weiße Zwerge, da die Kerntemperatur niemals ausreicht, um das Helium zu zünden.
- Sterne mit Massen zwischen $0{,}5 \ldots 5{,}0\, M_\odot$ lassen C-O-Sterne zurück.
- Sterne mit Massen zwischen $5 \ldots 7\, M_\odot$ bilden O-Ne-Mg-reiche Weiße Zwerge.

Die hier angegebenen Massenwerte beziehen sich auf die Anfangsmasse des Sterns!

Bei den Weißen Zwergen (engl. WD, *white dwarfs*) ist die Materie so dicht gepackt, dass sich die Elektronen nicht mehr frei bewegen können, sondern ein entartetes Elektronengas bilden.

Gleichgewichtszustand (hydrostatisches Gleichgewicht): Die Schwerkraft eines Weißen Zwergs wird durch den Druck der entarteten Elektronen kompensiert.

▶ → Dies geht allerdings nur bis zu $1{,}4\, M_\odot$ → *Chandrasekhar-Grenzmasse.*

> Chandrasekhar-Grenzmasse: Endstadien von Sternen bis zu einer Masse von etwa 1,4 Sonnenmassen sind Weiße Zwerge.

Man kann leicht eine Beziehung zwischen dem Radius und der Masse von Weißen Zwergen herleiten. Im Falle vollständiger nicht relativistischer Entartung ist:

$$P = K \rho^{5/3} \tag{11.10}$$

Die Bedingung für hydrostatisches Gleichgewicht ergibt:

$$P \approx M^2/R^4 \tag{11.11}$$

die Dichte $\rho \approx M/R^3$, und deshalb ist $P \approx M^{5/3} R^5$. Man erhält:

$$R = \frac{4\pi K}{G(4/3\pi)^{5/3} M^{1/3}} \qquad R_{\mathrm{WD}} \approx \frac{1}{M^{1/3}} \tag{11.12}$$

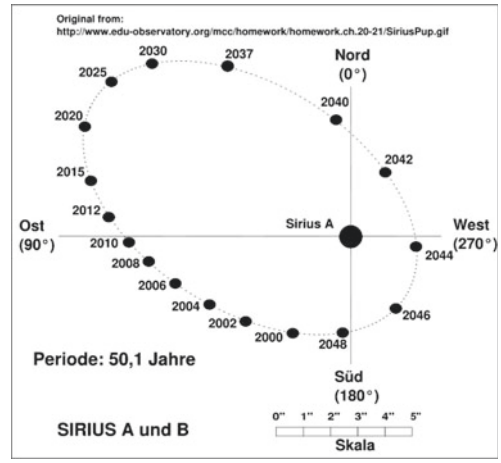


Abb. 11.8 Sirius mit Begleiter

→ Je größer daher die Masse eines Weißen Zwerges ist, desto geringer ist sein Radius R.
Weiße Zwerge leuchten durch Auskühlung, die thermische Energie ist gegeben durch:

$$E_{\text{th}} = \frac{3}{2}\frac{kT}{\mu m_u}M. \tag{11.13}$$

Betrachten wir einen Stern mit 0,8 $M_\odot$ und einer Temperatur von 10^7 K, dann beträgt die thermische Energie 4×10^{40} J, und nehmen wir eine Leuchtkraft von 10^{-3} $L_\odot$,[4] dann ergibt sich folgende Abkühlzeit τ_c:

$$\tau_c = E_{\text{th}}/L \approx 4 \times 10^{40}\text{J}/[(10^{-3})(3{,}8 \times 10^{26}\,\text{J/s})] \approx 3 \times 10^9\,\text{a}$$

Der erste Weiße Zwerg wurde 1862 von *A. Clark* gefunden: *Sirius* B, ein heißer, aber unscheinbarer Begleiter des Sirius (Abb. 11.8).

Weiße Zwerge teilt man ein in:

- DA: D steht für Dwarf (Zwerg), und A bedeutet ein Spektrum, das ähnlich dem eines A-Sternes ist, also wasserstoffreich.
- DB: Spektrum mit Nebellinien.
- DC: vorwiegend kontinuierliches Spektrum.

Die zuverlässigsten Daten gibt es für DA-Sterne, sie liegen nach links verschoben parallel zur Hauptreihe. Der mittlere Radius beträgt 0,013 $R_\odot$, die mittlere Masse 0,7 $M_\odot$ und die Dichte 10^9 kg/m^3.

[4] Sonnenleuchtkraft: $L_\odot \approx 3{,}86 \times 10^{26}$ J/s.

11.3.2 Allgemeine Relativitätstheorie und Weiße Zwerge

Bei Weißen Zwergen ist der Beitrag der gravitativen Rotverschiebung wichtig, die Spektrallinien erscheinen dadurch verschoben. Photonen besitzen eine Äquivalentmasse von $E = mc^2$, und auf diese Masse wirkt das Gravitationsfeld, was zu einer Verminderung von deren Energie führt bzw. zu einer Rotverschiebung, da Photonen höherer Energie eine kürzere Wellenlänge haben als Photonen geringerer Energie. Betrachten wir zunächst den klassischen Fall: Die Änderung der Energie im Gravitationsfeld beträgt nach *Newton:*

$$\Delta(h\nu) = -GmM/R \tag{11.14}$$

Da die Masse des Photons $m = E/c^2$ ist, mit $E = h\nu$, erhält man durch Einsetzen:

$$\Delta\nu/\nu_0 = -GM/c^2R \tag{11.15}$$

Betrachten wir kurz den relativistischen Dopplereffekt:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - R_S/R}} \approx -\frac{GM}{Rc^2} \qquad R_S = \frac{2GM}{c^2} \tag{11.16}$$

Dabei ist R_S der Schwarzschild-Radius.

Der relativistische Dopplereffekt hängt also vom Verhältnis des Schwarschildradius R_S zum Radius des Sternes R ab, und der Effekt nimmt zu bei

- großen Massen,
- kleinen kompakten Objekte (kleiner Wert für R).

11.3.3 Magnetfelder

Bei der Entstehung eines Weißen Zwergs ist die Erhaltung des magnetischen Flusses zu beachten. Darunter versteht man die Zahl der magnetischen Feldlinien multipliziert mit der Fläche, die sie durchdringen. Wird nun der Stern im Laufe seiner Entwicklung komprimiert, so bleibt natürlich die Zahl der Feldlinien dieselbe, aber die Oberfläche nimmt ab, und deshalb vergrößert sich die Magnetfeldstärke. Man kann zeigen:

$$B_{\mathrm{WZ}}/B_{\odot} = (R_{\odot}/R_{\mathrm{WZ}})^2 \tag{11.17}$$

→ Extreme Verstärkung des Magnetfeldes durch Kompression des Sternes!

11.3.4 Braune Zwerge

Im Gegensatz zu den Weißen Zwergen stehen die Braunen Zwerge nicht am Ende der Sternentwicklung, sondern bei ihnen kam es aufgrund der zu geringen Zentraltemperaturen nie zu einer Zündung des Wasserstoffbrennens. Die Grenzen sind nicht genau definierbar, aber man spricht von:

- Planeten, wenn $M < 0{,}002\,M_\odot$;
- Braunen Zwergen, wenn $0{,}002\,M_\odot < M < 0{,}08\,M_\odot$.

Bei Braunen Zwergen nahe der 0,08-Sonnenmassen-Grenze gibt es eine Phase des Deuteriumbrennens (einige 10.000 Jahre).

Mit dem Hubble-Space-Teleskop hat man nach Braunen Zwergen gesucht. In diesem Zusammenhang soll auf das Objekt *Gliese 229* verwiesen werden. Der Stern ist ein Doppelsystem, der Hauptstern ein Roter Zwerg und Gliese 229B ein Brauner Zwerg mit mehr als 20 Jupitermassen. Der Begleiter befindet sich in einer Entfernung von 40 AU vom Hauptstern.

11.4 Neutronensterne

11.4.1 Bildung von Neutronensternen

Für einen kontrahierenden Stern am Ende der Sternentwicklung, dessen Masse mehr als die Chandrasekhar-Grenzmasse von 1,4 Sonnenmassen beträgt, reicht der Druck der entarteten Elektronen nicht mehr aus, um der starken Gravitation Widerstand zu bieten. Die Materie wird zu extrem hohen Dichten komprimiert, und es findet der inverse Betazerfall statt:

$$p^+ + e^- \rightarrow n + \nu \tag{11.18}$$

Die Protonen und Elektronen vereinigen sich zu Neutronen und es entsteht Neutronengas, dessen Dichte etwa $10^{17}\,\mathrm{kg/m^3}$ erreicht. Die Neutronen bilden ein entartetes Gas, und es entwickelt sich ein Neutronenstern mit einem Durchmesser von einigen 10 km. Im Inneren befindet sich eine Neutronenflüssigkeit, in den äußeren Bereichen eine Neutronensupraflüssigkeit und eine kristalline Oberfläche (Neutronengittergas). In den äußersten Metern existiert eine Atmosphäre aus Atomen, Elektronen und Protonen, wobei die Atome meist Eisenatome sind.

Betrachten wir die Gravitationsrotverschiebung eines Neutronensterns mit 7 km Radius (überall SI Einheiten verwendet):

$$\Delta\lambda/\lambda \approx GM/Rc^2 = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{30}}{9 \times 10^{16} \times 7 \times 10^3} \approx 0{,}2 \tag{11.19}$$

Den Aufbau eines Neutronensterns stellt man sich folgendermaßen vor (Abb. 11.9):

- 15–16 km: Die oberste Schicht besteht aus entarteter Materie wie beim Weißen Zwerg mit einem Anstieg der Dichte, von 10^7 bis $4 \times 10^{14}\,\mathrm{kg/m^3}$, oben aus Eisenkernen, weiter unten auch aus neutronenreichen Kernen (z. B. Gold, Blei, Uran, ...).
- 11–15 km: Innere Kruste, die neutronenreichen Kerne lösen sich auf, und es treten vermehrt freie Neutronen auf, die im sie umgebenden relativistisch entarteten Elektronengas nicht zerfallen können.
- In 11 km Distanz vom Mittelpunkt herrscht eine Dichte von $200 \times 10^{15}\,\mathrm{kg/m^3}$, der Zustand einer stark inkompressiblen Neutronenflüssigkeit.
- Zentralbereich: Dichte bis $400 \times 10^{15}\,\mathrm{kg/m^3}$. Möglicherweise lösen sich die Neutronen auf, und subnukleare Teilchen wie freie Quarks könnten vorkommen.

Wie beim Weißen Zwerg nimmt der Durchmesser mit zunehmender Masse ab, und es gibt eine zu der Chandrasekhar-Grenzmasse analoge Grenzmasse für Neutronensterne, die sogenannte *Oppenheimer-Volkoff-Grenze.*

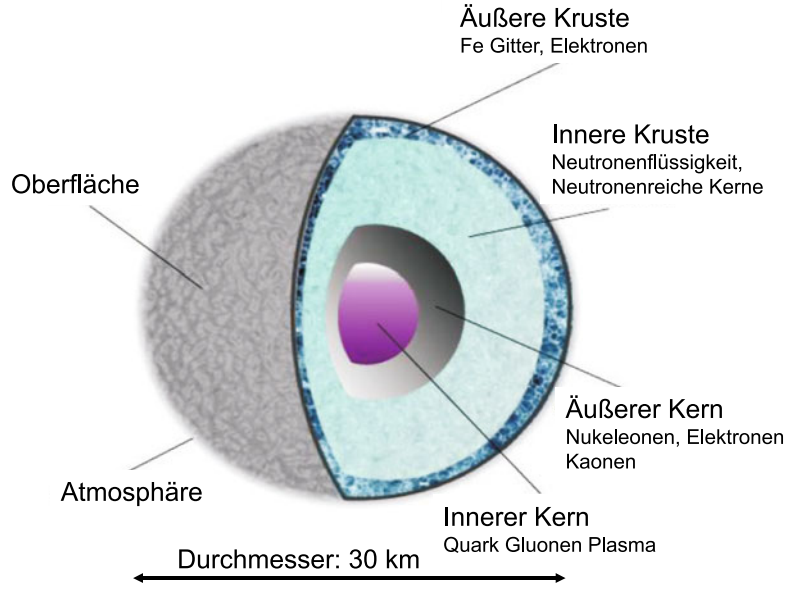


Abb. 11.9 Aufbau eines Neutronensterns

Berechnungen ergeben eine Grenzmasse für Neutronensterne im Bereich drei bis vier Sonnenmassen. Noch massereichere Sterne entwickeln sich also zu Schwarzen Löchern.

11.4.2 Pulsare

Im Jahre 1967 wollte man die Szintillation von Radioquellen am Himmel mithilfe eines von der *Hewish*-Gruppe in Cambridge, England, neu errichteten Radioteleskops untersuchen. Unter Szintillation versteht man das Blinken einer Radioquelle aufgrund von Dichtefluktuationen im interplanetaren Plasma (durch den Sonnenwind) und im interstellaren Medium. Sehr groß war die Überraschung damals, als man extrem periodische Radiosignale fand. Die Hewish-Gruppe fand ein Signal mit der exakten Periode von 1,33730113 s. Man hat dieses Phänomen als *Pulsar* bezeichnet, obwohl weiter unten gezeigt wird, dass der Helligkeitswechsel nichts mit Pulsationen des Sterns zu tun hat. Inzwischen wurden mehr als 150 Pulsare untersucht.

Die Regelmäßigkeit der Pulse ist besser als $1{:}10^8$. Die Energie eines Pulses kann aber stark variieren. Manchmal fallen auch Pulse aus. Die typischen Pulsationsdauern liegen von einigen 10 s bis zu Millisekunden. Die Primärpulse kann man noch in Submillisekundenpulse zerlegen. Die ersten Pulsare fand man bei einer Frequenz von 81,5 MHz. Die Pulsationszeiten ändern sich langfristig, man misst eine Zunahme der Perioden um 10^{-8} s/a (Sekunden pro Jahr). Dies kann man nur mit Atomuhren feststellen, die eine Genauigkeit von 10^{-10} s/a haben. Das Alter eines Pulsars folgt aus seiner Periode, dividiert durch die Rate der Änderung dieser:

$$t_{\text{Pulsar}} \approx P \left(\frac{dP}{dt} \right)^{-1} \tag{11.20}$$

Ein sehr bekannter Pulsar ist der Crab-Pulsar (Abb. 11.10): $P = 0{,}03\,\text{s}$, $dP/dt = 1{,}2 \times 10^{-13}$ s/s, er hat deshalb das Alter:

$$t_{\text{Pulsar}} \approx 10^{11}\,\text{s} \tag{11.21}$$

was die ungefähre Richtigkeit der Formel andeutet. Die Supernovaexplosion, die zur Entstehung des Crab-Pulsars führte, ereignete sich 1054 n. Chr.

Wichtig bei der Beobachtung ist der Effekt der *Dispersion:* Untersucht man einen gegebenen Puls bei niedrigeren Frequenzen, dann werden die Photonen durch die Elektronen abgebremst, die sich in der Sehlinie des Pulsars befinden. Längere Wellenlängen werden stärker abgebremst, und aus den Beobachtungen wird die Elektronendichte in der Sehlinie abgeschätzt. Umgekehrt kann man, wenn man die mittlere Elektronendichte kennt, die

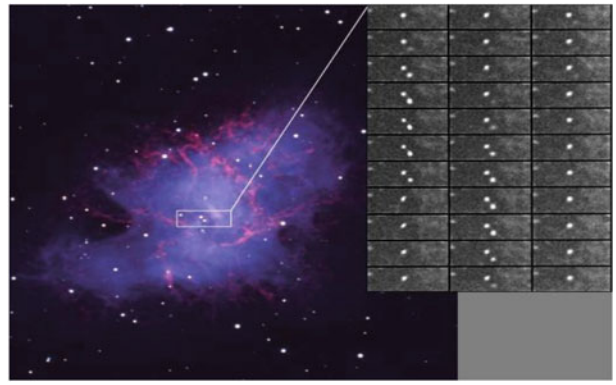


Abb. 11.10 Der Pulsar im *Crab-Nebel*

Entfernung des Pulsars bestimmen. Nehmen wir an, Pulse zwei verschiedener Frequenzen f_1, f_2 werden zur Zeit t_0 emittiert und kommen zu den Zeiten t_1, t_2 bei uns an. Wir erhalten dann:

$$t_1 - t_0 = d/v_1 \qquad t_2 - t_0 = d/v_2$$

Natürlich kennen wir t_0 nicht, aber die fällt weg bei:

$$t_2 - t_1 = (1/v_2 - 1/v_1)d \tag{11.22}$$

Die Geschwindigkeiten hängen von der Elektronendichte ab, und wenn wir diese kennen, kann man die Entfernung d bestimmen. Die interstellare Materie, also die zwischen den Sternen befindliche Materie, hat keine konstante Dichte, man hat daher ein *Dispersionsmaß* DM eingeführt:

$$DM = \int_0^d n_e dl \tag{11.23}$$

und:

$$t_2 - t_1 = 2\pi e^2/m_e c(1/f_2^2 - 1/f_1^2)DM \tag{11.24}$$

$$D = (t_2 - t_1)/(1/f_2^2 - 1/f_1^2) \tag{11.25}$$

$$DM = 2\pi mcD/e^2 \qquad DM = 2{,}41 \times 10^{-16} D \tag{11.26}$$

Die meisten Pulsare findet man in niedrigen galaktischen Breiten.

Weiterhin ist noch die *Faraday-Rotation* zu berücksichtigen. Die Polarisationsebene linear polarisierter Strahlung wird gedreht, wenn diese durch ein magnetisches Plasma geht. Die Faraday-Rotation hängt ab von:

- mittlerer Elektronendichte,
- mittlerer Magnetfeldstärke,

- λ^2 der Strahlung,
- Distanz durch das Medium.

Man kann also den Winkel, um den die Polarisationsebene bei verschiedenen Wellenlängen gedreht wird, messen und dann etwas über obige Größen aussagen.

Wie kommt es zu den Pulsen?
Zu deren Erklärung benötigt man:

- einen rasch rotierenden Neutronenstern, der eine hohe Rotationsenergie E_{rot} besitzt, und
- ein dipolares Magnetfeld, welches Rotationsenergie in elektromagnetische Energie transformiert. In Abb. 11.11 ist ein Modell eines schiefen Rotators dargestellt.

Pulsare sind rasch rotierende Neutronensterne.

Man nehme an, unsere Sonne kollabiert zu einem Neutronenstern mit Radius R. Untersuchen wir die zu erwartenden Magnetfeldstärken! Sei $R_{\text{ns}} = 73\,\text{km}$, es gilt:

$$B_{\text{ns}} = B_{\odot}(R_{\odot}/R_{\text{ns}})^2 \approx 10^6\ \text{T}$$

Dies ist rein hypothetisch, da unsere Sonne sich zu einem Weißen Zwerg entwickeln wird.

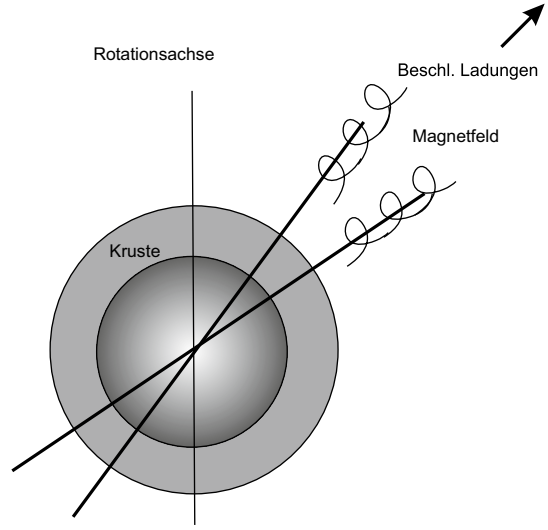


Abb. 11.11 Das schiefe Rotator-Modell eines Pulsars; Ladungen werden im starken Magnetfeld beschleunigt, und gebündelte Synchrotronstrahlung entsteht

Die Magnetachse ist gegen die Rotationsachse geneigt. Durch die Rotation entsteht ein elektrisches Feld durch Induktion, und dieses beschleunigt Teilchen der Kruste. Die so beschleunigten Teilchen (hauptsächlich Elektronen) emittieren Synchrotronstrahlung. Das Drehmoment der beschleunigten Teilchen bremst die Rotation, und daher sind Pulsare umso älter, je langsamer sie rotieren.

Betrachten wir noch kurz die Rotation:

$$\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{R^2} \tag{11.27}$$

Dies ist die Stabilitätsbedingung (Zentrifugalkraft muss kleiner sein als oder darf höchstens gleich groß sein wie die Schwerkraft). Die Rotationsperiode beträgt:

$$P = 2\pi R/v$$

Aus den obigen Gleichungen erhalten wir eine typische Dichte für Neutronensterne von $\rho = 4 \times 10^{16}\,\mathrm{kg/m^3}$.

Wie wir gesehen haben, gibt es sehr viele Doppelsterne und Mehrfachsysteme. 1974 entdeckten *Hulse* und *Taylor* einen Doppelpulsar. Man analysierte einen bis dahin schon bekannten Pulsar und fand eine Periode von 7,75 h, die sich durch die Bahnbewegung zweier Komponenten erklären lässt. Dieses Objekt (PSR 1913+16) ist 5 kpc von uns entfernt, die Halbachse des Doppelsystems ist nur so groß wie der Sonnenradius. Die Massen betragen $2\,M_\odot$ bzw. $0{,}8\,M_\odot$, der Begleiter des Pulsars dürfte also ein Weißer Zwerg sein.

Pulsare und Neutronensterne entstehen bei Supernovaausbrüchen. Der Pulsar im Crab-Nebel emittiert Pulse mit einer Energie von 10^{28} W vom optischen bis in den Röntgenbereich. Hier hat man eine Abbremsung von 4×10^{-13} s/s oder 10^{-5} s/a gemessen. Die Rotationsenergie sorgt für den Energiehaushalt des den Pulsar umgebenden Nebels. Es findet eine Umwandlung von Rotationsenergie in kinetische Energie und schließlich in Strahlungsenergie des Nebels statt. Die Rotationsenergie beträgt (I ist das Trägheitsmoment):

$$E_{\mathrm{rot}} = \frac{1}{2} I \omega^2 \tag{11.28}$$

$$\omega = 2\pi/P \tag{11.29}$$

$$I = \frac{2}{5} M R^2 \tag{11.30}$$

Nehmen wir an, die gesamte Rotationsenergie wird in Strahlungsenergie umgewandelt:

$$\frac{dE_{\mathrm{rad}}}{dt} + \frac{dE_{\mathrm{rot}}}{dt} = 0 \tag{11.31}$$

Nun setzen wir ein:

$$\begin{aligned}\frac{dE_{\text{rot}}}{dt} &= \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(I\omega^2)\\ &= \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left[\frac{2}{5}MR^2\left(\frac{2\pi}{P}\right)^2\right]\\ &= \ldots = -\frac{8}{5}\pi^2 MR^2 P^{-3}\frac{dP}{dt}\end{aligned}$$

und da $L = dE_{\text{rad}}/dt = -dE_{\text{rot}}/dt$, bekommen wir:

$$\begin{aligned}L &= \frac{8}{5}\pi^2 MR^2 P^{-3}\frac{dP}{dt}\\ \frac{dP}{dt} &= \frac{5}{8\pi^2}\frac{LP^3}{MR^2}\end{aligned}$$

Wir ermitteln die Rate der Pulsänderungen für den Crab-Pulsar. Wir verwenden zur Abschätzung $M = 1\,M_\odot$, $R = 10\,\text{km}$ und $L = 10^{31}\,\text{W}$ sowie $P = 1\,\text{s}$:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{5}{8\pi^2}\frac{10^{31}}{2\times 10^{30}(10^4)^2} = 10^{-8}\text{s/s}$$

Für den Crab-Pulsar gilt: $P \approx 0{,}03\,\text{s}$, daher hat man also:

$$dP/dt = 10^{-13}\,\text{s/s}$$

Dies stimmt mit den Beobachtungen überein.

11.5 Supernovae

11.5.1 Klassifizierung

Bei einer Supernova explodiert der Stern, und die äußere Hülle wird abgestoßen.

Supernovae (SN) erreichen absolute Helligkeiten von -16^{M} bis -20^{M} und können dadurch an Helligkeit eine gesamte Galaxie übertreffen. Aus historischen Aufzeichnungen ist z. B. die SN aus dem Jahre 1054 bekannt, die von chinesischen Astronomen beobachtet wurde. Sie war so hell, dass man den Stern am Tageshimmel sehen konnte. Der Helligkeitsverlauf einer SN zeigt einen raschen Anstieg zum Maximum und dann einen Abfall um zwei bis drei Größenklassen innerhalb eines Monats, bevor dann ein langsamerer Helligkeitsabfall einsetzt. Die bei einer SN-Explosion frei werdende Strahlungsenergie beträgt $10^{44}\,\text{J}$. Die Neutrinos transportieren noch wesentlich mehr Energie ab. Die ersten von einer SN

stammenden Neutrinos, die man registrieren konnte, waren die von SN 1987A. Der Kollaps eines Sterns führt zur Freisetzung von Gravitationsenergie (sei $R = 15$ km):

$$E_{\text{grav}} = \frac{GM^2}{R} \approx \frac{(6{,}67 \times 10^{-11})(2 \times 10^{30})^2}{1{,}5 \times 10^4} \approx 2 \times 10^{46}\,\text{J} \tag{11.32}$$

Man unterscheidet zwei Typen von Supernovae:

- Typ I: Sie treten in elliptischen und in Spiralgalaxien auf, es handelt sich um einen Weißen Zwerg, der durch plötzlich einsetzende Kohlenstofffusion explodiert. Der Weiße Zwerg nimmt Materie von einem Begleiter auf, Akkretion. Sobald die Chandrasekhar-Grenze erreicht wird, kommt es zu einem Kollaps des Sterns, und es entsteht eine Supernova vom Typ I.

Eine weitere Form einer Supernova vom Typ I ist bei einem kompakten Doppelsternsystem möglich, wo sich beide Komponenten zu einem Weißen Zwerg entwickelt haben. Die Massen bewegen sich um den gemeinsamen Schwerpunkt, dies ist eine beschleunigte Bewegung, und beschleunigte Massen strahlen nach der Allgemeinen Relativitätstheorie Gravitationswellen ab (vgl. Elektrodynamik: Beschleunigte Ladungen strahlen elektromagnetische Wellen ab). Dadurch nimmt der Bahndrehimpuls ab, und die beiden Komponenten nähern sich, bis sie verschmelzen. Eine Supernova vom Typ Ia entsteht, und durch die einsetzende Kohlenstoffdetonation wird der Stern wahrscheinlich vollständig zerrissen, es bleibt kein Reststern (z. B. Neutronenstern) übrig. Die Lichtkurven der SN Ia sind sehr ähnlich.

Typ I wird in Typ Ia, b, c unterteilt. Generell fehlen bei Typ I die Wasserstofflinien. Spektren der SN Ib ähneln in der Nähe des Maximums denen der SN Ia, später jedoch denen der SN II.

- Typ II: treten ausschließlich in Spiralgalaxien auf; massereiche (10 bis 100 Sonnenmassen) Sterne am Ende ihrer Entwicklung. Die Detonation wird durch den Gravitationskollaps verursacht. Im Inneren entsteht bei einem weit entwickelten Stern ein Eisenkern, der zu einem Neutronenstern kollabiert.

Am Ende der Entwicklung eines massereichen Sterns bleibt ein inerter Fe-Kern zurück, welcher keine Energie produziert; Neutrinos entweichen und führen Energie ab. Die Dichte nimmt zu, Protonen und Elektronen bilden Neutronen und Neutrinos. Materie um den Kernbereich herum, die mit 15 % der Lichtgeschwindigkeit auf den Kern auftrifft, führt zu einer Zunahme der Kernmasse. Der Kern kollabiert, sobald die Chandrasekhar-Grenzmasse erreicht ist. Es gibt in diesem Augenblick keine Gegenkraft zur Gravitation, da der Druck der entarteten Elektronen entfällt;

Die Neutronendichten werden so hoch, dass der Kern inkompressibel wird, es bildet sich eine repulsierende Materiewelle, die sich als Schockwelle nach außen ausbreitet. Diese

Tab. 11.1 Vergleich Supernovae vom Typ Ia mit Typ II

	Ia	II
Ursache	Weißer Zwerg	Massereicher Stern
	in Doppelstern	
Spektrum	Kein H	H
Max. Hell.	Um $1{,}^{\mathrm{m}}5 >$ II	
Lichtkurve	Scharfes Maximum	Breiteres Maximum
	Alle haben dieselbe Helligkeit	Versch. Hell.
Kommen vor in	Allen Galaxien	Nur Spiralgalaxien
Ausdehnung	10.000 km/s	5000 km/s
Radiostrahlung	–	Vorhanden

Schockwelle verursacht die eigentliche Explosion, der innere Bereich komprimiert weiter und bildet einen Neutronenstern oder ein Schwarzes Loch (Tab. 11.1).

Die Spektren beider Typen zeigen Emissionslinien, die oft von kurzwelligen Absorptionskomponenten begleitet sind, sogenannte P-Cygni-Linien → expandierende Gashülle. Man misst Ausstoßgeschwindigkeiten von bis zu 2×10^4 km/s, bei den SN I höhere als bei den SN II. Bei den SN II beobachtet man ähnliche Linien wie bei den Novae, Balmerlinien, He, Metalle (Ca II, Fe II) und später auch verbotene Linien wie [OI] und [OIII].

Helligkeiten:

- SN Ia: $M_{\mathrm{B,max}} = -19^{\mathrm{m}}$; in den ersten 20 bis 30 Tagen nach dem Maximum sinkt die Helligkeit um zwei bis drei Größenklassen ab; Lichtkurven sind sehr ähnlich → Standardkerzen zur Entfernungsbestimmung!
- SN Ib/c: Helligkeit im Maximum $1{,}^{\mathrm{m}}5$ geringer als bei SN Ia.
- SN II: stärkere Streuung der Maximalhelligkeit; $M_{\mathrm{B,max}} = -17 \ldots -18^{\mathrm{m}}$.

11.5.2 Kernsynthese während einer SN

Ein Stern mit einer Masse zwischen 10 und 20 Sonnenmassen ist schalenartig aufgebaut: C-, He- und H-Schale. Der Fe-Kern kontrahiert, und seine Temperatur nimmt zu. Bei 10^9 K kommt es zu einer *Photodisintegration* von Fe:

$$^{56}\mathrm{Fe} + \gamma \rightarrow 13\,^{4}\mathrm{He} + 4\mathrm{n} \tag{11.33}$$

Diese Reaktion verläuft endotherm und benötigt etwa 100 MeV. Der Kern verliert Energie und kontrahiert rascher. Folgende Reaktionen führen zur Bildung eines entarteten Neutronengases:

$$^4\mathrm{He} \rightarrow 2p + 2n \tag{11.34}$$

$$p + e^- \rightarrow n + \bar{\nu} \tag{11.35}$$

Die oberen Schichten fallen ebenfalls nach innen, erwärmen sich, und es setzt eine Kernfusion ein. Dies geschieht explosionsartig, und die äußeren Schichten werden abgestoßen. Es bilden sich so viele energiereiche Neutronen, welche von den schweren Kernen absorbiert werden können. Nun gibt es einen r-Prozess *(rapid)* bzw. s-Prozess *(slow),* wobei sich die Bezeichnung „rapid“ bzw. „slow“ auf den Betazerfall beziehen:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \tag{11.36}$$

Dies benötigt ca. 15 min. Im r-Prozess erfolgt der Einfang der Neutronen schneller als der Betazerfall. Zum Beispiel entsteht durch den r-Prozess aus $^{56}\mathrm{Fe} + \mathrm{n} \ldots$ das $^{61}\mathrm{Fe}$. Dieses ist nur etwa 6 min lang stabil, und wenn während dieser Zeit durch den s-Prozess Neutronen eingefangen werden, dann entsteht:

$$^{56}\mathrm{Fe} \rightarrow {}^{56}\mathrm{Co} + \mathrm{e}^- + \nu \tag{11.37}$$

Bei Supernovae vom Typ II spielt nur der r-Prozess eine Rolle. Bei Roten Riesen spielt die Nukleosynthese nach dem s-Prozess eine wichtige Rolle.

Die wesentliche Energiequelle bei der Abstrahlung ist sowohl für Supernovae vom Typ I als auch vom Typ II der radioaktive Zerfall: $^{56}\mathrm{Ni}$ zerfällt mit einer Halbwertszeit von 6,1 Tagen zu $^{56}\mathrm{Co}$, und dieses zerfällt mit einer Halbwertszeit von 77,3 Tagen zum stabilen $^{56}\mathrm{Fe}$.

11.5.3 Beobachtete Supernovae

Bisher wurden mehrere 100 Supernova-Ausbrüche beobachtet und durch Surveys pro Jahr mehrere Dutzend. Diese Ausbrüche sind wegen ihrer hohen Leuchtkraft nicht nur in unserer Galaxis, sondern selbst bei weit entfernten Galaxien beobachtbar, zur Zeit der größten Helligkeit überstrahlt eine Supernova sogar eine ganze Galaxie. In unserer Milchstraße wurden in den letzten 900 Jahren nur drei Supernova-Ausbrüche registriert:

- 1054 (Überrest = Krebs-Nebel, Crab-Nebel, siehe Abb. 11.12),
- 1572 beobachtete *Tycho Brahe* eine Supernova,
- 1604 beobachtete *Kepler* eine Supernova im Sternbild Ophiuchus.

Kepler beobachtete eine Supernova, deren Helligkeit etwa der des Jupiters während seiner Opposition entsprach. Wie weit war diese Supernova von uns entfernt?

Nehmen wir an, es handelte sich um eine SN vom Typ I, dann $M = -19$; die scheinbare Helligkeit des Jupiters beträgt $-2{,}^{\mathrm{m}}5$. Daher folgt aus dem Entfernungsmodul:

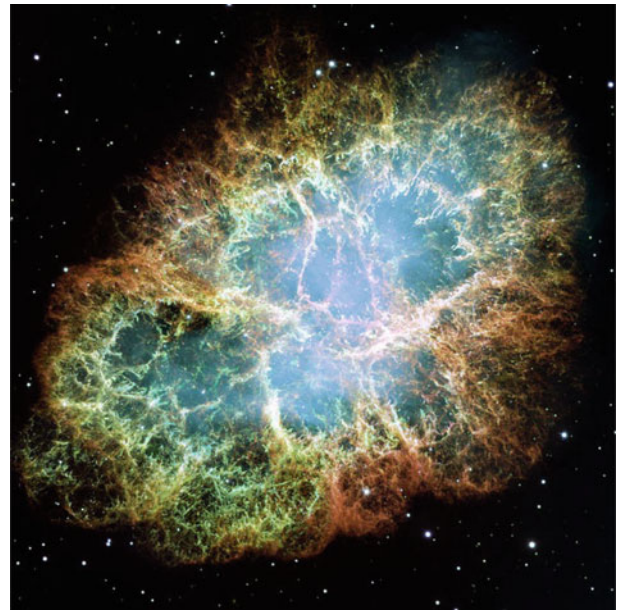


Abb. 11.12 Crab-Nebel M1. Ein Supernova-Überrest, Entfernung 6300 Lj. (Credit: NASA, ESA, S. Beckwith (STScI), and The Hubble Heritage Team STScI/AURA)

$d \approx 20.000$ pc = 65.000 Lichtjahre.

Im Jahre 1987 beobachtete man in der großen Magellan'schen Wolke[5] einen Supernovaausbruch, SN 1987 A (das „A" steht für die erste Supernova des Jahres 1987), der am Südhimmel mit freiem Auge gesehen werden konnte (Lichtkurve, Abb. 11.13). Bevor man den Ausbruch entdeckte, wurden mit einem Neutrinodetektor in Kamioka, Japan, Neutrinos registriert, die von SN 1987 A stammen. Die Neutrinos werden bei den enormen Kerndichten von $10^{14}\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ noch im Kernbereich gestreut und verlassen daher verzögert den Stern. Die Neutrinosignale wurden einige Stunden vor der ersten optischen Beobachtung des Ausbruchs empfangen. Dem Neutrinoburst entspricht eine Gesamtenergie von $10^{45} \ldots 10^{46}$ J, die gravitative Bindungsenergie wird nur zu 1 % als optische Strahlung frei sowie als kinetische Energie der abgestoßenen Hülle. Derartige Beobachtungen sind auch wesentlich für die Frage nach der Neutrino-Ruhemasse. Die Beobachtungen lassen auf eine Obergrenze für die Neutrino-Ruhemasse von 10 bis 30 $\mathrm{eV\,c^{-2}}$ schließen.

Die Entdeckung erfolgte am 24. Februar 1987, im Juli beobachtete man Lichtechos von kleinen Materieringen 140 bzw 400 pc vor der Supernova. Von Juli bis November nahm die Helligkeit exponentiell ab, was mit der mittleren Zerfallszeit des ^{56}Co übereinstimmt.

Im Durchschnitt ist mit einem Supernova-Ausbruch in 50 Jahren pro Galaxie zu rechnen.

Die Entwicklung von Lichtechos um das Objekt V838 ist in Abb. 11.14 gezeigt. Dieses entstand aus einem Novaausbruch (Anfang 2002) eines Objektes im Sternbild Monoceros (Einhorn) in einer Entfernung von 6,1 kpc.

[5] Eine Zwerggalaxie, Satellit unserer Milchstraße, 52 kpc entfernt.

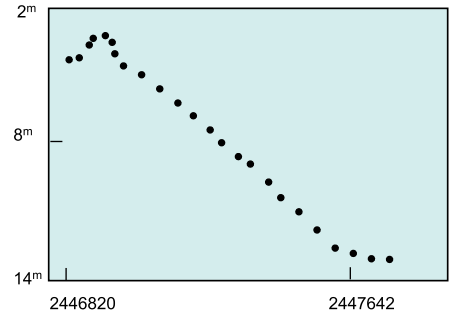


Abb. 11.13 Lichtkurve der Supernova 1987 A. Die Zeit ist in julianischer Tageszählung angegeben



Abb. 11.14 Entwicklung des Lichtechos um V838. (Quelle: Hubble Space Telescope)

11.6 Schwarze Löcher

Die Existenz von Objekten, deren Gravitation so stark ist, dass nicht einmal Licht entweichen kann, wurde schon von Newton vermutet. Im Prinzip könnten alle Objekte bei entsprechender Kompression zu einem Schwarzen Loch werden. Die Quantenphysik zeigt, dass selbst Schwarze Löcher im Laufe sehr langer Zeiträume verdampfen.

11.6.1 Allgemeines

Wir betrachten ein Objekt, dessen Entweichgeschwindigkeit

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \tag{11.38}$$

gleich der Lichtgeschwindigkeit c sei; so bekommen wir für den Radius eines Schwarzen Loches:

$$R = \frac{2GM}{c^2} \tag{11.39}$$

Für ein derartiges Objekt gilt: Nichts kann mehr entweichen, nicht einmal Lichtteilchen, daher der Name Schwarzes Loch. Der Radius eines Schwarzen Loches hängt also von dessen Masse M ab und heißt *Schwarzschild-Radius.* Materie fällt in ein Schwarzes Loch auf einer spiralförmigen Bahn.

Aus obiger Formel folgt für den hypothetischen Schwarzschild-Radius für unsere Sonne 3 km.

Eine hypothetische Reise in ein Schwarzes Loch ergibt, dass man bei einem Schwarzen Loch mit einer Masse von zehn Sonnenmassen bei 3000 km Entfernung von der Singularität durch die enormen Gezeitenkräfte auseinandergerissen wird. 10^{-5} s nach dem Passieren des Schwarzschild-Radius ist man in der Singularität. Für einen außen stehenden Beobachter erleidet das Raumschiff eine immer größere Rotverschiebung beim Hineinfliegen, die Zeit vergeht immer langsamer. Das Licht wird so lange rotverschoben, bis man die Signale nicht mehr entdecken kann.

Wie wir gesehen haben, reicht ab einer Masse, die größer ist als die Chandrasekhar-Grenzmasse, der Druck der entarteten Elektronen nicht mehr aus, um den Gravitationskollaps am Ende der Sternentwicklung zu stoppen. Zunächst ist dann bei steigender Masse noch ein Neutronenstern möglich. Wenn der Stern kontrahiert, wird das Gravitationsfeld an seiner Oberfläche immer stärker und damit auch relativistische Effekte, die grob gesagt vom Verhältnis des Schwarzschild-Radius zum tatsächlichen Radius eines Objekts abhängen. Sobald das Licht nicht mehr entweichen kann, die Entweichgeschwindigkeit also gleich der Lichtgeschwindgkeit ist, also alles durch das Gravitationsfeld gefangen ist, hat man eine Menge von Ereignissen, aus der kein Entkommen möglich ist, und man spricht von einem Schwarzen Loch. Die Grenze, ab der kein Entkommen mehr möglich ist, nennt man den *Ereignishorizont.*

Im Zentrum eines Schwarzen Lochs gibt es eine Singularität. Dort existieren keine physikalischen Gesetze mehr, und man kann nichts vorhersagen. Derartige Singularitäten entziehen sich unserer Erkenntnis, da sie ja durch den Ereignishorizont von uns getrennt sind.

Aber es gibt auch Lösungen nach der Allgemeinen Relativitätstheorie, die es einem Astronauten ermöglichen, ein Zusammentreffen mit dieser Singularität zu verhindern, er könnte stattdessen in ein *Wurmloch* fallen, was bedeuten würde, dass er an einer ganz anderen Stelle des Universums wieder herauskäme. Derartige Reisen durch Raum und Zeit haben einen Nachteil: Die Lösungen sind extrem instabil, die kleinste Störung wurde zum Sturz in die Singularität führen.

Die mathematische Beschreibung mit der Schwarzschildmetrik ergibt drei Lösungen:

- Schwarze Löcher;
- Weiße Löcher: Gegenteil der Schwarzen Löcher, es strömen nur Materie, Energie heraus; verletzen das 2. Gesetz der Thermodynamik;
- Wurmlöcher: Verbinden über sogenannte *Einstein-Rosen-Brücken* verschiedene Teile des Universums.

Die mathematische Beschreibung rotierender Schwarzer Löcher geht über die Kerr-Metrik. Dabei tritt neben dem Ereignishorizont noch die sogenannte Ergosphäre auf, welche den Ereignishorizont umhüllt; innerhalb der Ergosphäre kann Materie nicht stationär gehalten werden.

Bei der Bildung eines Schwarzen Lochs kommt es zur Emission von *Gravitationswellen.* Diese entziehen dem System Energie. Die bei der Kollision zweier Schwarzer Löcher abgestrahlten Gravitationswellen wurden 2015 erstmals direkt nachgewiesen.

Gravitationswellen werden von allen sich beschleunigt bewegenden Massen emittiert.

Auch durch die Bewegung der Erde um die Sonne entstehen Gravitationswellen (Kräuselungen in der Raum-Zeit), dem System wird so Energie entzogen, allerdings sehr wenig, und der Effekt ist hier extrem gering. Anders z. B. beim Pulsar PSR 1913+16. Hier hat man zwei einander umkreisende Neutronensterne. Sie verlieren Energie durch Emission von Gravitationswellen und spiralen so aufeinander zu.

Die Größe und Gestalt eines Schwarzen Lochs hängen nur von seiner Masse und Rotation ab, nicht jedoch von anderen Parametern wie chemische Zusammensetzung usw.

11.6.2 Kandidaten für Schwarze Löcher

Kandidaten für Schwarze Löcher gibt es viele: z. B. das System *Cyg X-1* (Abb. 11.15). Dies ist eine starke Röntgenquelle am Himmel (Helligkeit im Bereich 2-11 keV: 2×10^{30} W, Entfernung: 2,5 kpc). Es handelt sich um ein Doppelsternsystem, bei dem von einer Komponente Materie weggeblasen wird und in einer Akkretionsscheibe auf einen unsichtbaren Begleiter (welcher aufgrund seiner großen Masse, 16 Sonnenmassen, ein Schwarzes Loch

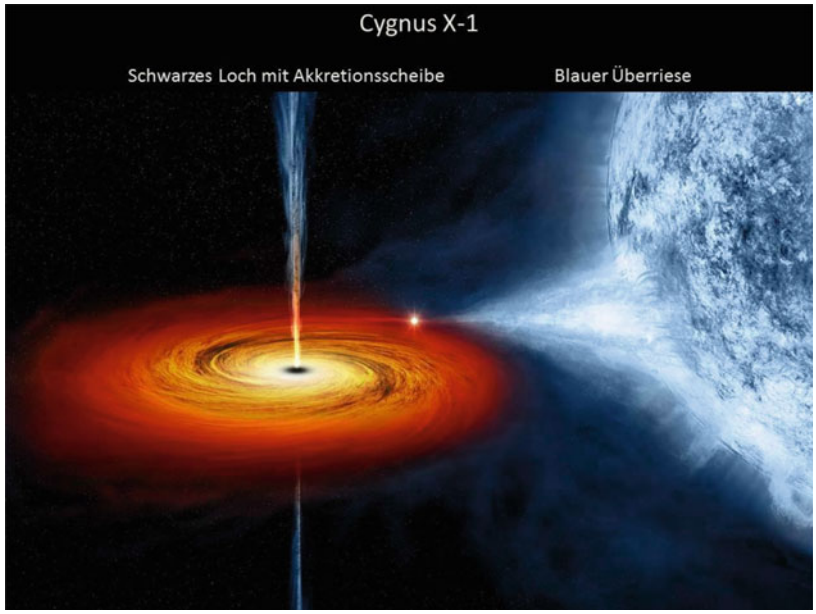


Abb. 11.15 Cygnus-X1: Blauer Überriese mit Schwarzem Loch als Begleiter. (Adaptiert nach Chandra/Harvard)

sein dürfte) spiralörmig auftrifft und dabei so stark erhitzt, dass Röntgenstrahlung ausgesendet wird. Die Masse des anderen Sterns liegt bei 33 Sonnenmassen. Der blaue Überriese zeigt periodische Dopplerverschiebungen in den Absorptionslinien (Periode fünf Tage), was als Bewegung um den Schwerpunkt des Systems gedeutet wird. Die Intensität der Röntgenstrahlung schwankt im Bereich von 0,001 s, was auf eine sehr kompakte Röntgenquelle deutet.

11.6.3 Quantentheorie Schwarzer Löcher

Die Fläche eines Schwarzen Lochs kann nicht abnehmen, ähnlich der Entropie eines abgeschlossenen Systems.

Klassisch gesehen können Schwarze Löcher keine Strahlung emittieren, dennoch gibt es die sog. Hawking Strahlung. Die Emission ist umso geringer ist, je größer die Masse des Schwarzen Lochs ist. Nach der Quantentheorie gibt es auch im Vakuum Quantenfluktuationen, und es entstehen Teilchen/Antiteilchen-Paare. Man spricht von virtuellen Teilchen.

Das Heisenberg'sche Unbestimmtheitsprinzip besagt:

$$\Delta t \Delta E \geqq \frac{h}{4\pi} \qquad E = hf \tag{11.40}$$

Ein virtuelles Teilchen der Energie ΔE hat daher eine Lebensdauer von Δt. Die Energie eines Photonenpaars beträgt $2\Delta E$.

Man berechne die Lebenszeit eines virtuellen Photonenpaars von orangefarbenem Licht ($f = 5 \times 10^{14}$ Hz).

$$\Delta t = \frac{1}{8\pi f} = 8 \times 10^{-17}\,\mathrm{s}$$

Energie kann nicht aus dem Nichts entstehen, einer der Partner eines Teilchen/Antiteilchen-Paares hat positive, der andere negative Energie. Die Energie realer Teilchen ist immer positiv. Ein reales Teilchen, das sich in der Nähe einer Masse befindet, besitzt weniger Energie als in großer Entfernung zu dieser Masse, da Energie aufgewendet werden muss, um es von der Masse fernzuhalten. Das Gravitationsfeld im Inneren eines Schwarzen Lochs ist so stark, dass dort auch ein reales Teilchen negative Energie aufweisen kann. Auf diese Weise kann auch ein virtuelles Teilchen mit negativer Energie in ein Schwarzes Loch fallen und zu einem realen Teilchen oder Antiteilchen werden – es braucht sich nicht mit seinem Partner zu vernichten. Sein Partner kann ebenfalls in das Schwarze Loch fallen oder als reales Teilchen oder Antiteilchen aus der Nähe des Schwarzen Lochs entweichen. Wir als Beobachter von außen haben dann den Eindruck, ein Teilchen wird vom Schwarzen Loch emittiert. Je kleiner das Schwarze Loch ist, desto kürzer ist die Wegstrecke für ein Teilchen mit negativer Energie, um zu einem realen Teilchen zu werden. Kleine Schwarze Löcher strahlen daher intensiver. Je geringer also die Masse eines Schwarzen Lochs, desto höher die Temperatur. Wird die Masse extrem klein, kommt es zu einem endgültigen Verdampfen und zu einem gewaltigen Strahlungsausbruch (Tab. 11.2).

Bekenstein, Hawking u. a. zeigten, dass ein Schwarzes Loch eine nicht verschwindende Temperatur besitzt , die sich errechnet aus:

$$T = \frac{hc^3}{16\pi^2 kGM} \approx 10^{-7}\frac{M_\odot}{M}[\mathrm{K}] \tag{11.41}$$

und die Energie der Strahlung beträgt:

$$E = \frac{hc^3}{16\pi GM} \tag{11.42}$$

Tab. 11.2 Verschiedene astrophysikalische Objekte; Entweichgeschwindigkeit, v_e, Schwarzschild-Radius, R_S (bei Erde, Sonne und Weißer Zwerg hypothetisch)

Objekt	$M[M_\odot]$	Radius [km]	v_e	R_S
Erde	$1/3 \times 10^{-5}$	6 357	11,3	9 mm
Sonne	1	7×10^5	617	2,9 km
Weißer Zwerg	0,8	10^4	5000	2,4
Neutronenstern	2	8	$2{,}5 \times 10^5$	5,9
Galakt. Kern	5×10^6	?	?	15×10^6

Hawking-Temperatur: je größer die Masse, desto langsamer verdampft das Schwarze Loch.

Nehmen wir an, eine Erdmasse ($5{,}3 \times 10^{26}$ kg) sei ein Schwarzes Loch. Welche Energie hätte dessen Strahlung und bei welcher Frequenz könnte man sie beobachten?

Lsg.:

$$E = hc^3/(16\pi GM) = 8{,}9 \times 10^{-25}\,\mathrm{J}$$

und wegen

$$E = hf$$

folgt eine Frequenz von $f = 1{,}35\,\mathrm{GHz}$.

Die Temperatur eines Schwarzen Lochs mit einer Sonnenmasse beträgt nur 10^{-7} K. Dies ist sehr viel weniger als die Temperatur der Hintergrundstrahlung (siehe Abschnitt Kosmologie), die 2,7 K beträgt. Gegenwärtig „erwärmen" sich derartige Schwarze Löcher. Durch die weitere Expansion des Universums würde aber irgendwann die Temperatur der Hintergrundstrahlung unter jene der Schwarzen Löcher absinken, und diese können sich abkühlen. Für ein Schwarzes Loch mit einer Sonnenmasse dauert es bis zu seiner Verdampfung 10^{66} a. Es könnte sehr kleine Schwarze Löcher geben, die beim Big Bang entstanden sind und heute zerstrahlen.

11.6.4 Akkretion

Wie wir gesehen haben, gibt es verschiedene Phasen der Sternentwicklung, in denen Akkretion eine wichtige Rolle spielt. Nach *Zel'dovich* beträgt die Leuchtkraft eines Sterns infolge Akkretion von Materie:

$$L \approx \Phi \frac{dM}{dt} \approx 2 \times 10^{31} \left(\frac{\Phi}{0{,}1c^2}\right) \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2 \left(\frac{10^4}{T}\right)^{3/2} N\,\mathrm{erg/s} \tag{11.43}$$

Dabei ist Φ das Gravitationspotenzial in Oberflächennähe des Sterns, T und N sind Temperatur und Teilchendichte des Gases.

Betrachten wir zwei Fälle:

- Weißer Zwerg mit $M \approx M_\odot$ und $R = 10^9$ cm, $\Phi = 10^{-4}\,c^2$. Man findet $L \approx 10^{28} N$ erg/s. Für entsprechende Werte von N ergibt sich dann L, und daraus kann man auf die Temperatur von $T = 500 \ldots 2000$ K schließen.
- Neutronenstern: Ebenfalls sei $M \approx M_\odot$, $R \approx 10^6$ cm; die Strahlung erfolgt hauptsächlich im UV (15…900 nm).

11.7 Gamma Ray Bursts

Die Gamma Ray Bursts (GRB), Gammastrahlungsausbrüche, wurden zum ersten Mal um 1970 beobachtet. Die Entdeckung erfolgte durch Zufall mit den Vela-Satelliten, die eigentlich das Verbot nuklearer Kernversuche überwachen sollten. Seitdem hat man weit über 2000 GRB registriert.

11.7.1 Eigenschaften der GRB

Die *Bursts* kommen von zufälligen Himmelsrichtungen (Abb. 11.16). Es gibt keine Konzentration zur galaktischen Ebene → GRBs könnten vom galaktischen Halo oder auch von der Oort'schen Wolke stammen.

Die Dauer beträgt von Bruchteilen einer Sekunde bis Minuten. Problem: Bestimmung der Entfernung. Dies war erst möglich, als man Radio- bzw. optische Quellen identifizieren konnte.

Energiefreisetzung: innerhalb Sekunden so stark wie die von einigen 10^4 Supernovaexplosionen.

Mit dem Burst and Transient Source Experiment (BATSE[6]) an Bord des Compton Ray Observatory konnte man diese Gamma-Strahlung registrieren und innerhalb Sekunden die Position feststellen. Am 23. Januar 1999 wurde nur 22 s nach Beobachtung eines GRBs mit einem robotischen Teleskop in New Mexico ein optisches Bild der Himmelsgegend gewonnen, wo der GRB beobachtet wurde. Man beobachtete innerhalb 25 s einen dramatischen Helligkeitsanstieg. Mithilfe des Keck-Teleskops wurden dann Spektren aufgenommen, und das Objekt hatte eine Rotverschiebung von $z = 1{,}6$, was einer Distanz von 3000 Mpc entspricht.

GRB wurden auch mit dem Massensterben von Tier- und Pflanzenarten in der Erdgeschichte in Verbindung gebracht *(mass extinction)*.

11.7.2 Erklärung der GRB

Es gibt mehrere Theorien:

- Kollaps eines massiven Sterns → ein Schwarzes Loch mit extremen Magnetfeld entsteht, man spricht auch von einer Hypernova.
- Zusammenwachsen *(merging)* von zwei Neutronensternen oder Neutronenstern + Schwarzem Loch.
- Bursts sind gerichtet wie bei einem Pulsar. Das würde zu einer Überschätzung der freigesetzten Energie führen.

[6] Von der NASA im Jahre 2000 aus dem Erdorbit entfernt.

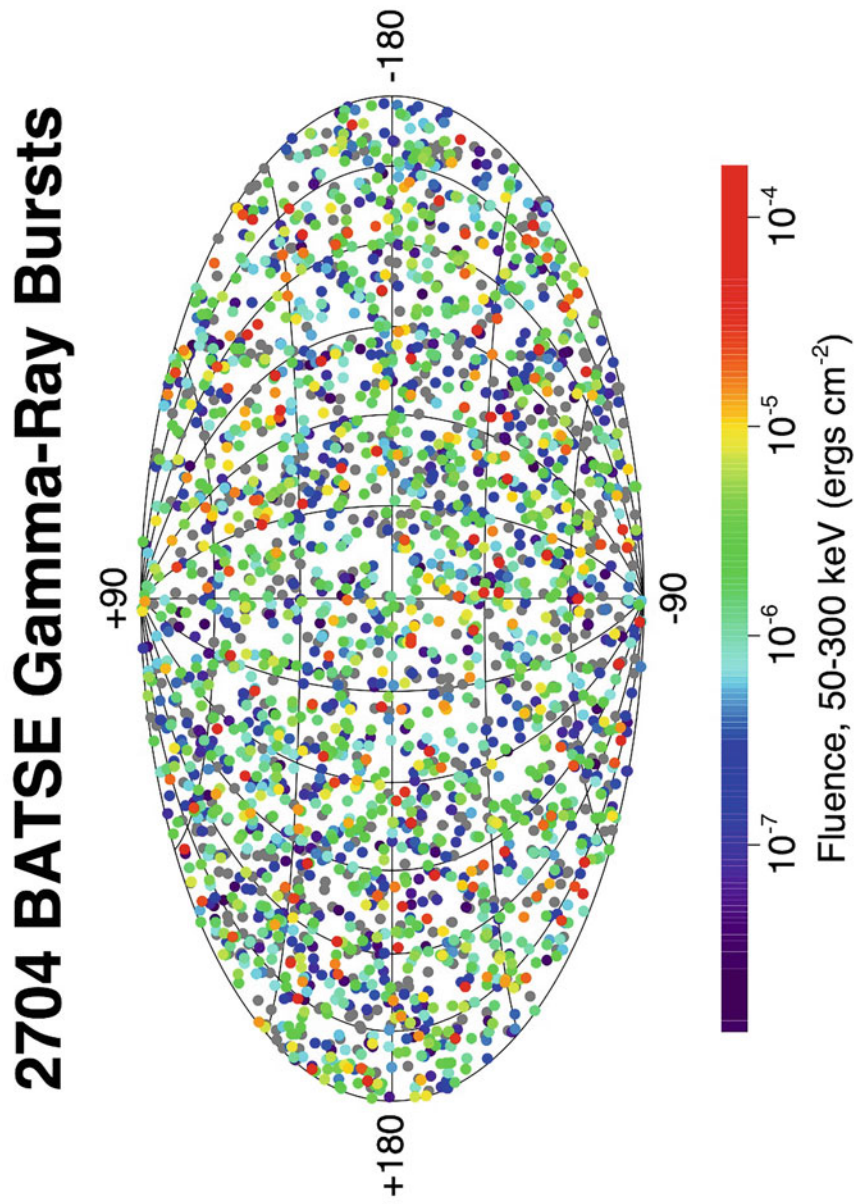


Abb. 11.16 Verteilung der GRBs am Himmel (galaktische Koordinaten, in der Mitte verläuft der galaktische Äquator). (Quelle: M. Briggs)

- Gravitationslinseneffekt verstärkt einen weniger intensiven Ausbruch. Zwischen GRB-Quelle und Beobachter befindet sich ein massives Objekt, welches als Linse wirkt.
- Magnetar: Neutronenstern mit extrem starken Magnetfeld. Es kommt fallweise zu Sternbeben durch Wechselwirkung des Magnetfeldes mit der Kruste → Gammastrahlen. Beim Ausbruch des Objekts SGR 1900 +14 am 27. August 1998 wurde durch die auf die Erdatmosphäre auftreffende Gammastrahlung die Zahl der Ionen nachts in der Ionosphäre auf Tagesniveau angehoben.

11.8 Veränderliche Sterne

Veränderliche Sterne sind aus mehreren Gründen interessant. Einerseits stehen sie meist am Ende der Sternentwicklung (Tab.11.3), oft kommt es neben Pulsationen zur Abstoßung von Hülle. Andererseits sind einige Gruppen von Veränderlichen Sternen wichtige Standardkerzen, anhand derer man Entfernungen ermitteln kann. Man kennt deren tatsächliche Leuchtkraft, und durch Vergleich mit der leicht messbaren scheinbaren Helligkeit folgt die Entfernung.

11.8.1 Allgemeines

Die Bezeichnung „Veränderlicher Stern“ bezieht sich in der Astrophysik immer auf Sterne, deren Helligkeit sich ändert. Wie wir im Abschnitt über die Sonne gesehen haben, ist auch diese strenggenommen ein veränderlicher Stern, allerdings sind die hier besprochenen Sterntypen in einem wesentlich größerem Ausmaß variabel. Untersucht man die Lichtkurve eines Veränderlichen, so kann man zwei Parameter ableiten:

Tab. 11.3 Lebenszeiten verschiedener Sterne in 10^6 a

Masse $[M_\odot]$	Spektral-typ	Kontraktion z. Hauptreihe	Haupt-reihe	Riese	Roter Riese
30	O5	0,02	4,9	0,55	0,3
15	B0	0,06	10	1,7	2
9	B2	0,2	22	0,2	5
5	B5	0,6	68	2	20
3	A0	3	240	9	80
1,5	F2	20	2000	280	
1,0	G2	50	10.000	680	
0,5	M0	200	30.000		
0,1	M7	500	10^7		

- Periode der Helligkeitswechsels P;
- Amplitude des Helligkeitswechsels A.

Die Bezeichnung erfolgt innerhalb eines Sternbildes mit großen lateinischen Buchstaben R,S,. . .Z und dann weiter mit RR, RS,. . .ZZ bzw. AA,. . .QZ sowie einfach mit V und einer Nummer. Der erste Stern, der als veränderlich erkannt wurde, ist der Stern Mira (o Ceti) (1596 von *Fabricius* entdeckt). Generell unterscheidet man zwischen:

- Pulsationsveränderlichen Sternen: Riesen oder Überriesen aller Spektralklassen; die Ursache des Helligkeitswechsels sind mehr oder weniger periodische Pulsationen der Atmosphäre.
- Eruptiven Veränderlichen: oft Sterne geringer Leuchtkraft; es kommt zu regellosen Gasausbrüchen.
- Bedeckungsveränderlichen Sternen: Ursache ist hier die gegenseitige Bedeckung; einige Vertreter dieser Gruppen sind sehr nahe Doppelsterne, so dass es auch zu einem Materieaustausch kommt.

Pulsationsmechanismus

Sterne pulsieren, wenn sie sich nicht im hydrostatischen Gleichgewicht befinden.

Expandiert ein Stern infolge erhöhten Gasdrucks, dann nimmt die Materiedichte so lange ab, bis der Punkt im hydrostatischen Gleichgewicht erreicht ist, Schwerkraft dominiert wieder und der Stern kontrahiert. In beiden Fällen hat man ein Hinausschießen, *Overshoot,* über die entsprechenden Gleichgewichtspunkte. Bei diesem Prozess erfolgt eine Energiedissipation, und normalerweise kommen deshalb Pulsationen rasch zum Erliegen.

Um also, wie bei den pulsationsveränderlichen Sternen, Pulsationen über lange Zeiträume hinweg aufrechtzuerhalten, benötigt man einen Mechanismus, der die dissipierte Energie wieder kompensiert. Beim Energietransport haben wir diskutiert, dass die Opazität eine wesentliche Rolle spielt. Bei großer Opazität kann die Strahlung nicht entkommen, und der Stern erscheint schwach. Wird der Stern zum Zeitpunkt größter Opazität komprimiert, dann wird die überschüssige Strahlung (vgl. Virialsatz) gespeichert und übt einen zusätzlichen Druck aus → Mechanismus, um die Pulsationen aufrechtzuerhalten (κ-Mechanismus).

Pulsationsveränderliche: Zunahme der Opazität bei Kompression, da einfach ionisiertes Helium UV-Strahlung absorbiert und dabei zweifach ionisiert wird. Die He^+-Ionisationszone ist kühler als die umgebenden Regionen, da die Energie zur Ionisation verbraucht wird. Somit hat man einen Instabilitätsbereich.

Es gibt eine einfache Beziehung zwischen der Dichte des Sterns und seiner Pulsationsperiode. Nehmen wir an, dass die Materie nach der Ausdehnung frei auf den Stern fällt; dann gilt für dieses Gas das Keplergesetz:

$$\frac{P^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \tag{11.44}$$

Dabei ist P die Periode der Pulsation, R der Sternradius. Wegen

$$P^2 \approx R^3/M \qquad M \approx \bar{\rho} R^3 \tag{11.45}$$

bekommt man:

$$P^2 \approx R^3/(\bar{\rho}^3 R^3) \approx 1/\bar{\rho} \tag{11.46}$$

Strahlt ein Stern wie ein schwarzer Körper, so gilt:

$$L \propto R^2 T_{\text{eff}}^4 \tag{11.47}$$

Beobachten wir einen pulsierenden Stern zu zwei unterschiedlichen Zeitpunkten 1 und 2, dann gilt für das Verhältnis der Leuchtkräfte L_1 und L_2 zu diesen Zeitpunkten:

$$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 \tag{11.48}$$

Leuchtkraftänderungen sind daher mit Temperatur- und Radiusänderungen (Pulsationen) verbunden.

Neben den regelmäßig veränderlichen Sternen gibt es auch Sterne, deren Variabilität nicht streng periodisch ist; zu diesen unregelmäßig Veränderlichen gehören die ZZ-Ceti-Sterne (wasserstoffreiche Weiße Zwerge mit Perioden zw. 3 und 30 min), BY-Draconis-

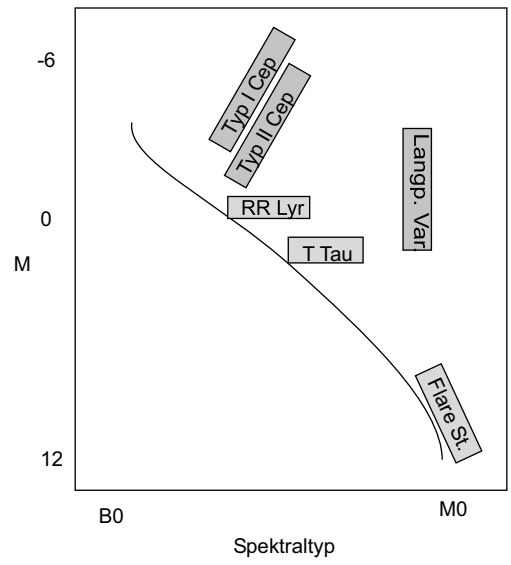


Abb. 11.17 Lage der verschiedenen Typen von veränderlichen Sternen im HRD

Sterne (Zwergsterne späten Typs) sowie Veränderliche vom Typ L (langsam veränderliche, Amplituden bis 2^m, Riesen und Überriesen). Die Lage verschiedener Typen von veränderlichen Sternen im HRD ist in Abb. 11.17 skizziert.

11.8.2 Pulsationsveränderliche

Cepheiden

Der Lichtwechsel erfolgt streng regelmäßig mit einer Periode zwischen 1 und 50 Tagen (Abb. 11.18). Es handelt sich um sehr helle Überriesen der Typen F bis K. Deshalb kann man sie auch noch in großen Entfernungen beobachten (mehr als 300 wurden z. B. in unserer etwa 2,5 Mio. Lichtjahre entfernten Nachbargalaxie, der *Andromedagalaxie,* gefunden).

Der Stern δ Cephei hat eine Periode von 5,37 Tagen und ändert während dieser Zeit seinen Durchmesser um 2 Mio. km. Mit dem Spitzer-IR-Teleskop hat man eine Stoßfront entdeckt, die aus der Bewegung des Sternes durch das interstellare Medium resultiert. Weiterhin wurde starker Sternenwind beobachtet (Abb. 11.19).

Um 1950 stellte sich heraus, dass es zwei Gruppen von Cepheiden gibt:

- δ-Cephei-Sterne: Sie kommen in der galaktischen Ebene vor, Cepheiden der Population I.
- W-Virginis-Cepheiden: Sie kommen im Halo der Galaxis vor bzw. im galaktischen Zentrum, Cepheiden der Population II.

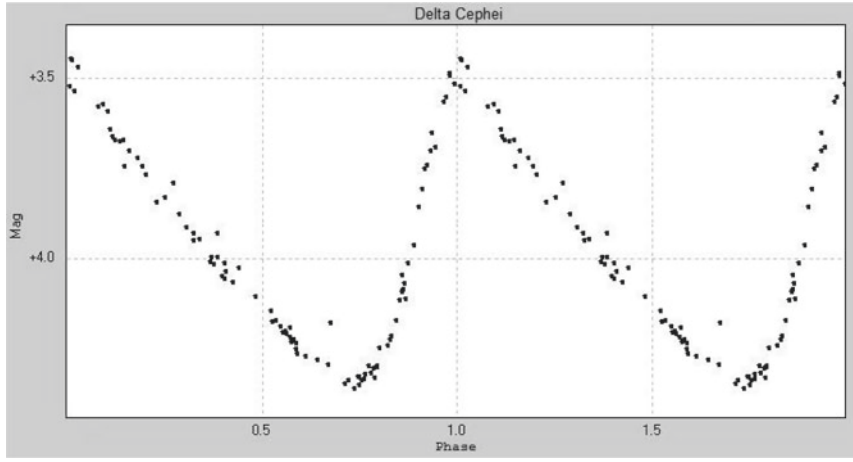


Abb. 11.18 Lichtkurve des Sternes δ Cephei

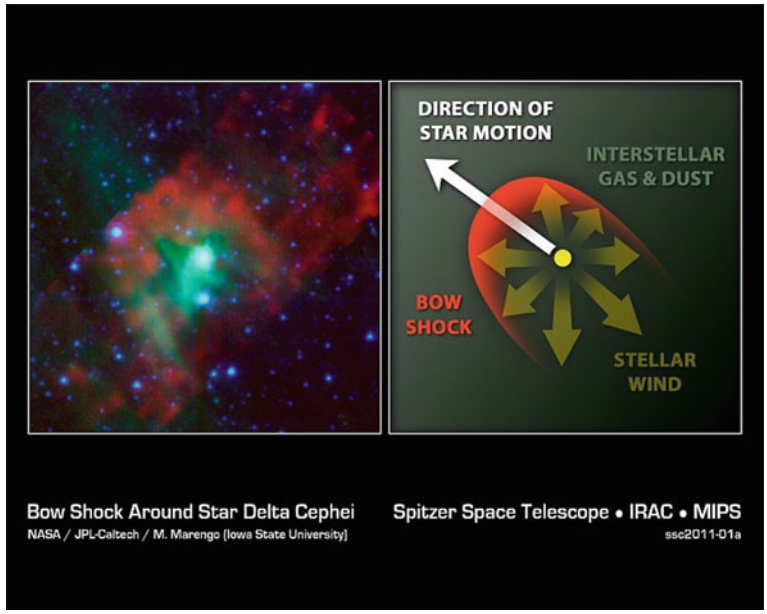


Abb. 11.19 Stoßfront um δ Cephei. (Spitzer-Teleskop)

Die Amplituden betragen weniger als 2^{m}, im Blauen größer als im Roten. Ursache des Helligkeitswechsels sind Pulsationen, wobei die Radiusänderungen bei den δ-Cepheiden etwa 10 % betragen, bei den W-Virginis-Cepheiden etwa 50 %. Der größte Durchmesser tritt in der Abstiegsphase der Helligkeit auf, die Temperatur ist am größten, wenn die Helligkeit am größten ist. Durch Messung der Dopplerverschiebung der Spektrallinien kann man die Geschwindigkeiten bestimmen; aus der Integration der Radialgeschwindigkeitskurve folgt die Änderung des Radius.

Als man diese Gruppe von Veränderlichen in den Magellan'schen Wolken untersuchte, stellte man fest, dass es eine Beziehung zwischen ihrer scheinbaren Helligkeit und der Periode gibt. Da alle Sterne dieser uns benachbarten Zwerggalaxie etwa gleich weit entfernt sind, bedeutet dies, dass eine Beziehung zwischen den Perioden und den Leuchtkräften dieser Objekte existiert, die *Perioden-Leuchtkraft-Beziehung.* Die Leuchtkraft und die absolute Helligkeit hängen zusammen und folgen aus der Periode P:

$$\delta\text{Ceph PopI} : M = -1{,}80 - 1{,}74 \log P \tag{11.49}$$

$$\text{W Vir PopII} : M = -0{,}35 - 1{,}75 \log P \tag{11.50}$$

Sobald man also die Periode dieser Objekte bestimmt hat, kennt man deren absolute Helligkeit und somit die Entfernung.

Dies ist eine sehr wichtige Methode der Entfernungsbestimmung bei nahen Galaxien.

RR-Lyrae-Sterne
Sie kommen in Kugelsternhaufen vor. Kugelsternhaufen sind kugelförmig angeordnete Ansammlungen von einigen 10^4 Sternen, die in einem Halo um eine Galaxie herum verteilt sind. In ihnen findet man die ältesten Sterne. Die Perioden sind $<1^{\mathrm{d}}$, Spektraltypen B8. . .F2, Amplituden um 1^{m}. Manchmal überlagern sich mehrere Perioden. Die absoluten Helligkeiten sind ziemlich konstant → Standardkerzen

$$M_{vis} = +0{,}5 \pm 0{,}4. \tag{11.51}$$

Im HRD liegen sie an der Lücke im horizontalen Ast, wo es keine stabilen Sterne geben kann.

δ-Scuti-Sterne
Diese Gruppe wird auch als Zwerg-Cepheiden bezeichnet. Es sind pulsierende Riesen (F) mit sehr kurzen Perioden $0,{}^{\mathrm{d}}5 \ldots 0,{}^{\mathrm{d}}2$ und kleinen Amplituden.

β-Canis-Majoris-Sterne
Spektraltyp: B1. . . B2, III. . .IV. Perioden zwischen 3 und 6 h. Es kommen immer Mehrfachperioden vor. Die Amplituden betragen nur einige Hundertstel Größenklassen.

Mira-Veränderliche
Perioden zwischen 80 und 1000 Tagen; auffallend sind die sehr großen Amplituden zwischen zwei und mehr als vier Größenklassen. Bei den Formen der Lichtkurve unterscheidet man folgende Typen:

- α: Anstieg steiler als Abstieg, Minima breiter als Maxima.
- β: fast symmetrisch.
- γ: Unregelmäßigkeiten in den Lichtkurven, Buckel usw.

Die Mira-Sterne gehören zu den Spektralklassen M, S oder C. Die enormen Helligkeitsänderungen entstehen durch die starke Variation der Absorptionsbanden und nicht durch Temperaturänderungen direkt.

Aus den Messungen der Radialgeschwindigkeiten von Emissions- und Absorptionslinien folgt, dass sich die Hüllen mit etwa 10 km/s ausdehnen.

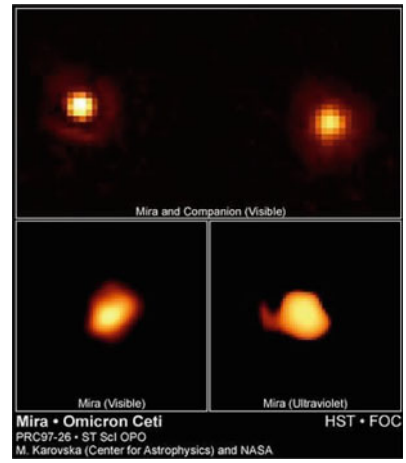


Abb. 11.20 HST-Aufnahme des veränderlichen Sternes Mira. Man sieht im UV-Licht, dass Mira Masse verliert. (GALEX (Galaxy Evolution Explorer))

Außerdem verlieren die Sterne etwa $10^{-8} \ldots 10^{-6}\, M_\odot$/Jahr an Masse (Abb. 11.20). Einige Mira-Sterne zeigen im Radiobereich bei einer Wellenlänge von 18 cm Maser-Emission von OH.

Mira (oCeti): Der maximale Radius tritt beim Minimum der Helligkeit auf und beträgt etwa 320 $R_\odot$, und der minimale Radius tritt beim Helligkeitsmaximum auf und beträgt etwa 220 $R_\odot$, die Helligkeit schwankt zwischen $2\overset{\text{m}}{,}0$ und $10\overset{\text{m}}{,}1$. Die Pulsationsperiode beträgt 331 Tage. Der Stern selbst hat einen Weißen Zwerg als Begleiter.

11.8.3 Halbregelmäßig Veränderliche

Die Perioden liegen zwischen 30 und 1000 Tagen, die Amplituden sind gewöhnlich kleiner als ein bis zwei Größenklassen. Es gibt entweder eine gute mittlere Periode, oder die Periode wird durch Irregularitäten gestört. Man unterscheidet folgende Untergruppen:

- SRa: Rote Riesen, M, C, S; kleinere Amplitude als Mira-Sterne, sonst gleich.
- SRb: Ebenfalls M, C oder S. Die Periodizität wird durch völlig unregelmäßige Abschnitte unterbrochen; Bsp.: AF Cyg.
- SRc: Überriesen mittleren Typs (G8. . .M6); Bsp.: μ Cep.
- SRd: Gelbe Riesen und Überriesen (F. . .K).

RV-Tauri-Sterne
Typ F. . .K, I, II. Regelmäßiger Wechsel von flachen und tiefen Minima. Perioden zwischen 30 und 150 Tagen. Die Amplituden betragen bis zu drei Größenklassen.

α^2-Canum-Venaticorum-Sterne, Ap-Sterne
Diese Sterne haben folgende Besonderheiten: a) starke Magnetfelder (Messung durch Zeeman-Effekt, 0,1 bis 1 T), b) abnorm starke Linien seltener Elemente wie Si, Mn, Cr, Sr, Eu. Einzelne Liniengruppen ändern ihre Intensität, was zu Helligkeitsschwankungen unter $0,^{\mathrm{m}}1$ führt. Die Perioden liegen zwischen 1 und 25 Tagen, die Magnetfelder sind veränderlich, was erklärt wird durch:

- Schiefer Rotator: magnetische Achse fällt nicht mit der Rotationsachse des Sterns zusammen.
- Aktivitätszyklus ähnlich wie bei der Sonne, nur um Größenordnungen stärker.
- Riesige magnetische Flecken an der Oberfläche, ändern sich durch Rotation.

Etwa 10–15 % der späten B- und A-Sterne gehören zu dieser Gruppe. Die Elementanomalien (z. B. Os I, Pt II, Pm) lassen sich durch Neutronenbestrahlung erklären bzw. durch komplexe Diffusionsvorgänge.

Metallliniensterne, Am-Sterne
Kühler als die Ap-Sterne; meist Mitglieder von Doppelsternsystemen, Rotationsgeschwindigkeit $<100\,\mathrm{km/s}$; Linien der Fe-Gruppe stark; etwa 10 % der A-Sterne gehören in diese Gruppe.

11.8.4 Eruptive Veränderliche

Novae und Nova-ähnliche Veränderliche
Diese Objekte werden manchmal auch als *kataklysmische Veränderliche* bezeichnet. Es handelt sich um heiße Zwergsterne, deren Helligkeit innerhalb kurzer Zeit (Stunden bis Monate) um sieben bis 20 Größenklassen ansteigt. Nach kurzem Maximum kehrt die Helligkeit dann im Verlauf von Jahren bis Jahrzehnten wieder zum ursprünglichen Wert zurück. Über die Praenovae ist lediglich bekannt, dass sie A-Unterzwerge sind. Bisweilen kommt es vor dem Ausbruch zu leichten Helligkeitsanstiegen bis 1,5 Größenklassen. Man unterteilt die Novae in:

- Na: rasche Nova, sehr steiler Anstieg. Abfall um 3^{m} in weniger als 100 Tagen.
- Nb: langsame Nova, Abstieg um 3^{m} in mehr als 100 Tagen.
- Nc: extrem langsame Nova, viele Jahre im Maximum.
- Nr (Nd): rekurrierende Nova, immer wieder Helligkeitsausbrüche. Bsp.: TCrB; Ausbruch 1866, 1946 um $\Delta m = 8{,}6$.
- Nl (Ne): Nova-ähnliche Veränderliche.

Die Spektren für Na und Nb werden auch in Q0 bis Q9 unterteilt. Der typische Verlauf dieser beiden Typen sieht so aus:

- steiler Anstieg: $7\ldots10^{\mathrm{m}}$ innerhalb eines Tages;
- kurzer Stillstand, eventuell sogar Rückgang vor dem Maximum;
- steiler Endanstieg zum Maximum, Q0;
- Hauptmaximum, Q1;
- erster Abstieg um etwa $3,^{\mathrm{m}}0$; zunächst Spektrum ähnlich einem F-Überriesen (Q2), dann breite, kräftige Emissionen des H und ionisierter Metalle (Q3). Später H, OII, NII, NIII (Q4, Q5);
- Übergangsstadium, Nebelspektrum, NII, verbotene Linie [OIII] (Q7);
- Postnovae.

Kennt man die Zeit des Helligkeitsabstiegs um drei Größenklassen in Tagen (t_3), dann kann man die absolute Maximalhelligkeit aus folgender empirischer Formel bestimmen:

$$M_{\max} = -11^{\mathrm{M}} + 2{,}5 \log t_3 \tag{11.52}$$

Bei den Novae handelt es sich um enge Doppelsterne mit einer heißen, blauen Komponente (Weißer Zwerg). Die masseärmere kühlere rote Komponente gibt Materie an den Weißen Zwerg ab. Dessen Temperatur und Dichte am Boden der Atmosphäre nimmt zu, es bildet sich ein heißer Fleck aus, und thermonukleare Reaktionen können einsetzen. Während des Ausbruchs werden etwa 10^{38} J frei.

In Abb. 11.21 sieht man den *symbiotischen Doppelstern* SS Lep, bei dem es zu einem Materieaustausch zwischen den Komponenten kommt. Das Objekt ist etwa 270 pc von uns entfernt, die Umlaufperiode beträgt 260 Tage. Die Größe der Umlaufbahn beträgt etwa 0,005". Derartige Beobachtungen sind nur mit dem VLT-PIONIER (Precision Integrated Optics Near-infrared Imaging ExpeRiment) möglich. Dabei wird das Licht der vier VLT-Teleskope zur Interferenz gebracht; man erzielt so eine größere Basislänge, was die Teleskopauflösung beträchtlich erhöht.

In unsere Galaxis wurden etwa 200 Novae beobachtet. Man schätzt, dass es etwa 50 Novae pro Jahr in unserer Galaxis gibt. Postnovae sind häufig von expandierenden Nebeln umgeben.

Im August 1975 wurde im Sternbild Cygnus eine Nova beobachtet (Maximalhelligkeit $1,^{\mathrm{m}}8$).

Zu den Nl-Sternen zählt man die S-Doradus-Sterne, die γ-Cassiopeiae-Sterne, Z-Andromedae-Sterne, P-Cygni-Sterne u. a. Zu den Zwergnovae (DN) zählt man die U-Geminorum-Sterne. Allen gemeinsam sind schwache Helligkeitsfluktuationen, und plötzlich kommt es dann innerhalb weniger Tage zu Ausbrüchen zwischen zwei und sechs Größenklassen. Je länger die Pause zwischen den Ausbrüchen, desto heftiger erfolgen diese (aufgestaute Energie).

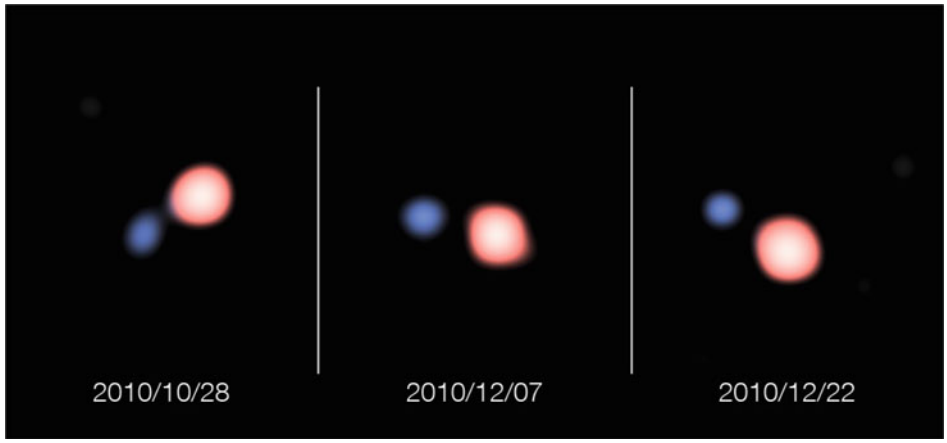


Abb. 11.21 Der symbiotische Stern SS Leporis (17Lep). Die Aufnahme entstand mit dem VLT-Interferometer. Ein Roter Riese umkreist einen heißeren Begleiter. Die Sternabbildungen wurden entsprechend den Temperaturen eingefärbt. (VLTI/ESO)

R-Coronae-Borealis-Sterne
Überriesen; die Helligkeit bleibt über Monate, Jahre konstant. Dann erfolgt innerhalb von Tagen ein Helligkeitsabfall um etliche Größenklassen, Amplituden bis 7^{m}. Fast alle liegen in Gebieten interstellarer Materie, Nebelflecken. Anhand der Blauverschiebung der Spektrallinien weiß man, dass Materie vom Stern ausgestoßen wird, Kohlenstoff kondensiert, und Rußwolken verfinstern den Stern. Die Expansionsgeschwindigkeit beträgt ca. 60 km/s und die Massenverlustrate $\dot{M} \approx 10^{-5} M_{\odot}$/Jahr.

T-Tauri-Sterne
Vorhauptreihensterne mit Massen zwischen 0,2 und zwei Sonnenmassen. Sie haben eine ausgedehnte Konvektionszone. Bei einigen nimmt man große Flecken auf der Oberfläche an (dies beruht auf Helligkeitsänderungen, wenn sich die Flecken infolge der Sternrotation bewegen). Emissionslinien von H und ionisiertem Ca deuten auf eine aktive Chromosphäre. Bei einigen T-Tauri-Sternen findet man auch verbotene Linien ähnlich wie bei Nebeln. Dies weist auf zirkumstellares Material hin. Beobachtungen im Röntgenlicht zeigen sehr starke Variationen (bis Faktor 10) innerhalb eines Tages. Hier dürfte es sich um riesige Flareausbrüche in deren Photosphären handeln. Der beobachtete Exzess an IR-Strahlung lässt sich einfach erklären: Die sie umgebende Staub/Gaswolke absorbiert die kurzwellige Strahlung des Sterns und reemittiert im IR. Man beobachtet starke Sternenwinde ($10^{-7} \ldots 10^{-8}\ M_{\odot}$/Jahr).

Auch unsere Sonne hat ein T-Tauri-Stadium durchgemacht, was einen wesentlichen Einfluss auf die Bildung der Uratmosphären der Planeten hatte. Während dieser Phase emittierte sie eine um den Faktor 10^3 stärkere Röntgenstrahlung als heute.

Flare-Sterne
Bei Zwerg-M-Sternen beobachtet man Flares mit freigesetzten Energien zwischen $10^{21} \ldots 10^{27}$ J. Der Helligkeitsanstieg um bis zu sechs Größenklassen erfolgt innerhalb weniger Sekunden bis Minuten; sie werden auch als UV-Ceti-Sterne bezeichnet. Wahrscheinlich sind derartige Sterne sehr häufig, aber die Entdeckungswahrscheinlichkeit ist wegen ihrer geringen Leuchtkraft niedrig.

RS-Canum-Venaticorum-Sterne
Kommen in Doppelsternsystemen vor. Die Umlaufperioden betragen um sieben Tage. Die Sterne üben starke Gezeitenwechselwirkungen aufeinander aus. Die bei diesen Typen beobachteten Radioflares sind $10^5 \ldots 10^6$-mal stärker als bei der Sonne. Die Radiospektren sind polarisiert und nicht thermisch, was auf Synchrotronstrahlung schließen lässt. Man erkennt auch eine Helligkeitsmodulation mit der Rotationsperiode, was auf riesige Sternflecken deutet.

11.8.5 Pekuliare Sterne

Das Suffix *p* beim Spektraltyp deutet auf eine Besonderheit hin, z. B. anomale Metallhäufgkeit.

Wolf-Rayet-Sterne
Sterne sehr hoher Leuchtkraft, expandierende Atmosphäre, extrem breite Emissionslinien. Temperatur ca. 30.000 K, Radien zwischen 3 und 25 $R_\odot$, Massen 10 bis 20 $M_\odot$. Die Emissionen kommen aus der expandierende Hülle. Man unterscheidet folgende Typen:

- WC: starke C-Linien,
- WN: starke N-Linien.

Be- und Hüllensterne
Um Be-Sterne können sich Hüllen bilden infolge der hohen Rotationsgeschwindigkeiten, welche diese Sterne auszeichnen.

11.8.6 Planetarische Nebel

Aufgrund ihres Erscheinungsbildes, das dem eines Planeten im Teleskop ähnelt, wurde diese irreführende Bezeichnung für Weiße Zwerge, die eine leuchtende Gashülle abgestoßen haben, eingeführt. Wiederum gibt es eine expandierende Atmosphäre, und man beobachtet H-Linien sowie He-Linien. Die stärksten Linien sind die verbotenen Linien der Elemente O und Ne. Derartige verbotene Linien entstehen infolge der geringen Gasdichte. Atome können

auf metastabile Niveaus angeregt werden, da eine Kollision, die zu einer Entvölkerung des Levels beitragen würde, sehr unwahrscheinlich ist. Die verbotenen Linien von [O III] liegen bei 500,7 bzw. 495,5 nm. Die verbotene Stickstofflinie [NII] liegt bei 658,4 nm.

Der heiße Stern im Zentrum heizt die Gase auf etwa 10.000 K. Die Gastemperatur nimmt zu, je weiter man sich vom Zentrum entfernt. Energiereiche Photonen werden seltener absorbiert als energiearme. In den äußeren Nebelbereichen sind die energiearmen Photonen bereits absorbiert worden, die übrig gebliebenen hochenergetischen Photonen bewirken die Temperaturerhöhung.

Generell nimmt man an, dass Mira-Sterne die Vorläufer der planetarischen Nebel sind.

Ein schönes Beispiel für einen planetarischen Nebel ist der Katzenaugennebel, NGC 6543 (Abb. 11.22). Er befindet sich in einer Entfernung von 1500 Lichtjahren im Sternbild Drache. Der innere Teil des Nebels hat nur 20″ Ausdehnung, der äußere Teil erstreckt sich über 6,4 Bogenminuten und wurde früher von dem sehr alten Zentralstern ausgestoßen. Der innere Teil hat eine Temperatur von 8000 K und eine Teilchendichte von 5000 Teilchen pro cm^3, der äußere Teil ist wesentlich dünner und besitzt eine Temperatur von etwa 15.000 K. Der 80.000 K heiße Zentralstern verliert durch Sternwinde etwa 20 Billionen Tonnen pro Sekunde, das sind etwa $3 \times 10^{-7}\,M_\odot$/Jahr.

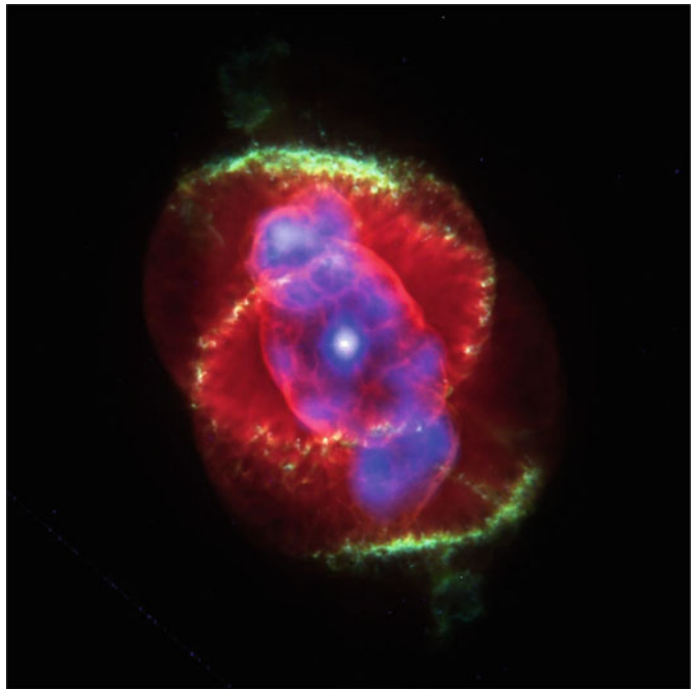


Abb. 11.22 Der Katzenaugennebel, NGC 6543, ein Beispiel für einen planetarischen Nebel. Die Aufnahme wurde mit drei Filtern erstellt: Rot (Hα,6563 nm), blau (neutraler Sauerstoff, 630 nm) und grün (ionisierter Stickstoff, 658 nm). (HST Aufnahme)

Weitere bekannte Beispiele für planetarische Nebel sind der Hantelnebel (M27, Entfernung etwa 1400 Lichtjahre, Durchmesser 3 Lichtjahre) sowie der Ringnebel (M57, Entfernung etwa 2300 Lichtjahre, Durchmesser etwa 0,9 Lichtjahre, Alter etwa 20.000 Jahre). Insgesamt kennt man mehr als 1500 planetarische Nebel in der Milchstraße. Im Vergleich zu den mehreren 100 Mrd. Sternen in der Milchstraße ist das wenig, aber diese Nebel leuchten nur einige 10.000 Jahre auf.

11.9 Sternaktivität

Neben den oben besprochenen Sternen mit sehr starken Variabilitäten kann man nun auch bei „normalen“ Sternen Aktivitätszyklen, Flecken usw. bestimmen.

11.9.1 Sternaktivität und Konvektion

Die Aktivität der Sonne lässt sich durch einen Dynamoprozess erklären, wobei

- Rotation,
- Magnetfelder,
- Konvektionszone

zusammenwirken. Im Bereich der Konvektionszone werden magnetoakustische Wellen erzeugt, die u. a. die Chromosphäre und die Korona aufheizen.

Aus der Theorie des Sternaufbaus wissen wir: Sterne späteren Spektraltyps als F0 ($T \approx 6500\,\mathrm{K}$) besitzen eine bis zur Oberfläche ragende Konvektionszone. Diese reicht umso tiefer in das Sterninnere, je später der Spektraltyp ist. Dies kann man einfach erklären. Konvektion tritt auf, wenn der adiabatische Temperaturgradient eines sich durch eine zufällige Störung nach oben bewegenden Elementes kleiner ist als der Strahlungsgradient der Umgebung. Kommt es zu einer Ionisation von Wasserstoff oder Helium (hier ist He^+, also einfach ionisiertes He, und He^{++}, also zweifach ionisiertes He möglich), dann nimmt der Strahlungsgradient zu bzw. der adiabatische Gradient ab, was Konvektion begünstigt. Bei kühleren Sternen reicht die Zone, ab der Wasserstoff ionisiert wird, tiefer in das Sterninnere als bei heißeren Sternen.

Die chromosphärische Aktivität eines Sterns kann man durch Messung der Ca-II H- und K-Emissionslinien bestimmen. Lange Messreihen erlauben dann die Bestimmung des stellaren Aktivitätszyklus. Im Jahre 1957 stellten *Wilson* und *Bappu* fest, dass die Breite der Ca-II-Emissionslinien eine Funktion der absoluten Helligkeit ist, *Wilson-Bappu-Effekt* → Methode der Entfernungsbestimmung. Die Breite einer Linie kann verschiedene Ursachen haben (Rotation des Sterns, Magnetfelder, Turbulenz) – hier ist vor allem die Turbulenz ausschlaggebend.

Skumanich hat herausgefunden, dass Rotationsgeschwindigkeit und chromosphärische Aktivität der Sterne mit dem Alter abnehmen.

Die Abnahme der stellaren Rotation lässt sich wie folgt angeben:

$$\Omega_{eq} \approx t^{-1/2} \tag{11.53}$$

Ω_{eq} ist die Winkelgeschwindigkeit am Sternäquator, t das Alter des Sterns. Man kann die äquatoriale Geschwindigkeit nur bestimmen, wenn auch die Neigung der Rotationsachse bekannt ist (Abb. 11.23). *Gyrochronologie* ist die Methode, das Alter eines Sternes aus dessen Rotationsrate zu bestimmen. Geeicht wird dies an der Sonne.

Aus der Rotationsdauer der Sterne kann man auf deren Alter schließen.

Bei jungen, rasch rotierenden Sternen beobachtet man z. B. im Röntgenbereich riesige Flareausbrüche. Eine Zusammenfassung ist in Tab. 11.4 gegeben.

Ausströmende Sternwinde mit Magnetfeldern führen Drehimpuls an das interstellare Medium ab und führen so zu den langsameren Rotationsraten, die man bei alten Sternen beobachtet.

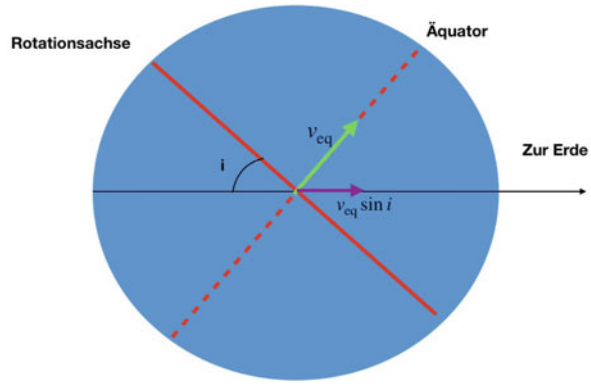


Abb. 11.23 Bei der Bestimmung der Rotationsgeschwindigkeit eines Sternes berücksichtigt man die meist unbekannte Neigung der Rotationsachse ein. So können scheinbar langsam rotierende Sterne dennoch schnell rotieren, wenn ihre Achse nur gering geneigt ist

Tab. 11.4 Zusammenfassung junge Sterne/alte Sterne

	Junge Sterne	Alte Sterne
Aktivität	Große Amplituden	Geringe Amplituden
Aktivitätszyklus	Unregelmäßig	Regelmäßig
Rotation	Rasch	Langsam
Chrom. Aktivität	Hoch	Gering

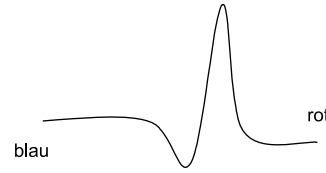


Abb. 11.24 P-Cygni-Profil. Die nach Blau verschobene Komponente stammt von einer sich auf den Beobachter zu bewegenden Hülle (Sternwind)

Massenverluste lassen sich durch blaubverschobene Absorptionskomponenten starker Linien ermitteln (Ca II H- und K-Linie, Abb. 11.24). Die Massenverlustraten lassen sich mit folgender Beziehung darstellen (nach Reimers, 1975):

$$\dot{M} = 4 \times 10^{-13} \frac{L}{gR} \tag{11.54}$$

Dabei ist $\dot{M}$ in Sonnenmassen/Jahr, L, g und R in Einheiten der Sonne.

Beispiel

kühle Überriesen: $\dot{M} \approx 10^{-7} \ldots 10^{-5}$, Sonne $\dot{M} \approx 2 \times 10^{-14}$.

Die Röntgenleuchtkraft hängt ebenfalls vom Alter und der Rotation des Sternes ab.

Interessant ist noch die Beobachtung von Koronen in O- und B-Sternen. Man beobachtet in deren Spektren hochangeregte Atome (N V, O VI) sowie starke Röntgenemissionen. Um die Existenz dieser Koronen zu erklären, braucht man einen anderen Mechanismus als die Wasserstoffkonvektionszone, da diese Sterne nahe der Oberfläche keine Konvektion zeigen. Man nimmt hier Verdichtungen im Sternwind an, die durch Stoßwellen aufgeheizt werden.

11.9.2 Masseverlust von Sternen

Man kann sehr leicht zeigen, dass äußere Schichten von Sternen (Koronae) nicht stabil sind. Wir geben hier die von Parker bereits im Jahre 1958 entwickelte Ableitung wieder. Ersetzen wir in der hydrostatische Gleichung die Dichte ρ durch

$$\rho = \frac{\mu m_H}{k} \frac{P}{T}$$

dann lautet die hydrostatische Gleichung:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM}{r^2} \frac{\mu m_H}{k} \frac{P}{T} \tag{11.55}$$

An der Untergrenze der Korona sei $r = r_0$ und $T = T_0$. Der Wärmefluss durch eine Fläche $4\pi r^2$ sei

$$4\pi r^2 K \frac{dT}{dr} \tag{11.56}$$

Die thermische Leitfähigkeit K eines Plasmas ist

$$K \propto T^{5/2} \tag{11.57}$$

und man erhält

$$r^2 T^{5/2} \frac{dT}{dr} = \text{const} \tag{11.58}$$

bzw. die Lösung:

$$T = T_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^{2/7} \tag{11.59}$$

Somit ist

$$\frac{dP}{P} = -\frac{GM\mu m_H}{kT_0^{2/7}} \frac{dr}{r^{12/7}} \tag{11.60}$$

und mit $P = P_0$ an der Stelle $r = r_0$

$$P = P_0 \exp\left[\frac{7GM\mu m_H}{5kT_0 r_0}\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^{5/7} - 1\right]\right] \tag{11.61}$$

$\rightarrow$ Wenn $r \rightarrow \infty$, bleibt der Druck endlich und verschwindet nicht. Der asymptotische Wert von P ist größer als der typische Druck des interstellaren Mediums.

Wie werden Sternenwinde angetrieben? Man unterscheidet:

- Thermisch getriebene Sternenwinde: Hohe Temperatur treibt den Wind an; Beispiel: Korona der Sonne.
- Strahlungsdruck: Dessen Betrag kann gleich groß werden wie die Schwerkraft. Dieser Mechanismus wirkt bei massereichen Sternen. Ein Stern bleibt stabil, solange gilt:

$$\frac{GM}{R^2}\rho > \frac{L}{4\pi R^2}\frac{\rho\kappa}{c} \tag{11.62}$$

  Daraus folgt das Eddington-Limit:

$$L < \frac{4\pi cGM}{\kappa} \tag{11.63}$$

- Sterne, die rasch rotieren, verlieren ebenso an Masse.

Gegenwärtig beträgt der Masseverlust der Sonne: $10^{-14}\, M_\odot$/Jahr.

Rote Riesen: Geringe Oberflächenschwerkraft, deshalb stärkere stellare Winde.

Die Massenverluste in späten Phasen der Sternentwicklung führen zur Entstehung planetarischer Nebel.

11.10 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.
The Life of Stars, G. Shaviv, Springer, 2010
Theory of Stellar Structure and Evolution, D. Prialnik, Cambridge Univ. Press, 2009
Stars and Stellar Evolution, K. de Boer, W. Seggewiss, EDP, 2008
Stellar Evolution Physics, I. Iben, Cambridge Univ. Press, 2013
Solar and Stellar Magnetic Activity, C. Schrijver, C. Zwaan, Cambridge Univ. Press, 2000
Solar and Stellar Activity Cycles, P. Wilson, Cambridge Univ. Press, 2005

Aufgaben

11.1 Man berechne die freie Fallzeit für obige Wolke mit $R = 10^{15}$ m zu einem Radius mit $R = 10^{11}$ m.

Lösung
20 000 Jahre.

11.2 Schätzen Sie die Jeans-Masse für eine interstellare Wolke mit einem Durchmesser von 100 Lichtjahren ab, deren Temperatur betrage 30 K. $R = 100 \times 10^{16}$ m

Lösung
$M > \frac{3}{2} \frac{1{,}38 \times 10^{-23} \times 100 \times 10^{16} \times 30}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}6 \times 10^{-27}} \approx 10^{34}\,\text{kg} \approx 10^4 M_\odot$

11.3 Man berechne den relativistischen Dopplereffekt a) für die Sonne, b) für einen Weißen Zwerg mit $0{,}8\,M_\odot$, $R = 0{,}01\,R_\odot$.

Lösung
Einsetzen der Werte für die Sonne ergibt $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 2{,}117 \times 10^{-6}$, und dem entspricht ein Dopplereffekt von $c\frac{\Delta\nu}{\nu} = 635\,\text{m/s}$.

Die Werte für den Weißen Zwerg betragen: $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 1{,}7 \times 10^{-4}$, und dem entspricht ein Dopplereffekt von $c\frac{\Delta\nu}{\nu} = 58{,}8\,\text{km/s}$.

11.4 Man berechne die Magnetfeldstärke eines Weißen Zwergs mit R = 7000 km.

Lösung
Man geht von den Werten für die Sonne aus: $B_\odot = 10^{-4}$ T, $R_\odot = 7 \times 10^5$ km. Dann erhält man $B_{\mathrm{WZ}} = 1$ T.

11.5 Wie kann man Braune Zwerge finden? Weshalb sind sie so schwer zu beobachten?

Lösung
Wenn Begleiter in einem Doppelsternsystem, durch Bewegung des Primärkörpers; geringe Leuchtkraft

11.6 Bei welcher Wellenlänge beobachtet man Licht, das bei 600 nm von einem Neutronenstern mit etwa 1 Sonnenmasse und Radius 7 km emittiert wurde?

Lösung
Man beobachtet die Strahlung bei 720 nm.

11.7 Welche scheinbare Helligkeit erreicht eine Supernova des Typs Ia in der Andromedagalaxie?

Lösung
Die Andromedagalaxie ist 2,5 Mio. Lichtjahre von uns entfernt, dies entspricht $2{,}5 \times 10^6/3{,}26$ pc. Setzt man in die Formel für den Entfernungsmodul $M = -19$ ein:
$m = -19 + 5 \log d - 5 \rightarrow 5{,}^{\mathrm{m}}3$. Man könnte also eine in der Andromedagalaxie explodierende Supernova bei sehr guten Bedingungen mit freiem Auge gerade noch sehen.

11.8 In welcher Entfernung müsste eine SN Ia explodieren, sodass sie an Helligkeit den Vollmond übertrifft?

Lösung
Etwas weniger als 250 pc = 815 Lj.

11.9 Man zeige, dass die bei einem Nova-Ausbruch freigesetzte Energie dem thermischen Energieinhalt einer dünnen Schale von 5×10^6 K der Masse $10^{-3}\, M_\odot$ entspricht.

Lösung
$E = 3/2[kTM/m_u] = 3/2[1{,}38 \times 10^{-16} \times 2 \times 10^{33} \times 10^{-3} \times 5 \times 10^6/1{,}66 \times 10^{-24}]$

11.10 Man zeige, dass die Masse eines Schwarzen Loches etwa 2×10^{19} kg betragen muss, um tiefrot zu leuchten. Könnte man diese Strahlung tatsächlich sehen?

Lösung
Nein, man berechne die Energie!

11.11 Man zeige, ab welcher Masse Schwarze Löcher heute zerstrahlen könnten.

Lösung
Lsg.: Hätte ein Schwarzes Loch eine Masse von $10^{-9}\, M_{\odot}$, dann würde es heute zerstrahlen ($T > 2{,}7$ K).

11.12 Im Visuellen beträgt die Helligkeitsschwankung eines Mirasternes z. B. 1:100 (wie viel an Größenklassen würde dem entsprechen?). Bolometrisch beträgt die Schwankung nur 1:2, was einem $\Delta T \sim 500°$C entspricht. Man verifiziere dies.

Lösung
Ansatz: Man Vergleiche die Planckkurven.

Interstellare Materie

12

Inhaltsverzeichnis

12.1 Entdeckung, allgemeine Eigenschaften 473
12.2 Interstellarer Staub 475
12.3 Interstellares Gas 479
12.4 Kosmische Strahlung 486
12.5 Weiterführende Literatur 488
Aufgaben 488

In diesem Abschnitt untersuchen wir die interstellare Materie, die sich zwischen den Sternen befindet und besonders wichtig ist für die Sternentstehung. Blickt man mit freiem Auge zum Himmel, dann sieht man in einer klaren mondlosen Nacht, in unseren Breiten besonders gut im Sommer und Herbst, die Milchstraße. Dieses zart leuchtende Band, das den Himmel überspannt, besteht aus etwa 300 Mrd. Sternen, darunter auch unsere Sonne. Die Milchstraße (Galaxis) erscheint aber in einigen Bereichen zerrissen → interstellarer Staub absorbiert das Licht dahinter gelegener Sterne.

12.1 Entdeckung, allgemeine Eigenschaften

Bereits ein Blick zum Himmel mit bloßem Auge zeigt, dass es in der Milchstraße dunkle Gebiete gibt, die anscheinenden sternenleer sind. Dennoch kamen die Astrophysiker zunächst nicht auf die Idee, dass es sich hierbei um riesige Staubwolken handeln könnte, welche das Licht dahinter gelegener Sterne absorbieren.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_12

12.1.1 Entdeckung der interstellaren Materie

Besonders auffällig zeigt sich interstellarer Staub durch die Absorption des Sternenlichtes. Sieht man sich die Verteilung der Sterne entlang des Milchstraßenbandes am Himmel an, so erkennt man deutlich sternarme Gebiete. Dies sind die Orte von großen ausgedehnten Staubwolken.

Im Spektrum von Sternen konnte die interstellare Materie erst vor etwa 100 Jahren nachgewiesen werden. Untersucht man Spektrallinien von Doppelsternen, so werden diese bei Annäherung einer Komponente zu uns infolge der Bewegung um die Hauptkomponente nach Blau verschoben und bei Entfernung nach Rot. Bei einigen Doppelsternen wurden jedoch Linien entdeckt, die keine derartigen Verschiebungen zeigten: Besonders auffällig sind die Absorptionslinien des Ca^+ (393 und 396 nm) bzw. des Na^+ (589, 590 nm); diese stammen von interstellarem Gas, welches sich zwischen dem Stern und dem Beobachter befindet.

Die interstellare Materie besteht aus Gas und Staub.

12.1.2 Zusammensetzung der interstellaren Materie

Die interstellare Materie besteht aus zwei Komponenten:

- Gas: Atome, Moleküle, Ionen; dieses ist dann sichtbar, wenn es zum Leuchten angeregt wird.
- Staub: feste Teilchen; erscheint entweder als Dunkelwolke oder leuchtend als Reflexionsnebel.

Die interstellare Materie ist diffus verteilt und leuchtet oft spektakulär: bekannte Beispiele dafür sind der *Pferdekopfnebel* oder der *Nordamerikanebel* (Abb. 12.1). Diese Gasnebel werden meist durch junge Sterne zum Leuchten, vorwiegend im roten Licht der Wasserstofflinien Hα, angeregt.

Die Zusammensetzung ist ähnlich derjenigen der Sternmaterie, also überwiegend aus Wasserstoff. Die mittlere Dichte beträgt $10^{-24}\,\mathrm{g/cm^3}$. Da sie aber einen riesigen Raum erfüllt, beträgt ihre Masse etwa 3…10 % der Gesamtmasse unserer Milchstraße, der Galaxis. Das Verhältnis von Gas zu Staub liegt bei 100:1.

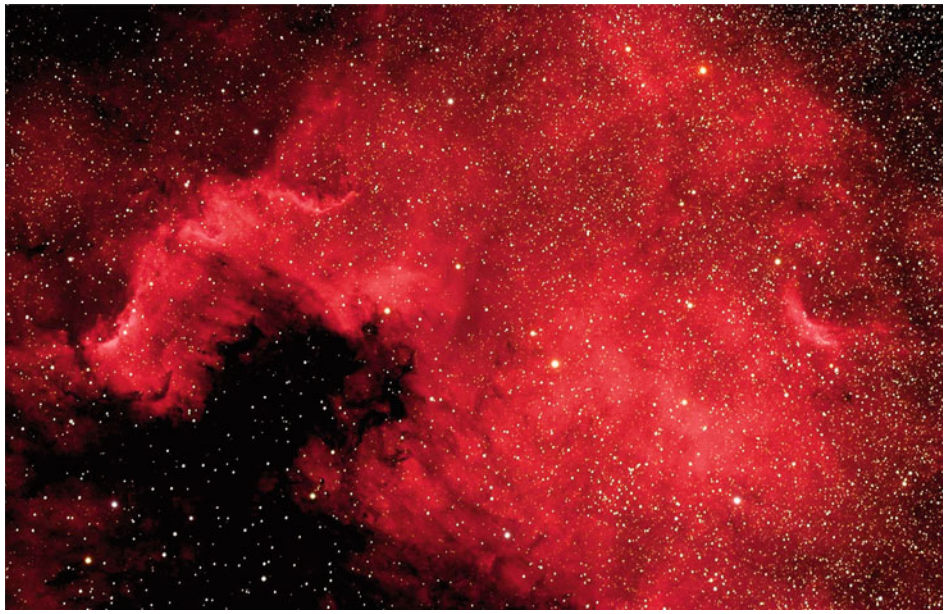


Abb. 12.1 Der Nordamerikanebel, NGC 7000, eine leuchtende H-II-Region. Er ist etwa 2000 Lichtjahre von uns entfernt und schwierig zu beobachten, weil er sehr ausgedehnt ist (120 mal 100 Bogenminuten). Hanslmeier/Kohl, Pretal

12.2 Interstellarer Staub

Die Beobachtung ist schwierig, da erstens die Konzentration meist gering ist und zweitens keine Spektrallinien zu sehen sind. Der Nachweis ist nur möglich über:

1. Extinktion,
2. Verfärbung,
3. Polarisation,
4. Reflexion des Sternenlichtes.

12.2.1 Extinktion

Wie wir bereits eingangs erwähnten, gibt es *Dunkelwolken,* die das Licht dahinter gelegener Sterne weitgehend abschwächen. Zählungen von außergalaktischen Sternsystemen geben grundlegende Information über die Extinktion in der Milchstraße. Hier ist die Verwendung von galaktischen Koordinaten aufschlussreich: Der galaktische Äquator wird durch die Ebene der Milchstraße definiert. Innerhalb von ± 10 Grad galaktischer Breite sieht man

nur wenige extragalaktische Systeme, weil hier die Extinktion am größten ist. Der Staub ist daher stark zur Milchstraßenebene konzentriert. Sei A_V der Extinktionsbeitrag im Visuellen, dann gilt:

$$m_V - M_V = A_V + 5^{\mathrm{m}} \log(r) - 5^{\mathrm{m}} \tag{12.1}$$

Dabei ist r die Entfernung in [kpc]. Empirisch findet man:

- $A_V = 1 \ldots 2^{\mathrm{m}}/\mathrm{kpc}$, wenn Dunkelwolken,
- $A_V = 0,^{\mathrm{m}}3/\mathrm{kpc}$ im Mittel in der Ebene der Galaxis.

Ein Objekt in einer Entfernung von zehn kpc wird daher um bis zu etwa zehn Größenklassen abgeschwächt!

Die Extinktion ist wellenlängenabhängig, das kurzwellige Licht wird stärker geschwächt als das langwellige. Man spricht von einer interstellaren Verfärbung und definiert den *Farbexzess* als:

$$E(\lambda_1, \lambda_2) = (m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2}) - (m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2})_0 \tag{12.2}$$

Dabei ist m_λ die beobachtete Helligkeit und $m_{\lambda 0}$ die Helligkeit, die sich ergeben würde, wenn der Extinktionsbeitrag null wäre. Man hat auf der rechten Seite von Gl. 12.2 die Differenz zwischen beobachteter Farbe und Eigenfarbe. Die Eigenfarbe eines Sterns lässt sich durch Vergleich mit anderen Sternen desselben Spektraltyps ermitteln.

Man kann die Extinktion durch *Sternzählungen* ermitteln, indem man das zu untersuchende Feld mit einem Vergleichsfeld vergleicht.

Im sogenannten *Wolf-Diagramm* trägt man die Anzahl der Sterne bei einer scheinbaren Helligkeit ein (Abb. 12.2). Man zählt die Sterne pro Quadratgrad im Helligkeitsintervall $[m - 1/2, m + 1/2]$ im Gebiet einer Dunkelwolke und eines Vergleichsfeldes. Hätten alle Sterne dieselbe absolute Helligkeit M, so würde eine Dunkelwolke, die im Bereich der Entfernungen r_1, r_2 liegt, den Anstieg reduzieren, d. h. eine Extinktion um den Betrag Δm

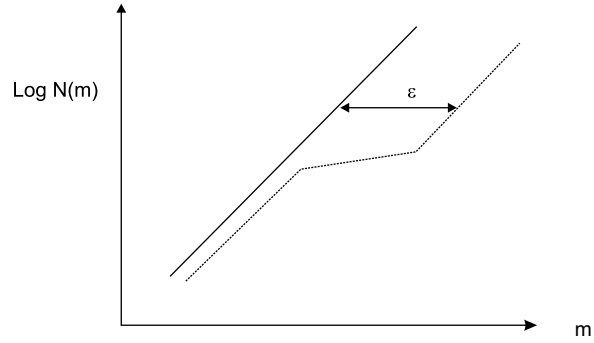


Abb. 12.2 Im Wolf-Diagramm trägt man die Anzahl der Sterne gegen ihre scheinbare Helligkeit auf. Ohne Absorption beobachtet man ein gleichmäßiges Anwachsen zu schwächeren Sternen; liegt eine Dunkelwolke dazwischen, verzögert sich dieses um den Betrag ϵ

verursachen und somit die Sternzahlen $N(m)$ in diesem Bereich merklich verringern. Somit kann man die Entfernung der Dunkelwolke grob angeben. Viele Dunkelwolken sind nicht mehr als 100 pc von uns entfernt. Möglicherweise gibt es über unser Sonnensystem eine Verbindung der beiden großen Dunkelwolkenkomplexe im Taurus und im Ophiuchus.

Weiterhin kann man noch die Abhängigkeit der interstellaren Absorption als Funktion der Wellenlänge (Abb. 12.3) untersuchen. Die interstellare Absorption ist im IR- und im Radiobereich sehr gering, sie nimmt aber im Optischen und UV stark zu. Bei einer Wellenlänge von 220 nm kommt es zu einem breiten Maximum. Dieses Absorptionsband entsteht vorwiegend durch Graphitteilchen.

12.2.2 Streuung

Eigentlich entsteht die interstellare Extinktion nicht durch Absorption, sondern durch *Streuung*. In der Streutheorie ist das Verhältnis Wellenlänge λ zu Teilchendurchmesser d entscheidend:

- $d/\lambda \to 0$: Durchmesser der Teilchen $\ll$ Wellenlänge. *Rayleigh-Streuung,* die proportional zu λ^{-4} ist.
- $d/\lambda \gg 1$: Hier ist die Streuung wellenlängenunabhängig.
- $d/\lambda \approx 1$: Dies findet man für interstellare Staubkörner. Aus der Beziehung folgt, dass die Körner einige 10^2 nm groß sind, und die Streuung ist proportional zu λ^{-1}.

Die chemische Zusammensetzung des Staubs ermittelt man aus der Extinktionskurve; man findet, wie bereits oben angedeutet, Graphitteilchen sowie Silikate.

Eine typische interstellare Gaswolke ist durch folgende Größen charakterisiert: $A_V \approx 1^{\mathrm{m}}$, Dichte ein Teilchen pro $100\,\mathrm{m}^3$, Durchmesser etwa 10 pc und Temperatur etwa 100 K.

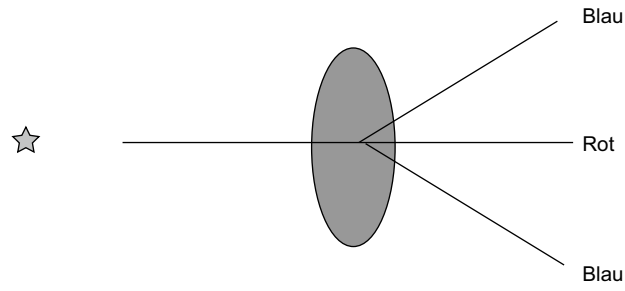


Abb. 12.3 Die Wellenlängenabhängigkeit der interstellaren Absorption. Blau wird stärker gestreut als Rot

Woher kommen die Staubteilchen? Aus den abströmenden Sternhüllen, Kondensationen, Rußflocken *etc.*

12.2.3 Polarisation

Licht entfernter Sterne ist teilweise polarisiert. *Hiltner* und *Hall* fanden 1949 einen Zusammenhang zwischen dem Polarisationsgrad und der interstellaren Verfärbung sowie der interstellaren Extinktion. Der elektrische Feldstärkevektor schwingt vorzugsweise parallel zur galaktischen Ebene.

Wenn $I_\parallel$ die Intensität des parallel zur Polarisationsebene schwingenden Lichtes und $I_\perp$ die Intensität des normal zur Polarisationsebene schwingenden Lichtes ist, dann definiert man den Polarisationsgrad P wie folgt:

$$P = \frac{I_\parallel - I_\perp}{I_\parallel + I_\perp} \tag{12.3}$$

Die Polarisation wird auch in Größenklassen angegeben:

$$\Delta m_P = 2{,}^{\mathrm{m}}5 \log(I_\parallel / I_\perp) \tag{12.4}$$

Man hat eine Korrelation von P mit dem Farbexzess gefunden:

$$\Delta m_P \approx 2{,}^{\mathrm{m}}17P \qquad \Delta m_P \approx 0{,}19E(B,V) \tag{12.5}$$

Die Polarisation kann man leicht erklären, indem man annimmt, dass die streuenden Teilchen länglich sind und ihre Achsen eine statistische Vorzugsrichtung im Raum aufweisen. Bei festem λ ist das Verhältnis d/λ größer für parallel zur großen Achse schwingendes Licht als für senkrecht dazu schwingendes Licht. Man hat also unterschiedliche Extinktionen für die beiden Schwingungsrichtungen. Die Ausrichtung der Teilchen erfolgt durch das galaktische Magnetfeld[1], in welchem sich die para- oder diamagnetischen Staubteilchen mit der Achse ihres kleinsten Trägheitsmoments im Mittel vorzugsweise parallel anordnen.

Aufschluss über die interstellare Polarisation erhält man durch Messungen von Sternen in unterschiedlichen galaktischen Längen und Breiten.

Reflexionsnebel

Man findet sie stets als diffuse Nebel in der Nähe früher Sterne. Dabei reflektieren die Staubteilchen das Licht dieser Sterne (z. B. *Plejadennebel*). Die Ausdehnung beträgt etwa 1 pc, und die leuchtenden Sterne sind meist B-Typen. Durch die Strahlung des Sterns wurde eine Hülle weggeblasen. Reflexionsnebel sind immer Orte der Sternentstehung.

[1] Stärke ca. 10^{-10} T.

12.3 Interstellares Gas

Wie bereits erwähnt, beträgt das Verhältnis Gas:Staub = 100:1. Wasserstoff ist das wichtigste Element, er umfasst 70 % der Masse und 90 % der Teilchen. Der interstellare Wasserstoff kann in zwei Formen vorkommen:

- Neutraler Wasserstoff, H-I,
- ionisierter Wasserstoff, H-II.

12.3.1 Neutraler Wasserstoff

Aufgrund der niedrigen Temperaturen des interstellaren Gases befinden sich nach der Boltzmann-Formel fast alle Wasserstoffatome im Grundzustand, und falls überhaupt, dann absorbieren diese Linien der Lyman-Serie im UV ($\lambda < 122\,\text{nm}$). Weitere interstellare Absorptionslinien werden von Na, Ca beobachtet.

1951 entdeckte man die 21-cm-Linie *(van de Hulst).* Beim neutralen Wasserstoff haben die Spins von Elektron und Proton zwei Einstellmöglichkeiten: a) F = 1, beide sind parallel, b) F = 0, beide antiparallel. Beim Übergang von F = 1 nach F = 0 wird Strahlung der Frequenz bzw. Wellenlänge

$$\nu = \Delta E/h = 1420\,\text{MHz} \tag{12.6}$$

$$\lambda = c/\nu = 21\,\text{cm} \tag{12.7}$$

frei. Der Übergang ist in Abb. 12.4 dargestellt.

Dieser Übergang ist ein *verbotener Übergang;* das *metastabile Niveau* F = 1 ist ohne Stoßeinwirkung langlebig. A bezeichnet die reziproke Lebensdauer eines Anregungszustandes. Bei den verbotenen Übergängen ist A um das 10^{-6}-Fache kleiner als bei normalen Übergängen. A ist proportional zu ν^3, d. h. es ist um den Faktor 10^{-17} kleiner als für optische Übergänge. Die Lebensdauer des angeregten Zustands beträgt $t = 1/A = 3{,}5 \times 10^{14}$ s.

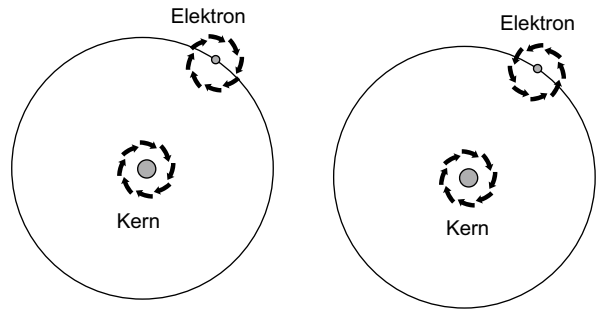


Abb. 12.4 Die 21-cm-Linie des neutralen Wasserstoffs entsteht durch den Übergang vom parallelen Kern- und Elektronenspin (links) zum antiparallelen Kern- und Elektronenspin (rechts)

Unter Laborverhältnissen würde es in der Zeit t so viele Stöße geben, so dass $F = 1$ durch Stoßübergänge entvölkert wird. Es stellt sich nach der Boltzmann-Formel ein Gleichgewicht zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus 1 und 0 ein. Die statistischen Gewichte betragen $g = 2F + 1$, und wir finden für das Verhältnis $N_1/N_0 \approx 3$, da sich die Exponentialterme zu 1 ergeben. Die Dichte aller H-Atome ist $N_\mathrm{H} \approx N_1 + N_0$ und deshalb $N_1 = \frac{3}{4} N_\mathrm{H}$.

Rechnen wir noch die emittierte Intensität aus, wobei man hier vom optisch dünnen Fall ausgehen kann: $\tau_\nu = \kappa_\nu l \ll 1$:

$$I_\nu = \kappa_\nu \frac{2\nu^2 kT}{c^2} l, \tag{12.8}$$

da wir für die Kirchhoff-Planck-Funktion die Rayleigh-Jeans-Näherung einsetzen können. Diese folgt aus der Planck-Formel:

$$I_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \tag{12.9}$$

$$h\nu/kT \ll 1 \qquad e^x = 1 + x \text{ wenn } x \ll 1 \tag{12.10}$$

$$\frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \to \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{kT} - 1} \tag{12.11}$$

Der Absorptionskoeffizient der 21-cm-Linie ergibt sich wegen $N_0 = 1/4 N_\mathrm{H}$ zu:

$$\kappa_\nu = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{h\nu_0}{kT} \phi(\nu) \frac{1}{4} N_\mathrm{H} \tag{12.12}$$

Die stimulierte Emission kann man durch den Faktor $(1 - \exp(-h\nu_0/kT)) \approx h\nu_0/kT \ll 1$ berücksichtigen. Dort, wo eine optisch dicke Schicht erreicht wird, führt dies zu einem Maximalwert der Intensität von:

$$I_\nu = B_\nu(T) = 2\nu^2 kT/c^2 \tag{12.13}$$

und man erhält hier eine Temperatur von 125 K. $\phi(\nu)$ ist die Funktion für das Linienprofil und in diesem Falle nur durch den Dopplereffekt bestimmt: In der Volumeneinheit befinden sich $N(V_r)dV_r$ H-Atome mit Radialgeschwindigkeiten $[V_r, V_r + dV_r]$, und man findet:

$$\frac{N(V_r)dV_r}{N_\mathrm{H}} = \phi(\nu)d\nu = \phi(\nu)\frac{\nu_0}{c} dV_r \tag{12.14}$$

Die 21-cm-Linie ist durch den Dopplereffekt verbreitert, die Stoßverbreiterung ist vernachlässigbar (weshalb?) und auch die natürliche Linienbreite ($= A/2\pi$). Die Dopplerverbreiterung entsteht durch die thermische Bewegung der strahlenden Atome mit einer Geschwindigkeit von ca. 1 km/s. Weiterhin ist die Linie dadurch verbreitert, dass man unterschiedliche Wolkenkomplexe in der Sichtlinie beobachtet. Alle Sterne und auch die interstellare Materie nehmen an der galaktischen Rotation teil. Deshalb haben Wolken, die unterschiedlich

weit vom galaktischen Zentrum entfernt sind, auch unterschiedliche Rotationsgeschwindigkeiten.

Die optische Tiefe $\tau = 1$ wird bei der interstellaren Materie nicht erreicht, da gilt:

$$\tau = n_{\mathrm{H}} \sigma \, \Delta l \tag{12.15}$$

$\sigma = 10^{-18}\,\mathrm{cm}^2$ ist der Absorptionsquerschnitt pro Atom für die 21-cm-Strahlung, und Δl ist die Weglänge längs der Sichtlinie. Die Anzahl der Atome pro cm^3 beträgt $n_{\mathrm{H}} = 1$. Ohne die Verbreiterung wäre bereits auf einer Strecke von weniger als 1 kpc der Wert $\tau = 1$ erreicht und das Gas somit für diese Strahlung undurchsichtig.

Bei einer rein thermischen Linienverbreiterung kann man sofort die kinetische Temperatur der Wolke bestimmen:

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{3}{2} kT \tag{12.16}$$

und aus:

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{v}{c} \tag{12.17}$$

erhält man bei einem $\Delta \nu = 6 \times 10^3$ Hz eine kinetische Temperatur von etwa 20 K. Befinden sich H-I-Wolken vor starken Radioquellen, kann man mitunter auch die 21-cm-Linie in Absorption beobachten.

Die Beobachtung der 21-cm-Linie gibt die Verteilung des neutralen Wasserstoffs in der interstellaren Materie wieder.

12.3.2 Emissionsnebel, H-II-Regionen

Wie wir gesehen haben, ist der Wasserstoff großteils neutral und nur mit der 21-cm-Linie im Radiobereich detektierbar. Besonders spektakulär sind aber die leuchtenden H-II-Regionen, die man auch als *Emissionsnebel* bezeichnet. Bekannte Beispiele sind der Orionnebel (Abb. 12.5), der Nordamerikanebel usw. Die Strahlung dieser Nebel stammt nicht aus eigenen Energiequellen, sondern wird durch die in diese Nebel eingebetteten Sterne erzeugt.

Die Strahlung eines Emissionsnebels besteht aus:

- Kontinuum,
- kräftigen Emissionslinien,
- Nebellinien.



Abb. 12.5 Unten: Orionnebel, M42, Entf. 1500 Lj. Komposit auf Spitzer-Teleskop und HST-Aufnahme; oben: Helixnebel, Entfernung 650 Lj, Spitzer-Teleskop. (Quelle: NASA/JPL-Caltech/T. Megeath [University of Toledo] & M. Robberto (STScI)/ Credit: NASA/JPL-Caltech/K. Su [Univ. of Arizona])

Das Kontinuum entsteht durch frei-gebundene Übergänge; es kommt zu einer Rekombination von ionisiertem Wasserstoff und Helium. Auch die Frei-frei-Strahlung von freien Elektronen, die durch Coulombfelder der Protonen abgebremst werden, ist wichtig.

Die Emissionslinien sind ebenfalls wieder Rekombinationen von Wasserstoff und Helium, allerdings landet hier das Elektron nicht im Grundzustand, sondern auf einem Niveau n. Dann gibt es kaskadenartige Übergänge von $n \to n-1 \to n-2 \to n-3\ldots$ und dabei jedes Mal zur Emission eines Photons. Die Balmerlinien entstehen bei den Übergängen auf das erste angeregte Niveau. Wichtig ist, dass man die geringe Dichte der interstellaren Materie berücksichtigen muss. Die Atome werden während der Übergänge kaum von den Nachbarteilchen gestört, und so sind Energieübergänge mit hohem n möglich, die unter Laborverhältnissen niemals stattfinden könnten. Ein Beispiel: Übergang $n = 110 \to n = 109$ entspricht einer Wellenlänge im Radiobereich bei 6 cm.

Nebellinien: Lange Zeit war deren Zuordnung ungewiss, und man dachte, in den Emissionsnebeln gibt es auf der Erde unbekannte Elemente (z. B. als Nebulium bezeichnet). Es handelt sich jedoch um verbotene Übergänge der Ionen O^+, O^{++}, N^+, ... Diese Ionen besitzen Niveaus mit geringer Anregungsenergie (1 eV), die metastabil sind. Die Anregung auf diese Niveaus erfolgt durch inelastische Elektronenstöße. Durch die geringe Dichte der interstellaren Materie ist die Lebenszeit der metastabilen Niveaus kürzer als die Zeit zwischen zwei Stößen, und deshalb kommt es zu einem Strahlungsübergang.

Die Intensität folgt aus

$$I = \text{const} \int n_e^2 ds, \tag{12.18}$$

wobei s die Sichtlinie ist und man ansetzt: $n_i n_e = n_e^2$. Das Emissionsmaß ist dann:

$$EM = \int n_e^2 ds \tag{12.19}$$

Die Länge der Sichtlinie gibt man in pc an, die Zahl der Teilchen pro Kubikzentimeter. Dann findet man Werte für EM von $10\,\text{cm}^{-6}$ bei gerade noch sichtbaren Objekten bis zu $10^9\,\text{cm}^{-6}$.

Die Ausdehnung einer H-II-Region kann man leicht abschätzen. Zur Ionisation des neutralen Wasserstoffs benötigt man 13,595 eV oder eine Strahlung mit $\lambda < 91{,}2$ nm. Daher muss die Temperatur der Sterne, welche die H-II-Region zum Leuchten anregen sollen, genügend hoch sein ($T_{\text{eff}} > 2 \times 10^4$ K), also Spektraltyp B1 oder früher. Wir werden deshalb H-II-Regionen nur in der Umgebung von Sternen sehr früher Typen finden. Die Anzahl der N_{Lc}-Quanten[2] bestimmt die sichtbare Ausdehnung des Nebels, wobei hier die Quanten mit $\lambda < 91{,}2$ nm gemeint sind, im Lyman-Kontinuum. s_0 sei der Abstand von einem Stern, bis zu dem ein Wasserstoffgas der Dichte n_{H} ionisiert gehalten werden kann. Dem wirken ja die Rekombinationen entgegen, und αn_e ist die Zahl der pro Zeiteinheit erfolgten

[2] Der Index LC steht für Lyman Alpha Continuum.

Rekombinationen mit α als Rekombinationskoeffizienten. Man findet ($n_e \approx n_\mathrm{H}$):

$$N_\mathrm{Rek} = \frac{4\pi}{3} s_0^3 n_\mathrm{H} \alpha n_e \tag{12.20}$$

Die Gleichgewichtsbedingung lautet: $N_\mathrm{Lc} = N_\mathrm{Rek}$, und wir bekommen somit den Radius der *Strömgren-Sphäre* (Tab.12.1):

$$s_0 = \left(\frac{3N_{Lc}}{4\pi\alpha N_\mathrm{H}^2} \right)^{1/3} \tag{12.21}$$

Dieser gibt also an, wie weit die Ausdehnung einer H-II-Region sein kann. Bezieht man dies auf $n_\mathrm{H} = 1/\mathrm{cm}^3$, dann gilt:

Jedes L_Lc-Photon muss die Energie 13,6 eV abgeben, um zur Ionisation zu führen. Der Rest geht in kinetische Energie der Elektronen über, und dies ist im Mittel mehr, als zuvor bei der Rekombination dem Elektronengas entzogen wurde. Wir haben also einen Heizungsmechanismus. Die wichtigsten Kühlprozesse sind dann die Ausstrahlungsprozesse bei den verbotenen Nebellinien. Deren Anregungsenergie stammt ja bei den elastischen Stößen aus der kinetischen Energie der freien Elektronen. Somit kommt es zu einem Gleichgewicht, wenn die kinetische Temperatur des Gases etwa 10^4 K beträgt. Damit sind die H-II-Gebiete um das 100-Fache heißer als die H-I-Gebiete.

An den Grenzen der H-II-Gebiete bilden sich Stoßfronten, sie dehnen sich aus. Dadurch ist ihre Sichtbarkeitsdauer begrenzt. Die weitere Ausdehnung führt zu einer Dichteabnahme, und die Sichtbarkeitsdauer beträgt weniger als 10^6 Jahre.

12.3.3 Besondere Emissionsnebel

Zur Erklärung der bisher besprochenen Nebel benötigt man lediglich hochenergetische Photonen (durch einen heißen Stern) in einem vorher neutralen interstellaren Gas.

Bei den *planetarischen Nebeln* sowie bei den Hüllen um Novae hat man eine bis zu 5-fache Temperatur gegenüber den normalen Emissionsnebeln, und auch die verbotenen Linien treten verstärkt auf. Durch die Expansion der Hülle kann man planetarische Nebel etwa 10^4 Jahre lang sehen und Nova-Hüllen nur etwa 100 Jahre, da diese rascher expandieren.

Tab. 12.1 Radius der Strömgren-Sphäre für $n_\mathrm{H} = 1/\mathrm{cm}^3$ als Funktion des Spektraltyps

Spektraltyp	B1 V	B2 I	O9 V	O 9 I	O5 I
R_s/pc	5	15	50	100	150

Die Emissionsnebel um *Wolf-Rayet-Sterne* entstehen durch starke Sternwinde, die mit relativ großem Massenverlust einhergehen. Die Hüllen dieser Sterne haben Temperaturen zwischen 10.000 K und 30.000 K.

Auch bei Supernovaexplosionen kommt es zur Abstoßung einer Hülle, die mit Geschwindigkeiten zwischen 5000 und 10.000 km/s expandiert.

Es bildet sich so eine Stoßfront aus, da diese Geschwindigkeiten über der Schallgeschwindigkeit liegen. An der Stoßfront beträgt die Temperatur 10^6 K und man findet thermische Bremsstrahlung, die im Röntgenbereich beobachtet werden kann. Die im optischen und im Radiobereich beobachtete Synchrotronstrahlung stammt von beschleunigten Ladungen. Magnetfelder werden komprimiert, und es bilden sich starke Turbulenzen aus. Die Lebensdauer derartiger Gebilde liegt bei 10^5 Jahren, und der Durchmesser kann bis zu 50 pc betragen.

Interessant sind auch *Molekülwolken.* Normalerweise werden Moleküle durch das interstellare Strahlungsfeld zersetzt (Photodissoziation) bzw. auch durch die energiereiche kosmische Strahlung. Moleküle können sich also nur in vor dieser Strahlung geschützten Bereichen bilden. Dies ist in Gebieten mit starker Staubabsorption möglich. So bilden sich z. B. H_2, CO, . . ., wenn Staub vorhanden ist.

Ein zweiatomiges Molekül besitzt gegenüber einem Atom zwei weitere Freiheitsgrade: 1. Rotation um den Schwerpunkt, 2. Gegeneinanderschwingen der Atomkerne. Aber auch diese Freiheitsgrade sind gequantelt; bei den Übergängen zwischen zwei Rotations- oder Schwingungsniveaus hat man kleine Energiedifferenzen, deshalb kommt es zur Strahlung im Zentimeter- und im Dezimeter-Radiobereich. Die Teilchendichte schwankt zwischen 10^2 und $10^6/\mathrm{cm}^3$. Es wurden auch Wolken entdeckt, die Methylalkohol oder Ameisensäure enthalten. Durch die relativ hohe Dichte werden die Molekülwolken gravitationsinstabil und sind somit ideale Orte der Sternentstehung. In Extremfällen wurden Temperaturen von bis zu 10^{10} K gemessen. Dies kann man durch einen Pumpmechanismus erklären, die Teilchen kommen auf ein metastabiles Niveau, das stark übervölkert wird. Der Übergang zum Grundzustand erfolgt dann durch induzierte Emission, d. h. die einfallende Strahlung wird extrem verstärkt. Diesen *Maser-Effekt* findet man vorwiegend bei den Molekülen OH, H_2O, SiO. Dies tritt auch bei veränderlichen Sternen auf (Mirasterne). Derartige Maser-Quellen sind sehr kompakt und nur einige AE groß → Entwicklung zu einem Protostern hin.

12.3.4 Lichtechos

Der Stern V838 Mon ist ein veränderlicher Stern, allerdings sehr unregelmäßig. Im Jahre 2002 kam es zu einem Ausbruch, die Leuchtkraft stieg auf $6 \times 10^5\, L_\odot$. Man beobachtete Lichtechos, das Licht wird zeitlich versetzt von immer weiter außen liegenden Staubhüllen reflektiert (Abb. 11.14). Diese waren zuvor nicht sichtbar, und so entsteht der Eindruck, dass der Stern als Ganzes explodiert. Die Zeit, die zwischen dem Ausbruch und der Beobachtung

des Echos liegt, gibt Auskunft über die Größe der angestrahlten Staubwolke. Die Entfernung des Sterns zur Erde beträgt 10 kpc.

Das Ganze erinnert an eine Nova, allerdings hat man festgestellt, dass der Stern nur expandierte und keine Hülle abgestoßen hatte.

12.4 Kosmische Strahlung

12.4.1 Entdeckung

Bei einem Ballonflug entdeckte *V. Hess* 1912, dass die elektrische Leitfähigkeit der Atmosphäre mit der Höhe zunimmt. Dies konnte er nur durch eine ionisierend wirkende *Höhenstrahlung* erklären. Darunter versteht man Atomkerne, Elektronen und Positronen, die sich mit sehr hohen Geschwindigkeiten bis 0,9 c ausbreiten. Die meisten Teilchen sind dabei Wasserstoffkerne (Protonen). Helium und andere schwerere Atomkerne stellen nur 9 % aller Teilchen der kosmischen Strahlung dar. Nur 2 % sind Elektronen.

12.4.2 Zusammensetzung und Herkunft

Interessant ist, dass es eine größere Häufigkeit der leichten Elemente Li, Be und B gibt als in den Sternen. Diese entstehen durch das Aufbrechen, *Spallation,* von C-, N- und O-Kernen bei der Kollision mit Protonen im interstellaren Raum. Die gesamte Energie, die wir durch die kosmische Strahlung auf der Erde erhalten, ist vergleichbar mit der Gesamtenergie des bei uns einfallenden Sternenlichts. Die große Frage jedoch ist, woher kommen diese Teilchen? Licht breitet sich geradlinig aus, daher kann man leicht zurückverfolgen, woher die Lichtteilchen kommen. Die Partikeln der kosmischen Strahlung sind geladen, daher werden sie durch Magnetfelder umgelenkt (Erdmagnetfeld, Heliosphäre, galaktisches Magnetfeld), sie fallen auf einer spiralförmigen Bahn ein. Durch das relativ starke galaktische Magnetfeld ist es sicher, dass die meisten Teilchen nicht von außerhalb der Galaxis kommen können. Nur Teilchen mit sehr hoher Energie könnten von außerhalb unserer Galaxie kommen. Mögliche Quellen für diese Teilchen sind Supernovaexplosionen.

Bevor die Strahlung auf die Erdatmosphäre trifft, spricht man von der *primären Komponente* der kosmischen Strahlung. Die primären Teilchen der kosmischen Strahlung erzeugen sekundäre Teilchenschauer in der Erdatmosphäre.

12.4.3 Magnetfelder und geladene Teilchen

Betrachten wir noch kurz die Ablenkung der kosmischen Strahlung in einem homogenen Magnetfeld mit der Flussdichte **B**. Ein Teilchen der Ladung e, der Ruhemasse m_0 und der Geschwindigkeit v senkrecht zu **B** bewegt sich auf einem Kreis mit der *Zyklotronfrequenz:*

$$\omega_c = \frac{e\mathbf{B}}{m} = \frac{1}{\gamma}\frac{e\mathbf{B}}{m_0} \tag{12.22}$$

Wobei aus der Relativitätstheorie folgt, dass die bewegte Masse m mit der Ruhemasse m_0 wie folgt zusammenhängt:

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \qquad p = mv \tag{12.23}$$

$$E = mc^2 \tag{12.24}$$

Dies folgt aus dem Gleichsetzen der Zentrifugalkraft mv^2/r_c mit der Lorentz-Kraft evB. Für den *Gyrationsradius* r_c bekommen wir:

$$r_c \approx \frac{E}{ceB} \tag{12.25}$$

bzw. wenn man E in GeV rechnet und r_c in pc:

$$r_c \approx 1{,}08 \times 10^{-16}\frac{E}{B} \tag{12.26}$$

(Dabei wird B in T angegeben). Das Magnetfeld der Erde bewirkt, dass relativ energiearme geladene Teilchen die Erdoberfläche nur in bestimmten Zonen um die geomagnetischen Pole herum erreichen. Dieser sogenannte Breiteneffekt verschwindet jedoch für hohe Energien ($>10\,\mathrm{GeV}$).

12.4.4 Sonnenaktivität und kosmische Strahlung

Die kosmische Strahlung gerät bei ihrem Eintritt in das Sonnensystem in Wechselwirkung mit dem von der Sonne gesteuerten interplanetaren Magnetfeld *(Heliosphäre)*. Deshalb ändert sich die Intensität der kosmischen Strahlung mit zwei Perioden:

- 27-tägiger Zyklus wegen der synodischen Sonnenrotation,
- 11-jähriger Zyklus wegen der Sonnenaktivität.

Kosmogene Isotope wie z. B. ^{14}C, die durch die kosmische Strahlung erzeugt werden, sind daher antikorreliert mit der Sonnenaktivität. Ist die Sonnenaktivität hoch, so ist der Einfluss des interplanetaren Magnetfeldes groß, und nur wenige Teilchen können von außerhalb des Sonnensystems in die Heliosphäre eindringen.

Teilchen, die von außerhalb des Sonnensystems kommen, nennt man GCR *(galactic cosmic rays);* neutrale Teilchen, die ebenfalls von außerhalb des Sonnensystems kommen, jedoch durch die Sonnenstrahlung ionisiert werden, bezeichnet man als ACR *(anomalous cosmic rays)*. Schließlich gibt es noch die SEP *(solar energetic particles)*.

12.5 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.
Physics of the Interstellar and Intergalactic medium, B. T. Draine, Princeton Univ. Press, 2011
The Orion Nebula, C.R. O'Dell, Belnap Press, 2003
Astrophysics of Gaseous Nebulae and Active Galactic Nuclei, D.E. Osterbrock, G.J. Ferland, Univ. Science, 2005
Atomic Processes in Gaseous Nebulae, A. Prozesky, Lap Lambert, 2012

Aufgaben

12.1 Ein hypothetisches Beispiel: Der Radius unserer Milchstraße beträgt 50.000 Lj. Nehmen wir an (was falsch ist), die interstellare Materie wäre kugelförmig in der Galaxis verteilt, wie groß wäre dann deren Gesamtmasse?

Lösung
1 Lj = 10^{13} km = 10^{18} cm. Das Volumen der Galaxis beträgt: $\frac{4\pi}{3} r^3 \approx 600 \times 10^{66}$ cm^3. Dies mit obiger mittlerer Dichte multipliziert gibt eine Masse von $3 \times 10^{11}\ M_\odot$ (Sonnenmasse = 2×10^{33} g).

12.2 Das größte in alle Richtungen steuerbare Radioteleskop befindet sich in Effelsberg und hat einen Durchmesser von $D = 100$ m. Man berechne das Auflösungsvermögen bei der Beobachtung der 21-cm-Linie.

Lösung
Das Auflösungsvermögen beträgt $\Theta = 206.265\lambda/D\ [''] = 206.265 \times 21/10.000\ [''] \approx 7'$.

Die Galaxis

13

Inhaltsverzeichnis

13.1 Methoden zur Entfernungsbestimmung 490
13.2 Der Aufbau unserer Milchstraße 494
13.3 Sternpopulationen und Dichtewellen 503
13.4 Rotation der Galaxis 506
13.5 Dunkle Materie in der Milchstraße 514
13.6 Galaktisches Zentrum 516
13.7 Entwicklung der Galaxis 518
13.8 Weiterführende Literatur 520
Aufgaben 521

Das Wort *Galaxie* stammt aus dem Griechischen und bedeutet Milchstraße. Für die alten Griechen war die Milchstraße nämlich ausgeschüttete Milch von der Göttin Hera. Im Deutschen bezeichnet *Galaxis* unsere Milchstraße, *Galaxie* ein beliebiges riesiges Sternsystem. Diesen Unterschied gibt es in der englischen Literatur nicht, hier spricht man immer von *galaxy.* Schreibt man das Wort groß, also *Galaxy,* dann meint man aber unser System.

Seit etwa 100 Jahren weiß man, dass es außerhalb unserer Milchstraße extragalaktische Systeme gibt. Details sind allerdings nur bei der Milchstraße zu studieren. Andererseits lassen sich globale Aussagen (z. B. über die Form einer Galaxie) leichter bei extragalaktischen Systemen machen. Deshalb ist das Studium der eigenen Galaxie wichtig für die Erforschung extragalaktischer Systeme und umgekehrt (analog zum Verhältnis Sonnenphysik (Details) $\longleftrightarrow$ Physik der Sterne).

Um Aussagen über die Struktur der Galaxis machen zu können, ist es zunächst notwendig, die wahre räumliche Verteilung der Sterne zu kennen. Aus diesem Grunde geben wir in diesem Kapitel zunächst eine Zusammenfassung über die wichtigsten Methoden der Entfernungsbestimmung.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_13

13.1 Methoden zur Entfernungsbestimmung

Informationen über die Dimension der Milchstraße erhält man, wenn die Entfernungen der Objekte bekannt sind. Wir behandeln daher hier die relevanten Entfernungsbestimmungsmethoden.

13.1.1 Trigonometrische Methoden

Trigonometrische Parallaxe
Sei a die mittlere Entfernung Erde-Sonne und r die Entfernung eines Sterns, dann gilt:

$$\sin \pi = \frac{a}{r} \tag{13.1}$$

Dabei ist der parallaktische Winkel π derjenige Winkel, unter dem (vom Stern aus gesehen) der Radius der Erdbahn erscheint. Durch die hohe Präzision von Satellitenmessungen lassen sich Parallaxen bis zu 0,001″ Genauigkeit bestimmen. Die genaueste erdgebundene Parallaxenmessung erfolgte an einem Pulsar mit einem Radioteleskop (Interferometer), die Parallaxe dieses Objektes betrug 0,4 Millibogensekunden (0,0004″). Damit ergibt sich die Entfernung r dieses Objekts zu $r = 1/\pi = 2.400\,\text{pc}$. Die 2013 gestartete GAIA-Mission liefert Parallaxen bis zu einer Genauigkeit von 20 Mikrobogensekunden! Für 20 Mio. Sterne wird man Parallaxen mit einem Fehler von unter 1 % erhalten!

Säkulare Parallaxe
Unsere Sonne bewegt sich mit 20 km/s in Richtung des Sternbildes Herkules, und die zurückgelegte Strecke b in Richtung Herkules wird mit der Zeit immer länger (Abb. 13.1). Die Entfernung ergibt sich dann aus dem Sinussatz $r/\sin\alpha = b/\sin(180^\text{o} - [\alpha + 180^\text{o} - \beta])$:

$$r = \frac{b \sin\alpha}{\sin(\beta - \alpha)} \tag{13.2}$$

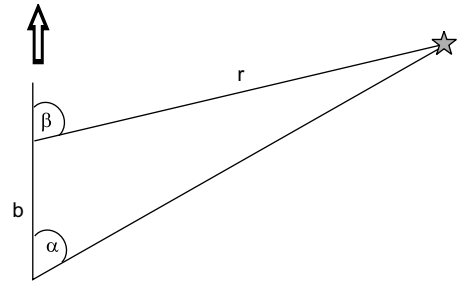


Abb. 13.1 Durch die Bewegung der Sonne mit 20 km/s in Richtung Sternbild Herkules wird die Basis b immer länger

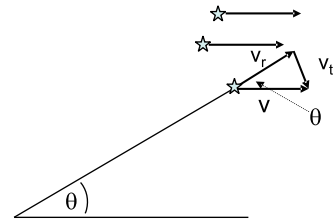


Abb. 13.2 Methode der Sternstromparallaxe. Ein Beobachter B sieht eine Gruppe von Sternen, die sich mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v}$ in eine Richtung mit dem Winkel Θ am Himmel bewegt

Sternstromparallaxe

Die Mitglieder eines Sternhaufens bewegen sich in dieselbe Richtung zum Fluchtpunkt. Wenn Θ der Winkel zwischen Verbindungslinie und Bewegungsrichtung (Fluchtpunkt) ist, μ die Eigenbewegung des Sterns (in $''$ pro Jahr), v_r die Radialgeschwindigkeit in km/s, dann gilt (Abb. 13.2):

$$v = v_r / \cos\Theta \qquad v_t = v \sin\theta \tag{13.3}$$

Die Positionsverschiebung eines Sterns am Himmel nennt man seine *Eigenbewegung* (engl. *proper motion*); diese hängt außer von der Tangentialgeschwindigkeit v_t auch von der Entfernung des Sterns ab, und aus folgt $v_t = \mu r = \mu/\pi$ und schließlich:

$$\pi'' = 4{,}74 \frac{\mu''}{v_r \tan\Theta} \tag{13.4}$$

Der Winkel μ bezeichnet die Eigenbewegung am Himmel vom Beobachter aus gesehen (gegeben durch v_t und Entfernung r). Der Faktor 4,74 ergibt sich aus der Erdbahngeschwindigkeit dividiert durch 2π. Die Methode der Sternstromparallaxe ist in Abb. 13.2 erläutert. Die Eigenbewegung μ ist in $''$ pro Jahr (a) anzugeben.

Dynamische Parallaxe

Bei visuellen Doppelsternen kann man diese Methode anwenden, wenn die große Halbachse der Bahn in $''$ und in m bekannt ist. Aus dem 3. Keplergesetz folgt:

$$\frac{a^3}{P^2} = M_1 + M_2 \tag{13.5}$$

und schließlich:

$$\pi = \frac{a''}{a[\mathrm{AU}]} = \frac{a''}{[P^2(M_1 + M_2)]^{1/3}} \tag{13.6}$$

Dabei ist M in Sonnenmassen (hypothetisch kann man von $M = 2$ ausgehen), P die Umlaufperiode in Jahren und a in AE.

Durchmessermethode
Wenn der wahre Durchmesser D bekannt ist (in AE) und der scheinbare Durchmesser d″, dann hat man:

$$\pi'' = d''/D \tag{13.7}$$

Photometrische Parallaxe
Dabei muss man den Absorptionskoeffizienten γ der interstellaren Materie berücksichtigen; man geht davon aus, dass die absolute Helligkeit M eines Sterns bekannt ist, m ist die leicht messbare scheinbare Helligkeit:

$$m - M = 5\log r - 5 = -5\log \pi - 5 \tag{13.8}$$

Spektroskopische Parallaxe
Diese ist aus dem Spektrum zu entnehmen. Probleme dabei sind: Klassifikationsfehler, natürliche Streuung innerhalb einer gegebenen absoluten Helligkeit, Eichung des HRD.

13.1.2 Photometrische Standardkerzen

Parallaxe aus dem Farben-Helligkeits-Diagramm, FHD
Untersucht man ein HRD oder ein FHD von Sternhaufen, folgt durch Übereinanderschieben dieses Diagramms mit einem Diagramm, in dem die Absolutwerte bekannt sind,
→ der Entfernungsmodul m-M (aus Verschiebung der Ordinate) bzw.
→ die Verfärbung (Verschiebung der Abszisse).

Cepheiden, RR-Lyr
Hier handelt es sich um pulsationsveränderliche Sterne. Die Periode des Helligkeitswechsels lässt sich leicht ermitteln. Aus der Perioden-Leuchtkraft-Beziehung folgt M (absolute Helligkeit) und aus der gemessenen scheinbaren Helligkeit m die Entfernung r ($m - M = 5\lg r - 5$).

Es gibt zwei Klassen von *Cepheiden:*

- Klassische Cepheiden (δ-Cephei-Sterne), Population-I-Cepheiden: junge Sterne, nahe der galaktischen Ebene, in jungen Sternhaufen. Nahe der galaktischen Ebene ist die Extinktion stark, deshalb Beobachtung im nahen IR, z. B. K-Band bei $\lambda = 2{,}4\,\mu\text{m}$.
- W-Virginis-Sterne, Population-II-Cepheiden: massearme, metallarme Sterne, meist im Halo der Galaxis, in Kugelhaufen oder nahe dem galaktischen Zentrum.

Vorteil: Die Cepheiden sind hell, daher hat man hier eine große Reichweite und kann diese Methode auch bei extragalaktischen Systemen anwenden.

Die RR-Lyr-Sterne gehören auch zur Population II, sie sind metallarm, und man findet sie im Halo, in Kugelsternhaufen und im galaktischen Bulge; die Helligkeit liegt zwischen 0,5 und 1,0 absoluter Größe.

Novae, Supernovae
Für Novae existiert folgende empirische Beziehung:

$$M_{\mathrm{V,max}} = -9{,}96 - 2{,}31 \log m_r \tag{13.9}$$

Diese Gleichung beschreibt einen Zusammenhang zwischen der absoluten maximalen Helligkeit und der Rate der Abnahme (m_r) während der ersten beiden Größenklassen. Dabei wird m_r in Größenklasseneinheiten pro Tag angegeben. Im Maximum kann eine Nova $M_\mathrm{V} \approx -10$ erreichen.

Für Supernovae setzt man an:
Typ I: $-18{,}^{\mathrm{M}}7$
Typ II: $-16{,}^{\mathrm{M}}5$

Eine Supernova kann so hell werden wie eine gesamte Galaxie. Diese Methode hat also eine große Reichweite!

Gleiche Gesamthelligkeit bei gleichartigen Objekten
Hier nimmt man an, alle Kugelsternhaufen, H-II-Regionen usw. besitzen dieselbe Gesamthelligkeit. Dabei ist es günstig, nicht das hellste Objekt auszuwählen, da gerade dieses anomal hell sein könnte.

Interstellare Absorptionslinien
Wenn das interstellare Gas gleichmäßig verteilt ist, dann gilt für die Äquivalentbreite der Linien des Ca^+ und die Entfernung r:

$$r(\mathrm{kpc}) = 3{,}00 W(K) \tag{13.10}$$

($W(K)$ bezeichnet die Äquivalentbreite der K-Linie des Ca^+) und für die D-Linien des Na:

$$r(\mathrm{kpc}) = 2{,}38(W(D_1) + W(D_2))/2 \tag{13.11}$$

mit $W(D_2)$ als Äquivalentbreite der Natrium D_2-Linie.

Wilson-Bappu-Effekt
Betrachten wir im Detail das Profil der H- und K-Linien des ionisierten Ca. Das Profil zeigt (siehe Abb. 13.3):

- Breite Absorptionslinie, H_1, K_1; sie entsteht durch kühles Gas in der Atmosphäre des Sterns.

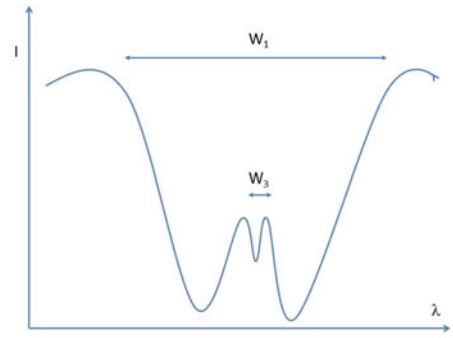


Abb. 13.3 Die Breite der zentralen Absorption, W_3, die der Emission überlagert ist, eignet sich bei kühlen Sternen zur Bestimmung ihrer absoluten Helligkeit

- In der Mitte des Profils gibt eine Emission, $H_2,\ K_2$, hervorgerufen durch Re-Emission in der höheren Atmosphäre.
- Zentrale Absorption, $H_3,\ K_3$, hervorgerufen durch kühles Gas.

Es gibt einen Zusammenhang zwischen der absoluten Helligkeit M_V eines Sterns und der Äquivalentbreite dieser zentralen Absorption, dies ist der Wilson-Bappu-Effekt:

$$\frac{dM_V}{d\log W_3} = \text{const} \tag{13.12}$$

13.2 Der Aufbau unserer Milchstraße

Welches sind die wichtigsten Komponenten der Galaxis, welche Information können wir aus Sternzählungen und deren Verteilung gewinnen? Darüber hinaus besprechen wir die nähere Umgebung der Sonne.

13.2.1 Grober Aufbau

Der grobe Aufbau der Galaxis lässt sich wie folgt angeben:

- Scheibe, Durchmesser etwa 50 kpc;
- zentrale Verdickung, galaktischer Bulge;
- Halo, annähernd sphärische Verteilung von Sternen und Kugelsternhaufen um die Scheibe herum.

Tab. 13.1 Wichtige Daten für die Komponenten der Galaxis. DM bezeichnet Dunkle Materie

	Neutr. Gas	Dünne Scheibe	Dicke Scheibe	Bulge	Stell. Halo	DM Halo
M	0,5	6	0,2–0,4	1	0,15	
L_B	–	1,8	0,02	0,3	0,1	0
M/L_B	–	3		3	$\sim$1	
Durchm.	50	50	50	2	100	>200
Form	$e^{-h_z/z}$	$e^{-h_z/z}$	$e^{-h_z/z}$	Balken	$r^{-3,5}$	$\frac{1}{(a^2+r^2)}$
Skalenh.	0,13	0,33	1,5	0,4	3	2,8
σ_z	7	20	40	120	100	–
[Fe/H]	>0,1	−0,5−0,3	−1,6…−0,4	−1…1	−4,5…−0,5	–

Das galaktische Zentrum *(galactic center, GC)* wird von der Sonne umkreist, und ihre Entfernung zum GC beträgt lt. offizieller Definition der IAU (Internationale Astronomische Union; der wahre Wert liegt bei 8,1 kpc):

$$R_0 = 8{,}5\,\text{kpc}. \tag{13.13}$$

Einige wichtige Daten der Komponenten sind in Tab. 13.1 gegeben.[1] In dieser Tabelle ist die Masse M gegeben in $10^{10}\,M_\odot$, die Leuchtkraft (damit ist die tatsächlich beobachtete gemeint) L_B in $10^{10}\,L_\odot$, der Durchmesser in kpc, die Skalenhöhe in kpc, die *Geschwindigkeitsdispersion* σ_z senkrecht zur galaktischen Ebene in km/s. Die *Metallizität* [Fe/H] gibt logarithmisch den Anteil an Fe gegenüber dem in der Sonne an: Fe = –1 bedeutet nur 1/10 der solaren Häufigkeit an Fe. Wir erkennen aus dieser Tabelle schon deutlich den Aufbau der Galaxis. Die Skalenhöhe ist die charakteristische Dicke der jeweiligen Komponente.

Die Sonne und damit das Sonnensystem umkreist das Zentrum der Galaxis in einer Entfernung von etwa 8 kpc.

13.2.2 Galaktische Koordinaten

Der hellste Teil der Galaxis (Abb. 13.4) und damit das Zentrum liegt im Sternbild *Sagittarius* (Schütze), das Antizentrum liegt im Sternbild *Auriga* (Fuhrmann). Bereits *G. Galilei* erkannte im 17. Jahrhundert, dass sich die hellen Wolken, mit einem Teleskop betrachtet, in

[1] Aus P. Schneider, Extragalaktische Astronomie und Kosmologie, Springer.

viele Einzelsterne auflösen. 1781 veröffentlichte *Ch. Messier* einen Katalog nicht stellarer Objekte. Darin findet man zahlreiche Gasnebel, Sternhaufen usw., die zur Galaxis gehören, aber auch extragalaktische Objekte. Der Katalog umfasst etwa 100 Objekte.

> Unsere Galaxie ist ein stark abgeplattetes System, und unsere Sonne befindet sich weit außerhalb des Zentrums.

Um die Verteilung der Objekte in der Galaxis besser beschreiben zu können, hat man die galaktischen Koordinaten eingeführt (Abb. 13.5):

- galaktischer Äquator; entlang ihm wird die galaktische Länge l gemessen, und zwar nach Osten vom Zentrum ausgehend,
- galaktische Breite b, die $\pm 90^{\mathrm{o}}$ nördlich und südlich des Äquators geht. Der galaktische Nordpol befindet sich also an $b = +90^{\mathrm{o}}$.

Der galaktische *Nordpol* (Abb. 13.5) hat im Äquatorsystem die Koordinaten (RA, Dekl bedeuten Rektaszension und Deklination, Epoche 2000)

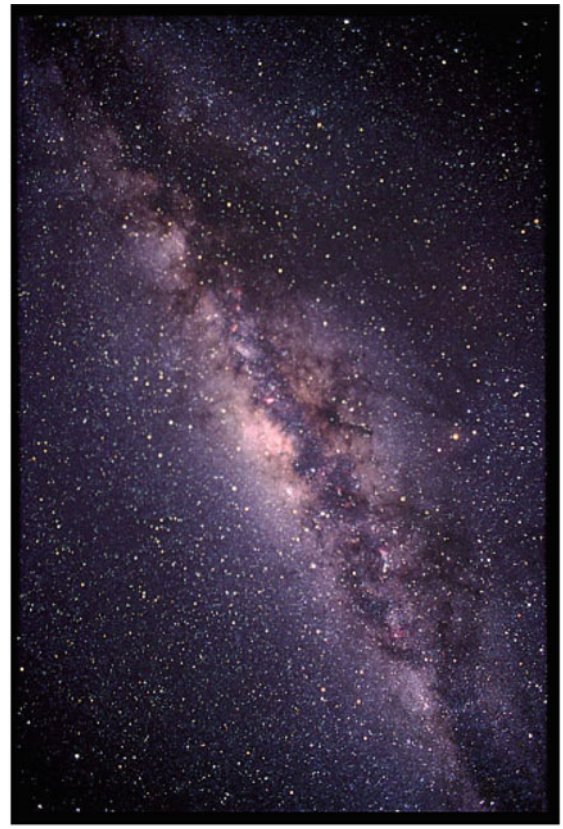


Abb. 13.4 Ausschnitt der Milchstraße mit Dunkelwolken. (Quelle: pa/imageBROKER/Markus Obländer)

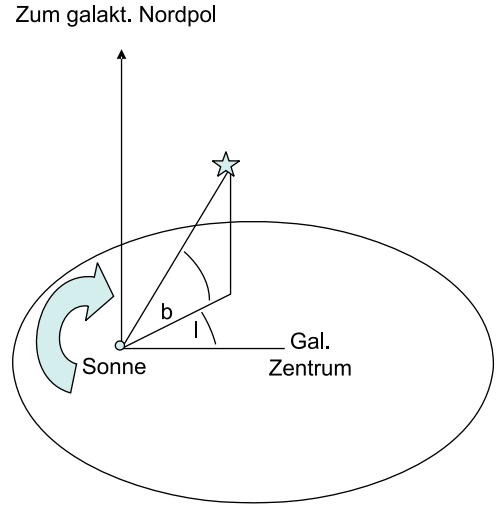


Abb. 13.5 Die galaktischen Koordinaten

RA = 12h51m, Dekl = $+2^{o}7{,}7'$ (Sternbild Coma Berenices).
Das galaktische *Zentrum* liegt bei

RA = 17h46m, Dekl = $-28^{o}56'$ (Sternbild Sagittarius).

Ein anderes, oft verwendetes Koordinatensystem sind zylindrische Koordinaten. R bezeichnen den Abstand vom Zentrum, z die Höhe oberhalb der Scheibe und Θ den Winkelabstand eines Objekts in der Scheibe von der Position der Sonne, vom galaktischen Zentrum aus betrachtet. Die Entfernung eines Objekts vom GC beträgt dann $\sqrt{R^2 + z^2}$. Da die Materieverteilung annähernd axial symmetrisch ist, kann man z. B. für die Dichte ansetzen:

$$\rho = \rho(R, z) \tag{13.14}$$

also besteht keine Θ-Abhängigkeit.

13.2.3 Verteilung der Sterne

Am einfachsten erhält man Aussagen über die Form der Galaxis, indem man die räumliche Verteilung der Sterne untersucht. Ist deren Verteilung gleichförmig, dann sind die Richtungen, in denen wir mehr Sterne sehen, gleichbedeutend mit den Richtungen, in die sich die Galaxis weiter ausdehnt. Sei ω der Raumwinkel, r die Distanz; der Raumwinkel nehme eine Fläche A ein:

$$A = \omega r^2 \tag{13.15}$$

Nun untersuchen wir das Volumen zwischen r und einer Entfernung dr weiter weg:

$$dV = dAdr = r^2 dr d\omega \tag{13.16}$$

$n(r)$ sei die Sterndichte (Anzahl der Sterne in dieser Volumeneinheit), $N(r)$ die Anzahl der Sterne im betrachteten Volumen:

$$N(r) = n(r)V = n(r)r^2 dr d\omega \tag{13.17}$$

Nehmen wir an, alle Sterne wären gleich hell, hätten also dieselbe absolute Helligkeit M. $r(m)$ sei die Distanz der Sterne mit scheinbarer Helligkeit m:

$$N(m) = \frac{4}{3}\pi r^3(m)n \tag{13.18}$$

Nehmen wir nur Sterne der absoluten Helligkeit M (wenn man z. B. solche mit gleichem Spektraltyp wählt). Dann findet man:

$$\log r = (m - M + 5)/5 = 0{,}2\,m + \text{const} \qquad r = 10^{0{,}2\,m+\text{const}} \tag{13.19}$$

und:

$$\log N(m) = 0{,}6\,m + C \tag{13.20}$$

Diese Gleichung beschreibt also die Anzahl $N(m)$ der Sterne bei einer bestimmten Helligkeit als Funktion ihrer scheinbaren Helligkeit. Die Abweichungen von diesem Gesetz ergeben sich aus

- ungleichmäßiger Verteilung,
- interstellarer Absorption.

Die Absorption durch Staub erschwert die Beobachtung extragalaktischer Objekte im optischen Bereich im galaktischen Breitenbereich $|b| < 10^{\circ}$, das wird als *zone of avoidance* bezeichnet.

Im Sternbild Cassiopeia ist die Absorption im Sichtbaren sehr hoch, und deshalb war man überrascht, hier im Jahre 1994 mit einem 25-m-Radioteleskop die Zwerggalaxie Dwingeloo 1 zu finden,[2] welche nur 10 Mio. Lichtjahre von uns entfernt ist. Sie besitzt auch eine Begleitergalaxie, Dwingeloo 2. Diese Galaxien dürften jedoch nicht der Lokalen Gruppe angehören, zu der auch die Milchstraße zählt.

Eine wichtige Größe ist auch der *dynamische Druck*. Die Sterne bewegen sich zufällig senkrecht zur Scheibe, man bekommt daher wie bei einer thermischen Verteilung eine

[2] Benannt nach einem niederländischen Radioteleskop.

endliche Dicke einer Population. Der dynamische Druck bestimmt die *Skalenhöhe* (vgl. barometrische Höhenformel):

→ je größer der dynamische Druck, desto größer die Geschwindigkeitsdispersion σ_z, desto größer die Skalenhöhe h.

Beispiel

Sonnenumgebung

- Sterne jünger 3 Gyr[3]: $\sigma_z = 16$ km/s, $h \approx 250$ pc;
- Sterne älter als 6 Gyr: $\sigma_z = 25$ km/s, $h \approx 350$ pc.

13.2.4 Galaxis: Komponenten

Man findet folgende Komponenten der Galaxis:

- *Galaktischer Bulge:* zentrale Verdickung; starke Extinktion bis 28^{m} im Visuellen! Es gibt aber einige Fenster, z. B. *Baadesches Fenster* (1951 von *Baade* gefunden, bei den galaktischen Koordinaten $l = 0{,}9^{\mathrm{o}}$, $b = -3{,}9^{\mathrm{o}}$ etwa vollmondgroßes Fenster; im Baadeschen Fenster befindet sich auch der Kugelhaufen NGC 6522), durch die man ins galaktische Zentrum blicken kann (vor allem im IR). Der Bulge besitzt die Form eines Balkens, die Hauptachse zeigt 30^{o} von uns weg, und die Skalenhöhe beträgt 400 pc. Es gibt eine Beziehung zwischen der Flächenhelligkeit I und dem Abstand vom Zentrum R, genannt *De-Vaucouleurs-Profil:*

$$\log\left(\frac{I(R)}{I_e}\right) = -3{,}33\left[\left(\frac{R}{R_e}\right)^{1/4} - 1\right] \tag{13.21}$$

$I(R)$ ist eine Flächenhelligkeit und wird gemessen in $L_\odot/\mathrm{pc}^2$, R_e der Effektivradius, die Hälfte der Leuchtkraft wird innerhalb R_e emittiert. Eine andere Form lautet:

$$I(R) = I_e \exp(-7{,}669[(R/R_e)^{1/4} - 1]) \tag{13.22}$$

und mit dem De-Vaucouleurs-Profil ergibt sich ein Zusammenhang zwischen Effektivradius, Leuchtkraft und Flächenhelligkeit:

$$L = \int_0^\infty dR 2\pi R I(R) = 7{,}215\pi I_e R_e^2 \tag{13.23}$$

Die *Metallizität* wird immer an der Sonne geeicht.

[3] 1 Gyr = 1 Gigajahr, 10^9 Jahre.

Man beachte: In der Astrophysik werden alle Elemente schwerer als He als Metalle bezeichnet.

Beispiel

metallarmes Objekt habe $[Fe/H] = -2 \rightarrow 2/100$ der solaren Metallizität.
Die Metallizität der Sterne im Bulge liegt zwischen -1 und 1 (Mittelwert = 0,2), es gibt also auch eine junge Population, etwa $10^8\ M_\odot$ neutrales Gas. Die Masse des Bulge beträgt $10^{10}\ M_\odot$.

- *Zentrum:* mit zentralem Kern, etwa 5 kpc Durchmesser. Die Sonne ist etwa 8 kpc vom Zentrum entfernt und befindet sich nördlich der galaktischen Ebene.
- Flache Scheibe: Durchmesser 50 kpc, Dicke 1 kpc. Dies wird unterteilt in:
  1. Junge dünne Scheibe: größter Anteil an Staub und Gas; auch momentan noch Sternentstehung. Skalenhöhe 100 pc.
  2. Alte dünne Scheibe: Skalenhöhe etwa 325 pc.
  3. Dicke Scheibe: Skalenhöhe 1,5 kpc.

  Molekulares Gas ist wichtig für die Sternentstehung, die Skalenhöhe beträgt nur 65 pc. Die Beobachtung von Gas in der Galaxis erfolgt hauptsächlich durch die 21-cm-Linie des neutralen Wasserstoffs (H-I) sowie durch Emissionen von CO. Staub kann durch Extinktion und durch Verfärbung beobachtet werden und emittiert im fernen IR (FIR). Mit den Satelliten IRAS und COBE wurde die galaktische Staubverteilung untersucht. Die Temperaturen liegen zwischen 17 und 21 K. Gas und Staub sind zur galaktischen Ebene konzentriert. Die Gasscheibe ist verbogen *(warped),* was eventuell durch Gezeitenwechselwirkung mit dem Gravitationsfeld der *Magellan'schen Wolken*[4] erklärt werden könnte.
- *Halo:* Die Galaxis ist umgeben von einem Halo, in dem sich vorwiegend die Kugelsternhaufen (bekannt sind etwa 150) und Feldsterne befinden. Es gibt zwei Populationen von *Kugelsternhaufen:*
  1. alte Kugelsternhaufen: $[Fe/H] < -0{,}8$, sphärisch um GC verteilt;
  2. Kugelsternhaufen mit $[Fe/H] > -0{,}8$; flachere Verteilung, ähnlich der dicken Scheibe.

  Die meisten Kugelsternhaufen liegen bei einem Abstand $r < 35$ kpc vom GC, einige jedoch bei $r > 60$ kpc. Sie wurden eventuell durch die Magellan'schen Wolken eingefangen.
  Die Ausdehnung dieses Halos beträgt etwa 50–70 kpc.
  Man findet auch neutrale H- und Hochgeschwindigkeitswolken *(high velocity clouds).* Diese nehmen nicht an der galaktischen Rotation teil. Der *Magellan'sche Strom* ist eine

[4] Das sind zwei Zwerggalaxien, die gravitativ an die Milchstraße gebunden sind.

Tab. 13.2 Zahl der Sterne bis zu einer bestimmten scheinbaren Helligkeit m

m	$N(m)$	m	$N(m)$
6	3000	14	12×10^6
8	32.000	16	55×10^6
10	270.000	18	240×10^6
12	$1{,}8 \times 10^6$	20	945×10^6

H-I-Emission, folgt den Magellan'schen Wolken bei ihrem Umlauf um die Galaxis und ist durch Gezeitenwechselwirkung zwischen der Milchstraße und den Magellan'schen Wolken entstanden.

- *Spiralarme:* Innerhalb der Scheibe sind junge Objekte in Spiralarmen angeordnet. Die Scheibe rotiert um das Zentrum, wobei die Rotationsgeschwindigkeit am Ort der Sonne 250 km/s beträgt und die Umlaufperiode 200 Mio. Jahre. Daraus kann man die Gesamtmasse des Systems abschätzen zu etwa $2 \times 10^{11}\ M_\odot$. Die Gesamthelligkeit beträgt -20^{M}.

Die Konzentration verschiedener Objekte zur galaktischen Ebene sieht wie folgt aus:

- starke Konzentration: A-Sterne, Novae, T-Tauri-Sterne, galakt. Nebel, planetarische Nebel;
- mittlere Konzentration: F-Sterne, Mira-Sterne, Dunkelwolken;
- schwache Konzentration: G-, K-Sterne;
- keine Konzentration: RR-Lyr, Kugelhaufen.

Problem bei dieser Statistik: Keine oder auch nur eine schwache Konzentration zeigen Objekte, die a) auch in Wirklichkeit nicht auf die galaktische Ebene konzentriert oder b) sehr schwach und nur in Sonnennähe beobachtbar sind (Tab. 13.2).

13.2.5 Lokale Sonnenumgebung, Local Bubble

In einer 10-pc-Umgebung der Sonne findet man: 254 Sterne; kein Überriese, kein Riese, zwei Unterriesen, acht Weiße Zwerge, 244 Hauptreihensterne. Keine O-, B-Sterne, vier A-Sterne.

Die *Lokale Blase (Local Bubble)* ist eine Art Leerraum im interstellaren Medium. Der Durchmesser beträgt 300 Lj, die Dichte des neutralen Wasserstoffgases 0,05 Atome cm^{-3}. Somit ist die Dichte nur 1/10 der mittleren Dichte des interstellaren Mediums in der Galaxis (0,5 Atome cm^{-3}). Dieser Leerraum wurde erzeugt durch die Explosionen von Supernovae während der vergangenen 10–20 Mio. Jahre. Im Sternbild Gemini (Zwillinge) findet man den Supernovaüberrest *(supernova remnant)* Geminga (Abb. 13.6). Das Objekt wurde vom

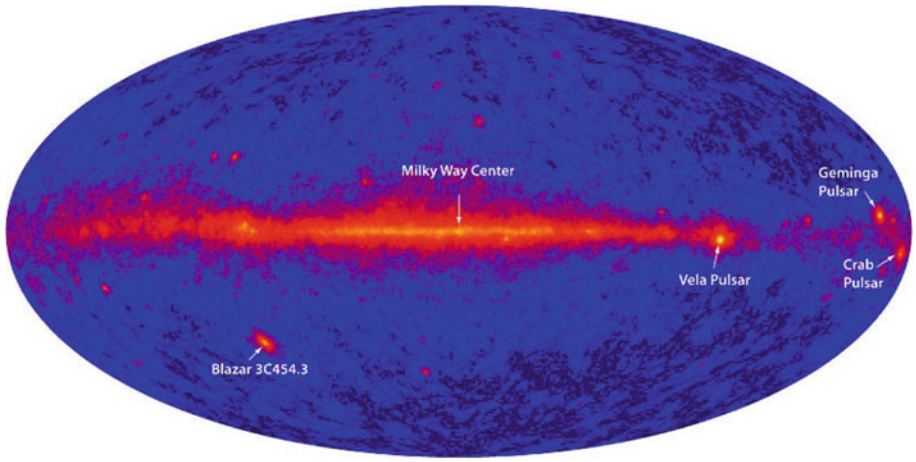


Abb. 13.6 Gamma-Strahlen-Emissionskarte des Himmels. Man sieht die galaktische Ebene sowie einige Objekte, darunter den Crab-Nebel und Geminga. (Quelle: NASA)

Röntgensatellit ROSAT im Jahre 1991 gefunden und zeigt eine periodische Röntgenemission mit einer Periode von 0,237 s. Es handelt sich also um einen relativ langsam rotierenden Pulsar. Es wurde sogar behauptet, einen erdähnlichen Planeten um diesen Pulsar gefunden zu haben, der in 3,3 AE Entfernung mit einer Periode von 5,1 Jahren um Geminga kreist.

Weitere Kandidaten für diese Supernovae könnten explodierte Sterne im Sternhaufen der *Plejaden* sein.

Um sich die Verteilung der Sterne anschaulich vorzustellen, betrachten wir noch folgende zwei Modelle:

- Nehmen wir an, unsere Sonne hätte die Größe einer Kirsche. Dann wäre in diesem Modell die Entfernung Sonne-Pluto 60 m. Die Verteilung der Sterne wäre dann jedoch so, dass sich etwa in jeder europäischen Hauptstadt eine Kirsche befände.
- Wenn der Maßstab 1:1 392 000 000 000 beträgt, ist der Sonnendurchmesser etwa 1 mm. Die durchschnittlichen Sternabstände in der galaktischen Scheibe liegen dann um 30 km, in offenen Sternhaufen 2,5 km, in Kugelsternhaufen 600 m und im Zentrum der Galaxis 70 m. Somit sehen wir, dass auch bei der sehr dichten Sternkonzentration im galaktischen Zentrum Zusammenstöße zwischen den Sternen sehr unwahrscheinlich sind.

13.2.6 Stellarstatistik

In der *Stellarstatistik* geht man von der Zahl der Sterne in einem Helligkeitsintervall aus: $m \pm 1/2$ bezogen auf ein Quadratgrad am Himmel. Ist der Raum euklidisch und gleichmäßig

mit Sternen angefüllt und kann man die interstellare Absorption vernachlässigen, dann ist die Anzahl der Sterne durch $\log(N(m)) = 0{,}6m + \text{const}$ gegeben.

Die Grundgleichung der Stellarstatistik umfasst:

- Dichtefunktion $D(r)$,
- Leuchtkraftfunktion $\phi(M, r)$, die den Anteil der Sterne bei der absoluten Helligkeit M im Intervall $M, M + dM$ angibt,
- $A(r)$ die interstellare Absorption.

Dann lautet die Gleichung:

$$N(m) = \omega \int_0^\infty D(r)\phi(r, M)r^2 dr \tag{13.24}$$

Die Absorption kann proportional zu $\csc b$ angesetzt werden. Blickt man von der Sonne in Richtung galaktische Ebene, dann ist die Absorption stärker, als wenn man senkrecht zum galaktischen Äquator blickt.

Von außen gesehen ergibt sich für die Galaxis ein Spiralsystem; dies folgt aus der Verteilung der interstellaren Materie und früher Sterne. Man kennt mit Sicherheit drei Spiralarme: Perseusarm, Orionarm (Sonne), Sagittariusarm.

13.3 Sternpopulationen und Dichtewellen

Die Verteilung junger und alter Sterne gibt uns einen Einblick in die Entwicklung der Galaxis. Eine Frage ist, wie es zu der Spiralstruktur kommt. Die Spiralstruktur wird durch Dichtewellen aufrechterhalten. Zunächst behandeln wir jedoch die Sternpopulationen. Man kann die Sterne in unterschiedliche Generationen gemäß ihrem Alter einteilen.

13.3.1 Sternpopulationen

Im Prinzip unterscheiden wir zwischen zwei Sternpopulationen:

- *Population II* (Tab. 13.4): Dazu gehören alle Sterne, die weiter entfernt von der galaktischen Ebene (Tab. 13.3) sind.
- *Population I:* Sterne dieser Population sind zur galaktischen Ebene hin konzentriert, und man bezeichnet diese daher auch als *Scheibenpopulation.* Hier ist die Metallhäufigkeit deutlich höher.

Tab. 13.3 Sternpopulationen: Population I

	Extreme Pop. I	Alte Pop. I
Typ. Objekte	Interst. Materie O, B, T Taur junge offene Haufen klass. Ceph. H-II-Regionen	Sonne A, Me Riesen ältere offene Haufen
Alter [10^9 a]	$<0{,}1$	0,1. . .10
Konz. z.		
Gal. Zentrum	Keine	Gering
Galakt. Orbit	Kreisf.	Fast kreisf.

Tab. 13.4 Sternpopulationen: Population II

	Scheiben-Pop. II	Intermediäre Pop. II	Halo-Pop. II
Typ. Objekte	Planet. Nebel gal. Novae RR Lyr$_{P<0{,}4\,\mathrm{d}}$	Langperiod. Veränderl.	Kugelhaufen RR Lyr$_{P>0{,}4\,\mathrm{d}}$ Pop. II Ceph
Alter [10^9 a]	≤ 10	≈ 10	≥ 10
Konz. z.			
Gal. Zentrum	Stark	Stark	Stark
Galakt. Orbit	Hohes e	Exzentr.	Hohes e

Sterne der Population I findet man in offenen Sternhaufen, O-, B-Assoziationen und in der Nähe von interstellaren Gas- und Staubwolken.

Geht man vom galaktischen Halo zu den Spiralarmen, so nimmt die Häufigkeit der schweren Elemente zu. Daraus kann man auf die Entstehung der Galaxis schließen: Sie entstand aus einer hauptsächlich aus H und He bestehenden Wolke, aus der sich metallarme Sterne der Population II bildeten.

Population-II-Sterne sind alte, metallarme Sterne.

13.3.2 Dichtewellen, Spiralstruktur

Die *Spiralarme* der Galaxis entstehen durch dynamische Prozesse. Hätte man nur Keplerbahnen der Sterne, dann würden sich die Arme nach kurzer Zeit aufwickeln. Da man aber viele Spiralgalaxien beobachtet, muss es einen Prozess geben, wodurch die Arme ständig neu erzeugt werden.

In der *Dichtewellentheorie* geht man davon aus, dass Spiralarme durch rotierende Dichtewellen entstehen.

Die galaktische Scheibe ist ursprünglich gegenüber Störungen instabil. Diese Störungen, die sich ähnlich wie eine Schallwelle ausbreiten, wachsen und ziehen Materie entlang von spiralförmigen Bahnen an, sie rotieren aber nur 1/2-mal so schnell wie die Scheibe. Das bedeutet, dass Materie durch eine solche Dichtewelle hindurchgeht und Gas, welches die Scheibe durchdringt, in spiralförmigen Strukturen gebracht und verdichtet wird (Abb. 13.7). Deshalb finden wir in der Nähe der Spiralarme junge Sterne der Population I. Das Dichtewellenmodell geht auf *Lin* und *Shu* zurück. Eine Dichtewelle, die langsamer rotiert als die Materie bewirkt, dass es Potenzialminima gibt, an denen sich die Sterne und interstellare Materie aufhalten. Das Spiralmuster bewegt sich so durch die Materie und bleibt erhalten. Das Gas, welches sich dort konzentriert, definiert die Spiralarme und wird ständig zur Sternentstehung verbraucht. Ein Analogon zu einer Dichtewelle ist ein auf einer Autobahn in einer Fahrspur langsam fahrender LKW. Hinter ihm bildet sich ein Stau, der aber immer aus unterschiedlichen PKWs besteht.

Insgesamt ergibt sich daher folgendes Bild der Galaxis: Ein kugelförmiger Halo mit einem Durchmesser von rund 100 kpc; dort befinden sich alte Sterne der Population II und die *Kugelsternhaufen.* Deren Bahnen haben große Exzentriziäten und sind stark geneigt, die Umlaufdauer um das galaktische Zentrum beträgt etwa 10^8 a. Man kann die Kugelsternhaufen hinsichtlich ihrer Bahn in zwei Gruppen einteilen:

- zufällige Bewegungen, ohne Rotation um das galaktische Zentrum,
- flachere Verteilung und Rotation um das Zentrum mit etwa der halben Rotationsgeschwindigkeit, die normalerweise die Kreisbahngeschwindigkeit an dieser Stelle wäre.

Im Halobereich befinden sich auch die *Magellan'schen Wolken,* welche Zwerggalaxien sind und Begleiter unserer Galaxis, sowie auch Gas. Nahe der galaktischen Ebene nimmt die

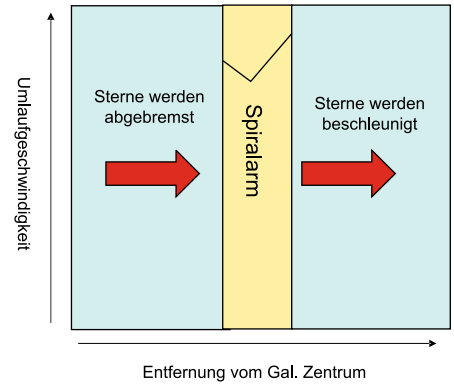


Abb. 13.7 Zur Dichtewellentheorie

Dichte der Sterne stark zu. Etwa die Hälfte der Masse der Galaxis befindet sich innerhalb der Umlaufbahn der Sonne.

13.4 Rotation der Galaxis

Aus dem Rotationsverhalten der Galaxis lassen sich Rückschlüsse auf die Massenverteilung in und außerhalb der Galaxis ziehen.

13.4.1 Radial- und Tangentialbewegung

Der Geschwindigkeitsvektor eines Sterns lässt sich in zwei Komponenten zerlegen:

- *Radialkomponente:* Diese ist bei Rotverschiebung vom Beobachter weg gerichtet und bei Blauverschiebung auf den Beobachter zu; messbar durch den Dopplereffekt:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c} \tag{13.25}$$

Dabei ist λ die gemessene Wellenlänge einer Linie und λ_0 deren Ruhewellenlänge. Bei der Analyse der Beobachtungen muss man noch die Bewegung der Erde um die Sonne berücksichtigen, welche mit 30 km/s erfolgt. Die Messgenauigkeit liegt bei 10 m/s.

Tangentialkomponente: Die Bewegung eines Sterns an der scheinbaren Himmelskugel wird als *Eigenbewegung* μ beobachtet. Die Eigenbewegung eines Sterns kommt von der Tangentialkomponente v_t. Diese hängt natürlich für eine gegebene Geschwindigkeit von der Entfernung des Sterns ab. Sind die Sterne sehr weit entfernt, dann kann man sie als Referenzsterne nehmen. Die größte gemessene Eigenbewegung hat *Barnards Stern* mit $10''$/Jahr. Weitere Beispiele für Sterne mit hoher Eigenbewegung sind:

61 Cygni (5,22″/Jahr); *Arcturus* (2,28″/Jahr).

Die Geschwindigkeit im Raum ergibt sich zu:

$$\mathbf{v}^2 = v_r^2 + v_t^2 \qquad \tan\Theta = \frac{v_t}{v_r} \tag{13.26}$$

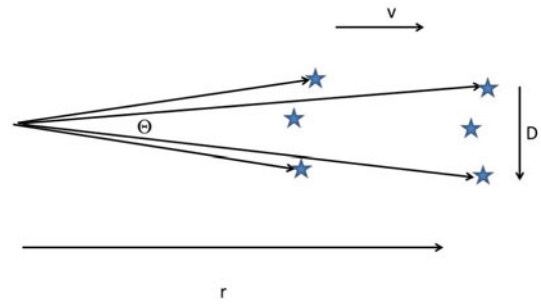


Abb. 13.8 Entfernungsbestimmung am Beispiel eines Sternhaufens. Im Laufe der Zeit nimmt die von uns aus gesehene Winkelausdehnung des Sternhaufens ab

Die Methode der Sternstromparallaxe hat man am offenen Sternhaufen der *Hyaden* getestet (enthält etwa 40 Sterne). Die Radialgeschwindigkeit des Haufens beträgt 39,1 km/s, und er bewegt sich zu einem Konvergenzpunkt, der bei $RA = 95{,}3^{\mathrm{o}}$, $Dekl = 7{,}2^{\mathrm{o}}$ liegt. Man findet ein $m - M = 3{,}23$.

Mit diesem Wert lässt sich das HRD kalibrieren. Wir haben ja früher gezeigt, dass die HRDs von bekannten Objekten und Kugelhaufen durch eine vertikale Verschiebung zur Deckung gebracht werden können, die sich aufgrund der Entfernung ergibt. Der offene Sternhaufen *Hyaden* diente zur Eichung. Mit dem HIPPARCHOS-Satelliten war es möglich, noch genauere Positionsbestimmungen zu erhalten und die Eichung zu verbessern. Die Entfernung der Hyaden beträgt 44,3 pc. Die Entfernungsskala hat man ausgedehnt auf die Sternhaufen *Praesepe* ($d = 159$ pc) sowie $h + \chi$ *Persei* ($d = 2\,330$ pc).

Eine einfache Methode, die Entfernung der Hyaden zu bestimmen, ist in Abb. 13.8 skizziert. Nehmen wir an, alle Sterne des Haufens bewegen sich radial von uns weg, dann nimmt im Laufe der Zeit die Winkelausdehnung des Haufens ab. Die Entfernung r folgt dann aus:

$$\Theta = D/r \tag{13.27}$$

$$\dot{\Theta} = -D\dot{r}/r^2 = -\dot{r}\Theta/r \qquad \dot{r} = v \qquad \rightarrow r = \ldots \tag{13.28}$$

Die Methode funktioniert aus folgenden Gründen:

- Hyaden sind nah genug,
- die Mitglieder des Sternhaufens bewegen sich gemeinsam, daher $\dot{D} = 0$.

13.4.2 Galaktische Rotation, LSR

Vom galaktischen Nordpol betrachtet findet die Rotation im Uhrzeigersinn statt.

Im Zylinderkoordinatensystem R, Θ, z lauten die Geschwindigkeitskomponenten:

$$U = \frac{dR}{dt} \qquad V = R\frac{d\Theta}{dt} \qquad W = \frac{dz}{dt} \tag{13.29}$$

Die Galaxis rotiert differenziell also nicht wie ein starrer Körper. Man definiert ein fiktives Ruhesystem LSR *(local standard of rest);* dieses gilt für a) Ort der Sonne, b) Kreisbahn der Sonne. Für die Geschwindigkeitskomponenten hat man dann:

$$U_{\mathrm{LSR}} = 0 \qquad V_{\mathrm{LSR}} = V_0 \qquad W_{\mathrm{LSR}} = 0 \tag{13.30}$$

mit V_0 als Kreisbahngeschwindigkeit am Ort der Sonne. Die Pekuliargeschwindigkeit v eines Objekts ist dessen Geschwindigkeit relativ zum LSR, und die Komponenten lauten:

$$\mathbf{v} = (u, v, w) = (U - U_{\mathrm{LSR}}, V - V_{\mathrm{LSR}}, W - W_{\mathrm{LSR}}) = (U, V - V_0, W) \tag{13.31}$$

$\mathbf{v}_\odot$ ist die Bewegung der Sonne relativ zum LSR. Für diesen Vektor findet man:

$$\mathbf{v}_\odot = (-10, 5, 7)\,\mathrm{km/s} \tag{13.32}$$

d. h. es erfolgt eine Bewegung nach innen und nach oben von der galaktischen Ebene weg. Die Bahn der Sonne um das galaktische Zentrum ist nicht exakt kreisförmig, und deshalb hat man eine Bewegung in Bezug auf das lokale Ruhesystem von 19,5 km/s in Richtung des Sternbildes Herkules ($l = 56$ Grad, $b = 23$ Grad). An der Himmelskugel bewegt sich die Sonne zum *Apex;* dies wurde bereits von *Herschel* im Jahre 1783 festgestellt. Die Sterne in Sonnenumgebung bewegen sich zufällig; würde die Sonne im LSR ruhen, dann würden sich statistisch all diese Geschwindigkeiten zu null addieren. Sterne auf einem Großkreis 90 Grad vom Apex bzw. *Antapex* haben die größten Eigenbewegungen, und somit kann man diese beiden Punkte festlegen.

Betrachtet man die Geschwindigkeitsdispersion der Sterne, dann findet man einen Zusammenhang mit der Metallizität bzw. dem Alter. Die ältesten Sterne besitzen die größten Pekuliargeschwindigkeiten. Für die Bahngeschwindigkeit des LSR ergibt sich der Wert:

$$V_0 = V(R_0) = 220\,\mathrm{km/s} \tag{13.33}$$

Aus Zentrifugalbeschleunigung = Gravitationsbeschleunigung

$$V^2/R = GM/R^2 \tag{13.34}$$

folgt die Masse der Galaxis innerhalb R: $8{,}8 \times 10^{10}\, M_\odot$. Die Umlaufszeit der Sonne beträgt dann:

$$P = \frac{2\pi R_0}{V_0} = 230 \times 10^6\,\mathrm{a} \tag{13.35}$$

13.4.3 Galaktische Rotationskurve

Fragestellung: Wie ändert sich die Rotationsgeschwindigkeit (eines Sterns) als Funktion des Abstandes vom galaktischen Zentrum, V(R)?

Nehmen wir der Einfachheit halber an, die Bewegung erfolge in einer Scheibe. Sei Θ der Winkel zwischen Sonne und Objekt vom GC (galaktisches Zentrum) aus gesehen. Dann ist

$$\mathbf{r} = R \begin{pmatrix} \sin\Theta \\ \cos\Theta \end{pmatrix} \qquad \mathbf{V} = \dot{\mathbf{r}} = V(R) \begin{pmatrix} \cos\Theta \\ -\sin\Theta \end{pmatrix} \tag{13.36}$$

Aus der Abb. 13.9 folgt auch

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} D\sin l \\ R_0 - D\cos l \end{pmatrix} \tag{13.37}$$

Somit ist (Sinussatz $D/\sin\Theta = R/\sin l$):

$$\sin\Theta = (D/R)\sin l$$
$$\cos\Theta = (R_0/R) - (D/R)\cos l$$

Nehmen wir an, dass $\mathbf{V}_\odot \approx \mathbf{V}_{\mathrm{LSR}} = (V_0, 0)$. Aus der Abb. 13.9 findet man:

$$v_r = v_{r*} - v_{r\odot} = v_* \sin l_* - v_\odot \sin l$$
$$v_t = v_{t*} - v_{t\odot} = v_* \cos l_* - v_\odot \cos l$$

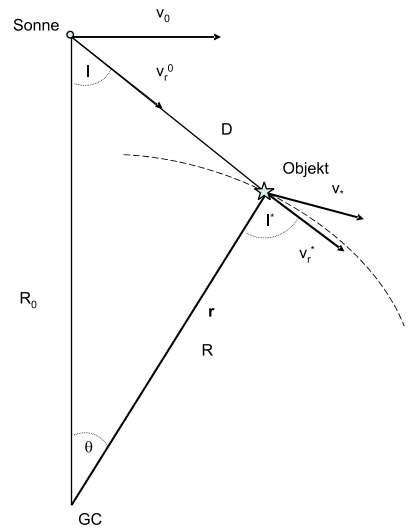


Abb. 13.9 Prinzip der Messung der galaktischen Rotationsgeschwindigkeit

und

$$R \sin \Theta = D \sin l$$
$$R \cos \Theta + D \cos l = R_0$$

somit

$$\begin{aligned} v_r &= R_0 \left(\frac{v_*}{R} - \frac{v_\odot}{R_0} \right) \sin l \\ &= R_0 (\Omega - \Omega_0) \sin l \\ v_t &= R_0 \left(\frac{v_*}{R} - \frac{v_\odot}{R_0} \right) \cos l - D \frac{v_*}{R} \\ &= (\Omega - \Omega_0) R_0 \cos l - \Omega D \end{aligned}$$

wobei die Winkelgeschwindigkeit

$$\Omega(R) = \frac{V(R)}{R} \tag{13.38}$$

ist. Die Werte mit Index 0 gelten für die Sonne. Die Relativgeschwindigkeit beträgt daher:

$$\Delta \mathbf{V} = \begin{pmatrix} R_0(\Omega - \Omega_0) - \Omega D \cos l \\ -D\Omega \sin l \end{pmatrix} \tag{13.39}$$

und die Radial- bzw. die Tangentialkomponenten dieser Bewegung lauten:

$$v_r = \Delta \mathbf{V} \begin{pmatrix} \sin l \\ -\cos l \end{pmatrix} = (\Omega - \Omega_0) R_0 \sin l \tag{13.40}$$

$$v_t = \Delta \mathbf{V} \begin{pmatrix} \cos l \\ \sin l \end{pmatrix} = (\Omega - \Omega_0) R_0 \cos l - \Omega D \tag{13.41}$$

Der Abstand eines Objekts vom GC folgt aus:

$$R = \sqrt{R_0^2 + D^2 - 2 R_0 D \cos l} \tag{13.42}$$

Nun untersuchen wir noch die Rotationskurve nahe Ω_0, also für $D \ll R_0$. Dann wird durch den Ansatz:

$$\Omega - \Omega_0 \sim \left(\frac{d\Omega}{dR} \right)_{R_0} (R - R_0) \tag{13.43}$$

$$v_r = (R - R_0) \left(\frac{d\Omega}{dR} \right)_{R_0} \sin l$$

Da aber $\Omega(R) = V(R)/R$ ist, folgt weiterhin:

$$R_0 \left(\frac{d\Omega}{dR}\right)_{R_0} = \frac{R_0}{R}\left[\left(\frac{DV}{dR}\right)_{R_0} - \frac{V}{R}\right] \sim \left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} - \frac{V_0}{R_0}$$

und die Komponenten lauten:

$$v_r = \left[\left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} - \frac{V_0}{R_0}\right](R - R_0)\sin l$$

$$v_t = \left[\left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} - \frac{V_0}{R_0}\right](R - R_0)\cos l - \Omega_0 D$$

Da $|R - R_0| \ll R_0$, folgt $R_0 - R \approx D\cos l$. Somit:

$$v_r \approx AD\sin 2l \qquad v_t = AD\cos 2l + BD \tag{13.44}$$

und die *Oort'schen Konstanten* lauten:

$$A = -\frac{1}{2}\left[\left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} - \frac{V_0}{R_0}\right] \tag{13.45}$$

$$B = -\frac{1}{2}\left[\left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} + \frac{V_0}{R_0}\right] \tag{13.46}$$

Das Radial- und das Tangentialgeschwindigkeitsfeld relativ zur Sonne weisen also eine Sinuskurve auf mit der Periode π. Dabei sind die Komponenten v_r, v_t um $\frac{\pi}{4}$ phasenverschoben.

Wir erhalten also die Doppelwelle (Abb. 13.10 und 13.11), wobei die Geschwindigkeitskomponenten gegeneinander verschoben sind. Man rechnet heute mit $A = 14$ und $B = -12$. Nach Empfehlung der internationalen Astronomischen Union (1985) gilt $R_0 = 8{,}5\,\text{kpc}$, $\Theta_0 = 220\,\text{km/s}$.

Wir leiten die Oort'schen Konstanten ab für eine Keplerbahn um eine Masse $M_G = 1{,}5 \times 10^{11}\, M_\odot$:

$$\omega^2 R = \frac{GM_G}{R^2} \tag{13.47}$$

$$\omega(R) = \sqrt{\frac{GM_G}{R^3}} \tag{13.48}$$

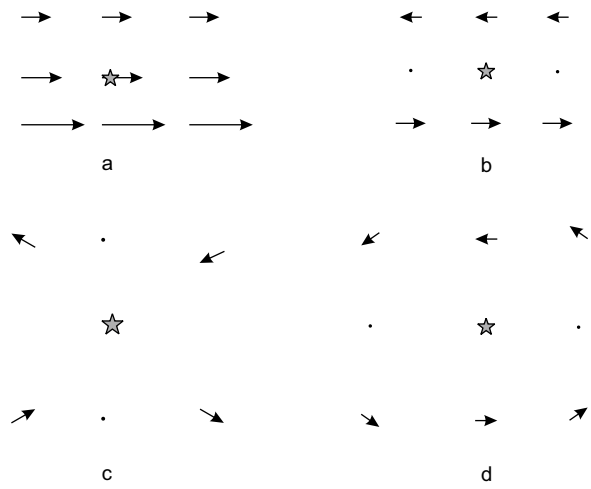


Abb. 13.10 Sterne, die näher beim Zentrum der Galaxis liegen, rotieren schneller als die Sonne (∗) um das Zentrum; Sterne, die weiter außen liegen, langsamer (**a**). Die Bewegung relativ zur Sonne ist in (**b**) dargestellt. In (**c**) und (**d**) sind die Radialkomponenten bzw. die Tangentialkomponenten des Geschwindigkeitsvektors dargestellt

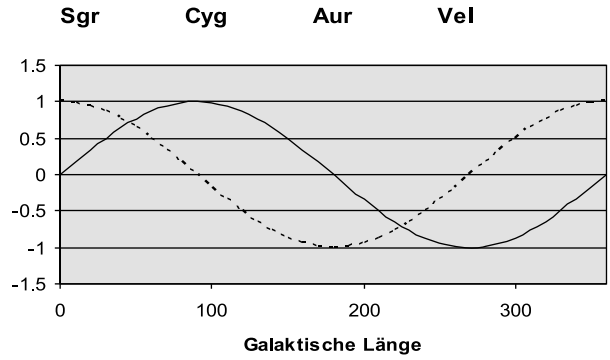


Abb. 13.11 Doppelwelle der galaktischen Rotation. Gestrichelt ist die Radialgeschwindigkeit, die durchgezogene Linie ist v_t

dann ist:

$$d\omega/dR = -(3/2)(GM_G)^{1/2}R^{-5/2} = -3\omega/2R \tag{13.49}$$

und man findet:

$$A = (3/4)\omega_0 = 19\,\mathrm{km/s\,kpc} \tag{13.50}$$

$$B = A - \omega_0 = -6{,}5\,\mathrm{km/s\,kpc} \tag{13.51}$$

Hier hat man $R_0 = 8{,}5\,\mathrm{kpc}$. Die Abweichungen gegenüber den früher abgeleiteten Werten lassen sich leicht dadurch erklären, dass unsere Galaxis keine Punktmasse ist.

Die Messungen ergeben:

$$A = (14{,}8 \pm 0{,}8)\,\mathrm{km\,s^{-1}\,kpc^{-1}} \tag{13.52}$$

$$B = (-12{,}4 \pm 0{,}6)\,\mathrm{km\,s^{-1}\,kpc^{-1}} \tag{13.53}$$

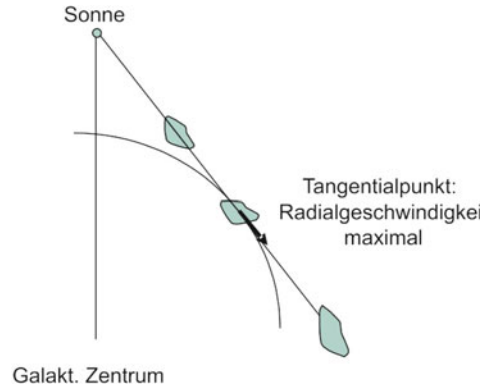


Abb. 13.12 Tangentialpunktmethode. Man nimmt an, die unterschiedlichen Gaswolken bewegen sich auf Kreisbahnen um das galaktische Zentrum. Eine Wolke im Tangentialpunkt zeigt dann die größte Radialgeschwindigkeit

Nun behandeln wir noch kurz die beiden Fälle:

- $R < R_0$: Betrachtet man das Intensitätsprofil der 21-cm-Linie, dann sieht man mehrere Maxima, man empfängt Strahlung von Wolken unterschiedlicher Entfernungen zu uns bzw. zum galaktischen Zentrum. Dabei besitzt eine Wolke am Tangentialpunkt (Abb. 13.12) die größte von uns weg gerichtete Radialgeschwindigkeit:

$$v_{\mathrm{r,max}} = 2AR_0(1 - \sin l) \tag{13.54}$$

  Kennt man also R_0, dann folgt daraus die Entfernung der Wolke zum galaktischen Zentrum, Tangentialpunktmethode.
- $R > R_0$: Hier benötigt man Objekte, deren Entfernungen man direkt bestimmen kann (Cepheiden,…). Aus l, D folgt dann R. Jedes Objekt mit bekanntem D und v_r liefert einen Messpunkt für die galaktische Rotationskurve. Daraus findet man, dass für $R > R_0$ nach außen hin die Kurve nicht abfällt (wäre logisch, da ja Gas- und Sterndichte nach außen abnehmen!).

Die Milchstraße enthält somit eine weitere Materiekomponente, die die Masse für $R > R_0$ dominiert → Dunkle Materie.

Die Spiralstruktur folgt aus der Verteilung des neutralen Wasserstoffs und CO-Emissionen (Abb. 13.13).

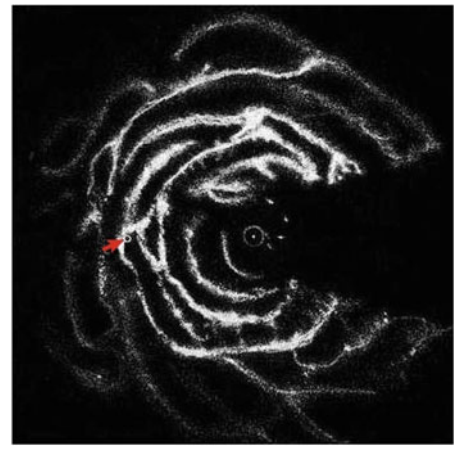


Abb. 13.13 Verteilung des neutralen Wasserstoffs gemessen durch die 21-cm-Radiostrahlung

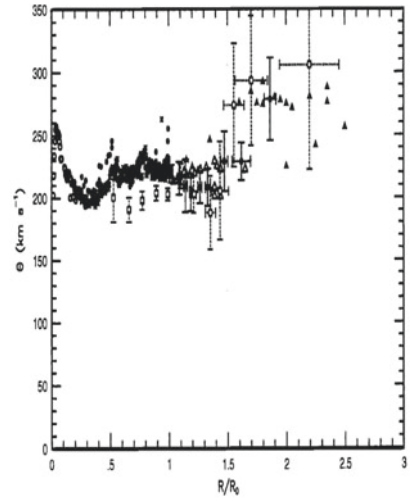


Abb. 13.14 Rotationskurve der Galaxis als Funktion des Abstands vom galaktischen Zentrum. Offene und gefüllte Kreise bedeuten Bestimmung aus H-I-Tangentialpunktmethode, Kreuze CO-Messungen, offene Quadrate planetarische Nebel, gefüllte Quadrate H-II-Regionen usw. (Adaptiert von Honma, Sofue, 1997, PASJ, 49, 453)

13.5 Dunkle Materie in der Milchstraße

Die Existenz Dunkler Materie folgt aus der Rotationsgeschwindigkeitskurve (Abb. 13.14). Bei einer Keplerbewegung würde man erwarten: $V \approx R^{-1/2}$, d. h. die Rotationsgeschwindigkeit nimmt nach außen ab.[5] Man beobachtet jedoch, dass V(R) konstant ist für $R > R_0$. Dies findet man für alle Spiralgalaxien.

[5] Vgl.: Sonnensystem; Merkur bewegt sich schneller um die Sonne als z. B. Mars.

13.5.1 Die Natur der Dunklen Materie

Es gibt zwei völlig unterschiedliche Erklärungsversuche:

Astrophysikalische Erklärung: kompakte Objekte, massearme und daher leuchtschwache Sterne, Braune Zwerge oder Endstadien der Sternentwicklung wie Schwarze Löcher oder Weiße Zwerge. Man fasst diese Objekte unter dem Begriff MACHO zusammen: Massive Compact Halo Objects. Beispielsweise M-Zwerge, wären aufgrund ihrer geringen Temperatur nur im IR sichtbar. Messungen im nahen IR ergaben jedoch eine zu geringe Dichte. Bei den Weißen Zwergen (WD) gibt es ein anderes Problem: Sie stehen am Ende der Entwicklung von massearmen Sternen, und das Universum ist zu jung (etwa 13,7 Mrd. Jahre), um genügend derartige Objekte produziert zu haben. Die Erklärung mit Neutronensternen (Masse $>1{,}4$ Sonnenmassen) oder gar Schwarzen Löchern hat ebenfalls Schwierigkeiten. Massereiche Sterne produzieren bei der Kernfusion schwere Elemente, die bei einer Supernovaexplosion an den interstellaren Raum abgegeben werden. Die Galaxis wird so im Laufe der Zeit mit schwereren Elementen angereichert → chemische Entwicklung der Galaxis. Die beobachtete Menge an schweren Elementen deutet jedoch darauf hin, dass die Gesamtzahl der Supernovaexplosionen geringer ist als die Zahl der zur Erklärung der Dunklen Materie nötigen Schwarzen Löcher und Neutronensterne. Braune Zwerge (Masse $< 0{,}08\,M_\odot$) könnten zumindest 10 % an sichtbarer Masse zur Dunklen Materie beitragen.

Erklärung aus der Teilchenphysik: Dunkle Materie besteht aus bisher unbekannten Teilchen. Hier unterscheidet man zwischen heißer Dunkler Materie (HDM, *hot dark matter*) und kalter Dunkler Materie (CDM, *cold dark matter*). Die beiden Attribute *heiß* bzw. *kalt* bedeuten schnelle bzw. langsame Bewegung der Teilchen (die Temperatur ist ein Mass für die Geschwindigkeit der Teilchen). Für HDM kämen Neutrinos mit geringer Masse am ehesten infrage, allerdings würden sich dann schwerwiegende Folgen für die Entstehung des Universums ergeben: Top-Down-Entwicklung, also zuerst Galaxienhaufen, dann Galaxien usw. Man findet jedoch, dass sich manche Galaxienhaufen erst im Entstehungsprozess befinden, also eher ein Bottom-up-Szenario.

Für CDM kämen unbekannte Elementarteilchen infrage, WIMPs *(weakly interacting particles).* Kandidaten dafür sind Photinos und Neutralinos. Das sind Teilchen der Supersymmetrie, d. h. zu jedem Fermion (Materieteilchen) gibt es ein Boson (Wechselwirkungsteilchen).

13.5.2 Galaktisches Microlensing

Bereits 1986 schlug Paczynski vor, MACHOs durch Mikrolinsenexperimente zu finden. Licht wird durch massive Teilchen in einem Gravitationsfeld abgelenkt; ein Lichtstrahl, der in einem Abstand ξ an einer Punktmasse M vorbeiläuft, wird um den Winkel α abgelenkt:

$$\alpha = \frac{4GM}{c^2 \xi} \tag{13.55}$$

(diese Gleichung gilt nur für schwache Gravitationsfelder).

Wenn D_{ds} den Abstand zwischen Linse (in unserem Falle MACHO) und Quelle (Source) bezeichnet, D_s den Abstand vom Beobachter zur Quelle und D_d den Abstand des Beobachters zur Linse, dann gilt für die Ablenkung:

$$\alpha = \frac{D_{\mathrm{ds}}}{D_s} \frac{4GM}{c^2 D_d} \tag{13.56}$$

Es sind auch Mehrfachbilder möglich, und es gibt noch einen Verstärkungseffekt.

Besteht also der Halo aus kompakten Objekten, so sollte eine entfernte Quelle von Zeit zu Zeit durch eines dieser MACHOs „gelinst“ werden und zwar immer dann, wenn sich das MACHO zwischen Beobachter und Quelle bewegt. Ideal hierfür sind Sterne der Magellan'schen Wolken. Die Lichtkurven müssten symmetrisch sein sowie achromatisch (unabhängig von der Wellenlänge, das ist bei normalen veränderlichen Sternen nicht der Fall), und da die Wahrscheinlichkeit klein ist, sollte auch nur ein Microlensing-Ereignis pro Quelle beobachtet werden.

Ergebnisse von Durchmusterungen zeigten bisher 20 Ereignisse in Richtung Magellan'scher Wolken und etwa 1000 in Richtung Bulge.

Generell:

> Unsere Galaxis enthält etwa $2\text{–}4 \times 10^{11}$ Sonnenmassen an sichtbarer Materie; die Dunkle Materie könnte diesen Wert um bis zu einem Faktor 5 übertreffen!

13.6 Galaktisches Zentrum

Die wichtigsten Informationen über das galaktische Zentrum erhält man aus Radio- und IR-Beobachtungen. Da das GC aus der „Nähe“ betrachtet werden kann, ist es ein wichtiger Prototyp für die Zentren extragalaktischer Systeme.

13.6.1 Definition des Zentrums

Die Definition erscheint zunächst schwierig: Schwerpunkt des Systems, Ort, um den herum alle Sterne kreisen,…

Radiobeobachtungen zeigen eine komplexe Struktur – zentrale Scheibe von H-I-Gas, etwa 100 pc bis 1 kpc. Aus der Rotationsgeschwindigkeit folgt eine Masse von $3 \times 10^7\ M_\odot$ (innerhalb 2 kpc). Es gibt Radiofilamente, die sich senkrecht zur galaktischen Scheibe ausdehnen, und Supernova-Überreste. Im früher besprochenen Baade-Fenster wurden im optischen Bereich Mikrolinsen-Surveys durchgeführt.

Im Zentralbereich gibt es auch viele Kugelsternhaufen und Gasnebel. Im Röntgenbereich erkennt man Emission von heißem Gas sowie Röntgen-Doppelsterne.

Die inneren 8 pc enthalten die Radioquelle Sgr A. Diese besteht aus mehreren Komponenten:

- zirkumstellarer molekularer Ring, Torus bei $2\,\mathrm{pc} < R < 8\,\mathrm{pc}$. Der Ring besitzt eine auffällig scharfe innere Kante. Dies scharfe Kante erklärt man sich durch ein energetisches Ereignis im galaktischen Zentrum innerhalb der letzten 10^5 Jahre.
- Sgr A Ost: nichtthermisch, Synchrotronstrahlung. Wahrscheinlich Supernovarest, Alter zwischen 100 und 5000 Jahren.
- Sgr A West: thermische Quelle, H-II-Region, spiralige Struktur.
- Sgr A*: starke kompakte Radioquelle, nahe des Zentrums von Sgr A West. Ausdehnung weniger 3 AE, leuchtet im Millimeter- und Zentimeter-Bereich. Auch andere Galaxien zeigen oft eine kompakte Radioquelle in ihrem Zentrum. Deshalb nimmt man an, dass Sgr A* das Zentrum unserer Milchstraße ist.

13.6.2 Zentraler Sternhaufen und Schwarzes Loch

Im K-Band ($\approx 2\,\mu\mathrm{m}$) findet man einen auf Sgr A* konzentrierten Sternhaufen. Durch die hohe Sterndichte kann es hier innerhalb von 10^6 Jahren zu nahen Sternbegegnungen kommen → Thermalisierung. Die Bewegung dieser Sterne zeigt jedoch eine Abweichung von der Thermalisierung und deutet auf eine zentrale Massenkonzentration hin. Aus den Untersuchungen der Kinematik dieser Sterne (siehe Abb. 13.15) schließt man auf eine Punktmasse

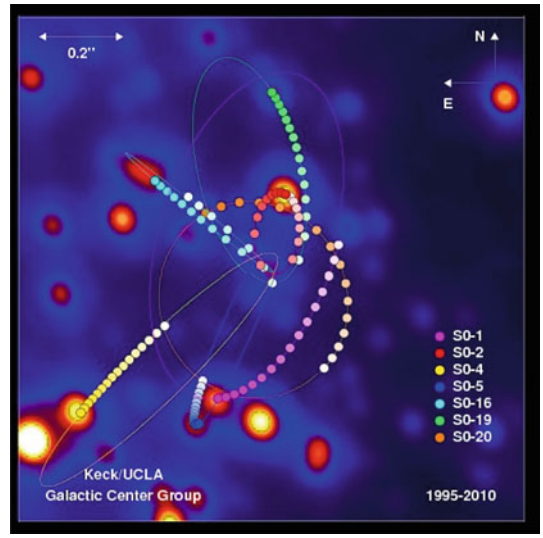


Abb. 13.15 Bahnen von Sternen nahe dem galaktischen Zentrum während eines Zeitraumes von 15 Jahren. Aus der Bewegung um das Zentrum lässt sich die Masse des Supermassiven Schwarzen Lochs abschätzen. (Foto: Keck Telescope)

von etwa $(2,87 \pm 0,15) \times 10^6\ M_\odot$ auf ein Gebiet von weniger als 0,01 pc konzentriert. Dies ist ein supermassives Schwarzes Loch, SMBH *(supermassive black hole)*. Man beachte, dass dieses nur die Rotationskurve bis 2 pc dominiert!

Die Dynamik der Sternbewegungen nahe dem galaktischen Zentrum lässt auf ein supermassives Schwarzes Loch dort schließen.

13.7 Entwicklung der Galaxis

Zunächst behandeln wir nochmals die Problematik der Spiralstruktur der Galaxis, danach gehen wir kurz auf Alter und Magnetfeld der Galaxis ein.

13.7.1 Theorien zur Entstehung der Spiralarme

Für die Entstehung der Spiralarme der Galaxis kann die *Dichtewellentheorie* herangezogen werden.

Andere Überlegungen zur Entstehung der Spiralstruktur gehen z. B. von *Gezeitenwechselwirkungen* der Galaxis mit benachbarten Zwerggalaxien aus (Magellan'sche Wolken, Abb. 13.16) oder von der Kollision zweier Galaxien (da der Abstand zwischen Galaxien innerhalb eines Haufens nur etwa das 20-Fache ihres Durchmessers beträgt, sind Kollisionen zwischen Galaxien relativ häufig; unsere Milchstraße wird z. B. in einigen 10^7 Jahren mit einer erst kürzlich entdeckten Zwerggalaxie zusammenstoßen).

Die Tab. 13.5 gibt eine Übersicht über benachbarte Zwerggalaxien.

13.7.2 Alter der Galaxis und Magnetfeld

Das *Alter* der Galaxis kann man abschätzen, indem man das Alter der ältesten Halo-Objekte heranzieht. Man findet Werte zwischen 13 und 14 Mrd. Jahren, was in etwa dem Alter des Universums entspricht. Aus der Verteilung der Objekte des Halos kann man abschätzen, dass die Galaxis aus einer 100 kpc großen Wolke entstand. Die freie Fallzeit einer derartigen Wolke beträgt 10^8 a. Zunächst bildeten sich Kugelsternhaufen, die restliche Materie bildete eine flache Scheibe. Mit zunehmender Dichte der Scheibe kam es immer wieder zu sogenannten *bursts* von Sternbildung. Die massereichsten Sterne überlebten nicht lange und reicherten die Materie mit schwereren Elementen an.

Das *galaktische Magnetfeld* folgt vor allem aus der *Faraday-Rotation* (Rotation der Polarisationsebene, wenn linear polarisierte Strahlung durch ein magnetisches Plasma geht). Weiterhin kann man den Zeeman-Effekt bei der 21-cm-Linie untersuchen. Partikeln der



Abb. 13.16 Die Große Magellan'sche Wolke (LMC); zusammen mit der Kleinen Magellan'schen Wolke sind die beiden Zwerggalaxien Begleiter unserer Milchstraße. Erstmals von *Al Sufi* um 964 erwähnt, dann von *Magellan* bei seiner Weltumsegelung 1519

Tab. 13.5 Begleiter unserer Milchstraße; d ist die Entfernung, D der ungefähre Durchmesser, Jahr bezeichnet das Jahr der Entdeckung

Bezeichnung	d [10^3 Lj]	Jahr	M_V	D[10^3 Lj]
Sagittarius Sgr	50	1994	−13,4	>10 (?)
Gr. Magell. Wolke (LMC)	160	–	−18,1	20
Kl. Magell. Wolke (SMC)	180	–	−16,2	15
Ursa Minor (UMi)	220	1954	−8,9	1
Sculptor (Scl)	260	1938	−11,1	1
Draco (Dra)	270	1954	−8,8	0,5
Sextans (Sex)	290	1990	−9,5	3
Carina (Car)	330	1977	−9,3	0,5
Fornax (For)	450	1938	−13,2	3
Leo II	670	1950	−9,6	0,5
Leo I	830	1950	−11,9	1

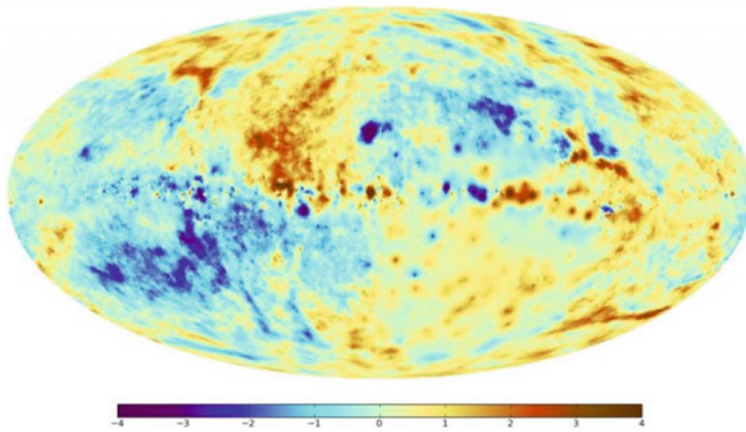


Abb. 13.17 Das galaktische Magnetfeld. (MPIFA/MPG)

kosmischen Strahlung bewegen sich auf Spiralbahnen um die magnetischen Feldlinien, und dort, wo die Feldlinien konvergieren, werden die Teilchen beschleunigt (dies passiert z. B. im Magnetfeld der Erde für geladene Teilchen von der Sonne).

Das galaktische Magnetfeld, rekonstruiert aus mehr als 40.000 Einzelmessungen ist in Abb. 13.17 gezeigt. Das Magnetfeld hat oberhalb und unterhalb der galaktischen Scheibe unterschiedliche Polarität. Die Messung erfolgte durch Messung der Polarisation der Radiostrahlung weit entfernter Galaxien. Durch die Faraday-Rotation wird die Polarisationsebene verdreht. Man nimmt zur Entstehung des galaktischen Magnetfeldes einen *Dynamomechanismus* an, wie wir ihn schon kennen (vgl. Sonnendynamo oder Dynamo im Erdinneren). Die Feldlinien laufen parallel zur galaktischen Ebene um das GC. Man sieht auch kleinskalige Magnetfeldstrukturen, die mit turbulenten Gasbewegungen erklärbar sind.

13.8 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.

Visual galaxy: The Ultimate Guide to the Milky Way and Byond, C. Hadfield, National Geographic, 2019

The Milky Way, B.J. Bok, P.F. Bok, Harvard Books on Astronomy, 1981

Aufgaben

13.1 Man berechne die scheinbare Helligkeit einer Supernova in einer Entfernung von zehn Millionen Lichtjahren.

Lösung
Man gehe von der absoluten Helligkeit -18^M aus und verwende die Formel f.d. Entfernungsmodul.

13.2 Wir schätzen die Masse der Milchstraße, M_G, ab. Die Sonne kreist um das Zentrum der Galaxis mit einer Periode von 240×10^6 Jahren in einer Entfernung von 8,5 kpc vom galaktischen Zentrum.

Lösung
Drittes Keplergesetz: $M_G + M_\odot = \frac{R^3}{P^2}$. Da 1 pc = $2{,}1 \times 10^5$ AE: $M_G + M_\odot \approx M_G = (1{,}8 \times 10^9)^3/(2{,}4 \times 10^8)^2 = (5{,}8 \times 10^{27})/(5{,}8 \times 10^{16}) \approx 10^{11}\, M_\odot$

13.3 Man ermittle die Geschwindigkeit der Sonne um das galaktische Zentrum.

Lösung
Die Geschwindigkeit ergibt sich aus der Beziehung: $v_\odot^2/R_\odot = GM_G/R_\odot^2$

13.4 Wie groß ist die Tangentialgeschwindigkeit eines Sterns, der eine Eigenbewegung von $0{,}1''$/Jahr hat und 100 pc von uns entfernt ist?

Lösung
47,4 km/s (aus Formel 13.4).

13.5 Man berechne die Lichtablenkung für $M = M_\odot$, $R = R_\odot$.

Lösung
Für den Sonnenrand findet man $\alpha = 1{,}74''$.

Extragalaktische Systeme

14

Inhaltsverzeichnis

14.1 Klassifikation 523
14.2 Besprechung der einzelnen Typen 530
14.3 Supermassive Schwarze Löcher 539
14.4 Aktive Galaxien 541
14.5 Galaxienhaufen 552
14.6 Weiterführende Literatur 558
Aufgaben 560

Galaxien sind die größten Bausteine des Universums. Allerdings war lange unbekannt, ob es sich um eigenständige Systeme von Sternen handelt oder um Gaswolken innerhalb unserer Milchstraße[1]. Früher wurden sie auch als Spiralnebel bezeichnet, da sehr viele eine Spiralstruktur besitzen. Erst im Jahre 1924 konnte man ihre wahre Natur erkennen: Zu dieser Zeit gelang es dem Astronomen *Hubble,* die nächsten Galaxien in Einzelsterne aufzulösen und ihre Entfernung im Jahre 1925 anhand von Cepheiden zu bestimmen (in M31, Andromedagalaxie, Abb. 14.1).

14.1 Klassifikation

Es gibt unterschiedliche Typen von Galaxien, die sich durch Aussehen und Gehalt an Metallen unterscheiden. Es handelt sich aber nicht um eine Entwicklungssequenz. Wir beginnen dieses Kapitel mit einer Übersicht der Galaxienkataloge. In diesen Katalogen findet man viel unaufgearbeitetes Datenmaterial, also auch Material für neue Recherchen.

[1] Kontroverse zwischen *Shapley* und *Curtis,* Great Debate, 1920.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_14



Abb. 14.1 Die Andromedagalaxie M 31 mit den beiden Begleitern M 32 und NGC 205. Die Entfernung zu uns beträgt 2,4 Mio. Lichtjahre

14.1.1 Verzeichnisse

Galaxien findet man in allen nicht auf spezielle Objekte ausgerichteten Katalogen, so z. B. im Messier-Katalog[2]. Die Objekte in diesem Katalog sind relativ hell und daher bei Amateurastronomen beliebt. M31 (Abb. 14.1) ist die Andromedagalaxie, M33 der Dreiecksnebel, M51 wird als Whirlpool Galaxy bezeichnet usw. Der erste Teil des Messier-Katalogs wurde 1774 veröffentlicht, es gibt in der erweiterten Version 110 Objekte. Im NGC (New General Catalogue) findet man 8000 Objekte. Es wurde 1888 von Dreyer veröffentlicht. Im IC (Index Catalogue, Erweiterungen des NGC, 1895 IC I und 1908 IC II) sind weitere Galaxien verzeichnet .

Es gibt auch Verzeichnisse speziell für Galaxien wie den Shapley-Ames-Katalog oder den Reference Catalogue of Bright Galaxies (de Vaucouleurs). Die dritte Ausgabe, RC3, enthält 23.000 Galaxien. Bis zur Blauhelligkeit von $15{,}^{\mathrm{m}}5$ und einem Durchmesser $>1'$ sowie einer Rotverschiebung von unter 15.000 km/s enthält der RC3 11 900 Galaxien und scheint hier fast vollständig zu sein. Der Shapley-Ames-Katalog wurde 1932 angefertigt und enthält 1249 Objekte bis zur Helligkeit $13{,}^{\mathrm{m}}2$. 1982 wurden für diesen Katalog die Daten aktualisiert (Revised Shapley-Ames Catalog [RSA] von *Tammann* und *Sandage*).

[2] *Ch. Messier,* 1730–1817.

Der im Jahre 1989 veröffentlichte PGC (Principal Galaxies Catalogue) enthält mehr als 70.000 Galaxien. Weitere moderne Durchmusterungen sind der MGC (Millennium Galaxy Catalogue). Der Sloan Digital Sky Survey (SDSS), (Abb. 14.2) besteht aus mehreren Teilen, die auch noch erweitert werden: SDSS-I (2000–2005), SDSS-II (2005–2008), SDSS-III 2008–2014 und SDSS-IV 2014–2020. Es sind mehr als eine Million Galaxien verzeichnet. Aus deren Spektren kann man die Entfernung ableiten. Zur Erstellung des Verzeichnisses wurde das 2,5 m-Apache-Point-Teleskop verwendet (Abb. 14.3). Finanziert wurde das Projekt im Wesentlichen von der A.P. Sloan Foundation. Zur Aufnahme diente eine 150 Megapixel-CCD-Kamera, welche 1,5 Quadratgrad am Himmel gleichzeitig erfasst. Einige speziell durchgeführte Projekte bei dieser Durchmusterung sind:

- SEGUE: Sloan Extension for Galactic Understand and Exploration. Hier findet man Spektren von mehr als 230.000 Sternen, deren Alter, Radialgeschwindigkeiten usw. Damit soll der Aufbau der Milchstraße besser verstanden werden.
- APOGEE: Apache Point Observatory Galactic Evolution Experiment. Ähnlich wie SEGUE, jedoch auch Beobachtungen im nahen Infrarot (1,6 µm). Damit kann man den intergalaktischen Staub durchdringen.
- BOSS: Baryon Oscillation Spectroscopic Survey. Spektren von leuchtkräftigen Galaxien bis Rotverschiebung 0.7 sowie 160.000 Quasaren bei $z \sim 2.0$. Wie wir im Kapitel über Kosmologie zeigen, ist die Rotverschiebung ein Maß für die Entfernung. Mit diesen Messungen ergibt sich ein Bild von der großräumigen Struktur des Universums.
- MaNGa: Mapping Nearby Galaxies. Hochaufgelöste Spektroskopie naher Galaxien. Man legt ein ganzes Glasfaserbündel auf eine Galaxie und erhält dann simultan Spektren an

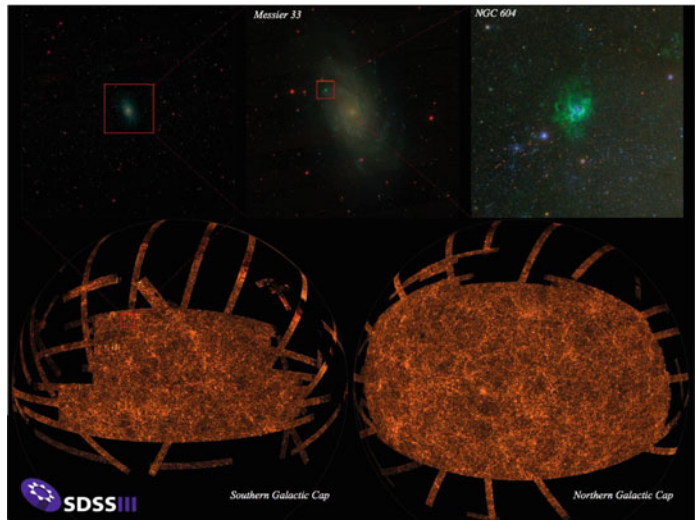


Abb. 14.2 Der SLOAN Digital Sky Survey

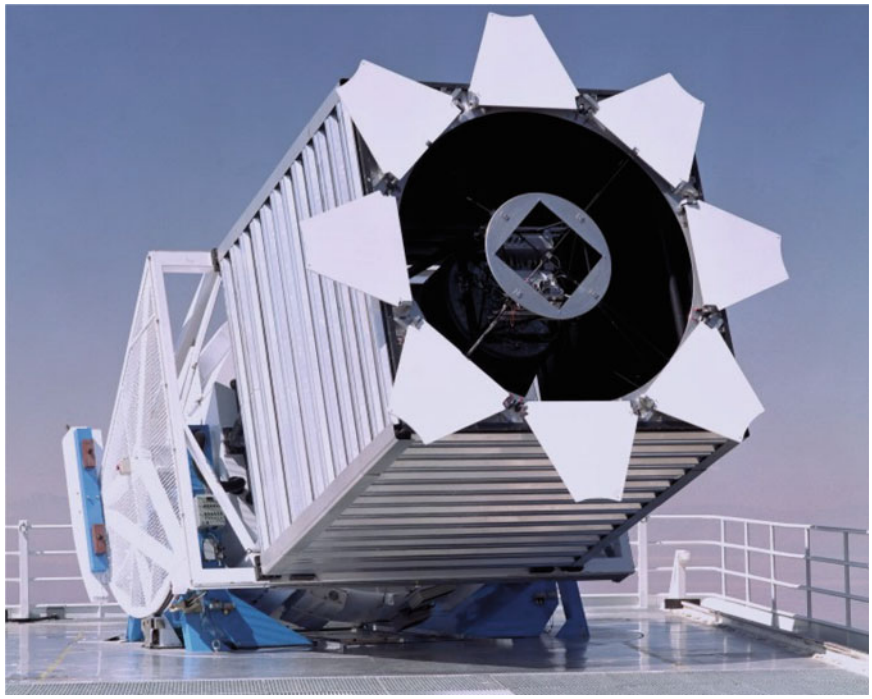


Abb. 14.3 Das 2,5 m Sloan Foundation Teleskop. SLOAN Found

allen Orten des Glasfaserbündels. In der Abb. 14.4 sieht man das Prinzip. Die einzelnen Glasfasern sind durch Kreise dargestellt und mehrere von ihnen überdecken eine Galaxie, die in diesem Beispiel 500 Mio. Lichtjahre entfernt ist.

14.1.2 Hubble-Klassifikation

Nach *E. Hubble* unterteilt man die Galaxien in drei Gruppen (Abb. 14.5):

- elliptische Galaxien,
- Spiralgalaxien,
- irreguläre Systeme.

Bei den Spiralgalaxien unterscheidet man außerdem noch zwischen normalen Spiralen (Abb. 14.6) und Balkenspiralen (Abb. 14.7), bei denen der Kern balkenförmig ausgebildet ist. Hubble dachte, dass es sich hierbei um eine Entwicklungssequenz für Galaxien handelt, was jedoch falsch ist. Man bezeichnet in dem *Hubble-Schema* auch oft die E-Galaxien als

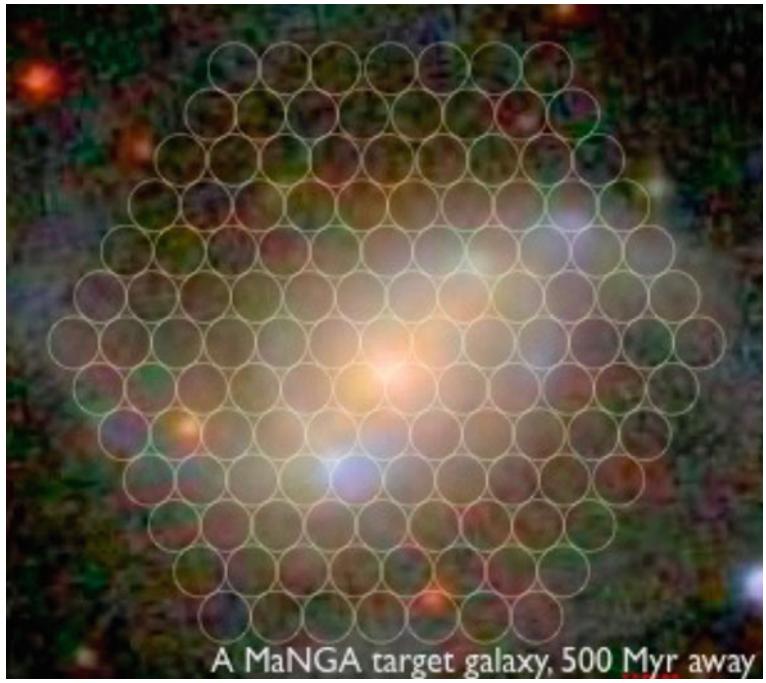


Abb. 14.4 SLOAN: Projekt MaNGa. Mehrere Glasfaserbündeln leiten das Licht einer Galaxie zu einem Spektrographen. Der Durchmesser der Glaserfasern beträgt 2 Bogensekunden. SLOAN Found

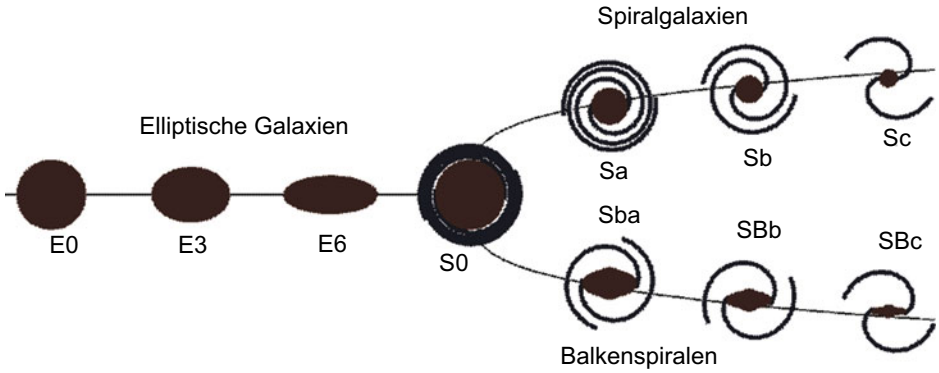


Abb. 14.5 Das Hubble-Klassifikationsschema von Galaxien



Abb. 14.6 Die sogenannte Whirlpoolgalaxie M51, Entfernung ca. 30×10^6 Lj. Ein Beispiel für eine von oben gesehen Spiralgalaxie. (Credit: NASA, ESA, S. Beckwith [STScI], and The Hubble Heritage Team STScI/AURA)

frühe Typen und die Irregulären als späte, aber das ist rein historisch bedingt und hat nichts mit deren Entwicklungen zu tun.

Ein sehr bekanntes Beispiel für eine von oben gesehene Spiralgalaxie ist die Whirlpool-galaxy, M51 (Abb. 14.6).

Galaxien sind Ansammlungen von bis zu mehreren 100 Mrd. Sternen und die großten Bausteine des Universums.



Abb. 14.7 NGC 1300, eine Balkenspirale; Entfernung etwa 18,8 Mpc. HST Aufnahme

14.1.3 Aktive Galaxien

Neben diesen normalen Galaxien gibt es aber noch andere interessante Typen. Bei den normalen Galaxien kann man die Strahlung als Überlagerung der Spektren ihrer Sterne verstehen. Da die Temperaturen der Sterne zwischen $\approx 10^3 \ldots \approx 10^4$ K liegen, folgt, dass die resultierende Planck-Kurve ein relativ gut definiertes Maximum besitzt, normale Galaxien strahlen in einem engen Wellenlängenbereich → optisch, nahes IR (NIR).

Bei den *aktiven Galaxien* stammt ein großer Bruchteil der Leuchtkraft nicht von den Sternen (aus thermonuklearer Fusion), sondern aus frei werdender gravitativer Energie, durch den Einfall von Materie in ein *supermassives Schwarzes Loch*. Deshalb sind solche Galaxien im Radio- und/oder Röntgenbereich sehr leuchtkräftig. In vielen Spektren aktiver Galaxien findet man auch sehr starke Emissionslinien, und aus deren Breiten folgen Geschwindigkeiten von einigen 10^3 km/s. Die Galaxie M82 zeigt Aktivität, die durch einen Zusammenstoß mit einer anderen Galaxie hervorgerufen wurde (Abb. 14.9).

Quasare: Hier kommt die Leuchtkraft aus einem sehr kleinen Bereich und kann bis zu $10^{13}\, L_\odot$ betragen, übertrifft also die Helligkeit der Galaxis um den Faktor 100.

Starburst Galaxies: In normalen Galaxien beträgt die Rate der Sternentstehung etwa $3\, M_\odot$/Jahr. Die Rate der Sternentstehung in einer Galaxie kann man bestimmen aus Balmerlinien des H, die meist aus H-II-Regionen um junge heiße Sterne stammen. Bei den Starburst Galaxies beträgt die *Sternentstehungsrate* $100\, M_\odot$/Jahr oder noch mehr. Viele junge Sterne strahlen im Blauen oder UV, aber es gibt in diesen Galaxien auch große Staub- und Molekülwolken. Diese werden durch die kurzwellige Strahlung junger, heißer Sterne im IR und Submillimeterbereich zum Leuchten angeregt → *ultra luminous infrared galaxies,* ULIRGs. Viele dieser ULIRGs stehen in Wechselwirkung mit anderen Galaxien.

Bei den aktiven Galaxien handelt es sich meist um Galaxien mit extrem hellen Kernen.

14.1.4 Andere Klassifikationen von Galaxien

Es gibt weiterhin noch die auf *De Vaucouleurs* zurückgehende Klassifikation nach drei Kriterien:

1. Spiralstruktur: $E\ldots$ elliptisch, S, $Im\ldots$, also ähnlich wie bei Hubble.
2. Balken: $A\ldots$ gewöhnlich, $B\ldots$ Balken, $AB\ldots$ Zwischenklasse,
3. Ringförmigkeit: $s\ldots$ kein Ring (sogenannte s-Form), $r\ldots$ Ring, $sr\ldots$ Zwischenklasse.

Das *Yerkes-Morgan-Schema* sieht folgendermaßen aus:

1. Spektrum: $a\ldots$ A-Sterne dominieren, usw. bis k, wo die K-Sterne dominieren.
2. Form: B Balkenspirale, D rotationssymmetrisch, E elliptisch, Ep elliptisch mit Staubabsorption, I irregulär, L low surface brightness, N kleiner heller Kern, S Spirale.
3. Neigung: 1 Galaxie von oben gesehen, … 9 Galaxie von der Kante her gesehen.

Beispiel

Andromedagalaxie, M31, hat den Typ: kS5.

14.2 Besprechung der einzelnen Typen

In diesem Kapitel besprechen wir die einzelnen Galaxientypen im Detail. Weiterhin gehen wir noch kurz auf unsere beiden Begleitergalaxien, die Magellan'schen Wolken, ein sowie auf die Populationssynthese.

14.2.1 Elliptische Galaxien, E

Diese werden grob unterteilt in:

- Normale Ellipsen: gE… Riesenellipsen, E… normale Leuchtkraft, cE… kompakte Ellipsen. Die absolute Helligkeit beträgt: $-23 < M_B < -15$. Die Massen liegen zwischen 10^8 und $10^{13}\,M_\odot$. Die Ausdehnung definiert man mit dem Wert D_{25}. Darunter versteht man die Ausdehnung bei der die Helligkeit auf $25^{\mathrm{m}}/\mathrm{arcsec}^2$ abgesunken ist (meist im Blauen, B). Für diese Typen beträgt $D_{25} = 1 - 200\,\mathrm{kpc}$. Zur Gruppe der normalen Ellipsen zählt man noch die S0 (Spindelgalaxien).

- Zwergellipsen: dE, cE; geringere Flächenhelligkeit, geringere Metallizität. Die Helligkeitswerte liegen zwischen $-13 < M_B < -19$ und $1 < D_{25} < 10$.
- cD: extrem leuchtkräftig, im Zentrum dichter Galaxienhaufen (Bsp.: M87). Die Werte betragen $-22 < M_B < -25$; $300 < D_{25} < 1000$. Sie besitzen eine diffuse Hülle, d. h. großes M/L-Verhältnis.
- BCD, *blue compact dwarfs,* blaue kompakte Zwerggalaxien: blaue Farbe (B-V = 0, …, 0.3), enthalten relativ viel Gas. $-14 < M_B < -17$; $D_{25} < 3$.
- Zwergsphäroiden: dSPH's *(dwarf spheroidals)* geringe Helligkeit, können nur in relativ geringer Entfernung beobachtet werden (innerhalb Lokaler Gruppe). $-8 < M_B < -15$; $10^7 < M_\odot < 10^8$; $0{,}1 < D_{25} < 0{,}5$.

Aus dem Helligkeitsprofil kann man ablesen, ob der Halo-Bereich wichtig ist. Trägt man die Helligkeit in Größenklassen pro Quadratbogensekunde gegen den Abstand vom Zentrum (in $(''))^{1/4}$) auf, so findet man für normale E ein De-Vaucouleurs-Gesetz, d. h. einen linearen Zusammenhang. Für cD gibt es bei großen r eine Abweichung, einen Lichtexzess bei großen Radien → Halo leuchtkräftig. cD findet man im Zentrum massereicher Galaxienhaufen, daher ist hier die Umgebung wichtig.

Die elliptischen Galaxien sind rot (außer BCD). Es gibt Gas und Staub, allerdings ist der Anteil geringer als in Spiralgalaxien.

Anzeichen dafür: Röntgenemission heißer Gase (10^7 K), Hα Emissionslinien (10^4 K) und kaltes Gas (10^2 K, H-I 21-cm-Emission sowie CO-Molekülllinien). Generell: Metallizität steigt nach innen an.

Die Dynamik der elliptischen Galaxien ist wichtig, um zu erklären, weshalb sie abgeplattet sind. Man bestimmt aus:

- Dopplerverschiebung von Absorptionslinien → Rotationsgeschwindigkeit v_{rot},
- Dopplerverbreiterung der Linien → Geschwindigkeitsdispersion σ_v der Sterne.

Man findet, dass $v_{\text{rot}} \ll \sigma_v$, d. h. durch Rotation kann man die Ellipsen nicht erklären. Wie ergibt sich daraus eine stabile elliptische Verteilung der Sterne ohne Rotation?

Eine weitere Frage ist die Stabilität einer solchen Verteilung. Kann es sein, dass es infolge enger Begegnung zweier Sterne zu einer *Thermalisierung* der Orbits kommt? Die *Relaxationszeit* beträgt:

$$t_{\text{relax}} = t_{\text{cross}} \frac{N}{\ln N} \tag{14.1}$$

t_{cross} ist die charakteristische Zeit eines Sternes zum Durchqueren des Systems $\approx 10^8$ yr. Setzt man die Zahl der Sterne $N \approx 10^{12}$, dann folgt, dass $t_{\text{relax}} \gg \tau$, mit τ das Weltalter. Die Sterne verhalten sich daher wie ein stoßfreies Gas. Elliptische Galaxien sind druckstabilisiert; ihre Form kann man erklären durch eine anisotrope Sternverteilung im Geschwindigkeitsraum.

Es gibt auch Anzeichen einer komplexen Entwicklung: Boxiness (d. h. fast rechteckige Form), Kerne, die entgegengesetzt rotieren, Schalen, Ripples. Diese Formen sind durch Wechselwirkungen mit anderen Galaxien entstanden.

Elliptische Galaxien können relativ kompakt und massearm sein, aber auch sehr massereich. Sie sind arm an interstellarer Materie.

14.2.2 Spiralgalaxien

Die Typen Sa und SBa nennt man auch Frühtyp-Spiralen, wieder sei betont, dass diese Bezeichnung nichts mit der Entwicklung zu tun hat. Geht man von den Frühtyp-Spiralen zu den Spättyp-Spiralen, dann findet man folgende Trends:

- das Verhältnis $L_{\text{bulge}}/L_{\text{disk}}$ nimmt ab,
- Spiralarme öffnen sich,
- Spiralarme werden strukturierter, helle Klumpen = H-II-Regionen.

Beim Helligkeitsprofil muss man zwischen Bulge und Scheibe unterscheiden:

- Bulge: De-Vaucouleurs-Profil,
- Scheibe: exponentielles Profil.

Freeman fand, dass die zentrale Flächenhelligkeit μ_0 für verschiedene Galaxien fast gleich ist. Es gibt aber auch LSBs, *Low Surface Brightness Galaxies.*

Um die *Rotationskurven* zu bestimmen (also $v_{\text{rot}}(R_{\text{nuc}})$), ist die Inklination der Scheibe zu berücksichtigen, also ihre Orientierung zum Sehstrahl. Diesen Inklinationswinkel kann man abschätzen aus dem beobachteten Achsenverhältnis der Scheibe. Man misst auch die Ausdehnung der H-I-Scheibe, die meist größer ist als die der Sternscheibe. Ähnlich wie bei unserer Milchstraße findet man keinen Abfall der Rotationskurven nach außen. Daraus folgt wieder ein *Halo* aus Dunkler Materie. Man kann folgende Abschätzung ansetzen:

$$v_{\text{lum}}^2 = GM_{\text{lum}}(R)/R \tag{14.2}$$

Dies ist eine Rotationskurve aufgrund der leuchtenden Materie M_{lum}. Die Masse der Dunklen Materie folgt dann einfach aus dem Unterschied zwischen v_{lum} und v, der beobachteten Geschwindigkeit.

$$M_{\text{dark}}(R) = \frac{R}{G}[v^2(R) - v_{\text{lum}}^2(R)] \tag{14.3}$$

Je größer die Leuchtkraft, desto steiler steigt $v(R)$ im Zentralbereich an, ebenso die maximale Rotationsgeschwindigkeit $v_{\max}$. Das bedeutet, die Masse steigt mit der Leuchtkraft an. Zum Beispiel besitzen die Sa $v_{\max} \approx 300$ km/s, Sc $v_{\max} \approx 175$ km/s und Ir nur 70 km/s. Interessant ist, dass Galaxien mit $v_{\text{rot}} < 100\,\text{km/s}$ keine Spiralstruktur besitzen. Gibt es also eventuell eine minimale Halomasse für die Bildung der Spiralen? Die Spiralarme bestehen aus jungen Sternen und H-II-Regionen und sind im Blauen auffälliger. Wie schon beim vorigen Abschnitt dargelegt, bestehen sie nicht aus Materie, denn sonst würden sie sich nach wenigen Rotationen aufwickeln, sondern es handelt sich um stationäre *Dichtewellen.* Die Dichte ist gegenüber der Umgebung um 10 bis 20 % erhöht, und dadurch werden Molekülwolken komprimiert und die Sternentstehung angeregt.

Supernova-Überreste dehnen sich aus der Scheibe hinaus, Materie wird in den Halo transportiert, und man beobachtet eine Korona im Röntgenlicht.

Aus 21-cm-Beobachtungen fanden im Jahre 1977 *Tully* und *Fisher:* Es gibt eine Beziehung zwischen der maximalen Rotationsgeschwindigkeit und der Leuchtkraft von Galaxien.

$$L \propto v_{\max}^{\alpha} \tag{14.4}$$

und $\alpha \approx 4$. Je größer die Wellenlänge, umso kleiner die Streuung, da man bei langen Wellenlängen weniger durch Staubabsorption beeinflusst wird. Kennt man also die Rotationsgeschwindigkeit, dann folgt die Leuchtkraft und durch Vergleich mit der scheinbaren Helligkeit die Entfernung einer Galaxie. Interessant sind hier Messungen in der 21-cm-Linie; die Dopplerbreite dieser Linie entspricht $2v_{\max}$.

Für elliptische Galaxien gibt es die *Faber-Jackson-Beziehung:* Wenn σ_0 die Geschwindigkeitsdispersion im Zentrum bedeutet, dann gilt:

$$L \approx \sigma_0^4 \tag{14.5}$$

In Abb. 14.8 sieht man eine von der Kante her gesehene Spiralgalaxie.

Dichtewellen erklären die Aufrechterhaltung der Spiralstruktur bei den S-Galaxien.

14.2.3 Irreguläre Galaxien

Etwa 3 % aller Galaxien (scheinbare, beobachtete Verteilung, nicht korrigiert wegen der Entfernung) gehören zu diesem Typ. Sie besitzen weder eine elliptische Struktur noch eine Spiralstruktur. Man unterscheidet: a) Irr I: Es gibt gewisse Strukturen, nach de-Vaucouleurs gibt es die Untergruppen Sm (Andeutung einer Spiralstruktur) und Im (keine Spiralstruktur). b) Irr II: Keine Struktur. Eine weitere Gruppe sind noch die dIrr, das sind irreguläre Zwerggalaxien.



Abb. 14.8 Galaxie NGC 4013, eine von der Kante gesehene Galaxie. Entfernung: 55 Mio. Lj. (Quelle: Hubble Space Telescope)

Die dIrr dürften vor allem für die Kosmologie sehr wichtig sein. Die Metallizität ist sehr gering, der Gasgehalt sehr hoch. Möglicherweise handelt es sich um die *ersten Galaxien,* die im frühen Universum entstanden sind.

Die Massen liegen zwischen $10^8 \ldots 10^{10}\ M_\odot$ und die Durchmesser zwischen 1 und 10 kpc. Die Blauhelligkeiten betragen zwischen –13 und –20. Bekannteste Beispiele für eine irreguläre Galaxie sind die *Magellan'schen Wolken*. Diese werden aber nun als SBm klassifiziert, das bedeutet Balkenspiralen von irregulärer Form.

14.2.4 Verteilung auf die Typen

Man muss dabei zwischen der beobachteten Verteilung und der wahren Verteilung unterscheiden. Bei der beobachteten Verteilung werden helle Galaxien bevorzugt, während bei einer Verteilung, die beispielsweise alle Galaxien innerhalb eines bestimmten



Abb. 14.9 Die Galaxie M82, Entfernung etwa 12 Mio. Lj. Durch Wechselwirkung mit der Nachbargalaxie M81 wurde ihre Form vor etwa 500 Mio. Jahren verändert. Komposit aus mehreren Aufnahmen: Röntgendaten (CHANDRA, blau eingefärbt), IR (Spitzer-Teleskop) und Wasserstoffemissionen (HST, orange). (Quelle: NASA/JPL-Caltech/STScI/CXC/UofA/ESA/AURA/JHU)

Raumvolumens berücksichtigt, deren Helligkeit keine Rolle spielt. In Tab. 14.1 sind die beobachtete (also scheinbare) Verteilung und die wahre Verteilung angegeben.

Die wahre Verteilung der Galaxien ergibt, dass mindestens die Hälfte aller Galaxien zum Typ Irr zu zählen ist.

Tab. 14.1 Vergleich zwischen beobachteter und wahrer Verteilung der Galaxien. Bei der wahren Verteilung wurden alle Galaxien bis zu einer Entfernung von 9,1 Mpc berücksichtigt

	Spiralgal. (%)	Ellipt. Galax. (%)	Irr. Systeme (%)
Beobachtete Verteilung	77	20	3
Wahre Verteilung	33	13	54

14.2.5 Integrale Eigenschaften und Durchmesser

Die photometrischen Eigenschaften kann man wie folgt zusammenfassen: Elliptische Galaxien sind röter als S und diese wieder röter als Irr. Die S-Typen sind umso röter, je stärker der Kern ausgeprägt ist. In den E-Typen dominieren die Population II und die alte Population I. Bei den S-Typen hat man im Kern die alte Population I und in den Spiralarmen die junge Population I. Kennt man den photometrischen Durchmesser a_{rad} (Winkeldurchmesser in rad) sowie die Entfernung der Galaxie d, dann beträgt der lineare Durchmesser:

$$s = a_{\text{rad}} d \tag{14.6}$$

Die Definition des Winkeldurchmessers einer Galaxie ergibt sich aus der Definition eines über dem Himmelshintergrund liegenden Isophotenlevels. Wie bereits erwähnt, können elliptische Galaxien am größten werden.

Die *Leuchtkraft* einer Galaxie folgt aus dem Strahlungsfluss und deren Entfernung. Die Leuchtkraft ist allerdings zu korrigieren wegen:

- Absorption in unserer Milchstraße $\rightarrow$ Funktion der galaktischen Breite.
- Absorption innerhalb der Galaxie selbst. Für E-Galaxien ist diese Korrektur klein.
- Korrektur wegen der Galaxienneigung i: Eine Galaxie, die man von oben sieht *(pole on),* erscheint heller als eine, die man von der Kante sieht *(edge on).* Für die B-Helligkeit gibt es folgende Korrektur:

  $$A_B(i) = 0{,}7 \log \sec(i) \tag{14.7}$$

  Die Neigung ergibt sich aus

  $$\cos^2 i = \frac{(b/a)^2 - \alpha}{1 - \alpha^2} \tag{14.8}$$

  Dabei ist b/a das beobachtete *Achsenverhältnis* und α das Achsenverhältnis für eine Galaxie desselben Typs, die man von der Kante her sieht.
- K-Korrekur: Das Universum dehnt sich aus, daher entfernen sich die Galaxien von uns, es kommt zu einer kosmologischen Rotverschiebung.

  Zur Massenbestimmung sei noch das *Virialtheorem* erwähnt:

  $$2 < E_{\text{kin}} > = - < E_{\text{pot}} > \tag{14.9}$$

Sei r_h der Radius einer Galaxie, innerhalb dessen sich die halbe Masse befindet, und $< v^2 >$ das mittlere Geschwindigkeitsquadrat der Eigenbewegung der Sterne, M die Gesamtmasse, dann lautet das Virialtheorem:

$$< v^2 > = 0{,}4GM/r_h \tag{14.10}$$

Eine wichtige Größe in diesem Zusammenhang ist die *Leuchtkraftfunktion* von Galaxien. Diese gibt an, wie die Mitglieder nach ihrer Leuchtkraft verteilt sind. Sei z. B. $\Phi(M)dM$ die Anzahldichte der Galaxien mit einer absoluten Helligkeit aus dem Bereich $[M, M + dM]$. Dann beträgt die Gesamtdichte:

$$\rho_{\text{ges}} = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(M)dM \tag{14.11}$$

Die globale Verteilung der Galaxien wird durch eine sogenannte *Schechter-Leuchtkraftfunktion* angegeben . Es existiert eine Leuchtkraft L^*, oberhalb derer die Verteilung exponentiell abfällt, und für kleine L gibt es einen Parameter α, der die Steigung beschreibt.

14.2.6 Die Magellan'schen Wolken

Man kennt die große Magellan'sche Wolke, LMC *(large magellanic cloud),* und die kleine Magellan'sche Wolke, SMC *(small magellanic cloud)*.

Aufgrund ihrer Nähe zu uns kann man die LMC in Einzelsterne auflösen und z. B. nach Cepheiden suchen. Damit erhält man dann sehr einfach deren Entfernung. Eine andere Methode soll kurz diskutiert werden. Im Jahre 1987 explodierte in der LMC eine Supernova (SN1987A). Der Vorläuferstern hatte zuvor durch stellare Winde Materie abgestoßen. Diese kam nun infolge der SN-Explosion zum Leuchten. Da man gut annehmen kann, dass die stellaren Winde nahezu isotrop waren, sollte ein kreisförmiger Ring aufleuchten. Da er elliptisch erscheint, kann man auf den Inklinationswinkel gegenüber der Sichtlinie schließen. Der Ring wurde nach einer Zeit R/c zum Leuchten angeregt, also nach der eigentlichen Explosion. Das Aufleuchten beobachten wir jedoch nicht gleichmäßig; der Teil des Ringes, der näher zu uns steht, leuchtet früher auf. Wir können daher aus der Lichtlaufzeitverzögerung und dem Inklinationswinkel den wahren Durchmesser des Ringes ermitteln und durch Vergleich mit dem leicht messbaren scheinbaren Durchmesser die Entfernung. Der Wert für SN1987A ergibt 51,8 kpc.

Der Durchmesser der LMC liegt bei 7,7 kpc, und sie enthält etwa 10^{10} Sterne. Die SMC ist etwa 64 kpc von uns entfernt, der Durchmesser beträgt 3,1 kpc, und sie enthält 2×10^9 Sterne.

Die beiden Magellan'schen Wolken sind untereinander und mit der Milchstraße durch dünnes Wasserstoffgas verbunden → Magellan'scher Strom.

14.2.7 Populationssynthese

Ziel: Spektrum von Galaxien als Superposition von Sternspektren zu verstehen.

Die Verteilung der Sterne ändert sich, da deren Entwicklung auf der Hauptreihe von der Masse abhängt. Die massereichen Sterne verlassen die Hauptreihe bereits nach einigen Millionen Jahren.

Die spektrale Energieverteilung einer Galaxie zeigt an, wie sich Sternentstehung und -entwicklung abgespielt haben.

Nehmen wir an, aus einer Molekülwolke bilden sich Sterne. Das Massenspektrum der Sterne lässt sich nicht theoretisch vorhersagen, es bilden sich massereiche und massearme Sterne. Die Initial Mass Function, IMF, bezeichnet die anfängliche Massenverteilung bei der Sternentstehung. Man nimmt oft die Salpeter-IMF, M …Masse:

$$\Phi(M) \approx M^{-2,35} \tag{14.12}$$

Dies Gleichung besagt: Es bilden sich weniger massereiche als massearme Sterne. Ungeklärt ist, ob diese abhängt von

- Metallizität,
- Masse der Galaxie.
- Gute Näherung für Sterne mit $M > 1\, M_{\odot}$, für massearme Sterne flacherer Verlauf.

Die Sternbildungsrate, also die Gasmasse, die pro Zeiteinheit in Sterne umgewandelt wird, ist:

$$\Psi = -\frac{dM_{\text{gas}}}{dt} \tag{14.13}$$

Die Masse des interstellaren Gases nimmt durch die Sternbildung ab. Da massereiche Sterne schon nach wenigen Millionen Jahren am Ende ihrer Entwicklung zu einer Supernova werden, nimmt der Metallgehalt Z im Laufe der Zeit zu. Durch Sternenwinde, Ausstoßung von Materie (z. B. bei planetarischen Nebeln, Supernovae) nimmt der Metallgehalt weiter zu.

Man kann die spektrale Gesamtleuchtkraft einer Galaxie zur Zeit t beschreiben durch eine Faltung der Sternentstehungsrate mit der spektralen Energieverteilung einer Sternpopulation.

Isochronen sind Orte gleicher Zeit im HRD.

- Beginn: Spektrum und Leuchtkraft einer Population werden von massereichsten Sternen dominiert, intensive UV-Strahlung; nach $\approx 10^7$ Jahren Fluss unterhalb 100 nm stark

vermindert, nach $\approx 10^8$ Jahren nicht mehr vorhanden. Helligkeit im NIR steigt an, massereiche Sterne haben sich zu Roten Riesen entwickelt.
- Nach einigen 10^7 Jahren tritt bei 400 nm eine Kante auf: Die Opazität in Sternatmosphären ändert sich (einfach ionisiertes Ca und Balmerkante des H).
- $10^8 < 10^9$ Jahre Emission im NIR bleibt stark, nach 10^9 Jahren Rote Riesensterne (RGB)→ NIR; nach 3×10^9 Jahren nimmt die UV-Strahlung zu, da blaue Sterne auf dem Horizontalast nach der AGB-Phase, und auch Weiße Zwerge.
- Zwischen 4 und 13×10^9 Jahren kaum Entwicklung des Spektrums.

14.3 Supermassive Schwarze Löcher

Im vorigen Kapitel wurde gezeigt, dass sich im Zentrum der Milchstraße ein supermassives Schwarzes Loch (Supermassive Black Hole, SMBH) befindet. Evidenz für derartige SMBHs in Galaxien sind vor allem aktive Galaxienkerne, AGN *(active galactic nuclei).* Materie fällt in das Schwarze Loch, dabei wird Energie frei. Wodurch unterscheiden sich normale Galaxien von AGNs?

14.3.1 Detektion von SMBHs

Ist die Entweichgeschwindigkeit $v_{\text{esc}} = \sqrt{2GM/r}$ gleich der Lichtgeschwindigkeit, so erhält man den Schwarzschild-Radius[3] r_s:

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \tag{14.14}$$

Der hypothetische Schwarzschild-Radius für unsere Sonne beträgt 3 km, für ein SMBH im galaktischen Zentrum $r_s \approx 10^7$ km. Das galaktische Zentrum ist 8 kpc von uns entfernt, daher ist der Winkelradius $6 \times 10^{-6''}$. Das Auflösungsvermögen eines Radioteleskops hängt von dem Abstand der Antennen ab, die zur Synthese des Signals verwendet werden. Durch Radiobeobachtungen *(Very Long Baseline Interferometry, VLBI)* wird man auf eine Winkelauflösung in dieser Größenordnung kommen.

> Der von einem SMBH eingenommene bzw. beeinflusste Raum ist sehr klein, ein direkter Nachweis daher schwierig.

Nehmen wir an, es gibt eine Massenkonzentration $M_\bullet$ im Zentrum und die charakteristische Geschwindigkeitsdispersion beträgt σ. Wir sehen, dass sich der Einfluss eines SMBH für Abstände kleiner als

[3] *K. Schwarzschild,* 1916, Lösung der Einstein'schen Feldgleichungen für eine Punktmasse.

$$r_{\mathrm{BH}} = \frac{GM_\bullet}{\sigma^2} \tag{14.15}$$

auf die Kinematik der Sterne und des Gases bemerkbar macht. Sei D die Entfernung der Galaxie, dann findet man:

$$\Theta_{\mathrm{BH}} = \frac{r_{\mathrm{BH}}}{D} \approx 0{,}1'' \left(\frac{M_\bullet}{10^6 \mathrm{M}_\odot}\right) \left(\frac{\sigma}{100\,\mathrm{km/s}}\right)^{-2} \left(\frac{D}{1\,\mathrm{Mpc}}\right)^{-1} \tag{14.16}$$

Hier kommt die störungsfreie Beobachtung mit dem Hubble-Space-Teleskop zum Tragen. Innerhalb r_{BH} muss also die Geschwindigkeitsdispersion ansteigen bei Anwesenheit eines SMBH.

Beispiel: Bei der Galaxie NGC 4258 hat man mit VLBI-Techniken kompakte Wasser-Maser-Quellen vermessen. Im Feld einer Punktmasse mit $M_\bullet = 3{,}5 \times 10^7\, M_\odot$ betragen die Abweichungen von einer Kepler-Rotation weniger als 1 %. Anstelle eines SMBH könnte man sich auch einen ultrakompakten Sternhaufen vorstellen, dieser wäre jedoch nicht lange stabil. Aus der Existenz von SMBHs in der Galaxis und in AGNs folgt die Annahme eines SMBH als sehr wahrscheinliche Erklärung.

14.3.2 SMBHs und Galaxieneigenschaften

Man hat bisher in rund 40 Galaxien starke Hinweise auf SMBHs. Gibt es einen Einfluss der Masse $M_\bullet$ auf Eigenschaften der Galaxie? Man findet eine Korrelation zwischen $M_\bullet$ und (i) der absoluten Bulge-Helligkeit, (ii) der Geschwindigkeitsdispersion:

$$M_\bullet \approx M_{\mathrm{Bulge}}^{0,9} \tag{14.17}$$

$$M_\bullet \approx 1{,}2 \times 10^8 M_\odot \left(\frac{\sigma_e}{200\,\mathrm{km/s}}\right)^{3,75} \tag{14.18}$$

Als Beispiel für eine Galaxie mit einem der ersten entdeckten SMBHs gilt M87, die das Zentrum des *Virgo-Galaxienhaufens* darstellt. Diese elliptische Galaxie befindet sich etwa 20 Mpc von uns entfernt. Mit dem Hubble Space Telescope wurde das Zentralgebiet dieser Galaxie untersucht. Man fand Anzeichen einer sehr schnell rotierenden Akkretionsscheibe. Die gemessenen Geschwindigkeiten in der Akkretionsscheibe passen sehr gut mit theoretischen Modellen solcher Scheiben um SMBHs überein. Weitere Evidenz für ein zentrales SMBH in M87 sind eine ungewöhnliche hohe Sternkonzentration zum Zentrum hin sowie Gaswolken, die mit sehr hohen Geschwindigkeiten rotieren. Weiterhin beobachtet man Jets, die sich mit 0,99 c ausbreiten. Diese Jets entstehen durch Bündelung extrem heißer Materie außerhalb des Ereignishorizonts des SMBH an den starken Magnetfeldern. Mit dem CHANDRA-Röntgensatellitenteleskop wurde auch beobachtet, dass es durch Eruptionen zu sich wellenartig ausbreitenden Störungen kommt. Die Galaxie M87 besitzt übrigens auch eine große Anzahl an Kugelsternhaufen im Halobereich.

Mit dem Hubble-Space-Teleskop konnte auch gezeigt werden, dass die *Andromedagalaxie* M31 ein SMBH von $140 \times 10^6\, M_\odot$ besitzt. Man fand in der Umgebung des SMBHs etwa 200 nur 200 Mio. Jahre alte blaue Sterne innerhalb eines engen Bereichs von einem Lichtjahr. Diese umlaufen das SMBH in etwa 500 Jahren mit einer Geschwindigkeit von 2000 km/s.

14.4 Aktive Galaxien

Bei normalen Galaxien ist die Strahlung thermisch. Charakteristisch für aktive Galaxien sind:

- nicht thermische Prozesse,
- Synchrotronstrahlung, Maser,
- thermische Prozesse mit extrem hohen Energien.

Im Spektrum beobachtet man meist eine starke Komponente der Emission. Bei den Emissionslinien sind auch die verbotenen Linien (durch eckige Klammern, [ ], gekennzeichnet) zu beachten. Damit Synchrotronstrahlung entstehen kann, benötigt man ein Magnetfeld und relativistische Elektronen. Für den Fluss gilt hier:

$$F(\nu) = F_0 \nu^{-\alpha} \tag{14.19}$$

und daraus:

$$\log F(\nu) = -\alpha \log \nu + \text{const} \tag{14.20}$$

In einem Log-log-Plot des Spektrums zeigt sich der Spektralindex α als Anstieg.

14.4.1 Aktive Galaxienkerne

AGNs *(active galactic nuclei)* zeichnen sich aus durch:

- hohe Leuchtkraft ($>10^{37}$ W),
- nicht thermische Emissionslinien,
- der Fluss ist im UV-, IR- und Radiobereich überhöht im Vergleich zu dem bei normalen Galaxien,
- eine kleine Region, die variabel ist,
- großen Kontrast zwischen Kernhelligkeit und Helligkeit außen,
- Jets; auf Aufnahmen erscheinen sie explodierend,
- manchmal breite Emissionslinien.

Seyfertgalaxien
Im Jahre 1943 hat *C. K. Seyfert* sechs Galaxien gefunden, die vom Typ S sind und breite Emissionslinien im Spektrum zeigen. Weiterhin besitzen sie einen ungewöhnlich hellen Kern. Man kennt heute fast 100 derartiger Objekte. Mehr als 90 % aller Seyfertgalaxien sind vom Typ S, der Rest elliptisch. Umgekehrt kann man sagen, dass etwa 1 % aller Spiralgalaxien Seyfertgalaxien sind. Es wird vermutet, dass alle Galaxien durch ein Seyfertstadium gehen.

Man unterscheidet folgende Bereiche: Im Zentrum befindet sich ein kleines Gebiet, welches Photonen emittiert, die zwei verschiedene Gasbereiche weiter außen treffen:

- Eine Zone, in welcher breite Emissionslinien entstehen; diese sind veränderlich, wobei die Variabilitäten im Bereich von einigen Wochen bis Monaten liegen. Daraus folgt eine Ausdehnung dieser Bereiche von etwa 1/10 Lichtjahr.
- Eine Zone, in der schmale Linien entstehen, die vermutlich 10^3-mal ausgedehnter ist.

Da in der ersten Zone keine verbotenen Linien auftreten, muss die Dichte $10^{13\ldots15}$ Ionen pro cm^3 betragen und somit die Masse $30\ldots50\,M_\odot$. Man kann die Seyfertgalaxien in zwei Typen einteilen:

1. Typ I: zeigt eine extreme Dopplerverbreiterung der Wasserstofflinien (5000…10 000 km/s). Die verbotenen Linien sind nur mäßig verbreitert (200…400 km/s).
2. Typ II: nur schmale Linien im Vergleich zu Typ I, 200…400 km/s.

Bei einigen Seyfertgalaxien hat man einen Typenwechsel innerhalb weniger Jahre festgestellt. Dies könnte durch eine Staubwolke entstehen, die sich vor das kleine Gebiet schiebt, aus dem die breiten Linien kommen. So wird aus einer Seyfertgalaxie Typ I eine solche vom Typ II.

Der Gesamtenergieausstoß der Seyfertgalaxien beträgt $10^{37\ldots38}$ W, die Helligkeit kann während einiger Tage bis Monate variieren. Viele Seyfertgalaxien sind Mitglieder eines Doppelsystems, und es spielen daher die Gezeitenwirkungen eine Rolle zur Erklärung ihrer Aktivität (Abb. 14.10).

BL-Lacertae-Objekte
Folgende charakteristische Eigenschaften gelten für diese Gruppe von Galaxien, die man zunächst irrtümlich für gewöhnliche veränderliche Sterne gehalten hat (deshalb auch die Bezeichnung, die eigentlich für veränderliche Sterne typisch ist):

- schneller Helligkeitswechsel im Radio-, IR- sowie im sichtbaren Bereich,
- keine Emissionslinien,
- nicht thermische kontinuierliche Strahlung,
- starke und rasch variable Polarisation,



Abb. 14.10 M77, Entfernung 60 Mio. Lichtjahre. Eine Seyfert-Galaxie vom Typ II

- erscheinen sternförmig,
- die Emissionen variieren rasch und zufällig (manchmal um bis zu einem Faktor von 100).

Normalerweise hat man bei aktiven Galaxien im UV-Bereich Synchrotronstrahlung. In der Nähe des Kerns befindet sich Gas, welches ionisiert wird, und durch Rekombination entstehen die Emissionslinien.

Man kennt etwa 40 BL-Lac-Objekte. Bei einigen findet man Anzeichen einer sie umgebenden Galaxie. Einige befinden sich in Galaxienhaufen. Da man keine Spektrallinien sieht, ist ihre Entfernungsbestimmung sehr schwierig. In einigen Fällen, wo das Kontinuum schwach ist, scheinen Emissionslinien durch, und aus der Rotverschiebung folgt deren Entfernung.

14.4.2 Radiogalaxien

Typischerweise strahlen Galaxien mit einer Leuchtkraft von 10^{33} W. Die Radiogalaxien strahlen im Radiobereich wesentlich heller mit bis zu 10^{37} W. Man unterscheidet hier zwei Gruppen: ausgedehnte Radiogalaxien und kompakte Radiogalaxien.

- Die ausgedehnten Radiogalaxien erscheinen oft als Doppelgalaxie, die durch Bögen verbunden sind (Distanz im Bereich eines Mpc). Die Radiokomponenten sind immer außerhalb der optisch sichtbaren Galaxie und wesentlich größer. Die Galaxie befindet sich meist im Zentrum der Radioquellen.
- Die kompakten Radiogalaxien sind wieder sehr klein (einige Lichtjahre), was die Ausdehnung der Radioquelle anbelangt, die in deren Kernen lokalisiert ist.

Wir betrachten Beispiele:

M87 (Abb. 14.11) besitzt im Kern eine Radioquelle mit 1,5 Lichtmonaten Durchmesser. Aus dem Kern ragt ein Jet heraus, der etwa 6000 Lichtjahre lang ist und eine Leuchtkraft von 10^{34} W besitzt. Die gesamte Galaxie wie auch der Jet emittieren Röntgenstrahlung. Mit dem VLA und dem Einstein-Satelliten wurden Knoten im Jet festgestellt. Mit dem HST hat man senkrecht zum Jet orientiert eine Akkretionsscheibe mit 65 Lj Durchmesser gefunden. Aus der Rotation der Materie in dieser Scheibe kann man auf die innen liegende Masse schließen: $3 \times 10^9\ M_\odot \rightarrow$ SMBH (voriger Abschnitt). Derartige Jets besitzen viele elliptische Galaxien im Kern sowie fast alle Radiogalaxien.

Cygnus A ist eine der stärksten Radioquellen am Himmel. Hier sieht man die typische Doppelstruktur einer Radiogalaxie. Man beobachtet zwei Bögen, aus denen im Radiobereich etwa 10^{38} W kommen, wobei jeder dieser Bögen, „Lobes", etwa 17 kpc Durchmesser hat. Die Galaxie befindet sich im Zentrum und ist vom Typ E mit einer Staubwolke in der Mitte. Es wird ein aktiver Kern beobachtet. Ein Überlagerung von Aufnahmen im Optischen-, Röntgen- sowie Radiobereich ist in Abb. 14.12 zu sehen.

Centaurus A: ist die uns am nächsten gelegene aktive Galaxie, $d = 10 \times 10^6$ Lj und ähnlich wie Cyg A. Innerhalb dieser Galaxie befindet sich eine weitere (Abb. 14.13). In der Abb. 14.14 sieht man eine Überlagerung des optischen Bildes mit dunklen Linien, die Radioemissionen andeuten, bzw. eines Infrarotbildes (ISO-Satellit). Die IR-Daten zeigen den Staub einer Spiralgalaxie an, während Cen A selbst eine elliptische Galaxie ist.

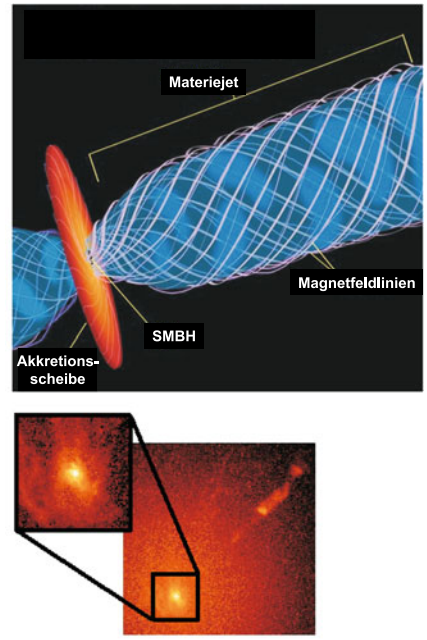


Abb. 14.11 M87 mit Materiejet, der durch Bündelung im starken Magnetfeld entsteht (HST-Aufnahme und NASA-Skizze)

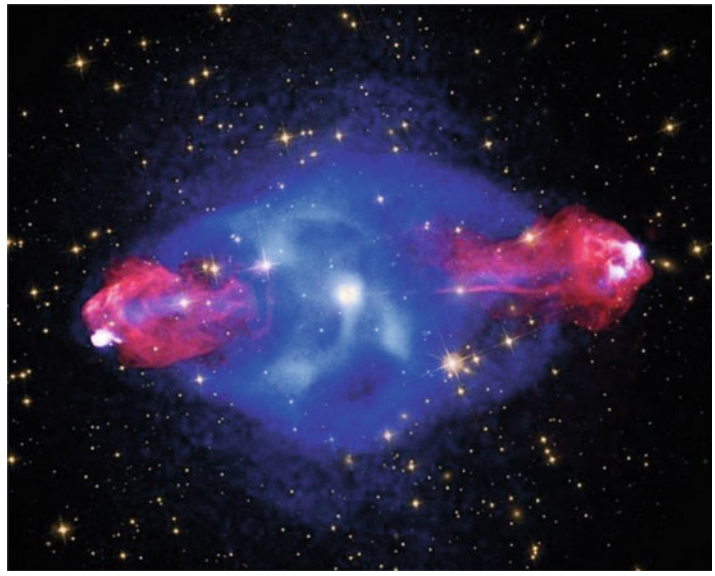


Abb. 14.12 Die Radiogalaxie Cygnus A, etwa 600 Mio. Lichtjahre von uns entfernt. Hier wurden optische Bilder (Hubble Teleskop) mit Röntgenbildern (CHANDRA) und Radiobildern (NSF, NRAO) überlagert



Abb. 14.13 Detailansicht von Centaurus A, aufgenommen mit der *wide field planetary camera* des HST

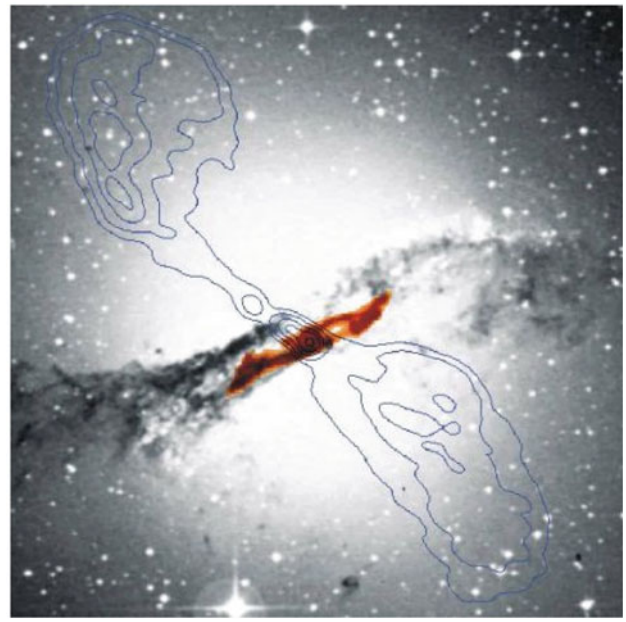


Abb. 14.14 Centaurus A: Dem optischen Bild ist eine Radiokonturkarte überlagert

Die Gravitation der elliptischen Galaxie dürfte für das Aufrechterhalten der Spiralstruktur verantwortlich sein. Materie fließt entlang der Spiralarme in ein zentrales supermassives Schwarzes Loch, dadurch entsteht die Radiostrahlung der elliptischen Galaxie.

Very Long Baseline Interferometry, VLBI

Da im Radiobereich aufgrund der langen Wellenlängen die Auflösung gering ist, versucht man viele Radioteleskope zu einem zusammenzuschalten (Abschnitt über Astronomische Instrumente). Ein neues Projekt bei diesen Bemühungen ist das EVN (europ. VLBI Network), in welchem insgesamt 18 Antennen betrieben werden. Man beobachtet pro Jahr in vier Sessions, von denen jede etwa drei bis fünf Wochen dauert.

Die Abb. 14.15 zeigt eine Überlagerung mehrerer Bilder. Im Hintergrund ist eine HDF *(Hubble-Deep Field)*-Aufnahme von weit entfernten Galaxien, darüber eine Radiokarte des Westerbrok-Radioteleskops (Konturen). Die HDF-Aufnahme wurde mit dem CFHT-Teleskop gemacht. Durch die große Basislinie haben diese Radioaufnahmen des VLBI (rechts) das dreifache Auflösungsvermögen gegenüber dem HST (Hubble-Space-Teleskop). Die Basis bildeten das 100-m-Radioteleskop in Effelsberg, das 76-m-Lovell-Teleskop in Großbritannien, die 70-m-NASA-DSN-Antenne in der Nähe von Madrid und sechs weitere Radioteleskope. Die Aufnahmen zeigen extrem kleine Radioquellen (Durchmesser um 600 Lichtjahre). Man interpretiert die Entstehung der Radiostrahlung dieser kompakten Quellen durch die Annahme eines supermassiven Schwarzen Lochs (mehrere 10^6 Sonnenmassen).

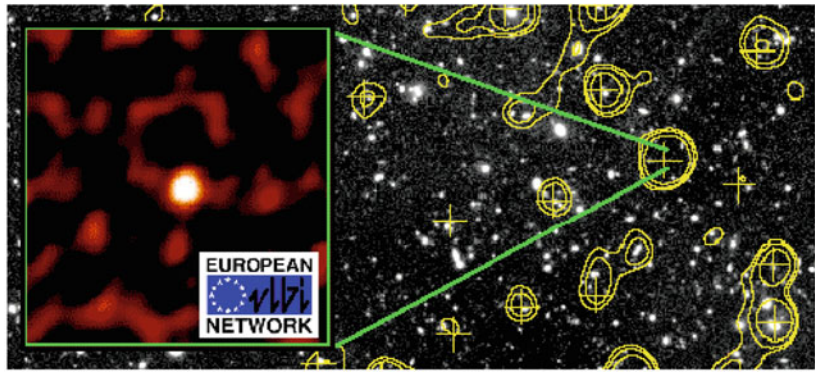


Abb. 14.15 Extrem weit entfernte schwache Radioquellen. Die Konturen von Daten des Westerbork-Radio-Teleskops sind eingetragen, die wiederum einem HDF überlagert sind (CFHT)

14.4.3 Quasare

Bis zum Jahr 1960 gab es mehrere Kataloge mit Radioquellen, und man versuchte, diese Radioquellen mit Sternen oder Galaxien zu identifizieren. *Th. A. Matthews* und *A. R. Sandage* fanden 1960 ein sternähnliches Objekt an der Position der Radioquelle 3C48 (3. Cambridge-Katalog). Man bezeichnete es als *quasistellares Objekt* oder kurz Quasar, QSO (Quasi Stellar Object). Im Spektrum zeigten sich sehr breite Emissionslinien, die aber zunächst nicht identifiziert werden konnten. *M. Schmidt* identifizierte dann im Jahre 1963 die Emissionslinien des Objekts 3C273: Er fand heraus, dass es sich um ganz gewöhnliche *Balmerlinien* handelt, die allerdings eine starke Rotverschiebung (0,158) aufweisen (Bsp. Abb. 14.16).

Die Rotverschiebung ist definiert durch den Dopplereffekt:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} = z \tag{14.21}$$

Somit ergibt sich für die Rotverschiebung die Beziehung:

$$v = cz \tag{14.22}$$

Eine Rotverschiebung von $z \geq 1$ hätte also zur Folge, dass sich das Objekt mit Überlichtgeschwindigkeit von uns weg bewegt.

Eine hohe Rotverschiebung ist allen Quasaren gemeinsam (die Werte gehen von 0,06 bis >6,0). Hier muss man die relativistische Formel für den Dopplereffekt anwenden:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} - 1 \tag{14.23}$$

Bei Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit ergeben sich Werte für die Rotverschiebung von größer als 1, wenn man die relativistische Dopplerformel anwendet.

Neben den breiten Emissionslinien, die stark rotverschoben sind, besitzen viele Quasarspektren auch Absorptionslinien. Um Absorptionslinien zu beobachten, benötigt man a) eine Quelle kontinuierlicher Emission und b) zwischen dieser Quelle und dem Beobachter ein Medium, welches absorbiert. Die Rotverschiebungen der Absorptionslinien unterscheiden sich oft von denen der Emissionslinien. Man muss bedenken, dass die Quasare sehr weit von uns entfernt sind und die Absorption irgendwo zwischen Quasar und Beobachter stattfinden kann. Nach ihren Absorptionslinien kann man die Quasare einteilen in:

- Quasare mit breiten Absorptionslinien: Das Gas befindet sich in der Umgebung des Quasars, interstellare Wolken, die stark beschleunigt werden und mit bis zu 0,1 c expandieren.
- Quasare mit scharfen Linien: Hier betragen die Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen Emissionslinien und Absorptionslinien nur 3000 km/s. Man sieht auch Linien von Metallen.
- Quasare mit scharfen Metalllinien.
- *Lyman Alpha Forest:* Hier hat man Linien geringer Geschwindigkeitsdispersion. Bsp.: Quasar PHL 938 hat in Emission eine Rotverschiebung von 1,955, in Absorption allerdings 1,949, 1,945 bzw. 0,613. Licht eines Quasars mit $z = 2$ kann auf dem Weg zum Beobachter bis zu 20 Galaxienhaufen durchqueren und so derartige Linien erzeugen. 60 % der Linien des H-Lyman-Forest erklärt man auf diese Weise, der Rest könnte auf Materie hinweisen, die sich nicht zu Galaxien zusammengeballt hat.

Aus den beobachteten Helligkeitsänderungen der Quasare, die sich innerhalb von Tagen bis zu einem Jahr abspielen, kann man deren Größe abschätzen: Sei die Periode der Änderung t, dann folgt der Radius des Objekts R aus:

$$R \leq ct \tag{14.24}$$

Es hat auch Versuche gegeben, die hohe Rotverschiebung der Quasare, die über die Hubble-Beziehung zugleich eine große Entfernung bedeutet, anders zu deuten, jedoch spricht bei den Quasaren alles dafür, dass sie tatsächlich extrem weit entfernt sind. Da sie jedoch sehr hell sind (einige von 13. Größenklasse), wird in ihnen bis zu 1000-mal mehr an Energie produziert als in den hellsten Galaxien, und das auf kleinstem Raum (wenige Lichttage). Das kontinuierliche Spektrum entsteht durch Synchrotronstrahlung. Elektronen kreisen in einem Magnetfeld, werden also beschleunigt. Sie strahlen ab und bewegen sich dadurch langsamer. So kann man abschätzen, dass pro Jahr etwa 10^{43} J abgestrahlt werden. Man nimmt an, dass sich im Zentrum eines Quasars ein supermassives Schwarzes Loch befindet mit Massen bis zu $10^{7\ldots9}\, M_\odot$. Vorbeiziehende Sterne werden durch die Gezeitenwirkung zerrissen,

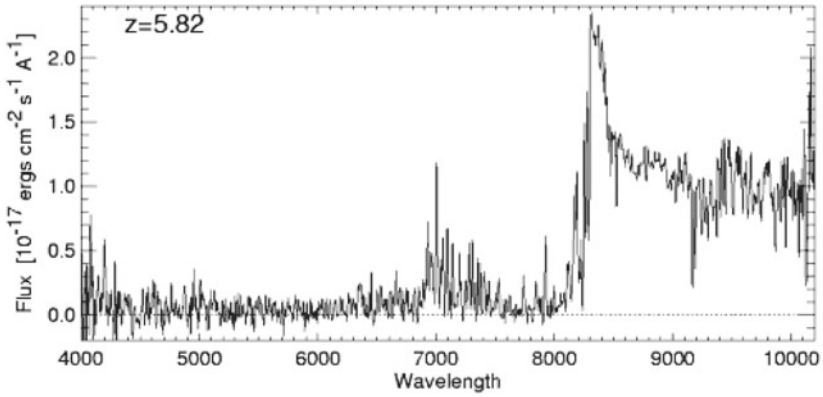


Abb. 14.16 Die Lyman-α-Emissionslinie von einem Quasar mit $z = 5{,}82$. Links wird die Emission durch Absorption überlagert (Lyman-α-Forest). Man beachte: durch die hohe Rotverschiebung liegt die Linien im nahen IR!

die Materie bildet eine *Akkretionsscheibe* wie bei den früher besprochenen Röntgendoppelquellen. Ionisiertes Gas strömt senkrecht zur Rotationsebene der Akkretionsscheibe als Jet hinaus. Rechnungen ergeben, dass man etwa eine Sonnenmasse pro Jahr benötigt, um $10^{12}\, L_\odot$ zu erklären.

Schätzen wir ab, welcher Energiebetrag beim Einfall einer Sonnenmasse m auf ein Schwarzes Loch von $M = 10^9$ Sonnenmassen frei wird. Nehmen wir an, die Masse falle aus dem Unendlichen bis auf $R = 3 \times 10^9$ km.

$$E_{\text{pot}} = -\frac{GMm}{R} \tag{14.25}$$

Man erhält $E = 10^{47}$ J. Die Umwandlung dieser frei werdenden Energie zu Strahlung ist aber nicht 100 %, es wird auch die Materie in der Akkretionsscheibe beschleunigt usw.

Beim Quasar 3C 273 hat man die Ausbreitung einer Gasblase längs des vom Kern ausgehenden Jets mit Überlichtgeschwindigkeit festgestellt (Abb. 14.17).

Dies kann man leicht verstehen, wenn man davon ausgeht, dass der Jet nur wenig gegenüber der Sehlinie des Beobachters geneigt ist (Abb. 14.18). Nehmen wir an, in einem Jet werden Materiemassen nahezu mit der Lichtgeschwindigkeit ausgestoßen. Der Jet habe einen Winkel von 8 Grad zur Sehlinie. Der Jet werde vom Kern N ausgestoßen und erreiche den Punkt A in 101 Jahren. Den Punkt B soll er in 100 Jahren erreichen. Der Winkel zwischen A und B beträgt also 8 Grad, was aber 14 Lichtjahren entspricht. Aber das Licht an B ist ein Jahr früher angekommen als das an A. Das Licht erreicht uns als Beobachter nach mehreren Milliarden Jahren. Zunächst erreicht uns das Licht von B und nach einem Jahr das von A. Wir haben daher den Eindruck, dass sich die Quelle innerhalb eines Jahres von B nach A bewegt hat und dabei die Distanz von 14 Lichtjahren zurückgelegt hat! Daher interpretiert man fälschlicherweise die Geschwindigkeit $v = 14\, c$.



Abb. 14.17 Der Quasar (erscheint sternförmig) 3C273 mit einem Jet. NASA

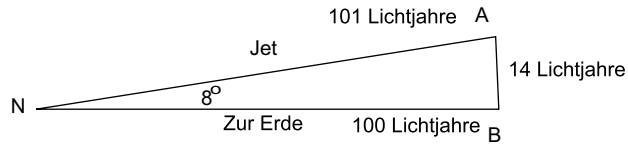


Abb. 14.18 Zur Erklärung von Überlichtgeschwindigkeiten

In starken Gravitationsfeldern wird Licht abgelenkt. Dies hat man durch die Messung der *Ablenkung der Lichtstrahlen* von Sternen bei totalen Sonnenfinsternissen bewiesen. Man hat *Doppelquasare* gefunden mit identischen Eigenschaften: Die Quasare 0957+561A und 0957+561B sind nur $6''$ entfernt, ihre Spektren sind fast identisch und haben $z = 1{,}41$. Diese sind optische Bilder ein und desselben Quasars, die durch eine dazwischenliegende Galaxie entstehen. Derartige Beobachtungen von *Gravitationslinsen* sind aus mehreren Gründen besonders wichtig:

- Beweis für die Allgemeine Relativitätstheorie.
- Der Quasar ist weiter entfernt als die Galaxie, daher Beweis dafür, dass deren Rotverschiebungen wirklich „kosmologisch“ zu deuten sind, also ihre Entfernungen anzeigen.
- Kühles Gas im Bereich der Galaxie erzeugt die Absorptionslinien.

In Abb. 14.16 sieht man das Spektrum eines Quasars mit $z = 5{,}82$. Quasare müssen sich also schon sehr früh im Universum gebildet haben. Im Bereich zwischen $z = 2$ und $z = 4$ ist die Quasardichte 100-mal so groß wie heute.

Betrachten wir ein einfaches Beispiel. Sei D_{ls} die Entfernung von der Quelle (Quasar) zur Linse (Galaxie), D_l die Entfernung der Linse zum Beobachter und D_s die Entfernung der Quelle zum Beobachter. Dann findet man folgenden Ausdruck für die Ablenkung θ (Abb. 14.19), wenn die Quelle punktförmig ist:

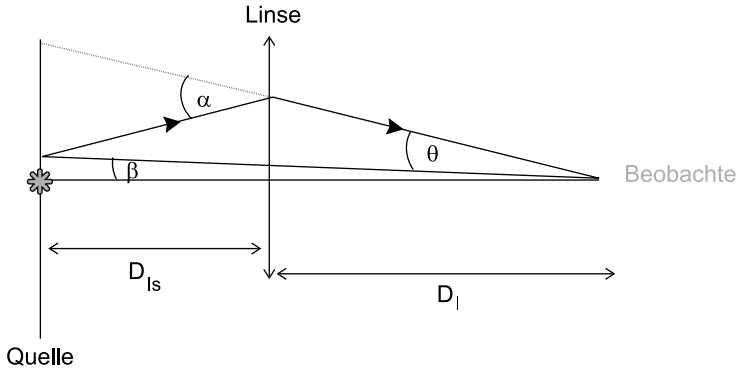


Abb. 14.19 Zur Entstehung einer Gravitationslinse. Das Licht einer Quelle (z. B. eines weit entfernten Quasars) passiert eine Linse (z. B. eine Galaxie) und wird dabei abgelenkt, was zu Mehrfachbildern der Quelle führt

Tab. 14.2 Relative Leuchtkraft verschiedener Objekte in unterschiedlichen Wellenlängenbereichen

Objekt	Röntgen	Optisch	Radio
Milchstraße	1	1	1
Radiogalaxie	$100 - 5000$	2	$2000 - 2 \times 10^6$
Seyfertgalaxie	$300 - 70.000$	2	$20 - 2 \times 10^6$
Quasar 3C273	$2{,}5 \times 10^6$	250	6×10^6

$$\theta = \sqrt{\frac{D_{ls}}{D_l D_s} \frac{4GM}{c^2}} \tag{14.26}$$

Für eine kreisförmige Linse beträgt die Vergrößerung (Verhältnis der Bildfläche zur Fläche der Quelle):

$$\mu = \frac{\theta}{\beta} \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\beta} \tag{14.27}$$

In der Tab. 14.2 ist die relative Leuchtkraft verschiedener Objekte als Vergleich angegeben.

Mikroquasare

Quasare sind im Wesentlichen AGNs, *Mikroquasare* sind von wesentlich kleinerer Längenskala. Es handelt sich um Doppelsterne, deren kompakte Komponente ein Schwarzes Loch ist. Ein massereicher Sterne (10 bis 30 $M_\odot$) verliert Masse an das Schwarze Loch. Die Akkretionsrate liegt bei $10^{-4}\, M_\odot$ pro Jahr. Die Akkretionsscheibe heizt sich stark auf → Röntgenemission. Mikroquasare sind also Röntgendoppelsterne (XRBs, *X-ray binaries*). Man unterscheidet noch die LMXBs (low mass …), HMXBs *(high mass …),* BHXBs *(black hole…),* ULX *(ultra luminous sources).* Eine bekannte Quelle ist z. B. Cyg X-1, SS433.

14.4.4 Galaxien mit hoher Rotverschiebung

Seit 1996 kennt man viele Galaxien mit $z = 3$. Zum Auffinden derartiger Objekte verwendet man Schmalbandfilter. Angenommen, eine Galaxie hat $z = 3$. Sie zeigt dann deutlich weniger Licht bei $\lambda \leq 480\,\text{nm} \approx (1+3)121.6\,\text{nm}$ als bei größeren Wellenlängen. Bei Wellenlängen unterhalb 360 nm ($\approx (1+3)\,91.2\,\text{nm}$) hat man fast keine Strahlung mehr, da die Absorption von Photonen durch Ionisation noch effizienter ist als die L_α-Absorption. Eine derartige Galaxie ist also im U-Filter unsichtbar, und man hat einen U-dropout. In der Praxis vergleicht man die Helligkeit in drei Filtern und findet so stark rotverschobene Galaxien.

14.4.5 Blazare

Um als Blazar klassifiziert zu werden, muss ein Objekt folgende Bedingungen erfüllen:

- Das Objekt muss punktförmig erscheinen; einige Blazare haben schwache Nebel um sich herum, jedoch kommt fast die gesamte Strahlung vom Blazar.
- In den Spektren gibt es keine Absorptionslinien.
- Sichtbares Licht ist meistens teilweise polarisiert.
- Seine Strahlung variiert viel schneller und mit größerer Amplitude auf allen Wellenlängen als bei einem normalen Quasar.

Man nimmt an, dass es sich dabei um einen Gasjet handelt, der aus Material in der Umgebung eines Schwarzen Lochs stammt; der Jet zeigt fast genau in Richtung Erde. In einem Gammastrahlen-Energiebereich zwischen 30 MeV und 30 GeV konnten 60 Blazare gefunden werden. Diese Gammastrahlen können nur in relativistischen Jets entstehen.

14.5 Galaxienhaufen

Die Galaxien ordnen sich in Galaxienhaufen. Diese wiederum sind meist Teil von sogenannten Superhaufen. Die Superhaufen sind somit die größten Strukturen im Universum.

14.5.1 Die Lokale Gruppe

Unsere Milchstraße gehört mit etwa 20 anderen Galaxien zur sogenannten *Lokalen Gruppe.* In dieser gibt es nur drei große Spiralgalaxien, die Andromedagalaxie M31, den Dreiecksnebel M33 sowie unser eigenes System. Die anderen Mitglieder sind Zwerggalaxien so wie die große und die kleine Magellan'sche Wolke (Tab. 14.3, die Draco-Zwerggalaxie ist als Vergleich angeführt).

Tab. 14.3 Daten einiger Mitglieder der Lokalen Gruppe

Objekt	Typ	M_V	Entfernung (kpc)	Masse ($M_\odot$)
M 31	Sb	–21.1	690	3×10^{11}
Milchstraße	Sb od. Sc	–21	–	4×10^{11}
M 33	Sc	–18.9	690	4×10^{10}
LMC	Irr I	–18.5	50	6×10^{9}
SMC	Irr I	–16.8	60	1.5×10^{9}
Draco	dE3	–8.6	67	10^{5}

14.5.2 Abell-Verzeichnis von Galaxienhaufen

Abell hat Galaxienhaufen in regelmäßige (zeigen sphärische Symmetrie) und irreguläre unterteilt. Beispiele für Galaxienhaufen findet man in den Abb. 14.20 und 14.21. Die regelmäßigen Haufen enthalten nur E- oder S0-Systeme und haben viele Mitglieder (mehr als 1000). Die unregelmäßigen Systeme umfassen alle Galaxientypen. Zu diesem Typ von Galaxienhaufen gehört auch unsere Lokale Gruppe. Sie enthalten wenig Mitglieder. Die Lokale Gruppe erstreckt sich über etwa 1 Mpc. Ein Nachbarhaufen ist das Fornax-System und enthält etwa 16 Systeme. Der Comahaufen erstreckt sich über fast 10 Mpc und enthält 100 Galaxien, die heller als $M = -16$ sind. Der nächste große Galaxienhaufen ist der Virgohaufen, der sich über 12° am Himmel erstreckt und etwa 16 Mpc von uns entfernt ist. Sein Durchmesser beträgt 3 Mpc. Aus dem Palomar Sky Survey hat Abell 2700 Haufen gefunden. Beispiele für Galaxienhaufen sind in Tab. 14.4 gegeben.

Wichtig für das Verständnis der Galaxienhaufen ist die Leuchtkraftfunktion. Diese gibt an, wie viele Galaxien es bei einer bestimmten Helligkeit pro Volumeneinheit im Raum gibt. Man trägt in ein Diagramm als Abszisse ein Größenklassenintervall und als Ordinate den log der Anzahl der Galaxien ein.

14.5.3 Galaxienkollisionen

Vergleicht man die Verteilung der Galaxien in einem Galaxienhaufen mit dem Durchmesser, dann ergibt sich, dass der durchschnittliche Abstand der Galaxien weniger als deren 100-fachem Durchmesser entspricht. Die Verteilung der Planeten im Sonnensystem hingegen sieht anders aus: Die Abstände zwischen den Planeten betragen etwa das 10^5-Fache ihres Durchmessers, und für die Verteilung der Sterne in einer Galaxis erhält man den Faktor 10^7. Aus dieser Abschätzung wird sofort klar, dass es relativ häufig zu Zusammenstößen zwischen Galaxien kommt, bei denen jedoch extrem selten Sterne zusammenstoßen. Wohl aber ändert sich bei einem derartigen Zusammenstoß die Form der betroffenen Galaxien



Abb. 14.20 Ein Galaxienhaufen, Entfernung 142 Mpc, Bilddurchmesser etwa 120 kpc. Im Vordergrund die riesige elliptische Galaxie ESO 325-G004, Abell S0740. (Quelle: Hubble Space Telescope)

durch die Gezeitenwechselwirkung. Hier wäre beispielsweise die Gruppe der cD-Galaxien zu erwähnen, die sich auszeichnen durch:

- weit ausgedehnte Halos (bis 1 Mpc),
- manchmal Mehrfachkerne,
- im Zentrum von Galaxienhaufen.

Da mehr als 50 % der cD-Galaxien Mehrfachkerne besitzen, kann man annehmen, dass sie durch Kannibalismus entstanden sind.

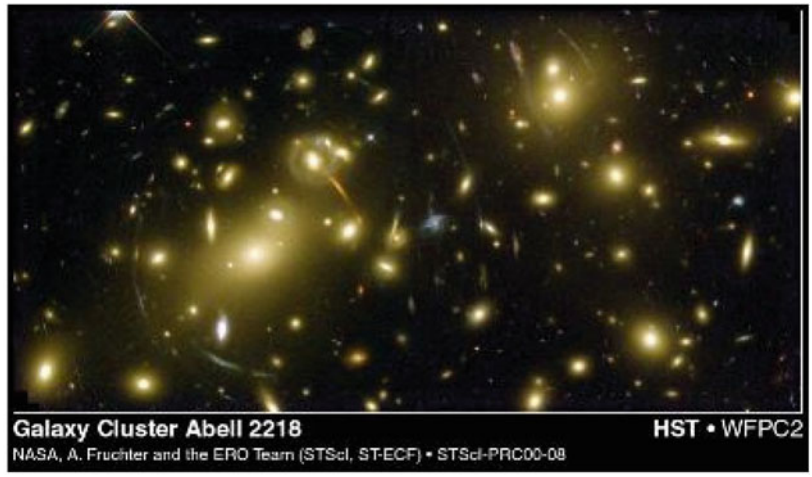


Abb. 14.21 Der Galaxienhaufen Abell 2218. Man beachte in der Abbildung den Gravitationslinseffekt. Hubble Space Telescope

Tab. 14.4 Einige Galaxienhaufen

Bezeichnung	Ausdehnung [°]	Entf. [Mpc]	Radius [Mpc]	L [$10^{11}\ L_{\odot}$]
Ursa Major	0,7	270	1,31	7,1
Virgo	12	19	1,07	12
Canes Venatici	19	8	1,23	1,5
Coma	4	113	2,6	49
Pisces	10	66	0,47	4,2

Galaxienhaufen werden nach *Bautz* und *Morgan* wie folgt klassifiziert:

- Typ I: Der Haufen wird durch eine massereiche cD Galaxie dominiert.
- Typ II: Enthält vorwiegend elliptische Galaxien.
- Type III: Wird unterteilt in IIIE, der Haufen enthält wenig Spiralgalaxien, und IIIS, der Haufen enthält viele Spiralgalaxien.

Galaxien kommen in Galaxienhaufen vor, Kollisionen zwischen Galaxien ereigneten sich im Laufe der Entwicklung des Universums immer wieder.

Die Milchstraße wird in etwa 4 Mrd. Jahren mit der Andromedagalaxie kollidieren.

Während die Wahrscheinlichkeit des Zusammenstoßes zwischen Sternen während einer Galaxienkollision extrem gering ist, kommt es zu Kompressionen des interstellaren Gases, wodurch die Rate der Sternentstehung stark zunimmt.

14.5.4 Superhaufen

Durch Zählungen der Galaxien im *Palomar Sky Survey* fand man mehrere Millionen Galaxien. Ein zweidimensionales Bild zeigt, dass diese oft durch Ketten miteinander verbunden sind und eine höhere Strukturierung vorliegt. Der lokale Superhaufen wird vom Virgo-Haufen dominiert und enthält auch die Lokale Gruppe. Weitere Superhaufen wie Hercules oder der in der Hydrus-Centaurus-Region wurden gefunden. Dazwischen gibt es jedoch auch leere Bereiche, die man als *Voids* bezeichnet (Bootes Void). Die Superhaufen sind nicht sphärisch, sondern gekrümmte, oft pfannkuchenartige Filamente. Alle reichen Haufen befinden sich innerhalb von Superhaufen, und wahrscheinlich liegen mehr als 90 % aller Galaxien in Superhaufen. Die Voids sind sphärisch und enthalten keine hellen Galaxien. Auch zwischen den Haufen gibt es Materie, die intergalaktische Materie.

Aus einer statistischen Untersuchung der Entfernung von Galaxien, abgeleitet aus deren Rotverschiebung und verglichen mit anderen Methoden der Entfernungsbestimmung, zeigt sich für Galaxien unserer Umgebung, dass es eine systematische Abweichung gibt, die man mit dem *Großen Attraktor* erklärt. Die Lokale Gruppe fällt in das Zentrum des lokalen Superhaufens (nahe Virgo), der wiederum sich mit 570 km/s nach $l = 307°$, $b = 9°$ bewegt. Das dazu erforderliche Gravitationspotenzial erfordert 5×10^{16} Sterne. Dieser Große Attraktor liegt in der Ebene der Galaxis, wo die interstellare Absorption sehr stark und er deshalb schwierig zu beobachten ist.

Der Galaxienhaufen Abell 2218 ist Abb. 14.21 wiedergegeben.

WINGS steht für Wide Field Nearby Galaxy Cluster Survey. In diesem Verzeichnis finden sich 77 über den Nord- und Südhimmel verteilte Galaxienhaufen. Spektroskopische Untersuchungen wurden mit dem 4,2 m William Herschel Teleskop auf La Palma gemacht. Das verwendete Instrument ist der 2dF Multfiber Spectrograph. Bis zu 150 Glasfiberkabel mit je 1,6 Bogensekunden Durchmesser wurden dabei verwendet.

Wir geben als Beispiel für WINGS-Spektren in Abb. 14.22 einige Galaxienspektren. Die Position typischer Linien sind eingetragen. Man beachte, wie durch die zunehmende Rotverschiebung z die Position der Linien verschoben wird.

14.5.5 Besondere Galaxienhaufen

Wir geben einige Beispiele von speziellen Galaxienhaufen, um die Dynamik im Universum zu illustrieren. Beim sogenannten Bullet Cluster handelt es sich in Wirklichkeit um zwei kollidierende Galaxienhaufen. Dazwischen ist leerer Raum, jedoch zeigen Computermodelle,

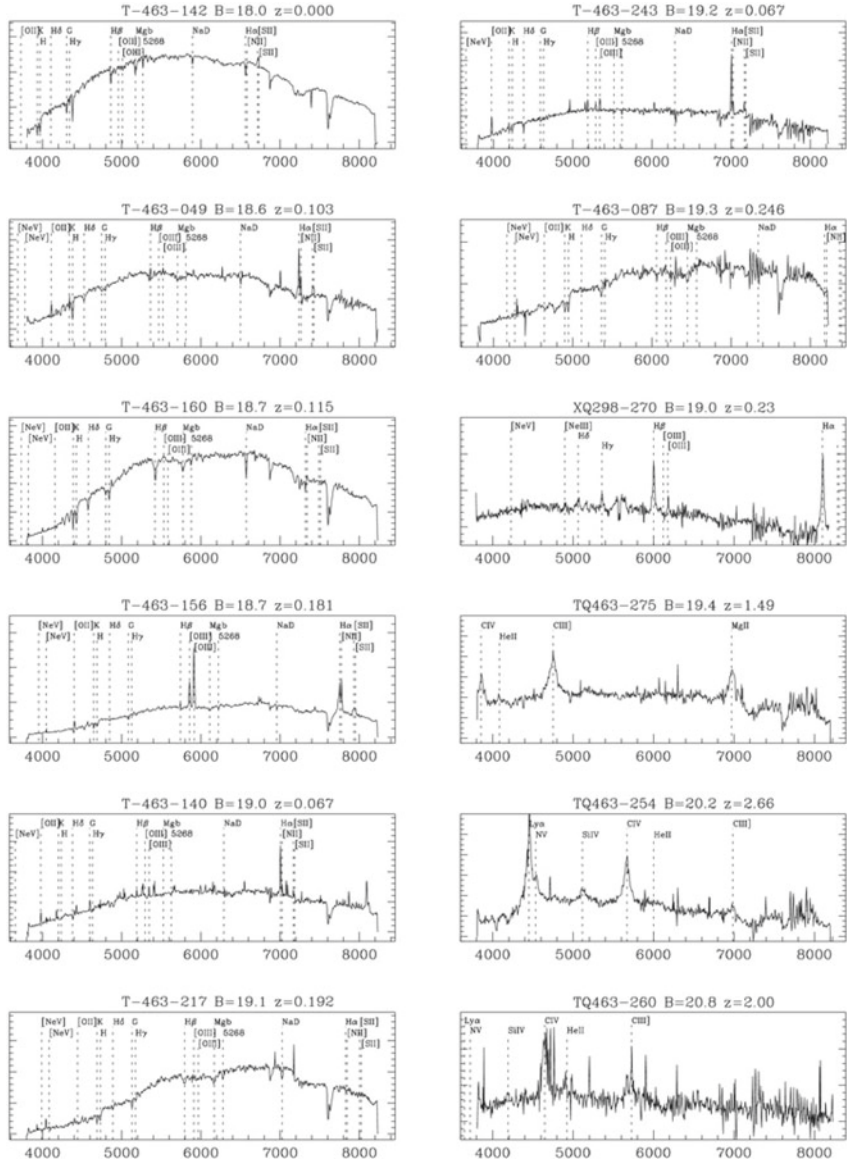


Abb. 14.22 Spektren aus dem WINGS Projekt. z steht für die Rotverschiebung. Die Position von typischen Spektrallinien ist eingetragen. (Credit: 2dFGRS Team)

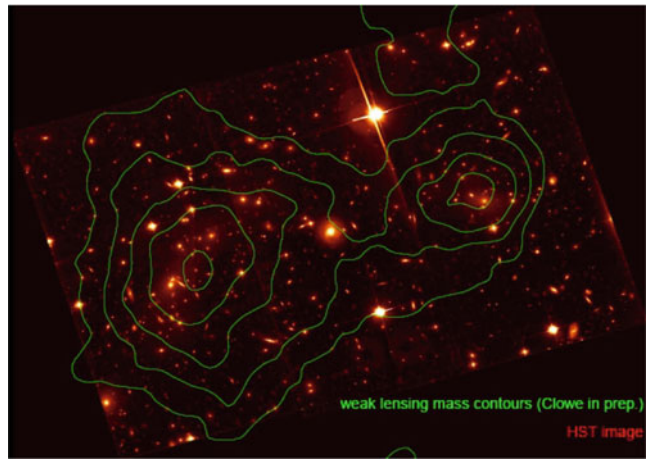


Abb. 14.23 Bullet-Cluster mit Konturen die sich aus der Verteilung der Masse ergeben; daraus folgt die Verteilung der Dunklen Materie. NASA, Hubble Space Telescope

dass sich hier Dunkle Materie befinden muss (siehe Abb. 14.23). Die Entfernung beträgt 3,7 Mrd. Lichtjahre (GLj). Im Röntgenlicht kann man mit dem Röntgensatelliten CHANDRA die Emission der kollidierenden Gaskomponenten beider Galaxien sehen. Somit ergibt sich die Verteilung baryonischer Materie. Die Kollision dürfte sich bereits vor etwa 150 Mio. Jahren ereignet haben. Hintergrundobjekte sind dem Gravitationslinseneffekt durch die beiden Galaxienhaufen unterworfen → Verteilung der Dunklen Materie. Dies ist in Abb. 14.23 anhand des Konturenplots dargestellt.

Ein weiteres Beispiel für einen ziemlich chaotischen Galaxienhaufen ist Abell 520 (Abb. 14.24). Die große zusammengesetzte Aufnahme zeigt die Masseverteilung aus baryonischer (sichtbare) und Dunkler Materie sowie eine Zusammensetzung von Aufnahmen im sichtbaren Licht und im Röntgenlicht. Die Verteilung der Dunklen Materie in diesem Haufen ist ungewöhnlich, sie ist nicht an den Rändern des Haufens, sondern zur Mitte hin stark konzentriert.

Die Milchstraße gehört zur lokalen Gruppe, die wiederum Teil des lokalen Superhaufens ist.

14.6 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.
Galaxies: Birth and Destiny of our Universe, G. Schilling, Firefly Books, 2019

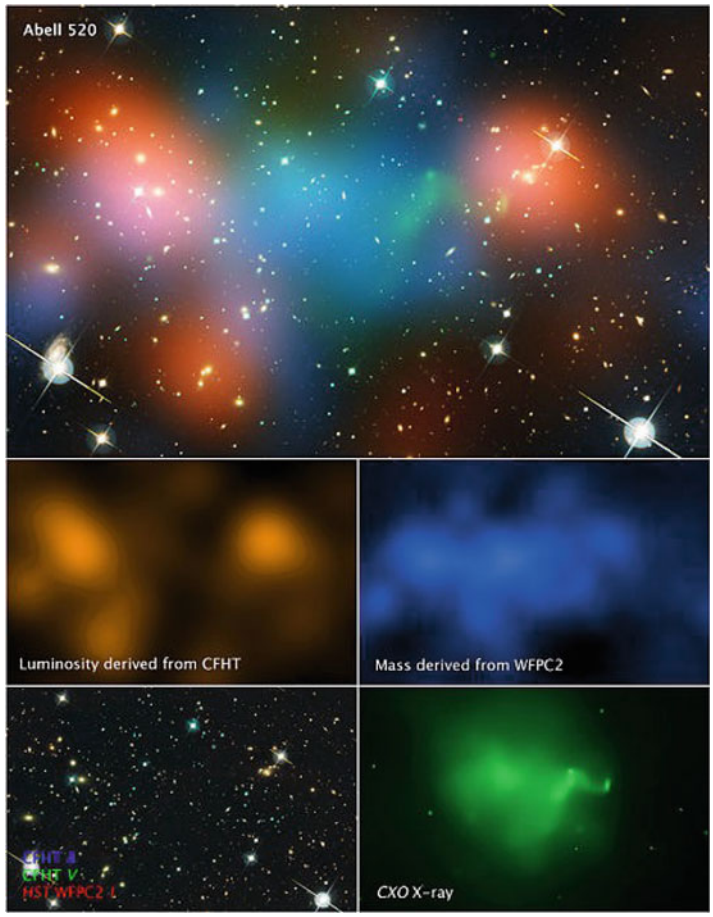


Abb. 14.24 Der Galaxienhaufen A520. Aufnahmen aus unterschiedlichen Wellenlängenbereichen sowie Komposit (obiges großes Bild). NASA, CHANDRA

Galaxy Formation, M.S. Longair, Springer, 2008
Galactic Dynamics, J. Binney, S. Tremaine, Princeton Series in Astrophysics, 2008
Gas Accretion onto Galaxies, A, Fox, R. Dave, Springer, 2017
Astrophysics of Gaseous Nebulae and Active Galactic Nuclei, D.E. Osterbrock, G.J. Ferland, Univ. Science Books, 2005
Physics of Active Galactic Nuclei at all Scales, D. Alloin, R. Johnson, P. Lira, Springer Lec. Notes in Physics, 2006
Fifty Years of Quasars, M. D'Onofrio, P. Marziani, J.W. Sulentic, Springer, 2012
Gravitational Lensing of Quasars, A. Eigenbrod, EPFL Press, 2011
The Formation and Disruption of Black Hole Jets, I. Contopoulos, D. Gabuzda, N. Kylafis, Springer, 2014

Aufgaben

14.1 Als Durchschnittswert kann man mit einem Durchmesser von 15 kpc für eine Galaxie rechnen. Man bestimme die Winkelausdehnung der Andromedagalaxie, deren Entfernung 600 kpc beträgt!

Lösung
Mehr als Vollmonddurchmesser.

14.2 Man berechne, bei welcher Wellenlänge man die Hα-Linie des Wasserstoffs sieht für den oben angegebenen Quasar 3C273, $z = 0{,}157$.

Lösung
Die Wellenlänge wird von 656,3 nm auf 656,3 nm + 656,3 $\times$ 0,157 nm verschoben.

14.3 Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich ein Quasar mit $z = 2$ von uns weg?

Lösung
$z = 2 = \Delta\lambda/\lambda_0 = [(1 + v/c)/(1 - v/c)]^{1/2} - 1$ und
$(1 + v/c)/(1 - v/c)) = 3^2 = 9 \qquad v/c = 8/10 = 0{,}8$

Kosmologie

15

Inhaltsverzeichnis

15.1 Expansion des Universums 562
15.2 Newton'sche Kosmologie 568
15.3 Relativitätstheorie 570
15.4 Dunkle Energie, beschleunigte Expansion 587
15.5 Das frühe Universum 590
15.6 Symmetriebrechung im frühen Universum 600
15.7 Zeitskala 612
15.8 Weiterführende Literatur 613
Aufgaben 614

Wie groß ist das Universum, wie alt ist es, wie ist es entstanden, wie sieht dessen zukünftige Entwicklung aus? Mit derartigen Fragestellungen befasst sich die *Kosmologie.* Erste philosophische Überlegungen über den Aufbau des Weltalls finden wir bereits bei den Völkern des Altertums.

Eine große Rolle für das Verständnis des Aufbaus des Universums spielen Entfernungsbestimmungen, und hier erwähnen wir drei Meilensteine:

Copernicus, Kepler Befassten sich mit Entfernungen und Dynamik der Körper des Sonnensystems;

Bessel Erste Messung einer Fixsternparallaxe. *Bessel* verwendete den Stern 61 Cygni, der die damals größte bekannte Eigenbewegung zeigte: 4,1″/Jahr in Rektaszension und 3,2″/Jahr in Deklination. Im Jahre 1838 bestimmte er die Parallaxe dieses Sternes: 0,3″. Diese Messung zeigte endgültig: Unser Sonnensystem ist nur ein winziger Teil des Universums.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_15

Hubble Aus der Perioden-Leuchtkraft-Beziehung der Cepheiden konnte er zum ersten Mal die Entfernung des „Andromedanebels“ bestimmen und diesen als extragalaktisches System klassifizieren.[1]

Erst seit etwa 100 Jahren wissen wir, dass es neben unserer Galaxis sehr viele andere Galaxien gibt.

Die moderne Kosmologie hat maßgeblich zur Entwicklung der Allgemeinen Relativitätstheorie und der modernen Teilchenphysik beigetragen.

15.1 Expansion des Universums

In diesem Abschnitt werden für die Kosmologie relevante Beobachtungsergebnisse diskutiert. Anhand dieser kann man dann ein Modell der Entstehung und Entwicklung des Universums erstellen.

15.1.1 Blick in die Vergangenheit

Generell: Die Objekte (Galaxien) sind sehr weit von uns entfernt; in letzter Zeit erfolgte ein großer Erkenntnisgewinn durch die Entwicklung neuer Detektoren (CCD, CMOS) und Großteleskope (> 8 m). Die Objekte befinden sich in einem Abstand D von uns. Das Licht breitet sich mit endlicher Geschwindigkeit c aus, und deshalb sehen wir eine Quelle im Abstand D heute in einem Zustand, in dem sie um eine Zeitspanne Δt jünger war als heute:

$$\Delta t = \frac{D}{c} \tag{15.1}$$

Der heutige Zustand des Universums ist nur in der näheren Umgebung beobachtbar. Wir blicken quasi in die Vergangenheit

Beobachten wir Galaxien in einer Entfernung von 10^{10} Lichtjahren, sehen wir Licht aus einer Zeit, als das Alter des Universums (etwa 13,7 Mrd. Jahre) nur etwa 1/3 des heutigen betrug!

[1] Er berichtete auf der Jahrestagung der American Astronomical Society, 1925, „Cepheids in Spiral Nebula“.

Nehmen wir an, wir befinden uns in einem euklidischen Raum an der Stelle $\mathbf{r} = 0$ zur Zeit $t = t_0$. Da sich das Licht mit endlicher Geschwindigkeit ausbreitet, sehen wir nur Raum-Zeit-Punkte, für die gilt:

$$|\mathbf{r}| = c(t_0 - t) \tag{15.2}$$

d. h. nur dieser Teil des Universums ist für uns beobachtbar.

15.1.2 Olbers-Paradoxon

Olbers (1758–1840) stellte sich die Frage: Warum ist es in der Nacht dunkel? Nehmen wir an, n_* ist die Anzahldichte von Sternen und n_* sei konstant in Raum und Zeit. Die Anzahl der Sterne in einer Kugelschale mit Radius r und Dicke dr beträgt $n_* 4\pi r^2 dr$. Jeder Stern nimmt einen Raumwinkel $\pi R_*^2/r^2$ ein, die Sterne in der Kugelschale nehmen also den Raumwinkel

$$d\omega = 4\pi r^2 dr n_* R_*^2 \pi / r^2 \tag{15.3}$$

ein, d. h. r kürzt sich heraus. Der Himmel wäre also von Sternscheibchen vollständig gefüllt und würde hell sein (leuchten wie ein Körper mit einer Temperatur von ca. 10^4 K).

Daher kann das Universum (i) nicht unendlich ausgedehnt sein, (ii) nicht seit unendlich langer Zeit bestehen.

15.1.3 Zählungen

Zählt man Galaxien mit einer Helligkeit $n > L$, dann befinden sich in einer Kugelschale mit Radius r und Dicke dr

$$n(> L) 4\pi r^2 dr \tag{15.4}$$

Galaxien. Wir nehmen weiterhin an, dass die Leuchtkraftfunktion räumlich und zeitlich konstant sei.

Der Zusammenhang zwischen Fluss S und Leuchtkraft L ist

$$L = 4\pi r^2 S \tag{15.5}$$

und man findet für die Anzahl:

$$N(> S) = \int_0^\infty dr 4\pi r^2 n(> S 4\pi r^2) \tag{15.6}$$

Wegen $L = S4\pi r^2$, $r = \sqrt{L/(4\pi S)}$ und $dr = dL/(2\sqrt{4\pi LS})$ finden wir

$$N(>S) = \int_0^\infty \frac{dL}{2\sqrt{4\pi LS}} \frac{L}{4\pi S} n(>L)$$
$$= \frac{1}{16\pi^{3/2}} S^{-3/2} \int_0^\infty dL\sqrt{L} n(>L) \tag{15.7}$$

Wir sehen: Unabhängig von der Leuchtkraftfunktion gilt für die Zählung der Galaxien im Universum:

$$N(>S) \propto S^{-3/2} \tag{15.8}$$

Dies steht jedoch im Widerspruch zu Beobachtungen.

Das Universum kann nicht euklidisch, unendlich und statisch sein.

15.1.4 Die Galaxienflucht

Sei v die gemessene Radialgeschwindigkeit einer Galaxie, d deren Entfernung. *Hubble* fand um 1926, dass sich die Galaxien von uns wegbewegen, wobei die Geschwindigkeit proportional zur Entfernung der Galaxie ist.

Die *Hubble-Beziehung*

$$v = dH_0 \tag{15.9}$$

besagt, dass sich a) die Galaxien von uns wegbewegen (abgesehen von denjenigen, die sich in unserem Galaxienhaufen befinden) und b) die Fluchtgeschwindigkeit der Galaxien umso größer ist, je weiter sie von uns entfernt sind (Abstand d). Führt man die Rotverschiebung z ein, dann gilt:

$$v = cz \qquad d = cz/H_0 \tag{15.10}$$

Wenn sich alle Galaxien von uns fort bewegen, könnte man meinen, wir sind der Mittelpunkt des Universums. Aber die Erklärung ist ganz einfach. Die Galaxienflucht spiegelt die Expansion des Universums wider. Man stelle sich einen Ballon vor, auf dem Galaxien als schwarze Punkte markiert sind. Wenn der Ballon aufgeblasen wird, sich also das Universum ausdehnt, dann beobachtet man von jedem beliebigen Punkt, dass sich die anderen Punkte entfernen. Das Hubble-Gesetz gilt für alle Galaxien im Universum.

Die Rotverschiebung der Galaxien erklärt man durch die *Expansion* des Universums.

Als *Einstein* seine Feldgleichungen im Jahre 1915 aufstellte und sich daraus ein instabiles Universums ergab, war die Galaxienflucht noch nicht bekannt. Deshalb führte er die *kosmologische Konstante* ein, um die Lösungen statisch zu halten. Diese Konstante war auch nötig, da ein aus Masse bestehendes Universum automatisch kontrahieren würde, falls es statisch wäre.

Ein weiteres Problem ist die genaue Bestimmung der Hubble-Konstanten H_0. 1929 gab Hubble einen Wert von 530 km s^{-1} Mpc^{-1} an. 1958 war man bei einem Wert von 75, später gab es zwei Varianten mit a) 50 und b) 100. Messungen mit dem HST und WMAP kommen zu einem heute als gültig angenommenen Wert von:

$$H_0 = (69{,}7 \pm 4{,}9)\,\mathrm{km\,s^{-1}Mpc^{-1}} \tag{15.11}$$

Eine Galaxie in einer Entfernung von 1 Mpc bewegt sich daher mit etwa 70 km/s von uns weg.

Man schreibt auch:

$$H_0 = 50h \qquad h = 1{,}4 \tag{15.12}$$

15.1.5 Das Alter des Universums

Aus der Expansion kann man ein Weltalter abschätzen; betrachten wir die Einheiten der Größen der Hubble-Beziehung:

- Hubble-Gesetz: $V = RH$
- Einheit der Geschwindigkeit: [v] = km/s
- Einheit der Entfernung: [R] = Mpc
- Einheit der Hubble-Konstanten: [H] = $[\frac{\mathrm{km/s}}{\mathrm{Mpc}}]$
- $\rightarrow [1/H] = s$

Der Kehrwert der Hubble-Konstanten liefert eine Abschätzung über das Alter des Universums.

$$\tau_0 = r/v = 1/H_0 = \frac{1}{h50\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}} = 20 \times 10^9 h^{-1}\mathrm{a} \tag{15.13}$$

Setzen wir also ein $h = 1{,}4$ (moderner Wert der Hubble-Konstanten), dann folgt ein Weltalter von ca. $13{,}65 \times 10^9$ Jahren. Dies ist mit den beobachteten ältesten Kugelsternhaufen konsistent, deren Alter bei 12 Ga liegt.[2]

Natürlich setzt dies eine gleichmäßige Expansion des Universums voraus. Dies ist in erster Näherung gegeben. Allerdings gibt es zwei wichtige Ausnahmen:

- *Inflationäre Phase:* Etwa zwischen 10^{-35} und 10^{-33} s nach dem Urknall expandierte das Universum extrem stark um den Faktor 10^{26}.
- Vergleicht man die heutige Expansion des Universums mit der früherer Epochen, stellt sich heraus: Das Universum expandiert beschleunigt. Dies erklärt man mit dem Vorhandensein von *Dunkler Energie.*

15.1.6 Homogenität und Isotropie

Der Hubble-Radius des Universums beträgt:

$$R_H = \frac{c}{H_0} = 2997 h^{-1} \text{Mpc} \tag{15.14}$$

Im Universum gibt es Strukturen:

- Galaxien,
- Galaxienhaufen,
- Superhaufen.

Die größten Strukturen sind die Superhaufen, deren Dimension bis zu etwa $100h^{-1}$ Mpc beträgt. Das ist immer noch klein gegenüber dem Hubble-Radius, daher kann man das Universum als homogen und isotrop betrachten.

> Obwohl es im 13,65 Mrd. Jahre alten Universum Strukturen gibt, kann man es vereinfacht als homogen und isotrop beschreiben.

Diese Annahme vereinfacht die komplexen Rechnungen sehr.

[2] 1 Ga = 1 Gigajahr also 10^9 a.

15.1.7 Methoden der Entfernungsbestimmung

Um Aussagen über Struktur und Verteilung der Objekte im Universum zu machen, ist die Kenntnis der Entfernungen notwendig. Die meisten der Methoden zur Entfernungsbestimmung wurden bereits eingehend diskutiert und sollen hier nur aufgelistet werden:

- Cepheiden, RR-Lyrae-Sterne (aus der Periode der Helligkeitsänderung folgt die Entfernung),
- Kugelsternhaufen (Standardkerzen),
- Novae (Standardkerzen),
- Supernovae (Standardkerzen),
- Tully-Fisher-Beziehung (Rotationsverhalten von Galaxien gibt deren Leuchtkraft an),
- Leuchtkraft von *planetarischen Nebeln:* Sie emittieren 15 % des Lichts in der 500,7-nm-Linie ([OIII]). Diesen Anteil kann man mit einem Schmalbandfilter herausfiltern und hat dann praktisch nur die planetarischen Nebeln einer Galaxie. Die absolute Helligkeit folgt dann aus der empirischen Beziehung:

$$M = -2{,}5 \log(F_{500{,}7} - 13{,}74) \tag{15.15}$$

  In dieser Gleichung bezeichnet $F_{500,7}$ den Strahlungsfluss bei 500,7 nm.

Bei den näheren Galaxien (Entfernung unter 100 Mio. Lichtjahre) wurden Cepheiden und RR-Lyrae-Sterne identifiziert. Mit dem HST wurde der Horizont wesentlich erweitert, innerhalb dessen man derartige Objekte direkt sehen kann (Tab. 15.1).

Tab. 15.1 Methoden der Entfernungsbestimmung, angewandt auf Mitglieder des Virgo-Haufens. Die Unsicherheit der Methode ist in absoluten Größenklasse ^{M} angegeben

Methode	Unsicherheit [^{M}]	Entf. [Mpc]	Reichweite [Mpc]
Cepheiden	0,16	$14{,}9 \pm 1{,}2$	20
Novae	0,40	$21{,}1 \pm 3{,}9$	20
Planet. Nebel	0,16	$15{,}4 \pm 1{,}1$	30
Kugelsternhaufen	0,40	$18{,}8 \pm 3{,}8$	50
Tulley-Fisher	0,28	$15{,}8 \pm 1{,}5$	> 100
Supernovae Ia	0,53	$19{,}4 \pm 5{,}0$	> 1000

15.2 Newton'sche Kosmologie

Im Universum wirken nur Gravitationskraft und elektromagnetische Kraft auf großen Längenskalen. Elektrische Kräfte neutralisieren sich, nur die Gravitation bleibt übrig, und Einstein hat im Jahre 1915 die Allgemeine Relativitätstheorie entwickelt, die Gravitation mit Raum-Zeit-Krümmung in Verbindung bringt. Die Newton'sche Theorie ist auf kleinen Längenskalen gültig, und man kann einfache Weltmodelle betrachten.

15.2.1 Expansion

Obwohl wir den Eindruck haben, dass sich alle Galaxien von uns wegbewegen – infolge Expansion des Raumes – bedeutet das nicht, dass wir eine ausgezeichnete Lage im Universum einnehmen. Wegen

$$\mathbf{v} = H_0 \mathbf{r} \tag{15.16}$$

gilt für eine beliebige andere Galaxie, die relativ zu uns einen Abstand $\mathbf{r_1}$ besitzt bzw. die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_1$ hat:

$$\mathbf{v} - \mathbf{v}_1 = H_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \tag{15.17}$$

Daher existiert auch dort eine Hubble-Beziehung: $\mathbf{v}_1 = H_0 \mathbf{r}_1$.

Wir gehen von einer homogenen Kugel aus, die radial expandiert. Zur Zeit $t = t_0$ betrage die Koordinate $\mathbf{x}$, und sie ändere sich im Laufe der Zeit zu:

$$\mathbf{r}(t) = a(t)\mathbf{x} \tag{15.18}$$

$a(t)$ … kosmischer Skalenfaktor. Es gilt $\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{x}$ und somit $a(t_0) = 1$. Die Größe t_0 kann beliebig gewählt werden, und wir setzen $t_0 =$ heute. Die Expansionsrate ergibt sich aus

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \frac{d}{dt}\mathbf{r}(t) = \frac{da}{dt}\mathbf{x} = \dot{a}\mathbf{x} = \frac{\dot{a}}{a}\mathbf{r} = H(t)\mathbf{r} \tag{15.19}$$

Die Expansionsrate beträgt also (vgl. Hubble-Konstante!):

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a} \tag{15.20}$$

und zum Zeitpunkt $t = t_0$ hat man $H_0 = H(t_0)$.

15.2.2 Bewegungsgleichung

Betrachtet man eine Kugelschale mit Radius x zur Zeit t_0. Für beliebiges t beträgt der Radius $r(t) = a(t)x$, und die Masse ist:

$$M(x) = \frac{4\pi}{3}\rho_0 r^3 = \frac{4\pi}{3}\rho(t)a^3(t)x^3 \tag{15.21}$$

Die Massendichte des heutigen Universums betrage ρ_0, und es gilt:

$$\rho(t) = \rho_0 a^{-3}(t) \tag{15.22}$$

Betrachten wir ein Teilchen auf der Kugeloberfläche, dann ergibt sich eine nach innen gerichtete Gravitationsbeschleunigung:

$$\ddot{r}(t) = -\frac{GM(x)}{r^2} = -\frac{4\pi G}{3}\frac{\rho_0 x^3}{r^2} \tag{15.23}$$

und wenn wir noch einsetzen: $r(t) = xa(t)$, folgt:

$$\ddot{a}(t) = \frac{\ddot{r}(t)}{x} = -\frac{4\pi G}{3}\frac{\rho_0}{a^2(t)} = -\frac{4\pi G}{3}\rho(t)a(t) \tag{15.24}$$

15.2.3 Energieerhaltung

Wir multiplizieren Gl. 15.24 mit $2\dot{a}$, und wegen $d(\dot{a}^2)/dt = 2\dot{a}\ddot{a}$ und $d(-1/a)/dt = \dot{a}/a^2$ ist:

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_0\frac{1}{a} - Kc^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(t)a^2(t) - Kc^2 \tag{15.25}$$

(Kc^2 ist eine Integrationskonstante). Diese Gleichung multipliziert man mit $x^2/2$ und findet:

$$\frac{v^2(t)}{2} - \frac{GM}{r(t)} = -Kc^2\frac{x^2}{2} \tag{15.26}$$

Die Konstante K ist proportional zur Gesamtenergie des Systems. Man sieht sofort:

- $K < 0$, rechte Seite von (15.25) positiv, $da/dt > 0$ heute, und bleibt für alle Zeiten positiv, Universum expandiert ewig.
- $K = 0$: rechte Seite immer positiv, jedoch für $t \to \infty$ geht $da/dt \to 0$.
- $K > 0$: die rechte Seite von (15.25) wird null, wenn $a = a_{\max} = (8\pi G\rho_0)/(3Kc^2)$, die Expansion hört auf, und es kommt zu einer Kontraktion.

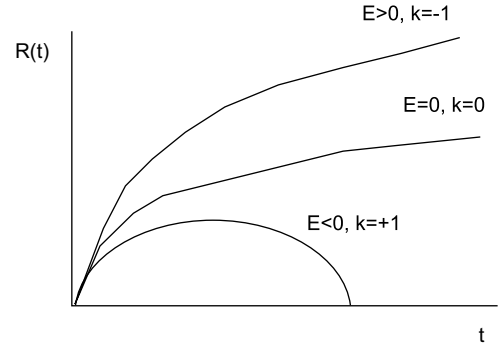


Abb. 15.1 Expansion des Universums für drei Werte von k

Der Spezialfall $K = 0$, bei dem das Universum ewig expandiert, entspricht einer kritischen Dichte ρ_{cr}:

$$\rho_{\mathrm{cr}} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 1{,}88 \times 10^{-29} h^2 \,\mathrm{g/cm^3} \tag{15.27}$$

Der Dichteparameter Ω_0 ist

$$\Omega_0 = \frac{\rho_0}{\rho_{\mathrm{cr}}} \tag{15.28}$$

und man hat: $K > 0 \rightarrow \Omega_0 > 1$.

Beobachtungen ergeben: Die aufgrund der Sterne und leuchtender Materie vorhandene Dichte $\Omega_* \approx 0{,}01$ ist also viel zu gering (Abb. 15.1).

Es gibt eine kritische Materiedichte. Diese bestimmt, ob das Universum ewig expandiert, oder nach einer gewissen Ausdehnungsphase wieder zusammenfällt.

15.3 Relativitätstheorie

Die von *A. Einstein* entwickelte Relativitätstheorie gliedert sich in die Spezielle Relativitätstheorie (1905), die die Transformation zwischen zwei mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegten Bezugssystemen beschreibt, und die Allgemeine Relativitätstheorie (1916), welche die Transformation zwischen beliebig gegeneinander bewegten Bezugssystemen angibt (und auch die Gravitation einschließt, als eine Krümmung von Raum und Zeit).

15.3.1 Spezielle Relativitätstheorie

Aus den Maxwell-Gleichungen der Elektrodynamik ging hervor, dass sich elektromagnetische Wellen (Licht) ausbreiten. Da alle Wellen zu ihrer Ausbreitung ein Medium benötigen, nahm man an, Licht breite sich im Äther aus, und suchte nach diesem. 1887 gab es das berühmte Experiment von *Michelson,* mit dem man die Bewegung der Erde relativ zum Äther feststellen wollte, aber das Resultat war negativ. Das Ergebnis zeigte, dass alle Beobachter dieselbe Lichtgeschwindigkeit c messen.

Betrachten wir zwei Bezugssysteme f, f'. Man misst folgende Koordinaten:

- im System $f : x, y, z, t$
- im System $f' : x', y', z,', t'$.

Die Bewegung erfolge in x-Richtung → klassische *Galilei-Transformation:*

$$\Delta x' = \Delta x - v\Delta t \tag{15.29}$$

$$\Delta y' = \Delta y \tag{15.30}$$

$$\Delta z' = \Delta z \tag{15.31}$$

$$\Delta t' = \Delta t \tag{15.32}$$

Damit folgt aber auch:

$$c' = c - v \tag{15.33}$$

Das heißt, die Lichtgeschwindigkeit wäre nicht konstant in allen Systemen und somit ein Widerspruch zum Experiment von *Michelson.* Erst die *Lorentz-Transformation* löst dieses Problem.

Der Lorentz-Faktor sei:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{15.34}$$

Die Lorentz-Transformation (wir setzen wieder nur eine Bewegung in x-Richtung voraus) lautet dann:

$$dx' = \gamma(dx - vdt) \tag{15.35}$$

$$dy' = dy \tag{15.36}$$

$$dz' = dz \tag{15.37}$$

$$dt' = \gamma\left[dt - \frac{v}{c^2}dx\right] \tag{15.38}$$

Somit haben wir das Konzept von der *Raum-Zeit*. Das Raum-Zeit-Intervall zwischen zwei Ereignissen lautet:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 \tag{15.39}$$

Beachte: Zwischen zwei beliebigen Intervallen ist ds^2 unabhängig von der Bewegung des Beobachters, eine skalar invariante Größe. Man bezeichnet die Intervalle folgendermaßen:

- $ds^2 < 0$ zeitartig,
- $ds^2 > 0$ raumartig,
- $ds^2 = 0$ Null.

In der Relativitätstheorie hat man das Konzept von einem Raum-Zeit-Kontinuum.

Leiten wir aus Abb. 15.2 die Zeitdilatation ab: Links haben wir das Ruhesystem, Licht wird an a emittiert, an b reflektiert und legt die Distanz $2d$ innerhalb der Zeit Δt zurück. Rechts wird ein Lichtstrahl an a' emittiert, kommt aber an b' an, da sich das System mit der Geschwindigkeit v nach rechts bewegt – daher wird der Weg $2d'$ zurückgelegt. Wir haben daher:

Ruhendes System

$$\Delta t = \frac{2d}{c} \tag{15.40}$$

Bewegtes System

$$\Delta t' = \frac{2d'}{c} = 2\frac{\sqrt{d^2 + \left(\frac{1}{2}v\Delta t'\right)^2}}{c} \tag{15.41}$$

Wegen $\Delta t'^2 = 4d^2/c^2 + 4v^2\Delta t'^2/(4c^2)$ und $2d/c = \Delta t$ erhält man $\Delta t = \Delta t'\sqrt{1 - v^2/c^2} = \Delta t'/\gamma$.

Eine bewegte Uhr (System $'$) geht langsamer als eine ruhende $\rightarrow$ Zeitdilatation.

$$\Delta t' = \gamma \Delta t \tag{15.42}$$

Analog leitet sich die *Längenkontraktion* ab:

$$\Delta x' = \gamma \Delta x \tag{15.43}$$

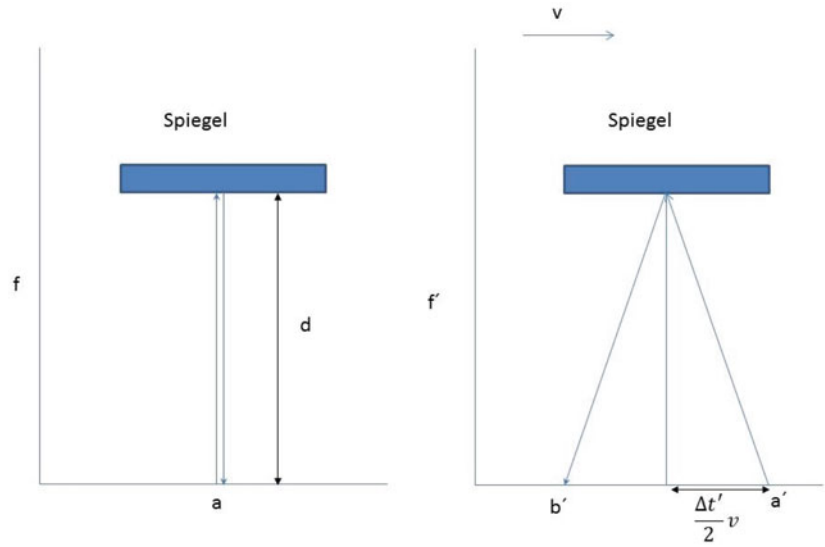


Abb. 15.2 Zur Ableitung der Zeitdilatation. Rechts wird der Lichtstrahl bei a' emittiert und kommt, wegen der Bewegung des Systems mit der Geschwindigkeit v, an b' an

Für die Addition von Geschwindigkeiten findet man: Sei ein Beobachter B′ in einem System, welches sich gegenüber dem Beobachter B mit der Geschwindigkeit v in x-Richtung bewegt. Der Beobachter B′ misst die Geschwindigkeit eines Körpers in seinem System zu u', für den Beobachter B ergibt sich folgende Geschwindigkeit:

Geschwindigkeit des Objekts, gemessen im bewegten System, u'_x und u_x Geschwindigkeit des Objekts gemessen im Ruhesystem. Dann gilt:

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}} \tag{15.44}$$

Für Energie und Impuls gilt:

$$E = \gamma mc^2 \qquad p = \gamma mv \tag{15.45}$$

Energie und Masse sind äquivalent:

$$E = mc^2 \tag{15.46}$$

Kein Objekt, keine Welle, d. h. keine Information kann schneller als mit Lichtgeschwindigkeit übertragen werden. Um diese auch nur zu erreichen, muss unendlich viel Energie aufgewendet werden. Ein Objekt, welches sich mit Überlichtgeschwindigkeit von A nach B bewegen würde, verletzt das *Kausalitätsprinzip* (Ursache wäre dann nach der Wirkung).

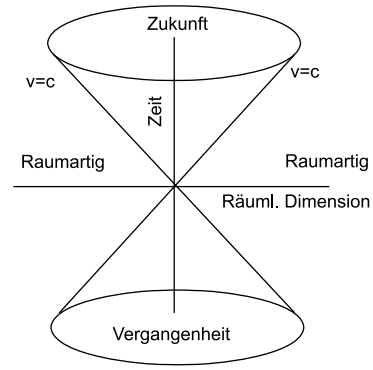


Abb. 15.3 Das Raum-Zeit-Diagramm. Aufgrund des Kausalitätsprinzips können die Weltlinien nur vom Vergangenheitskegel in den Zukunftskegel gehen. Die beiden 45°-Linien bedeuten $v = c$, Photonen mit Ruhemasse = 0 bewegen sich entlang dieser Linien. Der raumartige Bereich ist verboten, da hier $v > c$ wäre

Ein Ereignis wird durch drei Raum- und eine Zeitkoordinate dargestellt.

Im Raum-Zeit-Diagramm trägt man eine Raumkoordinate gegen die Zeit auf (Abb. 15.3).

15.3.2 Vierervektoren, Transformationen

Abb. 15.4 zeigt das Minkowski-Diagramm: Zwei Koordinatensysteme $K(x, ct)$ und $K'(x', ct')$ bewegen sich gegeneinander mit der Geschwindigkeit v. Die Ereignisse in den Systemen haben die Koordinaten (x_1, y_1, z_1, t_1) sowie (x'_1, y'_1, z'_1, t'_1). Wenden wir nun die Transformationsgleichungen an:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad y = y', \qquad z = z', \qquad t = \frac{t' + v(x'/c^2)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{15.47}$$

und berechnen

$$L^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = \ldots. \rightarrow \qquad L = L' \tag{15.48}$$

Die Länge des Vierervektors ist unabhängig vom Koordinatensystem.

Die allgemeine Transformation eines Vierervektors lautet ($\beta = v/c$):

$$A_1 = (A'_1 + \beta A'_4)\gamma, \qquad A_2 = A'_2, \qquad A_3 = A'_3 \tag{15.49}$$

$$A_4 = (A'_4 + \beta A'_1)\gamma \tag{15.50}$$

Beispiele für Vierervektoren:

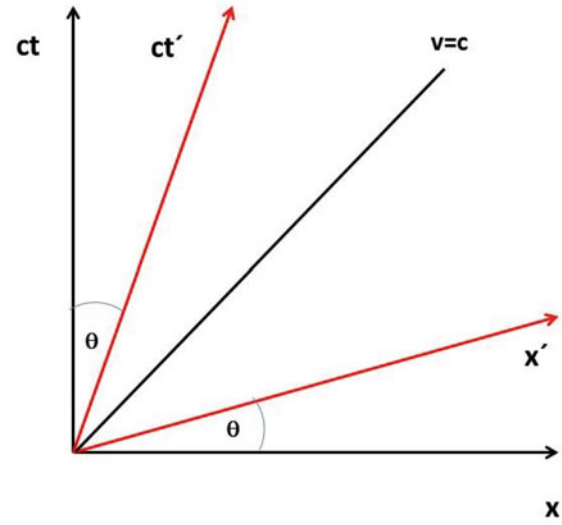


Abb. 15.4 Das Minkowski-Diagramm. Zwei Koordinatensysteme K (x, ct) und K' (x', ct') bewegen sich gegeneinander. Es gilt $tan\Theta = v/c$

- Viererimpuls

$$(p_x, p_y, p_z, E/c) \tag{15.51}$$

  mit $E =$ Energie.
- Vierervektor der Elektrodynamik: (A_x, A_y, A_z) Vektorpotenzial, Φ skalares Potenzial, damit ist:

$$(A_x, A_y, A_z, \Phi) \tag{15.52}$$

Daraus kann man den *relativistischen Dopplereffekt* ableiten. Die Energie ist die vierte Komponente des Vierervektors $(\mathbf{p}, E/c)$ und transformiert sich wie folgt:

$$E = \gamma(E' + vp'_x) \tag{15.53}$$

und daher

$$E = \frac{E' + (Ev/c)\cos\Theta'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = E'(1 + \beta\cos\Theta')\gamma \tag{15.54}$$

und wegen $E = h\nu$ wird

$$\nu = \nu'(1 + \beta\cos\Theta')\gamma \tag{15.55}$$

Zwei Sonderfälle:

- Quelle bewegt sich radial zum Detektor, sie emittiert Lichtwellen der Frequenz ν_0; die Frequenz, die der Detektor misst, ist dann:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \tag{15.56}$$

- Transversaler Dopplereffekt: Die relative Bewegung der Lichtquelle erfolgt senkrecht zur Linie, die zwischen Quelle und Beobachter liegt:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1-\beta^2} \tag{15.57}$$

$\beta = v/c$. Der *transversale Dopplereffekt* ist eine Folge der Zeitdilatation. Das Raum-Zeit-Diagramm um ein Schwarzes Loch ist in Abb. 15.5 gegeben.

15.3.3 Allgemeine Relativitätstheorie

Im Prinzip hängt die Struktur des Raumes vom Linienelement ds^2 ab. Dieses gibt den Abstand zweier Punkte im vierdimensionalen Raum-Zeit-Kontinuum an. Im einfachsten Fall des euklidischen Raumes beträgt der Abstand zweier Punkte (x^1, x^2, x^3) und $(x^1 + dx^1, x^2 + dx^2, x^3 + dx^3)$ in kartesischen Koordinaten:

$$ds^2 = (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 \tag{15.58}$$

In der speziellen Relativitätstheorie hat man den vierdimensionalen Minkowski-Raum, und das Linienelement lautet:

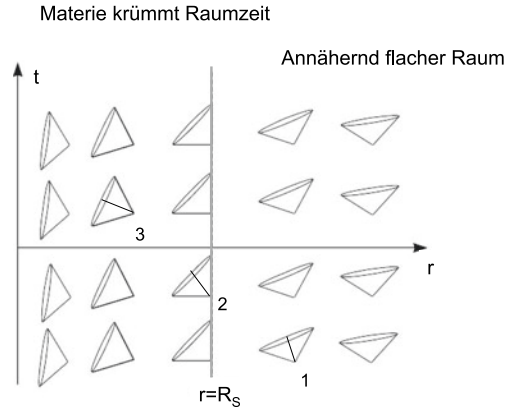


Abb. 15.5 Raum-Zeit-Diagramm um ein Schwarzes Loch. Man nähert sich von rechts dem Ereignishorizont R_S. Bei diesem (an der Stelle 2) beträgt die Entweichgeschwindigkeit $v = c$, und innerhalb $r < R_s$ ist sie größer als c (z. B. an der Stelle 3). Raum und Zeit kehren praktisch um

$$ds^2 = -(dx^0)^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 \tag{15.59}$$

Man beachte: Manchmal schreibt man die Zeitkoordinate als positiv und die drei Raumkoordinaten negativ, manchmal umgekehrt.

Die allgemeinste Form des Linienelementes lautet:

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k \tag{15.60}$$

Hier nimmt man die *Einstein'sche Summenkonvention* an: Über auf einer Seite der Gleichung doppelt auftretende Indizes wird automatisch summiert, hier also über i, k. g_{ik} heißt *metrischer Tensor,* er bestimmt die Metrik des Raumes.

Der metrische Tensor beschreibt die Metrik des Raumes.

Der durch g_{ik} beschriebene Raum ist dynamisch mit der Materie verknüpft. Die Materie krümmt den Raum. Die Riemann'sche Geometrie beschreibt dies mathematisch, und zwar sind die geometrischen Eigenschaften des Raumes intrinsisch, d. h. man benötigt keinen Superraum, um die Krümmung zu erklären.

15.3.4 Materie und Raum-Zeit-Krümmung

Die Einstein'schen Feldgleichungen beschreiben den Zusammenhang zwischen der Materieverteilung (beschrieben durch den Tensor T_{ik}) und den Krümmungseigenschaften des Raumes (beschrieben durch den Ricci-Tensor R_{ik}):

$$R_{ik} - \frac{R}{2} g_{ik} + \Lambda g_{ik} = -\kappa T_{ik} = -\frac{8\pi G}{c^4} T_{ik} \tag{15.61}$$

Der Ricci-Tensor wird durch Summation über n aus dem Riemann'schen Tensor gewonnen:

$$R_{ik} = R^n_{ink} \tag{15.62}$$

Den Krümmungsskalar findet man aus:

$$R^n_m = g^{in} R_{km} \qquad R = R^n_n \tag{15.63}$$

In einem orthogonalen Koordinatensystem gibt es nur zwei Komponenten eines Vektors (Abb. 15.6, x-y-System), in einem schiefwinkeligen Koordinatensystem gibt es dagegen die kontravarianten Komponenten (geschrieben mit Index oben) und die kovarianten Komponenten (geschrieben mit Index unten) (Abb. 15.6, x′-y′-System).

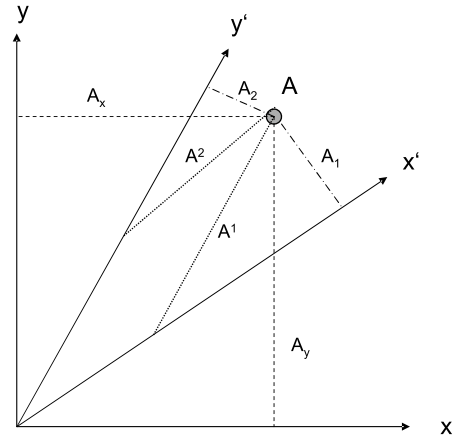


Abb. 15.6 Ein Punkt ist dargestellt im x-y-System durch Koordinaten (A_x, A_y) und im schiefwinkeligen x′-y′-System durch seine kontravarianten (A^1, A^2) bzw. kovarianten Komponenten (A_1, A_2)

Will man die Ableitung eines Vektor- oder Tensorfeldes bestimmen, so muss man die Differenz zweier Vektoren bilden, die an verschiedenen Punkten der Raumzeit sitzen. Zwei solche Vektoren können aber nicht unmittelbar miteinander verglichen werden, da sie Elemente verschiedener Tangentialräume sind. Der eine Vektor muss zuerst längs einer Kurve zum Ort des anderen Vektors parallel transportiert werden.

Im Prinzip kann man den Riemann'schen Tensor wie folgt ableiten: In jedem Raum-Zeit-Punkt wird das Gravitationsfeld zum Verschwinden gebracht → flache Räume. Nun wird untersucht, wie diese nach der Speziellen Relativitätstheorie zusammenhängen. Das Gravitationsfeld wird also durch Koordinatentransformationen zum Verschwinden gebracht. Dazu gibt es ein einfaches Analogon: In einem frei fallenden Fahrstuhl auf der Erde verschwindet das Gravitationsfeld. Wenn der Fahrstuhl ein sehr schwaches Gravitationsfeld hat, dann kann man die Inhomogenität des Feldes vernachlässigen.

Wenn man dies nun auf einen gekrümmten Raum überträgt, lässt sich auf einer gekrümmten Kugeloberfläche zu jedem Punkt eine Tangentialfläche definieren.

- Krümmung der Kugeloberfläche ⇔ Raumkrümmung;
- Tangentialfläche ⇔ flacher Raum.

Das Problem ist, wie man den Zusammenhang zwischen verschiedenen Tangentialflächen im Raum beschreibt → kovariante Ableitungen eines Vektorfeldes.

Der Energie-Impuls-Tensor beträgt:

$$(T^{ik}) = \begin{pmatrix} w & \frac{S_x}{c} & \frac{S_y}{c}\ddot{a} & \frac{S_z}{c} \\ \frac{S_x}{c} & G_{xx} & G_{xy} & G_{xz} \\ \frac{S_y}{c} & G_{yx} & G_{yy} & G_{yz} \\ \frac{S_z}{c} & G_{zx} & G_{zy} & G_{zz} \end{pmatrix} \tag{15.64}$$

w... Energiedichte, (S_x, S_y, S_z) ... Energie-Stromdichte, G_{ij} ... Spannungstensor – dessen Diagonalkomponenten entspricht der Druck, den ein Strahlungsfeld ausübt.

In der Kosmologie gibt man für den Energie-Impuls-Tensor meist Folgendes an:

$$T^{ik} = \left(\rho + \frac{P}{c^2}\right) u^i u^k - P g^{ik} \tag{15.65}$$

wobei u^i die Vierergeschwindigkeit, P der Druck (Strahlungsfeld), ρ die Massendichte ist. Dies entspricht dem Tensor für ein Flüssigkeitsfeld.

Galaxien werden daher als Elemente einer idealen kosmischen Flüssigkeit aufgefasst, der Druck sei isotrop.

15.3.5 Metrik des Raumes

Kennt man die Metrik, dann kann man daraus den Krümmungstensor ableiten.

Dazu benötigt man die *Christoffel-Symbole:*

$$\Gamma^i{}_{k\ell} = \frac{1}{2} g^{im} \left(\frac{\partial g_{mk}}{\partial x^\ell} + \frac{\partial g_{m\ell}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{k\ell}}{\partial x^m} \right) = \frac{1}{2} g^{im} (g_{mk,\ell} + g_{m\ell,k} - g_{k\ell,m})$$

Daraus findet man:

$$R^\rho{}_{\sigma\mu\nu} = \partial_\mu \Gamma^\rho_{\nu\sigma} - \partial_\nu \Gamma^\rho_{\mu\sigma} + \Gamma^\rho_{\mu\lambda} \Gamma^\lambda_{\nu\sigma} - \Gamma^\rho_{\nu\lambda} \Gamma^\lambda_{\mu\sigma} \tag{15.66}$$

mit $\partial_\mu = \partial / \partial x^\mu$.

Also:

- Metrik des Raumes $ds^2 = \ldots$
- $\rightarrow$ Christoffel-Symbole berechnen
- $\rightarrow$ Riemann'scher Tensor
- $\rightarrow$ Einstein'sche Feldgleichungen ...

Bewegung im Gravitationsfeld

Die Bewegung erfolgt entlang einer geodätischen Linie im Riemann'schen Raum; die Bewegungsgleichung lautet, gemäß der speziellen Relativitätstheorie mit $d\tau = ds$:

$$\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} = -\Gamma^\kappa_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} \tag{15.67}$$

Grundaussage der Einstein'schen Feldgleichungen: Materieverteilung bestimmt die Raumkrümmung.

Schwarzschild-Metrik
Gilt für eine Masse M im Raum, außerhalb soll $T_{ik} = 0$ sein.

$$ds^2 = \left(1 - \frac{R_s}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - (R_s/r)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \tag{15.68}$$

mit

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} \tag{15.69}$$

als *Schwarzschild-Radius.* Anwendung: nicht rotierendes Schwarzes Loch.

Betrachten wir zur Übung die Komponenten des metrischen Tensor in der Schwarzschildmetrik. Diese ergeben sich aus den Faktoren, die vor den Quadraten der Koordinatendifferentialen stehen, also z. B.:

$$g_{00} = \left(1 - \frac{R_s}{r}\right) \tag{15.70}$$

$$g_{11} = \frac{1}{1 - R_s/r} \tag{15.71}$$

Kerr-Metrik
Berücksichtigt man auch den Drehimpuls (Rotation), dann ergibt sich die Kerr-Metrik.

Mit dieser Metrik lassen sich verschiedene spezielle Prozesse in der Nähe von Schwarzen Löchern verstehen:

- die Erzeugung von Jets,
- die quasi-periodischen Oszillationen bei stellaren Schwarzen Löchern,
- die relativistische Verbreiterung von Emissionslinien,
- der *Lense-Thirring-Effekt* in Akkretionsscheiben, *frame-dragging.*

Jede rotierende Masse zieht quasi das lokale Bezugssystem mit *(frame dragging).* Je mehr Masse auf kleinem Raum rotiert, desto größer ist dieser Effekt. Er wurde von *Lense* und *Thirring* gefunden.[3] Der Bereich, innerhalb dessen ein Teilchen zur Mitrotation gezwungen wird, heißt *Ergosphäre.*

[3] Im Jahr 1918.

Hier wird wiederum ein Analogon zur Elektrodynamik sichtbar. Man kann das Magnetfeld **B** aus einem Vektorpotenzial **A** erzeugen: $\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A}$. Fassen wir das Raum-Zeit-Kontinuum auf als dreidimensionale Teilräume mit konstanter Zeit. Die Lapse-Funktion vermittelt von einer dieser Hyperflächen zur nächsten späteren Zeit, die Shift-Funktion von einem Ort zum anderen auf der Hyperfläche → gravitomagnetisches Feld. Ein Massenstrom erzeugt ein gravitomagnetisches Feld, so wie ein elektrischer Strom ein magnetisches Feld in seiner Umgebung erzeugt.

Im April 2004 wurde der Satellit Gravity Probe B gestartet, um die Raum-Zeit-Krümmung der Erde und den Lense-Thirring-Effekt mittels Gyroskopen nachzuweisen. Durch die rotierende Raum-Zeit der Erde beginnen die Kreisel mit einer Präzessionsbewegung. Der Effekt ist additiv und wird pro Erdumlauf größer. Der Lense-Thirring-Effekt beträgt nach einem Jahr von Umläufen um die Erde $42\times10^{-3''}$. Er ist um Größenordnungen geringer als die durch die Raum-Zeit-Krümmung hervorgerufene geodätische Präzession.

Der durch den Lense-Thirring-Effekt hervorgerufene gravitomagnetische Dynamo ist von großer Bedeutung für die Astrophysik: In der Nähe rotierender Schwarzer Löcher werden schlauchförmige Magnetfelder erzeugt. Durch Akkretion bilden sich dann die Jets sowie die ebenfalls beobachteten quasiperiodischen Oszillationen, die mit der Lense-Thirring-Frequenz übereinstimmen (durch Kreiselbewegung erzeugt). Sie liegen bei den Mikroquasaren im kHz-Bereich.

Robertson-Walker-Metrik

Dieses Linienelement wird zur Beschreibung des expandierenden Universums verwendet. $a(t)$ ist der kosmische Skalenfaktor. Wir gehen von einem homogenen, isotropen Universum aus → Universum mit konstanter Krümmung. Die Krümmung ist gegeben durch den Krümmungsparameter k.

- $k = 0$ euklidisch, Umfang des Kreises $2\pi r$, Fläche des Kreises $r^2\pi$.
- $k > 0$ sphärisch oder elliptisch; Umfang des Kreises $< 2\pi r$, Fläche $< r^2\pi$.
- $k < 0$ hyperbolisch, Umfang des Kreises $> 2r\pi$, Fläche $> r^2\pi$.

Das Linienelement beträgt hier

$$ds^2 = c^2dt^2 - a(t)^2\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\right] \tag{15.72}$$

Wir skizzieren grob die Ableitung dieser Metrik. Wie lautet die Gleichung einer Hyperfläche konstanter Krümmung in einem höherdimensionalen Raum? Lösung:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = \frac{1}{k}R^2 \tag{15.73}$$

Im euklidischen Raum lautet die Metrik:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 \tag{15.74}$$

Setzt man aus (15.73) den Ausdruck für x_3 ein, dann folgt:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + \frac{(x_1 dx_1 + x_2 dx_2)^2}{\frac{R^2}{k} - x_1^2 - x_2^2} \tag{15.75}$$

und mit $x_1 = r\cos\Theta,\ x_2 = r\sin\Theta$:

$$ds^2 = \frac{R^2 dr^2}{R^2 - kr^2} + R^2 r^2 d\Theta^2 \tag{15.76}$$

Robertson-Walker-Metrik: Man ersetze R durch $a(t)$, rechne in 3 Koordinaten, dann kommt der Term $R^2 \sin^2\theta d\Phi^2$ hinzu.

15.3.6 Friedmann-Lemaître-Gleichungen

Nimmt man die Robertson-Walker-Metrik als Basis, dann folgen aus den Feldgleichungen die Friedmann-Lemaître-Gleichungen[4]:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -k\frac{c^2}{a^2} + \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{c^2}{3}\Lambda \tag{15.77}$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -k\frac{c^2}{a^2} - \frac{8\pi G}{c^2}P + c^2\Lambda \tag{15.78}$$

ρ enthält die Materiedichte sowie Strahlung und auch die Dunkle Materie. Aus den beiden Gleichungen erhält man durch Subtraktion:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right) + \frac{c^2}{3}\Lambda \tag{15.79}$$

Eine kosmologische Konstante $\Lambda > 0 \rightarrow$ abstoßende Beschleunigung, wirkt der Gravitation entgegen. Das statische Weltmodell ergibt sich aus den Friedmann-Lemaître-Gleichungen durch $\dot{a} = 0, k = \Lambda a^2, \Lambda = 4\pi G\rho/c^2$.

Man kann Λ eine äquivalente Massendichte ρ_Λ zuordnen:

$$\Lambda = \frac{8\pi G}{c^2}\rho_\Lambda \tag{15.80}$$

und dann lauten die Friedmann-Lemaître-Gleichungen:

[4] *Friedmann* 1922, *Lemaître* 1927.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -k\frac{c^2}{a^2} + \frac{8\pi G}{3}(\rho_M + \rho_\Lambda) \tag{15.81}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left[(\rho_M + \rho_\Lambda) + 3\left(\frac{P}{c^2} - \rho_\Lambda\right)\right] \tag{15.82}$$

In den Quantenfeldtheorien geht es um eine einheitliche Beschreibung der Felder und der Teilchen. Wie wir aus der Quantenphysik wissen, sind Eigenschaften wie Energie und Impuls der Teilchen quantisiert. In der sogenannten zweiten Quantisierung werden auch die Felder quantisiert.

- Erste Quantisierung: Eigenschaften der Teilchen quantisiert, z. B. Energie, Impuls.
- Zweite Quantisierung: Felder beschreiben die Wechselwirkungen zwischen den Teilchen; auch Felder werden quantisiert.

Gemäß der *Quantenfeldtheorie* besteht das Vakuum aus fluktuierenden Materiefeldern und virtuellen Teilchen, und es kann eine von null verschiedene Energiedichte besitzen.

$\rho_\Lambda = \rho_{\text{vac}}$, die kosmologische Konstante, entspricht der Energiedichte des Vakuums. Der dazugehörige Druck ist negativ $P_{\text{vac}} = -\rho_{\text{vac}}c^2$.

Der negative Druck der Vakuumsenergie kann plausibel gemacht werden: Betrachten wir den ersten Hauptsatz der Thermodynamik. Eine Änderung der inneren Energie dU entspricht (i) Summe der zugeführten oder abgegebenen Wärme und (ii) der verrichteten Arbeit pdV. Eine Vergößerung des Volumens bedeutet eine Abgabe von Arbeit, daher das negative Vorzeichen. Die innere Energie ist also $U \propto$ Volumen V. Wenn also infolge einer Vergrößerung des Volumens die innere Energie erhöht wird, muss wegen

$$dU = -PdV \tag{15.83}$$

P negativ sein.[5]

Für die Dichte kann man drei Komponenten angeben:

$$\rho = \rho_m + \rho_r + \rho_{\text{vac}} = \rho_{m+r} + \rho_{\text{vac}}, \qquad P = P_r + P_{\text{vac}} \tag{15.84}$$

Strahlungs- (ρ_r) und Materiedichte (ρ_m) wurden zusammengefasst und der Staub als druckfrei angesehen. Der Druck eines Gases wird ja bestimmt durch die thermische Bewegung der Teilchen. Luftmoleküle bewegen sich in etwa mit $v \approx 300\,\text{m/s}$, der Druck $P \ll \rho v^2$, d. h. der Druck ist gravitativ unbedeutend. Derartiges ist im heutigen Universum der Fall, *druckfreie Materie.* Ist die thermische Geschwindigkeit gleich der Lichtgeschwindigkeit, dann hat man den Grenzfall Strahlung. Beispiel dafür ist die kosmische Hintergrundstrahlung (CMB, Cosmic Microwave Background). Auch Teilchen mit verschwindender Ruhemasse gehören dazu sowie Teilchen, deren thermische Energie viel größer ist als die Ruheenergie:

[5] Bei einer adiabatischen Volumenänderung dV ist die Arbeit $dU = -PdV$.

$$kT \gg mc^2 \tag{15.85}$$

Der Strahlungsdruck beträgt:

$$P_r = \frac{1}{3}\rho_r c^2 \tag{15.86}$$

Sei ρc^2 die Energiedichte, dann folgt

$$\frac{d}{dt}(c^2 \rho a^3) = -P\frac{da^3}{dt} \tag{15.87}$$

Betrachten wir nun die Entwicklung der Dichte:

$$\rho_m(t) = \rho_{m,0} a^{-3}(t) \tag{15.88}$$

$$\rho_r(t) = \rho_{r,0} a^{-4}(t) \tag{15.89}$$

$$\rho_{\text{vac}}(t) = \rho_{\text{vac}} = \text{const} \tag{15.90}$$

Der Index „0“ steht für heute, $t = t_0$. Man beachte die a^{-4} Abhängigkeit des Strahlungsflusses:

- Wie bei Materie ändert sich die Anzahldichte der Photonen proportional zu a^{-3}.
- Photonen sind darüber hinaus durch die kosmische Expansion rotverschoben, $\lambda \propto a$, $E = hc/\lambda$; $E \propto a^{-1}$.

Man kann die dimensionslosen Dichteparameter für Materie, Strahlung und Vakuum schreiben als:

$$\Omega_m = \frac{\rho_{m,0}}{\rho_{\text{krit}}} \qquad \Omega_r = \frac{\rho_{r,0}}{\rho_{\text{krit}}} \qquad \Omega_\Lambda = \frac{\rho_{\text{vac}}}{\rho_{\text{krit}}} \tag{15.91}$$

und

$$\Omega_0 = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda \tag{15.92}$$

$\Omega_m > 0{,}3$, wenn man die Galaxien und deren Halos betrachtet. Die Energiedichte der Strahlung ist heute sehr klein (Photonen des CMB sowie Neutrinos aus dem frühen Universum).

$$\frac{\rho_r(t)}{\rho_m(t)} = \frac{\rho_{r,0}}{\rho_{m,0}}\frac{1}{a(t)} = \frac{\Omega_r}{\Omega_m}\frac{1}{a(t)} \tag{15.93}$$

Strahlung und Staub hatten dieselbe Energiedichte, als

$$a_{\text{eq}} = 4{,}2 \times 10^{-5}(\Omega_m h^2)^{-1} \tag{15.94}$$

betrug.

Wegen $\rho = \rho_{m+r} = \rho_{m,0}a^{-3} + \rho_{r,0}a^{-4}$ wird:

$$H^2(t) = H_0^2\left[a^{-4}(t)\Omega_r + a^{-3}(t)\Omega_m - a^{-2}(t)\frac{Kc^2}{H_0^2} + \Omega_\Lambda\right] \tag{15.95}$$

Nun setzen wir die Werte für heute ein:

$$H(t_0) = H_0 \qquad a(t_0) = 1 \tag{15.96}$$

→ Integrationskonstante:

$$K = \left(\frac{H_0}{c}\right)^2(\Omega_0 - 1) \approx \left(\frac{H_0}{c}\right)^2(\Omega_m + \Omega_\Lambda - 1) \tag{15.97}$$

→ K steht für die Krümmung des Raumes:

- $K = 0$: Raum euklidisch, flach.
- $K > 0$: zweidimensionales Analogon ist Kugeloberfläche. Krümmungsradius ist $1/\sqrt{K}$, Winkelsumme eines Dreiecks ist größer als 180 Grad.
- $K < 0$: hyperbolischer Raum, Winkelsumme in einem Dreieck ist kleiner als 180 Grad.

Man beachte: Die Allgemeine Relativitätstheorie sagt aus, dass die Materie mit dem Raumzeitkontinuum verknüpft ist, jedoch nichts über die Topologie. Besitzt das Universum eine einfache Topologie, ist es im Falle $K > 0$ endlich, im Falle $K \leq 0$ unendlich. Es ist jedoch immer unbegrenzt, auch eine Kugeloberfläche ist ein endlicher, jedoch unbegrenzter Raum.

Man definiert noch den Abbremsparameter (Dezelerationsparameter):

$$q_0 = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = -\frac{1}{2}\Omega_m - \Omega_\Lambda \tag{15.98}$$

Tab. 15.2 Charakteristische Zustandsgrößen des Universums

Alter	$13{,}7 \pm 0{,}5 \times 10^9$ Jahre
Durchmesser	96×10^9 Lichtjahre
Masse	10^{53} kg
Anzahl der Galaxien	10^{11}
Anzahl der Teilchen	$\approx 10^{79}$
Anzahl der Photonen	10^{88}
Heutige Temperatur	2,75 K
Mittlere Materiedichte	$2{,}3 \times 10^{-26}$ kg/m^3

Daraus sieht man: Wenn $\Omega_\Lambda = 0$ ist, dann wird die Expansion abgebremst (infolge Gravitation). Wenn Ω_Λ genügend groß ist, dann kann q_0 positiv werden, d. h. beschleunigte Expansion (Tab. 15.2).

Man nimmt heute folgende Werte:

$$\Omega_m = 0{,}3 \qquad \Omega_\Lambda = 0{,}7 \tag{15.99}$$

15.3.7 Gravitationswellen

Die von der Allgemeinen Relativitätstheorie vorhergesagten Gravitationswellen hat man bereits in Doppelpulsaren nachgewiesen. Sie treten nur bei beschleunigten Massen auf (vgl. Elektromagnetismus: Beschleunigte Ladungen strahlen elektromagnetische Wellen ab). Am ehesten nachweisbar sind sie bei:

- sich schnell umkreisenden Objekten, z. B. Doppelpulsar,
- nicht rotationssymmetrischen, sehr schnell rotierenden Objekten,
- asymmetrischem Kollaps oder Explosion eines massereichen Objektes.

Betrachten wir ein Doppelsternsystem mit Massen M_1, M_2 mit Periode P, großer Halbachse a und reduzierter Masse $\mu = M_1 M_2/(M_1 + M_2)$; $M = M_1 + M_2$. Dann findet man für die Leuchtkraft der Gravitationswelle nach *Peters* und *Matthews.:*

$$L = \frac{32}{5}\frac{G^5}{c^{10}}\frac{\mu^2 M^3}{a^5} L_0 f(e) \tag{15.100}$$

dabei ist:

$$L_0 = c^5/G = 3{,}63 \times 10^{59}\,\mathrm{erg/s} \tag{15.101}$$

und

$$f(e) = \frac{1 + \frac{73}{24}e^2 + \frac{37}{96}e^4}{(1-e^2)^{7/2}} \tag{15.102}$$

mit e für die Bahnexzentrizität. In praktischen Einheiten ergibt sich:

$$L \approx 3{,}0 \times 10^{33}\mathrm{erg/s}\left(\frac{\mu}{M_\odot}\right)^2\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{4/3}\left(\frac{P}{1h}\right)^{-10/3} f(e) \tag{15.103}$$

Andererseits erhält man für einen deformierten Neutronenstern mit Masse M, Radius R, Rotationsperiode P, Trägheitsmoment $I = 2/5 M R^2/5$ und Elliptizität ϵ eine Leuchtkraft durch Gravitationswellenabstrahlung von:

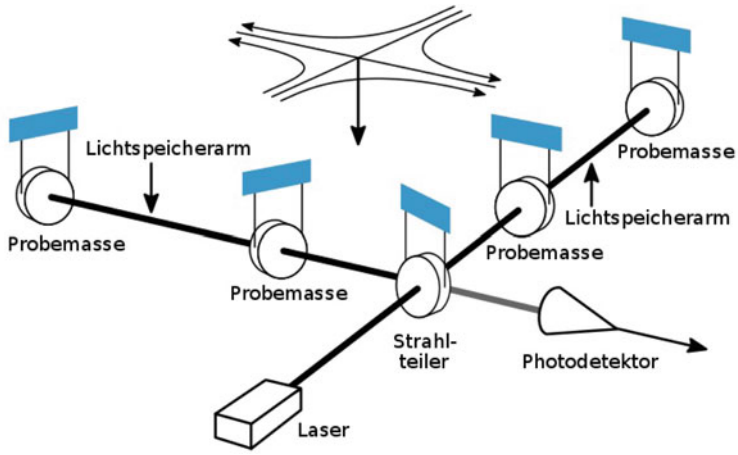


Abb. 15.7 Gravitationswellendetektor mittels zweier Interferometerarme, Konzept LIGO, Laser-Interferometer-Gravitationsobservatorium. (LIGO)

$$L = \frac{32}{5}\frac{G}{c^5} I^2 \epsilon^2 \left(\frac{2\pi}{P}\right)^6 \tag{15.104}$$

Gravitationswellen sind Störungen der Raum-Zeit, die sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Ein empfindliches Interferometersystem (Abb. 15.7) kann diese extrem geringen Positionsveränderungen messen. So gelang im September 2015 der erste direkte experimentelle Hinweis auf Gravitationswellen, fast genau 100 Jahre, nachdem Einstein diese postuliert hatte. Das gemessene Signal stammte aus zwei Schwarzen Löchern, die miteinander verschmolzen. Die Entfernung der Objekte betrug etwa 500 Mpc. Es wurden dabei eine Längenänderung (strain) von $h = 10^{-20}$ nachgewiesen.

15.4 Dunkle Energie, beschleunigte Expansion

15.4.1 Beobachtungen

Supernovae vom Typ Ia eignen sich, wie schon besprochen, sehr gut als Standardkerzen bis zu Entfernungen von 500 Mpc. Deren wahre Helligkeit liegt bis auf wenige Ausreißer in einem engen Bereich. Mithilfe des HST wurden Cepheiden in nahen Galaxien gefunden und so die Helligkeiten der SN Ia kalibriert. Es gab zwei große Surveys, das Supernovae Cosmology Project (SCP) sowie das High Z Supernovae Search Team (HZT). Diese Gruppen konnten 70 Supernovae vom Typ Ia finden.

Die Messungen sind praktisch nur mit $\Omega_\Lambda \neq 0$ zu erklären. Die kosmologische Konstante, ursprünglich eingeführt, um ein statisches Universum zu erhalten, beschreibt also heute die beschleunigte Expansion des Universums.

Das heutige Universum expandiert schneller, als früher.

Ein weiterer deutlicher Hinweis ist die Anisotropie der kosmischen Mikrowellenstrahlung.

Das frühe Universum war extrem heiß, die Atome waren vollständig ionisiert, es gab nur:

- freie Elektronen,
- Atomkerne, meist Protonen.

Wegen der vielen freien Elektronen wurden die Photonen extrem stark gestreut, das Universum war also undurchsichtig.

Als sich infolge der Expansion das Universum auf etwa 3000 K abkühlte, erfolgte eine Rekombination. Die Elektronen rekombinierten zu Atomen, das Universum wurde durchsichtig.

Zur Zeit der Rekombination, das war etwa 400 000 Jahre nach dem Urknall, war das Universum an einigen Stellen anisotrop. Es gab Verdichtungen, Gravitationspotenzialtöpfe. Photonen, die in derartige Potenzialtöpfe fallen, gewinnen Energie. Fällt ein Photon in einen Potenzialtopf, dann muss es Energie aufwenden, um wieder herauszukommen, also dieselbe Energie, die es beim Hineinfallen gewonnen hat: δE_1. Da sich das Universum jedoch ausdehnt, ist der Potenzialtopf, während sich das Photon in ihm befindet, flacher geworden, es benötigt daher weniger Energie, δE_2, um herauszukommen. Daher ist $\delta E_2 < \delta E_1$, das Photon gewinnt also Energie (die dem Potenzialtopf durch die Expansion verlorengeht). Dies wird als *Sachs-Wolfe-Effekt*[6] bezeichnet, und dadurch wurde die kosmische Hintergrundstrahlung anisotrop.

15.4.2 Dunkle Energie

Der Satellit WMAP[7] konnte im Jahre 2001 Indizien für die Existenz der Dunklen Energie gewinnen. Sie ist in ihrer Wirkung der Schwerkraft entgegengesetzt, also antigravitativ

[6] R.K. Sachs, A.M. Wolfe, 1967.

[7] Wilkinson Microwave Anisotropy Probe.

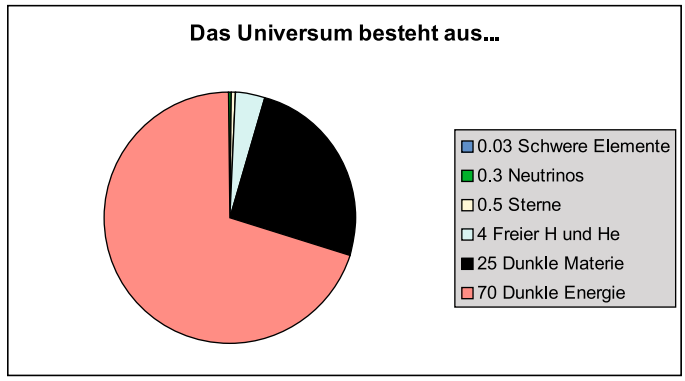


Abb. 15.8 Zusammensetzung des Universums. Die Zahlenangaben sind in %

(abstoßend). Deshalb kommt es zu einer beschleunigten Expansionsbewegung des Universums, in Übereinstimmung mit den Typ-SNIa-Beobachtungen. Die Dunkle Energie macht etwa 70–74 % der Energie des Universums aus.

Diese Dunkle Energie ist zu unterscheiden von der Dunklen Materie. Die baryonische Materie macht nur zwischen 2–5 % der Materie des Universums aus, und die Dynamik der Galaxienhaufen zeigt, dass die Summe aus baryonischer Materie und Dunkler Materie nicht mehr als etwa 25 % betragen kann (Abb. 15.8). Die Dunkle Materie besteht aus Teilchen, die nicht oder nur extrem schwach elektromagnetisch strahlen und nur schwach wechselwirken. Kandidaten dafür wären die WIMPs *(weakly interacting particles)* und supersymmetrische Teilchen.

Woraus besteht die Dunkle Energie?

- Vakuum-Energie (siehe voriger Abschnitt): das Quantenvakuum kann man durch den *Casimir-Effekt* nachweisen. Zwischen zwei Metallplatten fehlen bestimmte Moden – außerhalb der Platten existieren sie. Dadurch entsteht ein Quantendruck, der die Platten aneinanderdrückt.
- Wirkung eines Skalarfeldes, Quintessenz. Zu diesem gehören extrem leichte Elementarteilchen ($10^{-82} m_e$).
- Stringtheorien; das Universum besteht aus mehr als vier Dimensionen. Auf große Entfernungen wird die Gravitationswechselwirkung schwächer, und der Raum expandiert stärker.
- Topologische Defekte, Fehlstellen als Folge der spontanen Symmetriebrechung
- Phantom-Energie: Nach dieser im Jahre 2003 aufgestellten Theorie würde das Universum nach etwa 10^{50} Jahren zerreißen, und auch sämtliche Teilchen darin *(big rip)*. Das

würde sich aber schon jetzt durch ultraenergetische Teilchen in der kosmischen Strahlung bemerkbar machen, was nicht beobachtet wurde. Interessanterweise könnte man diesen Big Rip beobachten: Zuerst würden die am weitesten entfernten Galaxien verschwinden und dann sukzessive immer nähere.

15.5 Das frühe Universum

15.5.1 Urknall-Beobachtungshinweise

Expansion des Raumes
Wir haben im vorigen Abschnitt die Expansion des Universums beschrieben, die von einem singulären Punkt ausgehen musste. Dies ist ein erster Hinweis auf den Urknall, Big Bang. Wann dieser stattgefunden hat, lässt sich durch das Weltalter angeben, mit dem Skalenfaktor $a \to 0$. Theoretisch könnte es sein, dass $\dot{a}$ irgendwann in der Vergangenheit null war, d. h. a nahm einen minimalen Wert ein. Dies ist jedoch durch die Beobachtung auszuschließen: $\Omega_m > 0{,}1 \to a_{\min} > 0{,}3$. Da außerdem a mit der Rotverschiebung z zusammenhängt:

$$Z_{\max} = \frac{1}{a_{\min}} - 1 \tag{15.105}$$

müsste es eine maximale Rotverschiebung geben. Inzwischen hat man jedoch Quasare mit $z > 6$ beobachtet!

Hintergrundstrahlung
Ein weiterer Hinweis auf einen heißen Urknall ist die im Jahre 1965 von *Penzias* und *Wilson*[8] entdeckte kosmische Hintergrundstrahlung *(Cosmic Background Radiation, CBR).* Sie entspricht einer Planck'schen Strahlungskurve eines Körpers mit einer Temperatur von etwa 3 K, liegt also im Mikrowellenbereich. Die Hintergrundstrahlung ist isotrop und stammt aus der Zeit, als die Rotverschiebung $z \approx 1000$ betrug, aus der *Rekombinationsära* des Universums (dessen Alter etwa 400.000 Jahre betrug). Im expandierenden Universum sank die Temperatur auf 3000 K, die Elektronen wurden von (hauptsächlich) Wasserstoffkernen eingefangen und das Universum wurde transparent → Entkoppelung von Strahlung und Materie.

> Die Entkoppelung von Strahlung und Materie erfolgte zu einem Zeitpunkt, als das Universum etwa 400.000 Jahre alt war. Aus dieser Zeit stammt auch die Hintergrundstrahlung.

[8] Sie erhielten 1978 den Nobelpreis für Physik.

Bereits 1945 äußerte *Gamow,* als er die Thermodynamik im strahlungsdominierten frühen Universum untersuchte, die Vermutung, dass es eine primordiale Nukleosynthese gegeben haben muss, und *Alpher* und *Herman* postulierten die Existenz einer 5-K-Hintergrundstrahlung.

Primordiale Nukleosynthese
Ein weiterer wichtiger Hinweis ist die primordiale Nukleosynthese. Der einfachste Prozess ist der der Deuteriumbildung:

$$p + n \rightarrow \mathrm{D} + \gamma \tag{15.106}$$

Dabei muss die Temperatur geringer sein als die Bindungsenergie des Deuteriums $E_b = 2{,}225\,\mathrm{MeV}$, also $kT \ll E_b$; bei höheren Temperaturen wird das gebildete D durch Photodissoziation wieder zerstört, erst ab $T_D \approx 8 \times 10^8$ K und $t \approx 3\,\mathrm{min}$ überwiegt die D-Bildung. Aus D bildet sich dann He^4, wobei die Bindungsenergie mit 28 MeV noch höher ist, also noch stabiler gegenüber der Photodissoziation. Weitere Fusionsreaktionen werden später besprochen.

Insgesamt bildeten sich in den ersten drei Minuten nach dem Urknall: 75 % Wasserstoff, 24 % Helium und 1 % Lithium.

15.5.2 Sunyaev-Zel'dovich-Effekt

Compton-Effekt
Hallwachs entdeckte, dass die Energie der beim Photoeffekt ausgelösten Elektronen nur durch die Frequenz des auslösenden Lichts, ihre Anzahl nur durch die Intensität dieses Lichts bestimmt wird. Einstein nahm an, dass für die Elektronauslösung nur ganz bestimmte Energiebeiträge $h\nu$ zur Verfügung stehen, was zum Konzept der Photonen führt und derselbe Energiebetrag ist, der nach Planck zwischen Oszillator und Strahlungsfeld ausgetauscht wird. Photonen besitzen die Energie $h\nu$, bewegen sich im Vakuum mit Lichtgeschwindigkeit c fort und haben die Ruhemasse null und somit einen Impuls $p = h\nu/c = h/\lambda$. *Compton* fand 1922 den nach ihm benannten Effekt: Monochromatische Röntgenstrahlung wird durch Materie gestreut unter Vergrößerung der Wellenlänge. Die Wellenlänge des Streulichts ist umso größer, je größer der Streuwinkel θ ist. Für die Rückwärtsstreuung $\theta = \pi$ fand er eine Wellenlängenzunahme von 0,0485 Å, unabhängig von der eingestrahlten Wellenlänge. Diesen Effekt kann man als einen Stoßvorgang zwischen dem Röntgenphoton und dem Elektron der streuenden Materie deuten; durch Energie- und Impulserhaltung ist dieser Vorgang vollständig beschrieben. Man findet nach langer Rechnung:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2} \tag{15.107}$$

Inverser Compton-Effekt

Durch die freien Elektronen im Universum kommt es zu einer Intensitätsänderung ΔI_ν:

$$\frac{\Delta I_\nu}{I_\nu} = \frac{yx\exp^x}{\exp^x - 1} \left(x \frac{\exp^x + 1}{\exp^x - 1} - 4 \right) \tag{15.108}$$

mit $x = \frac{h\nu}{kT}$ und dem Compton-Parameter:

$$y = \int \frac{kT_e}{m_e c^2} \sigma_T n_e dl \tag{15.109}$$

n_e... Dichte der freien Elektronen, T_e... deren Temperatur, m_e... deren Masse, σ_T.... der Thomson'sche Wirkungsquerschnitt, l... die Weglänge der Photonen. Man bezeichnet den Effekt auch als *Sunyaev-Zel'dovich-Effekt.* Die Messungen ergeben $y \leq 1.5 \times 10^{-5}$. Beim Passieren von Photonen durch einen Galaxienhaufen kommt es zur Streuung der Photonen, und einige gewinnen Energie (eine Art inverser Compton-Effekt). Beobachtet man z. B. bei einer Wellenlänge von 1 cm, dann beträgt der Gewinn 0,05 %. Man beobachtet also ein Defizit an Kosmischen Hintergrund-Photonen, da einige infolge der Compton-Streuung zu höheren Energien verschoben wurden (Abb. 15.9).

Bezeichnet R den Radius eines Galaxienhaufens und σ_T den Thomson-Wirkungsquerschnitt, dann findet man für die sich ergebenden Temperaturabweichungen:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{4Rn_e kT_e \sigma_T}{m_e c^2} \tag{15.110}$$

Die 3-K-Hintergrundstrahlung ist isotrop und weist erst auf sehr kleinen Skalen Abweichungen auf, die mit COBE (Cosmic Background Explorer) und WMAP (Abb. 15.10) sehr genau gemessen wurden:

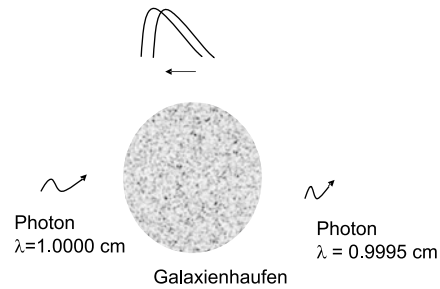


Abb. 15.9 Spektrum der 3-K-Hintergrundstrahlung (oben durch zwei Planck-Funktionen angedeutet); durch den Sunyaev-Zel'dovich-Effekt kommt es zu einer Verschiebung zu höheren Energien

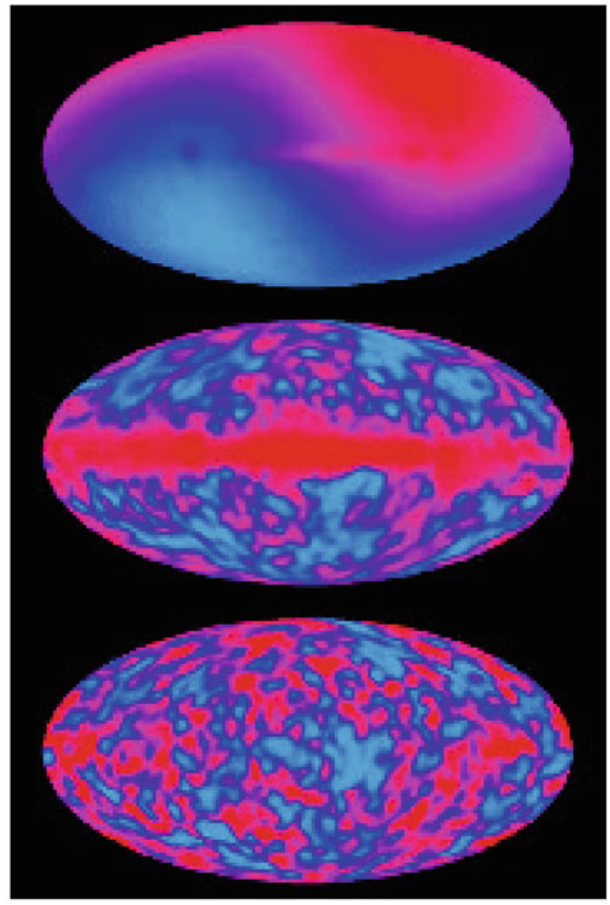


Abb. 15.10 Hintergrundstrahlung, gemessen von COBE. a) Man erkennt deutlich die Dipolasymmetrie (Amplitude 10^{-3}), b) mit Emission der Galaxis (zwischen 0,3 und 1 cm), c) bereinigt; die dunklen Gebiete sind um 0,0002 K wärmer als die hellen

- 10^{-3}: Fluktuationen dieser Größenordnung zeigen eine Winkelabhängigkeit der Temperatur. Diese lässt sich mithilfe einer Dipolverteilung angeben:

$$T(T_0)\left(1+\frac{v}{c}\cos\theta\right) \tag{15.111}$$

  Diese Dipolasymmetrie kann man als eine Bewegung der Erde relativ zum mitbewegten Bezugssystem interpretieren, welches der Expansion des Universums folgt und in dem die Hintergrundstrahlung isotrop erscheint. Man bekommt eine Geschwindigkeit von 350 km/s in Richtung der galaktischen Koordinaten $l = 264{,}25° \pm 0{,}33°$, $b = 48{,}22° \pm 0{,}14°$.
- Bei einer Genauigkeit von 10^{-5} weist die Hintergrundstrahlung Temperaturfluktuationen auf, die nicht mehr einer einfachen Dipolverteilung genügen. Diese werden als Fluktuationen im frühen Universum gedeutet und sind somit von großer Bedeutung für die Strukturbildung im frühen Universum.

Mitte Mai 2009 wurde die Raumsonde PLANCK gemeinsam mit der Sonde HERSCHEL (beobachtet im IR-Bereich) gestartet. Sie befindet sich in 1,5 Mio. km Entfernung zur Erde, am Lagrange-Punkt L2, und es wurde der gesamte Himmel im Mikrowellenbereich kartiert. Man blickt damit zurück auf das junge Universum, als es etwa 400 000 Jahre alt war (Abb. 15.11).

Bei $z = 1\,100$ gab es keine Sterne oder Galaxien; das Universum war 500 Mio. Jahre alt und bestand bereits aus 27 % Dunkler und normaler Materie sowie 73 % Dunkler Energie. Es wurden Anisotropien im Bereich von 10^{-6} K gefunden. Dies wurden von den ersten jungen Galaxien geprägt.

Die Abweichungen des CMB im Bereich von $10^{-3}\ldots10^{-6}$ K lassen sich in eine winkelabhängige Verteilung entwickeln durch Kugelflächenfunktionen:

$$\frac{\Delta T(\theta,\phi)}{T} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} a_{lm} Y_{lm}(\theta,\phi) \tag{15.112}$$

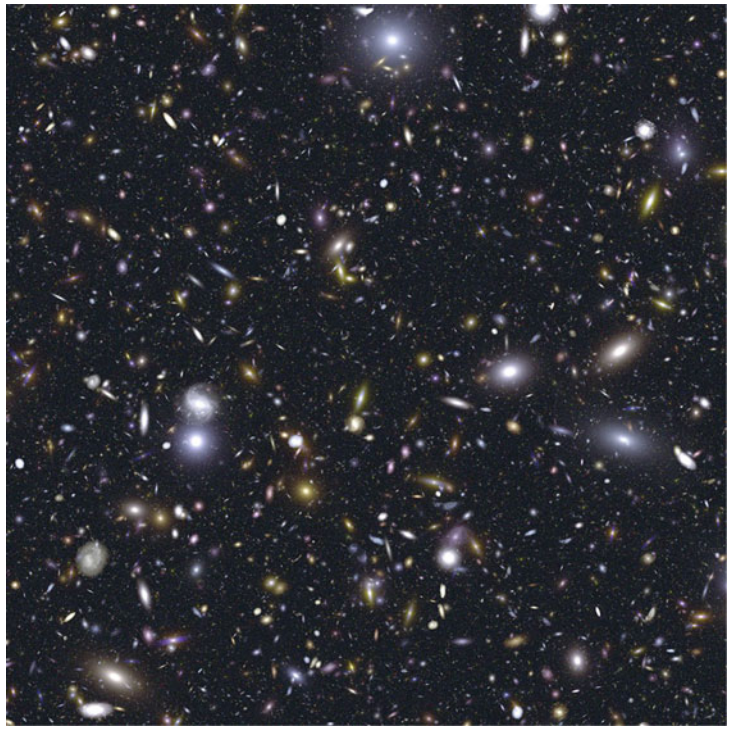


Abb. 15.11 Das mit dem Hubble Space Teleskope aufgenommene extreme deep field zeigt Galaxien bis zu einer Entfernung von etwas mehr als 13 Mrd. Lichtjahren ($z = 10$). Man findet darauf etwa 5000 Galaxien. (NASA/HST)

Das Powerspektrum kann man dann wie folgt angeben:

$$C_l = < |a_{lm}|^2 > \tag{15.113}$$

Somit hat man für jedes l die Stärke des l-ten Moments. Nun trägt man l gegen $\Delta T\,[\mu\mathrm{K}]$ auf $\rightarrow$ sogenannte Winkel-Powerspektren, d. h. die Intensitätsverteilung des CMB am Himmel wird in Multipole entwickelt. Bei $l \approx 220$ tritt der erste akustische Peak auf, bei $l \approx 540$ der zweite. Durch den Sunyaev-Zel'dovich-Effekt wurden CMB-Photonen durch Protogalaxien gestreut (Compton-Streuung), und diese Streueffekte modifizieren die Powerspektren.

Man beachte: Winkelentfernungen im CMB von 1 Grad entsprechen der Größe des Horizonts zur Zeit der Entkopplung. Teilchen, die weiter als 1 Grad entfernt sind im CMB, konnten nicht wechselwirken, Anisotropien auf diesen Skalen deuten auf Störungen hin, die es schon vor der inflationären Phase gab (nächstes Kapitel).

Eine weitere Eigenschaft des CMB ist die Polarisierung. Die Hintergrundstrahlung muss also an Elektronen gestreut worden sein. Nun wurde gerade erwähnt, dass der CMB aus der Zeit der Rekombination stammt, es gab also keine freien Elektronen mehr, woher also die Streuung? Diese stammt aus der Reionisationsära des Universums. Der neutrale Kosmos wurde durch die ersten heißen Sterne wieder ionisiert. Wir erhalten also zwei wichtige Informationen aus der Hintergrundstrahlung:

- Temperaturfluktuation $\rightarrow$ Anisotropien
- Polarisation.

15.5.3 Akustische Oszillationen

Betrachten wir eine inhomogene Massenverteilung. Diese führt zu einer Inhomogenität des Raumes $\rightarrow$ durch Fourierentwicklung als Überlagerung vieler periodischer Funktionen darstellbar. Jedem periodischen Potenzial kann man eine ganz bestimmte Schwingungsfrequenz zuordnen. Zum Zeitpunkt der Rekombination hören diese Schwingungen auf, es entsteht eine Temperaturverteilung, die davon abhängt, wie der Zustand bei der Entkopplung war.

Erster Peak im Powerspektrum: Erste Frequenz erreicht ihr Maximum. Es handelt sich um den Winkel, welcher den akustischen Horizont beschreibt. Darunter versteht man die Entfernung, die die akustische Welle gerade bis zum Zeitpunkt der Entkopplung durchqueren kann.

Der *zweite Peak* ist ein Extremum der Welle mit der doppelten Frequenz usw. Man kann daraus den Baryonenanteil an der Gesamtmaterie im Universum abschätzen. Baryonen verschieben durch ihre Masse die Gleichgewichtslage der Oszillationen.

Aus dem *dritten Peak* folgt das Radiation driving. Wenn die Strahlungsdichte bekannt ist, dann folgt der Anteil der Dunklen Materie.

Tab. 15.3 Ruhemassen einiger wichtiger Teilchen

Teilchen	Bezeichnung	Masse in MeV/c^2
Proton	m_p	938,3
Neutron	m_n	939,6
Elektron	m_e	0,511
Myon	m_μ	140

15.5.4 Bildung der Teilchen

In Tab. 15.3 sind die Ruhemassen einiger wichtiger Teilchen angegeben.

Sehr oft gibt man Energien mithilfe der Temperatur an. Rechnet man mit

$$E \approx kT$$

und der Energieeinheit 1 eV = $1{,}60 \times 10^{-19}$ J von E, dann ist

$$\frac{1\,\text{eV}}{k} = \frac{1{,}60 \times 10^{-19}\text{J}}{1{,}38 \times 10^{-23}\,\text{J/K}} \tag{15.114}$$

und

$$1\,\text{eV} = 1{,}1605 \times 10^4\,k\,\text{K} \tag{15.115}$$

Man berechne, welche Energie einer Temperatur von 10^{12} K entspricht! Lösung.: aus $E = kT$ folgt $E = 1{,}38 \times 10^{-23} \times 10^{12} = \ldots\,\text{J} = \ldots\,\text{eV}$

Lsg.: 100 MeV.

Betrachten wir das Universum bei $T = 10^{12}$ K, was 100 MeV entspricht. Aus der Tab. 15.3 folgt, dass alle Baryonen, die wir heute kennen, bereits vorhanden waren. Die WIMPS,[9] die eventuell einen Teil der Dunklen Materie darstellen, haben Ruhemassen > 100 GeV. Bis auf die WIMPs sind alle Teilchen im Gleichgewicht. Es gibt folgende Reaktionen:

[9] Weakly interacting massive particles.

$$\text{Compton} - \text{Streuung}$$
$$e^{\pm} + \gamma \leftrightarrow e^{\pm} + \gamma$$
$$\text{Paarerzeugung, Vernichtung}$$
$$e^{+} + e^{-} \leftrightarrow \gamma + \gamma$$
$$\text{Neutrino} - \text{Antineutrino} - \text{Streuung}$$
$$\nu + \bar{\nu} \leftrightarrow e^{+} + e^{-}$$
$$\text{Neutrino} - \text{Elektron} - \text{Streuung}$$
$$\nu + e^{\pm} \leftrightarrow \nu + e^{\pm}$$

Die Masse der Neutrinos liegt unter 1 eV. Diese Reaktionsraten werden beeinflusst durch die Anzahldichte $n \approx a^{-3} \approx t^{-3/2}$ und den Wirkungsquerschnitt $\sigma \approx a^{-2}$. Zu frühen Zeiten waren die Teilchen im Gleichgewicht, die Reaktionsraten waren größer als die Expansionsraten.

Für $T < 10^{10}$ K sind die Neutrinos nicht mehr im Gleichgewicht mit den anderen Teilchen, Abkoppelung, Ausfrieren der Neutrinos, das Universums ist 1 s alt.

Sobald die Temperatur unterhalb 5×10^9 K gesunken ist, bzw. $kT \approx 500$ keV, können Elektron-Positron-Paare nicht mehr effizient erzeugt werden.

15.5.5 Quarks und Quark-Gluonen-Plasma

Das Standardmodell der Teilchenphysik zählt Quarks neben den Leptonen zu den fundamentalen Bausteinen der Materie. Es handelt sich um punktförmige Fermionen mit Spin 1/2 und drittelzahliger Elementarladung von +2/3 oder –1/3. Weiterhin haben sie noch die Eigenschaft der Farbladung. Es gibt die Quarks in sechs „Geschmacksrichtungen", *flavors,* und deren Massen und Ladungen findet man in Tab. 15.4.

Protonen und Neutronen sind keine eigentlichen Elementarteilchen, sondern aus *Quarks* aufgebaut. Alle Teilchen kommen in der Natur ohne *color* vor: daher in Kombinationen bgr (blau-grün-rot) oder deren Antiteilchen.

Zu diesen sechs Quarks gibt es noch die Antiquarks. Die Hadronen teilt man ein in Baryonen (bestehen aus drei Quarks) und Mesonen (bestehen aus zwei Quarks mit Farbe und Antifarbe). Beispiele dafür:

- Protonen: uud,
- Neutronen: udd.
- $\pi-$Meson: $u\bar{d}$, $\bar{d}$ bedeutet Antidown-Quark.

Weitere Teilchen, die aus mehr als drei Quarks bestehen, wurden inzwischen gefunden wie das Tetraquark oder das Pentaquark. Die Wechselwirkung zwischen Quarks erfolgt durch Austauschteilchen, die sogenannten Gluonen.

Tab. 15.4 Eigenschaften der Quarks

Name	Masse	Ladung	Antiteilchen	Ladung
u (up)	5 MeV	+2/3	$\bar{u}$	+2/3
d (down)	10 MeV	–1/3	$\bar{d}$	–1/3
s (strange)	200 MeV	–1/3	$\bar{s}$	+1/3
c (charmed)	1,5 GeV	+2/3	$\bar{c}$	–2/3
b (bottom)	4,7 GeV	–1/3	$\bar{b}$	+1/3
t (top)	180 GeV	+2/3	$\bar{t}$	–2/3

Unter normalen Bedingungen sind Quarks eingeschlossen (*confinement,* chirale Symmetrie gebrochen), erst ab 150 MeV sind die Quarks quasi frei (*deconfinement,* chirale Symmetrie restauriert). Dann entsteht das Quark-Gluonen-Plasma. Dieses spielt eine Rolle bei der Entstehung des Universums, bei Quarksternen, im Inneren von Neutronensternen und bei Magnetaren.

Im frühen Universum fand der Phasenübergang zum Quark-Gluonen-Plasma bei 170 MeV oder $T = 10^{12}$ K statt. Am RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) wurden im März 2003 Experimente mit Gold-Deuteron-Kollisionen durchgeführt, das kleine Deuteron (Atomkern des Deuteriums) schießt durch die wesentlich größeren Goldatome, und es werden Quarks herausgerissen.

15.5.6 Teilchenerzeugung

Nehmen wir ein Elementarteilchen der Masse m. Irgendwann in der Entwicklung des Universums gab es einen Zeitpunkt, zu dem galt:

$$kT \approx mc^2 \tag{15.116}$$

Vor diesem Zeitpunkt führte eine Kollision zwischen zwei Photonen zur Erzeugung eines Teilchen-Antiteilchen-Paares. Sobald T unterhalb mc^2/k sank, konnten sich keine Teilchenpaare mehr bilden, und Teilchen und Antiteilchen vernichteten sich gegenseitig, vorausgesetzt, die Dichte und damit die Kollisionsfrequenz waren groß genug. Man kann die Elementarteilchen auch unterteilen in:

1. Leptonen: Neutrinos, Elektronen, Myonen, Tauonen und deren Antiteilchen.
2. Hadronen:
   a) Baryonen: Protonen, Neutronen, Hyperonen (instabil).
   b) Mesonen.

Die kritische Temperatur für Hadronen beträgt 10^{12} K. Vor diesem Zeitpunkt spricht man daher von der *Hadronenära* des Universums. Man hat folgende Abschnitte ($t\ldots$ Alter des Universums):

1. $T \approx 10^{12}$ K, $t \approx 10^{-4}$ s: Paarvernichtung von Myonen; Myon-Neutrinos und deren Antiteilchen entkoppeln sich.
2. $T < 10^{11}$ K, $t > 0{,}01\,s$: Die Massendifferenz zwischen Neutronen und Protonen (1.3 MeV $\approx T = 1{,}5 \times 10^{10}$ K) beginnt, mehr Protonen und weniger Neutronen zu erzeugen. Dabei sind folgende Prozesse wichtig:

$$n + \nu_e \leftrightarrow p + e^- \qquad n + e^+ \leftrightarrow p + \bar{\nu}_e \tag{15.117}$$

$$n \leftrightarrow p + e^- + \nu_e \tag{15.118}$$

   Das Anzahlverhältnis n:p wird durch die Temperatur bestimmt:

$$N_n/N_p = \exp(-1.5 \times 10^{10}/T) \tag{15.119}$$

3. Bei einer Temperatur von $T \approx 10^{10}$ K($t \approx 1\,s$) entkoppeln sich die Elektron-Neutrinos und die Antineutrinos.
4. $T \approx 5 \times 10^9$ K, $t \approx 4\,s$: Die Elektronen und Positronen vernichten einander; durch die Neutrinoabkühlung wird das n:p-Verhältnis fixiert. Man hat dann nur mehr den β-Zerfall:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \tag{15.120}$$

5. $T \approx 10^9$ K; $t \approx 10^2$ s: Die Kernsynthese beginnt, und es werden ^{4}He, Deuterium (^{2}H) und ^{3}He,^{7} Li erzeugt. Zum Beispiel:

$$p + n \leftrightarrow {}^2\mathrm{H} + \gamma \tag{15.121}$$

$${}^2\mathrm{H} + {}^2\mathrm{H} \leftrightarrow {}^3\mathrm{He} + n \tag{15.122}$$

$${}^3\mathrm{He} + n \leftrightarrow {}^3\mathrm{H} + p \tag{15.123}$$

$${}^3\mathrm{H} + {}^2\mathrm{H} \leftrightarrow {}^4\mathrm{He} + n \tag{15.124}$$

Durch die Expansion des Universums kommt es zu einer Abkühlung. Schwere Teilchen entstanden bei höheren Temperaturen, leichte Teilchen bei niedrigeren. Einer Temperatur von 10^{12} K entspricht 100 MeV. Alle uns bekannten Baryonen waren schon vorhanden.

15.6 Symmetriebrechung im frühen Universum

Wir betrachten zunächst die vier Grundkräfte, die heute die Wechselwirkungen zwischen den Teilchen beschreiben. Es zeigt sich, dass die schwächste dieser Kräfte, die Gravitation, die großräumige Struktur des Universums bestimmt, also die Form der Galaxien, Galaxienhaufen, Sterne, Planeten usw. Man versucht, diese Kräfte auf eine Kraft zurückzuführen in den sogenannten GUTs, grand unified theories. Stringtheorien erweitern das Standardmodell der Teilchenphysik und können auch die Gravitation erklären.

15.6.1 Die vier Naturkräfte

Im 19. Jahrhundert kannte man drei Naturkräfte: Gravitation, Elektrizität und Magnetismus. *Maxwell* konnte zeigen, dass Elektrizität und Magnetismus zusammengehören. Die Atomphysik und die Quantenphysik führten zur Entdeckung weiterer Grundkräfte (Tab. 15.5).

Die *starke Kraft* (starke Wechselwirkung) ist um den Faktor 10^{40} stärker als die Gravitation, wirkt jedoch nur auf sehr kurzen Distanzen und hält die Atomkerne zusammen. Die *elektromagnetische Kraft* (EM) ist langreichweitig, kann aber anziehend (zwischen unterschiedlichen Ladungen) und abstoßend (zwischen gleichnamigen Ladungen) wirken, und das nur bei geladenen Teilchen. Deshalb neutralisieren sich die elektrischen Kräfte im Universum.

Die *schwache Wechselwirkung* ist verantwortlich für den radioaktiven Zerfall und die Neutrino-Wechselwirkung. Als Beispiel ist der Zerfall eines freien Neutrons in Abb. 15.12 in einem Feynman-Diagramm gezeigt. In diesen Diagrammen ist als x-Achse die Zeit zu verstehen.

Die *Gravitation* ist die bei weitem schwächste Wechselwirkung, und trotzdem dominiert sie die Struktur des Universums. Dafür gibt es zwei Gründe:

Tab. 15.5 Die vier Grundkräfte; K bedeutet Kopplungsstärke, R die Reichweite

Kraft	K	R [m]	Überträger	wirkt auf
Starke	1	10^{-15}	Gluonen	Quarks
EM	1/137	∞	Photonen	alle gel. Teilchen
Schwache	1×10^{-5}	10^{-18}	W^+, W^-, Z^0	Quarks u. Leptonen
Gravitation	10^{-40}	∞	Gravitonen	Teilchen m. Masse

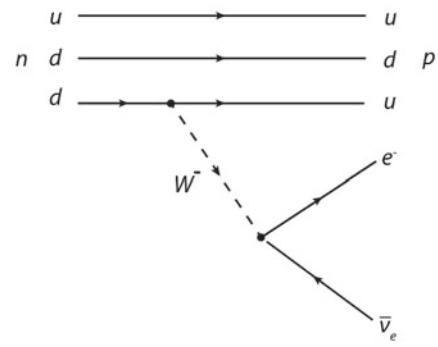


Abb. 15.12 Die elektroschwache Wechselwirkung erklärt beispielsweise den Zerfall eines freien Neutrons (bestehend aus udd-Quarks) zu einem Proton (bestehend aus uud-Quarks)

- Die Reichweite ist unbegrenzt,
- Zwischen zwei Massen im Universum gibt es nur Anziehung und keine Abstoßung (vgl. aber elektromagnetische Wechselwirkung).

Man nimmt an, dass sich alle vier Grundkräfte aus einer einzigen durch sogenannte spontane Symmetriebrechung gebildet haben.

Elektromagnetische, schwache Wechselwirkung und starke Wechselwirkung werden in GUTs beschrieben *(grand unified theories).* Experimentelle Beweise für diese Annahme der Vereinigung der vier Naturkräfte gibt es: Vor etwa 40 Jahren hat man entdeckt, dass die elektromagnetische Kraft mit der schwachen Wechselwirkung zur elektroschwachen Kraft vereinheitlicht werden kann. Im sogenannten *Standardmodell* kann man die Wechselwirkung berechnen. 1979 bekamen *Glashow, Salam* und *Weinberg* den Nobelpreis für ihre Theorie der elektromagnetischen und der schwachen Wechselwirkung, 1984 entdeckten *Rubbia* und *Simon* die von diesem Modell vorhergesagten W- und Z-Teilchen.

Die Teilchen kann man unterteilen in:

- Bosonen: ganzzahliger Spin. $s = 0, 1, 2, \ldots$
- Fermionen: halbzahliger Spin; $s = 1/2, 3/2, \ldots$

Fermionen unterliegen dem Pauli-Prinzip, die Bosonen hingegen nicht und können als Überträger von Kräften fungieren.

→ Kräfte werden in der Physik durch sogenannte Austauschteilchen übertragen. Analogie: Wie können sich zwei Eisläufer abstoßen? Durch gegenseitigen Beschuss mit Schneebällen; die Anziehung erfolgt dadurch, dass sie die Schneebälle jeweils in die entgegengesetzte Richtung werfen.

Überträger der elektromagnetischen Kraft sind die Photonen. Hat man also ein Elektron, das an ein Proton gebunden ist, so werden hier ständig Photonen ausgetauscht. Bei der

schwachen Wechselwirkung sind das die W^+-,W^--, Z^0-Teilchen, von denen jedes die 100-fache Protonenmasse hat. Bei der starken Kraft fungieren als Überträger die Gluonen.

Die Leptonen sind Fermionen, die der elektroschwachen Wechselwirkung sowie der Gravitation unterliegen, nicht jedoch der starken Kraft. Zu diesen Teilchen zählen die Elektronen und die Neutrinos mit den entsprechenden Antiteilchen.

15.6.2 Das frühe Universum

Bisher haben wir die Entwicklung des Universums ab einem Zeitpunkt von 10^{-4} s nach dem Urknall betrachtet, als dessen Temperatur 10^{12} K betrug. Die Physik dieser Prozesse kann man heute in Teilchenbeschleunigern nachvollziehen. Bei noch früheren Phasen wird es allerdings immer unsicherer.

Bei einem Alter von $t \approx 10^{-6}$ s, bei dem die Temperatur $T \approx 10^{13}$ K betrug, vernichten sich die Quarks mit ihren Antiteilchen, man hat eine Suppe aus Quarks und Leptonen. Die elektromagnetische Kraft und die schwache Wechselwirkung vereinigen sich zur elektroschwachen Kraft. Es kommt also zu einem Phasenübergang. Die Theorie dazu wurde von Weinberg und Salam am CERN mithilfe von Beschleunigerexperimenten entwickelt (W- und Z-Teilchen).

Bis zu 10^{-35} s nach dem Urknall war die elektroschwache Kraft mit der starken Wechselwirkung vereinigt – GUTs *(grand unified theories).* Eine der Vorhersagen der GUTs ist der Zerfall des Protons innerhalb 10^{31} Jahren.

> Bei den immer höher werdenden Temperaturen des frühen Universums kam es zu einer Vereinigung der elektromagnetischen mit der schwachen Kraft, und als das Universum nur 10^{-35} s alt war zur Vereinigung der elektroschwachen Kraft mit der starken Kraft (GUT).

In Abb. 15.13 ist das Verhalten der Koppelungskonstanten der vier Grundkräfte in Abhängigkeit der Energie aufgetragen. Man sieht, wie sch die Konstanten einander annähern bei hohen Energien.

Diese Aufspaltung oder Phasenübergänge kann man sich so vorstellen wie den Phasenübergang von Eis zu flüssigem Wasser. Eis befindet sich in einem höheren Symmetriezustand (Kristalle) als Wasser, da Wasser als Flüssigkeit jede beliebige Form einnehmen kann.

15.6.3 Inflationäres Universum

1981 hat *A. Guth* das Konzept des inflationären Universums entwickelt. Als sich die starke Wechselwirkung von der schwachen und der elektromagnetischen abtrennte, kam es zu

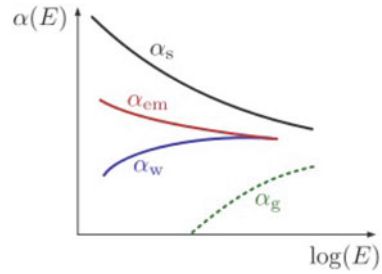


Abb. 15.13 Bei höheren Energie nähern sich die Koppelungskonstanten der vier Kräfte (s starke, w schwache, em elektromagnetische und g Gravitation) einander an

einem Phasenübergang (Symmetriebrechung) als das Universum etwa 10^{-35} s alt war. Dadurch wurde das Universum mit Energie angefüllt, man bezeichnet dies als Vakuum-Energie (oder auch Energie des Falschvakuums). Somit wurde für etwa 10^{-32} s die Gravitation abstoßend, und dies hatte zur Folge, dass sich das Universum extrem stark ausdehnte (um den Faktor 10^{26}). Sobald der Phasenübergang komplettiert war, setzte sich die normale Entwicklung fort (Abb. 15.14).

Die Energiedichte des Vakuums transformierte sich also in Materie und Strahlung. Die Theorie des inflationären Universums braucht man, um Eigenheiten des Universums zu erklären:

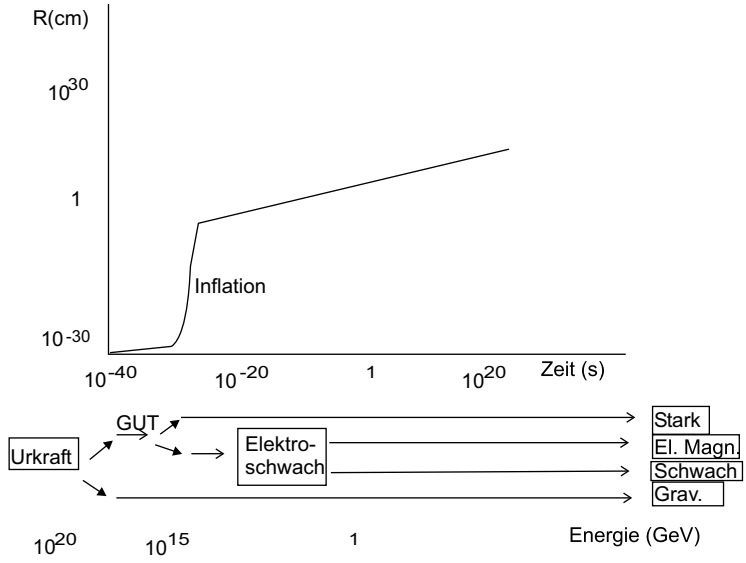


Abb. 15.14 Entwicklung des Universums

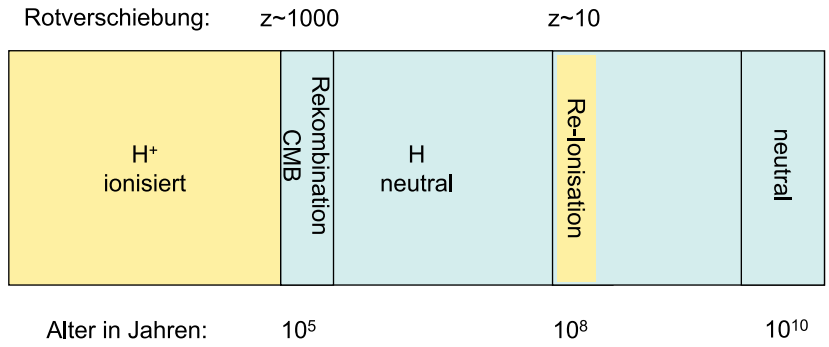


Abb. 15.15 Entwicklung des Universums: Bei $z = 1000$ wird das Universum durchsichtig, aus dieser Zeit stammt die kosmische Hintergrundstrahlung (CMB). Das Universum wird neutral (hauptsächlich neutraler H). Durch massereiche, leuchtkräftige Sterne und Quasare kam es zu einer neuerlichen Ionisation bei $z = 10$, als das Alter etwa 10^8 Jahre betrug

- Horizontproblem: Betrachten wir das Universum im Mikrowellenbereich. Zwei entgegengesetzte Punkte am Himmel können nie physikalisch in Zusammenhang gestanden haben, durch die inflationäre Ausdehnung ist dies aber erklärbar.
- Problem der Flachheit: Der Dichteparameter Ω_0, der das Verhältnis tatsächliche Materiedichte zu kritische Materiedichte (diejenige Dichte, die erforderlich ist, um ein geschlossenes Universum zu erhalten) beschreibt, liegt zwischen 0,03 und 2. Aber schon 1 s nach dem Urknall betrug $1 - \Omega_0$ nur 10^{-15}, das Universum war also extrem flach.[10]
- Durch die rasche Expansion wurden magnetische Monopole, die sich möglicherweise früher gebildet haben, sehr weit verstreut und sind deshalb heute unentdeckbar.
- Durch die Inflation entstanden kleine Dichtefluktuationen, die dann die Kondensationskeime für spätere Materiestrukturen waren (Galaxien, Galaxienhaufen, …).

In der Abb. 15.15 ist die thermische Entwicklung des Universums skizziert.

Noch früher als 10^{-43} s (Planck-Zeit) braucht man eine Quantentheorie der Gravitation. Hier gibt es viele Spekulation wie die *Superstringtheorie* von *Green* und *Schwartz.*

Die inflationäre Phase ereignete sich auf Grund des Phasenüberganges, der zur Abspaltung der starken von der elektroschwachen Kraft führte; das Universum dehnte sich um den Faktor 10^{26} aus.

[10] Bei einem flachen Universum wäre $\Omega_0 = 1$.

15.6.4 Stringtheorie

Wir haben bereits das Problem der Vereinheitlichung der vier Grundkräfte besprochen. Das sogenannten Standardmodell ist in diesem Punkt unbefriedigend, da sich die Gravitation nicht einbinden lässt. In der Stringtheorie geht man davon aus, dass die Teilchen aus Strings bestehen, die keine weitere Struktur mehr zeigen, aber in verschiedenen Schwingungszuständen auftreten können. Teilchen sind also Vibrationen eines Strings, und man findet:

- Teilchen, die Materie bilden: Elektronen, Myonen, Neutrinos und elementare Quarks,
- Überträger von Wechselwirkungen: Photonen, W- und Z-Bosonen, Gluonen,
- Graviton: Auch dieses Teilchen, welches die Gravitation übertragen soll, wird postuliert, und somit wäre die Gravitation durch die Stringtheorie integriert (Abb. 15.16).

Aus den Stringtheorien sollte sich natürlich die vierdimensionale Raum-Zeit-Struktur des Universums ergeben. Die relativistische Quantentheorie beschreibt die Eigenschaften der Elementarteilchen bei sehr schwacher Gravitation, und die Teilchentheorie funktioniert nur ohne Gravitation. Die Allgemeine Relativitätstheorie beschreibt die Bahnen der Planeten, Urknall und Schwarze Löcher sowie Gravitationslinsen. Jedoch rechnet man hier meist mit einem klassischen Universum, d. h. Quanteneffekte werden nicht berücksichtigt. Deshalb würde die Stringtheorie diese Lücke füllen.

Gravitonen sind die Überträger der Gravitation. Nehmen wir an, ein Graviton wird in ein Quantenfeld gegeben, die Teilchenwechselwirkungen geschehen an einem Punkt in der Raum-Zeit bei Nullabstand zwischen den wechselwirkenden Teilchen (Abb. 15.17). Dies macht keinen Sinn. In der Stringtheorie kollidieren Strings in einem kleinen endlichen Abstand, und die mathematischen Lösungen erscheinen sinnvoll.

In der Stringtheorie werden Elementarteilchen als Anregungsmoden elementarer Strings beschrieben. Die Strings sind dabei frei in der Raum-Zeit. Die Spannung der Strings wird beschrieben durch:

$$\frac{1}{2\pi a'} \tag{15.125}$$



Abb. 15.16 Interaktion zwischen Strings; diese geschieht nicht an einem genau definierten Punkt



Abb. 15.17 Wechselwirkung im Standardmodell; diese geschieht an einem Punkt und ist für Gravitonen mathematisch nicht sinnvoll

Dabei ist a' gleich dem Quadrat der Stringlängenskala. Strings sind von der Größe her im Bereich der Planck-Länge (10^{-35} m). Es gibt zwei Arten von Strings: offene und geschlossene Strings. Um auch die Fermionen in die Theorie zu integrieren, braucht man die sogenannte *Supersymmetrie:* Zu jedem Boson (das sind die Teilchen, die Kräfte übertragen) existiert ein entsprechendes Fermion (das sind die Teilchen, welche die Materie ausmachen). Und zu jedem Fermion soll es ein supersymmetrisches Boson geben. Diese schweren supersymmetrischen Teilchen sollten von Teilchenbeschleunigern der kommenden Generation gefunden werden.

Stringtheorien können also auf unterschiedliche Arten formuliert werden:

- offene oder geschlossene Strings,
- nur für Bosonen: Bosonen-Strings,
- für Bosonen und Fermionen → Supersymmetrie, Superstrings.

Für eine Stringtheorie der Bosonen benötigt man 26 Raum-Zeit-Dimensionen, für Superstrings nur mehr zehn. Bei Ersteren gibt es ein Teilchen mit einer imaginären Masse, das Tachyon. Die Reduktion von z. B. zehn Raum-Zeit-Dimensionen auf unsere bekannten vier nennt man *Kompaktifizierung.* Die M-Theorie *(mother of all theories)* vereinigt die vielen unterschiedlichen Stringtheorien.

Nach den Stringtheorien muss es mehr als die vier uns bekannten Raum-Zeit-Dimensionen geben.

Die Idee von mehr als vier Dimensionen ist nicht neu. *Klein* und *Kaluza* vertraten um 1921 als Erste die Idee, dass unser Universum mehr als drei räumliche Dimensionen haben könnte. Weshalb beobachten wir aber nur die bekannten drei? Dazu ein Analogon: Betrachtet man einen Gartenschlauch aus der Ferne, dann sieht er wie ein eindimensionales Objekt aus. Erst aus der Nähe erkennen wir, dass er ein dreidimensionales Objekt ist. So könnte es auch unterhalb der heutigen Messgrenzen von 10^{-16} cm weitere Dimensionen geben. Nach der Theorie von Kaluza-Klein lassen sich Gravitation und Maxwellgleichungen in einem 5-dimensionalen Universum gemeinsam beschreiben. Neben den drei uns bekannten Raumdimensionen sollte es noch eine weitere geben. Das Problem war jedoch, dass sich

diese Theorie überhaupt nicht mit der Quantenmechanik vereinen lässt, und so wurde sie aufgegeben.

Die Stringtheorie sagt nun, dass spezifische Teilcheneigenschaften wie Masse oder elektrische Ladung von der Größe, Anzahl, Form der Löcher, bedingt durch die höheren Dimensionen, bestimmt wird.

In der *Topologie* untersucht man die Eigenschaften des geometrischen Raums, welche sich nicht ändern unter:

- Raumdehnung,
- Verdrehung,
- Verbiegung.

Beispiel

Ein Doughnut und eine Kugel sind topologisch verschieden, es gibt keine Möglichkeit, durch Drehung oder Verbiegung aus einer Kugel ein Doughnut zu erzeugen. Anders ein Doughnut und eine Teetasse. Diese beiden Körper sind topologisch gleich.

In der Allgemeinen Relativitätstheorie geht man davon aus, dass die Raum-Zeit stetig ihre Größe und Form verändert (Expansion des Universums). Die Topologie des Universums bleibt jedoch erhalten.

Betrachten wir quantenmechanische Prozesse auf kleinsten Größenskalen: Hier gibt es Fluktuationen, und deshalb muss man derartige Fluktuationen auch bei der Raum-Zeit-Struktur annehmen. Diese Fluktuationen mitteln sich weg, wenn man das Universum auf größeren Skalen betrachtet. Mathematisch lässt sich das durch eine Schrumpfung auf einen singulären Punkt mit anschließender Expansion in orthogonaler Richtung darstellen. Die Singularität lässt sich nicht mit der Allgemeinen Relativitätstheorie beschreiben.

Die Randbedingungen der Strings können unterschiedlich sein: Geschlossene Strings haben periodische Randbedingungen, offene Strings haben zwei Arten von Randbedingungen: a) Neumann-Rand-Bedingungen, der Endpunkt kann sich frei bewegen, hat aber keinen Impuls, b) Dirichlet-Randbedingungen, bei denen der Endpunkt fixiert ist auf einer Mannigfaltigkeit, man spricht von einer Dp-Brane (p gibt die Anzahl der räumlichen Dimensionen dieser Mannigfaltigkeit an). In Abb. 15.18 hat man offene Strings mit einem oder beiden Endpunkten, fixiert auf einer D2-Brane.

Untersuchen wir die Wechselwirkung von D-Branen mit Gravitation. In Abb. 15.19 hat man ein Graviton, dargestellt durch einen geschlossenen String, das mit einer D2-Bran in Wechselwirkung tritt. Der String wird dabei zu einem offenen String, wobei zum Zeitpunkt der Wechselwirkung die Endpunkte auf der D-Brane sind.

Eine gute Anwendung, um dieses Konzept zu testen, findet man in der Hawking-Strahlung Schwarzer Löcher. Nimmt man offene Strings an, dann folgt Strahlung in Form von geschlossenen Strings. Die *Beckenstein-Hawking-Entropie*-Formel besagt, dass die Entropie S eines Schwarzen Lochs ausgedrückt werden kann durch:

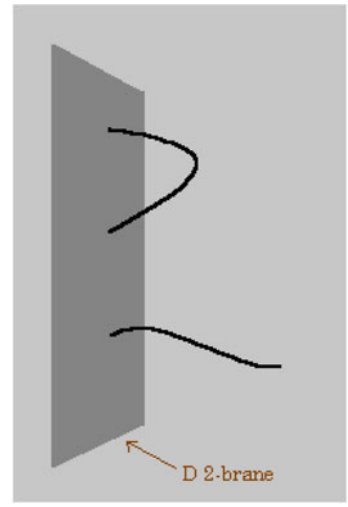
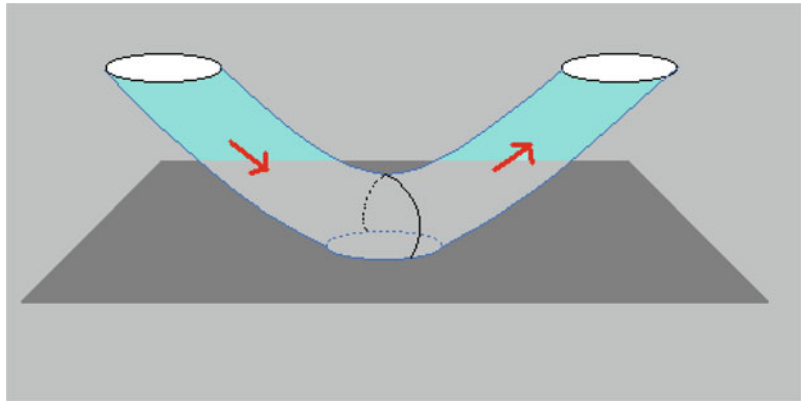


Abb. 15.18 D2-Brane eines offenen Strings

$$S = A/4, \tag{15.126}$$

wobei A der Ereignishorizont ist. Sobald ein Objekt den Ereignishorizont durchdrungen hat, kann es niemals mehr daraus entweichen. Die obige Formel lässt sich mithilfe der String-Theorie erklären.



Wechselwirkung

Abb. 15.19 D-Branen-Wechselwirkung mit einem Graviton. Man beachte den Übergang zu einem offenen String zum Zeitpunkt der Wechselwirkung

15.6.5 Quantenschaum

Die zwei großen Theorien der Physik des 20. Jahrhunderts sind die Allgemeine Relativitätstheorie und die Quantentheorie. Wendet man diese beiden Theorie auf Skalen der Planck-Länge an, also etwa 10^{-35} m, dann bilden sich laufend Blasen der Raum-Zeit, welche wieder zerfallen. Aufgrund der Unschärferelation gilt für die Unschärfen von Ort (Δx) und Impuls (Δp) eines Teilchens:

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2 \tag{15.127}$$

Der Impuls kann also um $\Delta p < \frac{\hbar}{2\Delta x}$ schwanken, ohne dass man das messen kann. Die Unsicherheit der Energie beträgt:

$$mc^2 = \Delta E = \Delta pc = \frac{\hbar c}{2\Delta x} \tag{15.128}$$

Ein Schwarzes Loch ist durch den Schwarzschild-Radius bestimmt: $r = \frac{2Gm}{c^2}$.

Objekte, deren Ausdehnung der Planck-Länge entspricht, müssten eine Masse von 10^{-8} kg besitzen, denn:

- $m < 10^{-8}$ kg: Ortsunschärfe $\rightarrow$ größere Ausdehnung.
- $m > 10^{-8}$ kg: Schwarzschildradius > Planck-Länge.

15.6.6 Quantenvakuum

Wir schon gezeigt, ist das Vakuum nicht leer, sondern mit virtuellen Teilchen angefüllt. Nach der Heisenberg'schen Unschärferelation kann ein Teilchen der Energie ΔE eine kurze Zeit

$$\Delta t < \hbar/\Delta E \tag{15.129}$$

existieren. Es entstehen so virtuelle Teilchen/Antiteilchen-Paare. Ist die Zeit sehr kurz, entstehen hohe Energie bzw. große Massen, da $m_0 = E/c^2$. Große Massen wiederum krümmen die Raum-Zeit, und es entstehen Blasen in der Raum-Zeit. Der Quantenschaum ist chaotisch aufgebaut.

Das Quantenvakuum stellt einen Zustand niedrigster Energie dar $\rightarrow$ Die Energie ist jedoch niemals exakt null. In obige Formel geht ein:

- Planck-Länge: 10^{-35} m,

$$l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \tag{15.130}$$

- Planck-Zeit: 10^{-43} s.

$$t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \tag{15.131}$$

  Zeit, die das Licht benötigt, um eine Planck-Länge zurückzulegen.

Ort und Zeit eines Teilchens können niemals genauer als diese beiden Größen bestimmt werden.

→ Raum und Zeit sind nicht kontinuierlich, sondern setzen sich aus Quanten der Raumzeit zusammen.

15.6.7 Schleifengravitation, Quantum Loop Gravity

Wir haben die Stringtheorie als eine Möglichkeit vorgestellt, die Gravitation mit den anderen Naturkräften zu beschreiben. Die Singularität des Urknalls ließe sich vermeiden. Jedes Objekt, das kleiner als die Planckskala wäre, würde auf Grund der Unschärferelation sofort zu einem Schwarzen Loch kollabieren, da es extrem viel Energie bzw. Masse besitzt. In der Schleifengravitation geht man (ebenso wie in der Stringtheorie) davon aus, dass es nicht beliebig kleine Strukturen geben kann. Der Raum selbst gehorcht der Quantenmechanik, er ist durch Quantenzustände beschreibbar. Ein solcher Quantenzustand wird durch ein Netz von Knoten, die mit Linien verbunden sind, beschrieben. Die Knotenabstände entsprechen der Planck-Länge. Ein Kubikzentimeter würde demnach 10^{99} Knoten enthalten. Das Universum enthält etwa 10^{85} cm^3. Man könnte somit mit einem perfekten Mikroskop, welches in einen Kubikzentimeter hineinzoomen könnte, wesentlich mehr Informationen erhalten als mit einem perfekten Teleskop, welches das Universum auf cm-Länge auflöst!

Wo ist dieses Netz eingebettet? Das Netz selber definiert den Raum. Zwischen den Verbindungen und Knoten ist nichts. Analogon: Betrachten wir eine Sanddüne. Sie besteht aus vielen Sandkörnern. Zwischen den Sandkörnern ist nichts. Die Elementarteilchen sind dann Netzknoten. Die Bewegung der Teilchen ist eine Verschiebung der Knoten im Netz.

Einige Effekte kann man mit der Schleifengravitation vorhersagen: langwellige Gravitationswellen, Hawking-Strahlung, Entropie Schwarzer Löcher, positive Kosmologische Konstante. Weitere Effekte wären eine Wellenlängenabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit. Diese würde sich besonders dann zeigen, wenn die Wellenlänge vergleichbar mit den Abständen der Knoten wird, also der Planck-Länge. Falls überhaupt nachweisbar, könnte man dies nur bei höchstenergetischer kosmischer Strahlung detektieren, hier würde der Unterschied etwa 10^{-9} betragen. Dies würde also Laufzeitunterschiede bei verschiedenen Wellenlängen bedeuten, z. B. während eines Gammastrahlungsausbruchs. Der 500 Mio. Lichtjahre entfernte Blazar Markarjan 501 wurde mit dem MAGIC-Teleskop (Durchmesser etwa 15 m, Abb. 15.20)[11] untersucht und zeigte Laufzeitunterschiede.

[11] MAGIC steht für Major Atmospheric Gamma Imaging Cerenkov Telescopes.



Abb. 15.20 Das MAGIC-Teleskop am Observatorio Roque de los Muchchos in La Palma

15.6.8 Die ersten Sterne

Wir haben gesehen, dass das Universum aus drei Komponenten besteht:

1. Baryonische Materie: sichtbar, beobachtbar; etwa 4 %.
2. Dunkle Materie: nicht beobachtbar, nur Gravitationswirkung! Etwa 23 %.
3. Dunkle Energie: erklärt beschleunigte Expansion des Universums.

Auf großen Skalen zeigt das Universum eine filamentartige Struktur. Dies kann man mit baryonischer Materie allein nicht erklären. Baryonische Materie unterliegt dem thermischen Druck, also Gasdruck → keine Klumpung der Materie. Die Dunkle Materie unterliegt nur der Schwerkraft und nicht dem Druck.

Die Dunkle Materie erklärt also die filamentartige Verteilung der baryonischen Materie. An den Netzwerkknoten bildeten sich riesige Wolken, die kollabierten. Sterne der Population III bildeten sich: Sie enthielten nur Wasserstoff und Helium, was sich auf die Opazität auswirkt. Deshalb konnten sie massereicher sein als die uns heute bekannten Sterne.

► **Wichtig**
Population III Sterne: einige 100 Sonnenmassen
Durchmesser $\approx 10\,R_\odot$
Oberflächentemperaturen: einige 100 000 K

„Dunkle“ Sterne könnten entstanden sein beim Kollaps der Dunklen Materie. Sie leuchteten jedoch auf Grund der Annihilation von Teilchen und Antiteilchen der Dunklen Materie. Masse wird gemäß

$$E = mc^2 \tag{15.132}$$

in Energie umgewandelt. Dunkle Sterne waren also extrem hell. Die Lebensdauer betrug nur einige Millionen Jahre. Nun gibt es zwei Szenarien:

- Nach der Zerstrahlung der Dunklen Materie leuchtet der Stern auf Grund der normalen Kernfusion. Wegen der großen Masse ist jedoch auch hier nur eine kurze Lebensdauer gegeben, und der Stern explodiert zu einer Supernova. Ein Schwarzes Loch bleibt übrig, die interstellare Materie wird mit schwereren Elementen angereichert.
- Massereiche Dunkle Sterne erreichen kein normales Sternstadium (also thermonukleare Fusion) und werden zu schweren Schwarzen Löchern von einigen tausend und mehr Sonnenmassen. Daraus könnten sich die Supermassiven Schwarzen Löcher (SMBH) in den Galaxienkernen entwickelt haben.

Mit dem Nachfolger des Hubble-Teleskops, dem James Webb Space Telescope soll nach solchen Supernovae gesucht werden. Da sie aus der Frühphase des Universums stammen, zeigen sie eine extreme Rotverschiebung, sollten daher im IR beobachtbar sein.

15.6.9 Paralleluniversen

Es gibt zwei Wege, sich die Erzeugung von Paralleluniversen vorzustellen:

Das Universum ist aus dem Quantenschaum entstanden; wenn unser Universum daraus entstanden ist, dann können beliebig viele Universen mit möglicherweise ganz anderen Naturgesetzen entstanden sein.

Viele-Welten-Interpretation der Quantenmechanik: Bei Beobachtungen spaltet sich die Welt in mehrere Welten auf. Die Gesamtheit aller Parallelwelten nennt man auch Multiversum. Der Unterschied zu oben ist, dass hier in allen Universen dieselben Naturgesetze gelten müssen.

15.7 Zeitskala

Wir skalieren die Entwicklungsgeschichte des Universums vom Ursprung bis heute auf ein Jahr. Dann finden wir die in Tab. 15.6 gegebenen Daten.

Tab. 15.6 Auf ein Jahr skalierte Entwicklungsgeschichte des Universums vom Ursprung bis heute

Zeit	Ereignis
1. Jan 0^h0^m	Urknall, Entstehung von H, He
1. Jan. 0^h14^m	Entkopplung von Strahlung und Materie
5. Jan.	Erste Sterne und Schwarze Lö cher, C, N, O, …
16. Jan.	älteste bekannte Galaxie, Quasar
9. Sep.	Entstehung von Sonnensystem und Erde
28. Sep.	Erstes Leben auf der Erde (Cyanobakterien)
16.–19. Dez.	Wirbeltierfossilien, Pflanzen
20.–24. Dez.	Wald, Fische, Reptilien
25. Dez.	Säugetiere
28. Dez.	Aussterben der Dinosaurier
31. Dez. 20^h00^m	Erste Menschen
31. Dez. 23^h55^m	Neandertaler
31. Dez. $23^h55^m56^s$	Das Jahr 0
12. Jan	Erde wird zu heiß
7. April	Sonne wird zum Roten Riesen
16. April	Kollision Milchstraße mit Andromedagalaxie

15.8 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.

Bergström, L., Goobar, A., Cosmology and Particle Astrophysics (Springer Praxis Books) (Taschenbuch) Springer, 2006
Sexl, R.U., Urbantke, H.K.: Gravitation und Kosmologie, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 5. Auflage 200
Introduction to General Relativity and Cosmology, C.G. Böhmer, World Scientific, 2016
Gravitation and Cosmology, S. Weinberg, WSE, 2008
Modern Cosmology, A. Liddle, Wiley, 2015
Extragalactic Astronomy and Cosmology, P. Schneider, Springer, 2014
Foundations of Modern Cosmology, J.F. Hawley, K.A.Holcomb, Oxford Univ. Press, 2005
Astrophysics and the Evolution of the Universe, L.S. Kisslinger, World Scientific, 2016

Aufgaben

15.1 Unter welcher Vereinfachung gibt $\tau = 1/H$ das tatsächliche Weltalter an?

Lösung
Gleichmäßige Expansion.

15.2 In welcher Entfernung befindet sich eine Galaxie von uns, deren Rotverschiebung $z = 0{,}1$ ist?

Lösung
Rechnen wir in den Einheiten für die Lichtgeschwindigkeit [km/s] bzw. für die Hubble Konstante [km s^{-1} Mpc^{-1}]: $d = cz/H_0 = 3 \times 10^5 \times 0{,}1/(50 \times 1{,}1) \rightarrow d = 600\,\text{Mpc}$.

15.3 Beim Auftreffen von Teilchen der kosmischen Strahlung entstehen Myonen in der Erdatmosphäre. Diese bewegen sich mit 99,4 % der Lichtgeschwindigkeit. Ihre Halbwertszeit beträgt für ruhende Teilchen $1{,}5 \times 10^{-6}$ s. Um welchen Betrag erhöht sich deren Halbwertszeit?

Lösung
Man berechnet zuerst $\gamma = 1/\sqrt{1 - 0{,}994^2} \rightarrow \Delta t' = \gamma \Delta t = 13{,}7 \times 10^{-6}$ s. Schnell bewegte Myonen zerfallen langsamer, Reisen erhält jung.

15.4 Man bestimme die Komponenten des metrischen Tensors im Falle des Minkowski-Raumes!

Lösung
Aus $ds^2 = dx^0 dx^0 g_{00} + dx^0 dx^1 g_{01} + dx^0 dx^2 g_{02} + dx^0 dx^3 g_{03}$
$+dx^1 dx^0 g_{10} + dx^1 dx^1 g_{11} + dx^1 dx^2 g_{12} + dx^1 dx^3 g_{13}$
$+dx^2 dx^0 g_{20} + dx^2 dx^1 g_{21} + dx^2 dx^2 g_{22} + dx^2 dx^3 g_{23}$
$+dx^3 dx^0 g_{30} + dx^3 dx^1 g_{31} + dx^3 dx^2 g_{32} + dx^3 dx^3 g_{33}$ folgt, dass $g_{00} = -1$, $g_{11} = 1$, $g_{22} = 1$, $g_{33} = 1$ und alle anderen Komponenten null sind.

15.5 Könnte man einen in unser Sonnensystem eindringenden Planeten aus Dunkler Materie beobachten?

Lösung
Nein, nur durch seine Gravitationswirkung; man könnte nicht einmal einen Transit beobachten!

15.6 Man zeige, wie man aus der Formel 15.55 den klassischen Dopplereffekt findet!

Lösung
Setze $c \to \infty$.

15.7 Man zeige, dass es im Gegensatz zum klassischen Dopplereffekt beim relativistischen auch dann eine Rotverschiebung gibt, wenn sich die Quelle transversal bewegt!

Lösung
Setze $\cos\Theta = 0$. Eine Folge der Zeitdilatation.

Check for updates

Astrobiologie

16

Inhaltsverzeichnis

16.1 Leben auf der Erde und im Sonnensystem 617
16.2 Entdeckung extrasolarer Planetensysteme 621
16.3 Host Stars 625
16.4 Weiterführende Literatur 631
Aufgaben 631

Die Astrobiologie untersucht die Möglichkeiten der Entstehung des Lebens auf anderen Planeten und Objekten (i) im Sonnensystem, (ii) um andere Sterne herum, sogenannte Exoplaneten. Dieser Forschungszweig war zunächst rein spekulativ. Erst um 1990 gelang der direkte Nachweis von Planeten um andere Sterne.

16.1 Leben auf der Erde und im Sonnensystem

Wir kennen bisher nur Leben auf der Erde. Man geht meist davon aus, dass die Entstehung des Lebens an das Vorhandensein flüssigen Wassers sowie komplexer organischer Verbindungen gekoppelt ist. Wir beschreiben kurz die Entwicklung des Lebens auf der Erde sowie die Bedeutung der Atmosphäre und des Magnetfeldes der Erde für das Leben.

16.1.1 Was ist Leben?

Die Definition von Leben ist komplex. Leben benötigt vor allem eine Energiequelle. Pflanzen auf der Erde benötigen Sonnenenergie, Kohlendioxid und Wasser. Leben wächst und vermehrt sich. Leben zeichnet sich durch einen *Stoffwechsel* aus. Diese Eigenschaften

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_16

wurden bei verschiedenen Experimenten auf der Marsoberfläche verwendet, um nach Leben zu suchen. Leben organisiert sich in komplexen Strukturen und passt sich der Umgebung an.

Leben auf der Erde besitzt als kleinste Einheit die Zelle. Es gibt unizelluläre Lebewesen, die aus einer einzigen Zelle bestehen (die meisten Bakterienarten), sowie multizelluläres Leben. Der menschliche Körper besteht aus etwa 100 Trillionen Zellen.

Leben auf der Erde basiert vor allem auf dem Vorhandensein von *Wasser.* Wasser besitzt besondere Eigenschaften: Es speichert Wärme, dient als Lösungsmittel und als Transportmittel in den Zellen. Wasser kann beim Verdampfen kühlend wirken und damit einen komplexen Organismus auf nahezu konstanter Temperatur halten. Eis ist leichter als Wasser, deshalb bildet sich eine Eisschicht immer an der Oberfläche eines Sees oder Gewässers und ermöglicht den im Wasser befindlichen Lebewesen das Überleben. Es gibt aber einige Lebewesen, die lange Zeit ohne Wasser auskommen und so Extremzustände überleben: Sporen von Bakterien dehydrieren und können sogar die tiefen Temperaturen des Weltraums aushalten. Deshalb werden Vorsichtsmaßnahmen getroffen, um nicht durch die Landung von Raumsonden auf anderen Objekten des Sonnensystems (Mars, Titan, Europa) diese mit irdischem Leben zu infizieren.

Neben Wasser ist auch Kohlenstoff von besonderer Bedeutung für Leben auf der Erde. Kohlenstoffatome können Elektronen mit anderen Kohlenstoffatomen teilen und lange Ketten bilden.

Sowohl Wasser als auch Kohlenstoff finden sich relativ häufig im Universum:

- Wasser: Spuren von Wasser wurden bei allen Planeten des Sonnensystems festgestellt. Die äußeren Planeten und ihre Monde enthalten besonders viel an Wasser.
- Kohlenstoff bzw. organische Verbindungen: in verschiedenen Planetenatmosphären wie bei Venus, Mars, Jupiter; aber auch an der Oberfläche des Titan, von Europa oder Pluto sowie bei Kometen und Meteoriten.

Wir kennen derzeit nur ein Beispiel für die Entwicklung des Lebens: Leben auf der Erde.

16.1.2 Leben auf der Erde

Die Erde entstand vor etwa 4,6 Mrd. Jahren. Die Bildung der Erde dauerte etwa 10–20 Mio. Jahre. Während der Frühphase der Erde gab es das große Bombardement, es befanden sich noch sehr viele Kleinkörper im Sonnensystem, die auf die Erde und andere Planeten stürzten.

Möglicherweise stammt ein Großteil des Wassers auf der Erde von Kometeneinschlägen. Leben war in dieser Frühphase nicht möglich.

Die Entstehung des Lebens auf der Erde vor etwa 3,5 Mio. Jahren wird noch immer diskutiert:

- Urey-Miller-Experiment: Es wurde 1952/1953 von Urey und Miller an der Universität Chicago durchgeführt und seither in verschiedenen Variationen verfeinert. Ein Behälter mit Wasser, Methan, Ammoniak und Wasserstoff wurde erwärmt und elektrischen Entladungen ausgesetzt. Nach einer Woche wurden in dem Gemisch 10–15 % organische Verbindungen festgestellt.
  Spätere Untersuchungen zeigten, dass auch die UV-Strahlung der Sonne die Bildung solcher Verbindungen fördert (z. B. in der dichten Atmosphäre des Saturnmondes Titan geschieht dies heute noch).
- Panspermie-Theorie: Leben muss sich nur einmal irgendwo im Universum entwickelt haben und breitet sich dann ganz von selbst aus (vgl. Sporen von Bakterien, die Weltraumflüge überstehen). Ob Sporen die weite Reise zwischen den Sternen überstehen, die mehrere zehntausend Jahre dauern, ist jedoch fraglich.
- Black Smokers: Die Erde ist geologisch aktiv, Platten wandern, und es bilden sich an den Ozeanböden heiße Quellen. Normalerweise hat das Wasser an den Ozeanböden eine Temperatur von etwa 2 °C, aber an den heißen Quellen gibt es Temperaturen von 60 bis 400 °C. An diesen heißen Quellen fand man *Archaea* und *extremophile Bakterien*, also Bakterien die unter extremen Bedingungen (z. B. sehr heiß oder sehr salzig) existieren. Wenn Leben auf der Erde in solchen Black Smokers entstanden wäre, dann wäre es durch die Wassermassen auch gut geschützt gegen die in der Frühzeit der Erde starke UV-Strahlung der Sonne gewesen. Die UV-Strahlung der frühen Sonne war wesentlich stärker als heute. Sonnenähnliche junge Sterne leuchten im UV- und Röntgenbereich 100 bis 1000-mal heller als die heutige Sonne in diesen Wellenlängenbereichen. Außerdem erreichte diese Strahlung die Erdoberfläche ungehindert, da die Erdatmosphäre noch keine UV-absorbierende Ozonschicht hatte.
  Black Smokers könnten auch an den Ozeanböden des Jupitermondes Europa liegen.

Leben auf der Erde entstand vor etwa 3,5 Mrd. Jahren *(Cyanobakterien).* Durch Photosynthese

$$6CO_2 + 6H_2O \rightarrow C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \tag{16.1}$$

reicherte sich die Erdatmosphäre langsam mit Sauerstoff an und bildete eine Ozonschicht. Erst dann konnten sich die Lebewesen vom Wasser aufs Land hin entwickeln. Vor etwa 750 Mio. tauchten die ersten multizellularen *Eukaryoten*[1] auf, vor etwa 600 Mio. Jahren

[1] Eukaryoten besitzen einen Zellkern.

gab es die sogenannte *Kambrische Explosion* während der sich das Leben extrem rasch diversifizierte.

16.1.3 Schutzschirme für Leben auf der Erde

Es gibt zwei wichtige Schutzschilde, ohne die Leben auf der Erdoberfläche nicht möglich wäre:

- Erdatmosphäre: Sie schützt das Leben vor kurzwelliger Strahlung, also UV- und Röntgen-Strahlung. Die UV-Strahlung der Sonne wird in der Ozonschicht absorbiert (20–40 km Höhe in der Stratosphäre).

$$O_2 + h\nu \rightarrow O + O \tag{16.2}$$

$$O_2 + O \rightarrow O_3 \tag{16.3}$$

  Röntgenstrahlen und das ferne UV werden teils in größeren Höhen der Erdatmosphäre absorbiert (Dissoziation von O_2 und anderen Molekülen).
  Die Ozonschicht der Erde wird durch die Sonnenaktivität beeinflusst.
- Magnetosphäre: In der Nähe der Erdoberfläche ist das Erdmagnetfeld ein Dipol, die Dipolachse ist um 10 Grad gegenüber der Rotationsachse der Erde geneigt und der magnetische Südpol ist in der Nähe des geographischen Nordpols. Die Feldstärke variiert zwischen 0,25 Gauß (Äquator) und 0,60 Gauß (Pole).[2] Der Sonnenwind drückt das Magnetfeld auf der der Sonne zugewandten Seite zusammen. Die wichtigste Funktion des Erdmagnetfeldes ist es, die Erdoberfläche vor geladenen Teilchen des Sonnenwindes und der kosmischen Strahlung abzuschirmen. Es hat immer wieder Umpolungen des Erdmagnetfeldes gegeben, die letzte vor 780 000 Jahren. Trotzdem bleibt auch während dieser Umpolungen ein Restmagnetfeld übrig, und man findet keine Korrelation zwischen den Umpolungen und dem Auftreten von Massensterben von Tier- und Pflanzenarten.

Ohne Magnetosphäre und Atmosphäre wäre Leben auf der Erde kaum denkbar.

[2] Zum Vergleich: Feldstärke eines kleinen Elektromotor-Ankers: 100 Gauß, 1 Gauß $= 10^{-4}$ T, T…Tesla.

16.1.4 Leben im Sonnensystem

Die Suche nach Leben auf anderen Himmelskörpern des Sonnensystems ist bisher erfolglos geblieben. Mögliche Kandidaten sind:

- Mars: Entstehung des Lebens in früheren wärmeren Klimaperioden auf dem Mars? Einfache Lebensformen unter der Oberfläche oder nahe den Polgebieten?
- Jupitermonde Europa, Ganymed: Beide besitzen mit sehr großer Wahrscheinlichkeit einen salzhaltigen Ozean unter der Oberfläche.
- Saturnmond Enceladus: Wassergeysire wurden gefunden.
- Saturnmond Titan: Organische Verbindungen in der Atmosphäre (Tholine) sowie kleinere Seen aus Kohlenwasserstoffverbindungen an der Oberfläche.

Die Entdeckung von Lebensformen, die extreme Umgebungen bevorzugen (Extremophile) macht Hoffnung, eventuell doch noch auf einigen der oben genannten Objekte zumindest primitive Lebensformen zu finden.

16.2 Entdeckung extrasolarer Planetensysteme

Problem: Von der Erde aus gesehen stehen die Planeten sehr nahe bei ihrem Mutterstern (Host Star). Der Mutterstern überstrahlt die Planeten. Der Kontrast ist im Infraroten etwas besser, da Planeten vorwiegend im IR leuchten. Deshalb ist eine direkte Beobachtung nur sehr schwer möglich.

Abb. 16.1 zeigt einen Exoplaneten um einen Braunen Zwerg. Braune Zwerge sind Sterne, deren Masse nicht ausreicht, um dauerhaft Kernfusionen im Zentrum aufrecht zu erhalten. Sterne existieren nur ab etwa 0,08 Sonnenmassen, Sterne mit geringeren Massen bezeichnet man als Braune Zwerge. Der Braune Zwerg in Abb. 16.1 hat etwa die 25-fache Jupitermasse.[3]

16.2.1 Astrometrie

Betrachten wir einen Planeten um einen Stern. Beide bewegen sich um den gemeinsamen Schwerpunkt. Ein Exoplanet mit einer Jupitermasse M_J, der in zwei Jahren um einen Stern mit einer Sonnenmasse umläuft, bewirkt eine Bewegung des Muttersterns um 0,3 Millibogensekunden (mas), wenn der Stern 10 pc von uns entfernt ist. Um mit Astrometrie Exoplaneten zu finden, benötigen wir Messgenauigkeiten im μas-Bereich.

[3] Das entspricht 1/40 $M_\odot$.

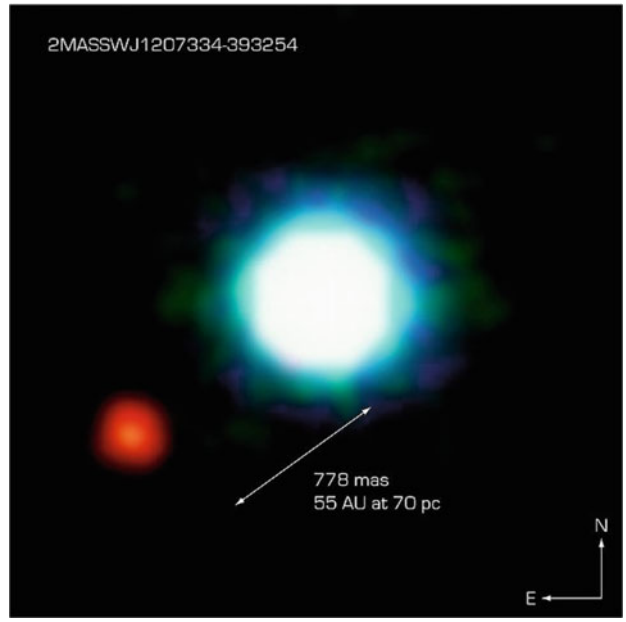


Abb. 16.1 Exoplanet (rot) um einen Braunen Zwerg (Objekt 2MASSWJ1207334-393254 oder 2M1207); das Objekt umkreist den Braunen Zwerg in einer Entfernung, die der zweifachen Distanz Sonne–Neptun entspricht. (Credit: ESO)

16.2.2 Radialgeschwindigkeitsmethode

Durch die Bewegung des Muttersterns um den Schwerpunkt seines Systems entstehen periodische Variationen der Radialgeschwindigkeit. Die erforderlichen genauen Messungen kann man mit den Instrumenten HARPS (High Accuracy Radial velocity Planet Searcher) am 3,6-m-ESO-Teleskop bzw. mit dem HIRES am Keck Teleskop machen. Das Problem ist, wenn sich die Planeten in größerer Distanz zum Mutterstern befinden: Jupiter benötigt zu einem Sonnenumlauf etwa 12 Jahre, man muss also 12 Jahre warten, bis man eine vollständige Radialgeschwindigkeitskurve erhält. Der Planet 51 Pegasi b war der erste mit dieser Methode gefundene. 51 Peg ist ein sechs Milliarden Jahre alter gelber Zwerg mit scheinbarer Helligkeit $5^{m},1$ in einer Entfernung von etwa 50 Lj zu uns und vom Spektraltyp G2 V. 1995 wurde von M. Mayor und D. Queloz vom Departement für Astronomie der Universität Genf mit 51 Pegasi b der erste Exoplanet entdeckt, der um einen sonnenähnlichen Stern kreist. 51 Pegasi b hat 0,46 Jupitermassen und umrundet den Stern in 4,2 Tagen in einer Entfernung von nur 0,05 AE.

16.2.3 Lichtkurven, Transitbeobachtungen

Wenn die Erde praktisch auf der Bahnebene eines extrasolaren Planeten liegt, kommt es von der Erde aus gesehen zu einem Transit (vgl. Venustransit), wie in Abb. 16.2 skizziert.

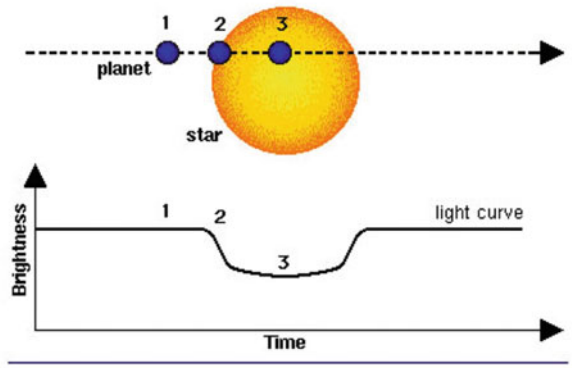


Abb. 16.2 Transit eines Exoplaneten und Variation der Helligkeit des Muttersterns

Durch genaue Helligkeitsmessungen eines Sternes kann man solche Transits feststellen, allerdings gibt es mehrere andere Möglichkeiten des Helligkeitswechsels eines Sternes, so beispielsweise:

- Sternflecken,
- Stellare Variationen

Mit Satellitenmissionen hofft man durch derartige Beobachtungen erdähnliche Planeten zu finden.

Aus Transitbeobachtungen kann man auch auf die Atmosphäre eines Exoplaneten schließen.

ETD ist die Exoplanet Transit Database. Auf dieser Web-Seite kann man Vorhersagen über Transits bekommen.

16.2.4 Microlensing

Dieser Effekt wurde bereits in vorigen Kapitel besprochen. Problem: Der Microlensing-Effekt tritt bei einem Exoplaneten – wenn überhaupt – nur einmalig auf, die Beobachtungen sind also nicht reproduzierbar.

16.2.5 Einstein-Beaming

Hier handelt es sich ebenso wie beim Microlensing um einen relativistischen Effekt. In einem System Stern-Planet bewegen sich beide Körper um den gemeinsamen Schwerpunkt.

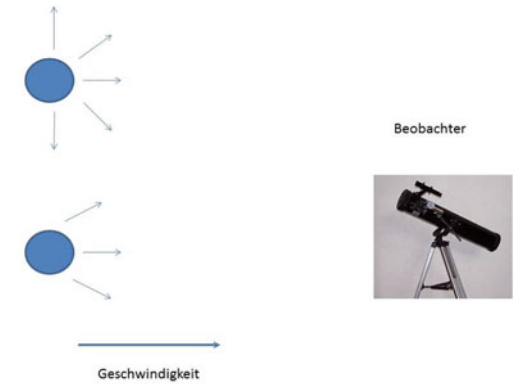


Abb. 16.3 Der Effekt der relativistischen Aberration

Wenn sich der Stern infolge dieser Schwerpunktsbewegung auf uns zu bewegt, wird er geringfügig heller, seine Strahlung wird gemäß der Relativitätstheorie fokussiert. Ein Effekt ist die relativistische Aberration (Abb. 16.3). In dieser Abbildung soll sich der Beobachter rechts befinden. Links oben in der Abbildung sind die von der dem Beobachter zugewandten Hemisphäre eines ruhenden Objektes ausgehenden Strahlen eingezeichnet, links unten die fokussierten Strahlen eines sich auf den Beobachter zu bewegenden Objektes.

Mit diesem Effekt hat man den Planeten Kepler-76b („Einsteins Planet“) gefunden, der in nur 1,5 Tagen seinen Stern umkreist.

16.2.6 Erdgebundene Beobachtungen

Es gibt zahlreiche nur für Transitbeobachtungen eingesetzte Teleskope:

- TrES, Trans Atlantic Exoplanet Survey; drei 10-cm-Teleskope am Lowell Observatory, Palomar Observatory und auf den Kanarischen Inseln werden eingesetzt.
- XO Teleskop in Hawaii (200-mm-Telephoto-Linse).
- HATNet: Hungarian Automated Telescope Network, 6 robotische Teleskope im Einsatz
- Super WASP (Wide Angle Search for Planets); 200-mm-Teleskop.

Satellitenbeobachtungen

- COROT (Convection Rotation et Transits): Im Mai 2007 wurde damit Corot-1b gefunden. Die Beobachtungen dauerten bis 2013. 27-cm-Teleskop.
- Kepler: Gestartet im März 2009; etwa 145.000 Sterne in einem ausgesuchten Sternfeld in der Milchstraße werden laufend überwacht. Dabei setzt man 42 CCDs mit je 2024×1024 Pixel ein. Das ausgesuchte Feld ist so gewählt dass es außerhalb der Ekliptik liegt und keine Objekte des Kuipergürtels die Beobachtungen stören. Bis Ende 2017 hat man etwa 4500 Kandidaten für Exoplaneten gefunden, etwa 10 % davon mit Erdgröße, 30 % Super-

erden, etwa 45 % neptunähnliche und der Rest mit Jupitergröße oder größer als Jupiter. Auf Grund von Problemen wurde ab 2015 die Mission als K2-Mission weitergeführt um im Oktober 2018 beendet. Im Dezember 2017 wurde ein Planetensystem aus 8 Planeten entdeckt (Kepler 90).
- GAIA (Global Astrometric Interferometer for Astrophysics): Wurde im Dezember 2013 gestartet. Ziel dieser Mission ist, Positionen, Entfernungen und jährlichen Bewegungen von etwa einer Milliarde Sternen unserer Galaxis zu bestimmen. Als Nebenprodukt hofft man einige zehntausend Exoplaneten zu finden. Vorerst ist das Missionsende 2020 vorgesehen.

16.3 Host Stars

In diesem Kapitel besprechen wir die Host Stars, also die Muttersterne, um die die Exoplaneten kreisen. Die Leuchtkraft dieser Sterne definiert eine zirkumstellare, habitable Zone.

16.3.1 Hertzsprung-Russell-Diagramm

Im HRD findet man im wesentlichen drei Gruppen von Sternen:

- Haupteihensterne,
- Riesen und Überriesen,
- Weiße Zwerge.

Die meisten Sterne liegen auf der Hauptreihe, weil dies die längste Phase der Sternentwicklung darstellt. Die Lebensdauer eines Sterns ist wichtig für die Suche nach Leben auf Planeten um diesen Stern. Auf der Erde dauerte es ca. 1 Mrd. Jahre, ehe sich die ersten Lebensformen entwickelten. Als Lebensdauer eines Sternes kann man in guter Näherung die Verweilzeit τ_{MS} auf der Hauptreihe definieren, und diese hängt ab von folgenden Faktoren:

$$\tau_{\mathrm{MS}} = (1{,}0 \times 10^{10}) \times \frac{M}{M_{\odot}} \frac{L}{L_{\odot}} \text{ Jahre} \tag{16.4}$$

M, L bezeichnen Masse und Leuchtkraft des Muttersternes, τ_{MS} ist die Hauptreihenlebenszeit des Sternes in Jahren.

Typische Werte für späte Spektraltypen (nur Hauptreihensterne):

- G-Sterne: etwa 1 Sonnemasse, Oberflächentemperaturen etwa 5800 K, $\tau_{\mathrm{MS}} = 10 \times 10^9$ Jahre.
- K-Sterne: etwa 0,6 Sonnenmassen, $T = 4000K$, $\tau_{\mathrm{MS}} = 32 \times 10^9$ Jahre,
- M-Sterne: 0,22 Sonnenmassen, $T = 2800K$, $\tau_{\mathrm{MS}} = 210 \times 10^9$ Jahre.



Abb. 16.4 Künstlerische Darstellung des Exoplaneten HD 189733b, dessen Atmosphäre teilweise durch einen stellaren Flare verdampft. (Credit: NASA)

Geht man davon aus, dass sich Leben erst nach einer gewissen Zeit entwickeln kann (auf der Erde dauerte es etwa 1 Mrd. Jahre), dann scheiden heiße O-, B- und A-Sterne als Muttersterne von habitablen Planeten aus.

Exoplaneten werden durch die Aktivität ihres Muttersterns beeinflusst. In Abb. 16.4 wird skizziert, wie der Exoplanet HD 189733b durch einen stellaren Flareausbruch Teile seiner Atmosphäre verliert. Dieser Exoplanet wurde mit dem HST 2010 und 2011 untersucht. Man beobachtete das plötzliche Auftreten einer Gasfontäne, und Abschätzungen ergaben, dass der Planet etwa 1000 t an Masse pro Sekunde verlor. Die UV-Strahlung des Muttersterns ist etwa 20 mal stärker als die der Sonne und die Röntgenstrahlung etwa 1000 mal stärker. Der stellare Flare wurde mit dem NASA Swift Satelliten gemessen. Dieses Beispiel zeigt, wie die Verhältnisse im frühen Sonnensystem ausgesehen haben könnten, als die Sonne noch wesentlich aktiver als heute war.

M-Sterne kommen am häufigsten vor, allerdings rückt die habitable Zone wegen der geringen Leuchtkraft des Sternes immer näher zum Stern. Sterne vom Spektraltyp früher als F haben eine zu geringe Hauptreihenlebenszeit (weniger als 10^9 Jahre), sodass Leben auf Planeten um diese Sterne sehr unwahrscheinlich ist.

Für die Suche nach habitablen Exoplaneten kommen daher nur Sterne mit einem Spektraltyp zwischen F und K bevorzugt in Frage.

16.3.2 Habitable Zone

Gehen wir von den auf der Erde bekannten Lebensformen aus, dann umfasst die habitable Zone denjenigen Bereich um einen Stern herum, in dem es auf einem Planeten Wasser in flüssiger Form geben kann. Die *zirkumstellare habitable Zone* hängt ab von:

- Spektraltyp und damit Oberflächentemperatur des Host Stars.
- Größe des Planeten.
- Atmosphäre des Planeten, Treibhauseffekt usw.

Auch große Monde um Exoplaneten könnten habitabel sein, wenn durch Gezeitenkräfte ein flüssiger Salzozean unter der Oberfläche liegt (vgl. Jupitermond Europa, …). Dies bezeichnet man als *zirkumplanetare habitable Zone.*

Es gibt auch eine galaktische habitable Zone. Zu nahe beim galaktischen Zentrum ist die Sterndichte hoch, Supernovaexplosionen treten häufiger auf, und Leben kann durch solche Explosionen ausgelöscht werden.[4] Zu weit entfernt vom galaktischen Zentrum ist der Gehalt an Elementen schwerer als Helium (Metallen) zu gering und die Bildung von Planetensystemen unwahrscheinlich. Leben konnte sich außerdem erst entwickeln, als das Universum einen gewissen Mindestanteil an Metallen aufwies. Es mussten daher einige Sterngenerationen vergehen, ehe sich aus den interstellaren Nebeln erdähnliche Planeten bilden konnten.

Beispiele für Exoplaneten in habitablen Zonen sind in Abb. 16.5 und 16.6 angegeben:

- Gliese 581 b: Mutterstern etwa 22 Lichtjahre von uns entfernt, Spektraltyp M5. Gliese 581 d besitzt etwa 8 Erdmassen, Umlaufdauer 65 Tage
- Kepler 22 b: etwa 2,2 Erdmassen, Umlaufdauer etwa 220 Tage.

Die Abb. 16.5 zeigt:

- Die habitable Zone liegt für heiße Sterne weiter weg vom Mutterstern als für kühle Sterne.
- Die Ausdehnung der habitablen Zone ist bei kühleren Sterne geringer.
- Da die habitable Zone bei kühlen Sternen näher beim Mutterstern liegt, sind mögliche Planeten in dieser Zone sehr stark den Sternenwinden und Strahlungsausbrüchen dieses Sternes ausgesetzt. Diese könnten das mögliche Leben zerstören.

Der Planet Kepler 22b war der erste von der Kepler-Mission gefundene Exoplanet in einer habitablen Zone (Abb. 16.6).

[4] Eine Supernovaexplosion in weniger als 100 Lj Entfernung könnte große Teile der irdischen Ozonschicht zerstören.

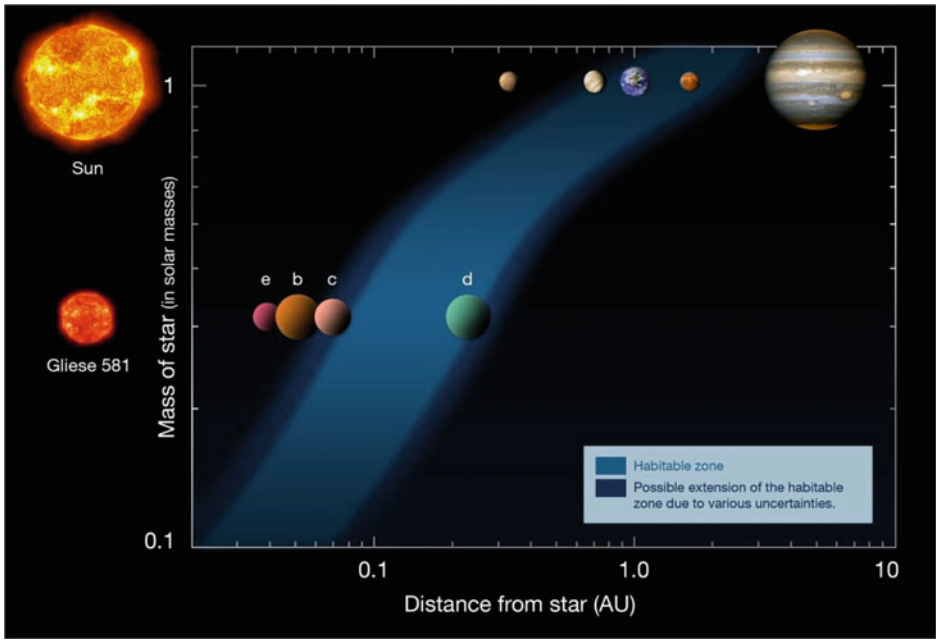


Abb. 16.5 Habitable Zonen: Vergleich: Sonnensystem (oben) und System Gliese 581, in dem sich ein Planet in der habitablen Zone befinden könnte. (Skizze: NASA)

16.3.3 Beispiele

Der erste Nachweis eines extrasolaren Planeten gelang 1995 beim Stern 51 Pegasi. Dafür erhielten die Astronomen M. Mayor and D. Queloz im Jahre 2019 den Nobelpreis für Physik.

Beim Stern 47 UMa wurden zwei jupiterähnliche Planeten gefunden durch Messungen von Dopplerverschiebungen im Spektrum des Sterns. 47 UMa dürfte 7 Mrd. Jahre alt sein, und die Entfernung beträgt 51 Lichtjahre.

Den roten Zwerg OGLE-05-390 L umkreist ein Planet mit nur fünf Erdmassen. Den Stern Gliese 876 umkreist ein Planet mit 7,5 Erdmassen in nur 47 h.

Obwohl massearme, kühle Sterne häufiger vorkommen als heißere Sterne, ist es unwahrscheinlich, bei sehr kühlen M-Sternen in der habitablen Zone Leben zu finden, da diese Sterne instabil sind.

Die früher erwähnten neuen Satellitenmissionen werden sicher zur Entdeckung zahlreicher Exoplaneten von Erdgröße führen. Man wird auch sehen, ob unser Sonnensystem der Normalfall oder eher ein Sonderfall ist. Die bisher gefundenen Exoplaneten (Bsp. Tab. 16.1) umfassen vorwiegend große jupiterähnliche Objekte, die sehr nahe bei ihrem Mutterstern

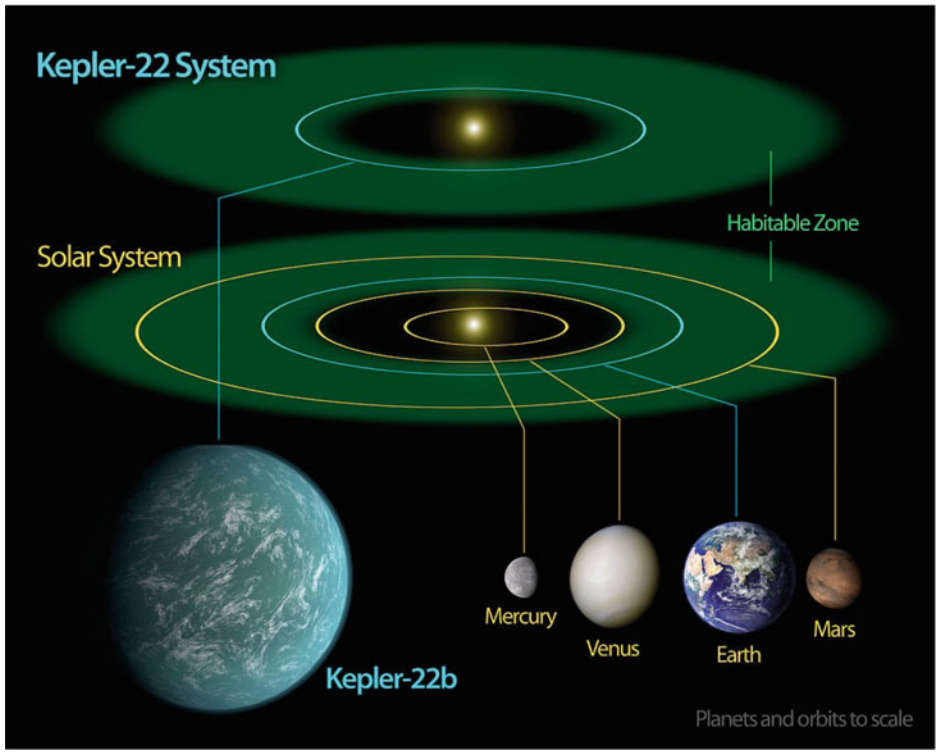


Abb. 16.6 Der von KEPLER gefundene Planet mit der Bezeichnung 22b befindet sich in einer habitable Zone um seinen Mutterstern. Er benötigt für einen Umlauf etwa 290 Tage und besitzt den 2,4-fachen Durchmesser der Erde. Das System ist 600 Lichtjahre von uns entfernt. (Credit: NASA/Ames Research Center)

Tab. 16.1 Daten einiger extrasolarer Planeten

Bezeichnung	$M \sin i$ [M_{Jupiter}]	Umlauf [d]	gr. Halbachse [AE]	Exz.
HD83443	0,34	2,986	0,038	0,08
HD46375	0,25	3,024	0,041	0,02
TauBoo	4,14	3,313	0,047	0,02
UpsAndb	0,68	4,617	0,059	0,02
RhoCrB	0,99	39,81	0,224	0,07
UpsAndc	2,05	241,3	0,828	0,24
16CygB	1,68	796,7	1,69	0,68
47UMa b	2,54	1089,0	2,09	0,06
UpsAndd	4,29	1308,5	2,56	0,31
EpsEri	0,88	2518,0	3,36	0,60
47UMa c	0,76	2594	3,73	0,1

sind. Diese Beobachtungen sind aber Auswahleffekte. Es ist leichter große, sternnahe Planeten zu finden als kleinere Planeten. Möglicherweise sind diese Riesenplaneten im Laufe der Entwicklung des System nach innen gewandert (Migration).

Die Abb. 16.7 fasst die bisher gefunden Exoplaneten zusammen. Man unterteilt diese in:

- Lavaplaneten: sehr nahe beim Mutterstern, Umlaufdauer wenige Tage. Diese Planeten besitzen etwa Erdgröße. Kein Analogon im Sonnensystem.
- Gesteinsplaneten: Umlaufperioden von wenigen Tagen bis mehr als 100 Tage. Sie besitzen etwa Erdgröße, bis maximal etwa 4-fache Erdgröße. Analogon im Sonnensystem: terrestrische Planeten.
- Planeten aus Wasser und Eis: größer als 4 Erdgrößen. Sie entsprechen in unserem Sonnensystem etwa den Planeten Uranus und Neptun.
- Heiße Jupiter: 10 bis 20 fache Erdgröße; sehr nahe beim Mutterstern, Umlaufdauer wenige Tage. Kein Analog dazu im Sonnensystem.
- Kalte Gasriesen: 10 bis 20 fache Erdgröße, weiter entfernt vom Mutterstern. Analogon im Sonnensystem: Jupiter, Saturn.

In dieser Abbildung ist auch dargestellt, mit welchen Methoden die Objekte gefunden wurden.

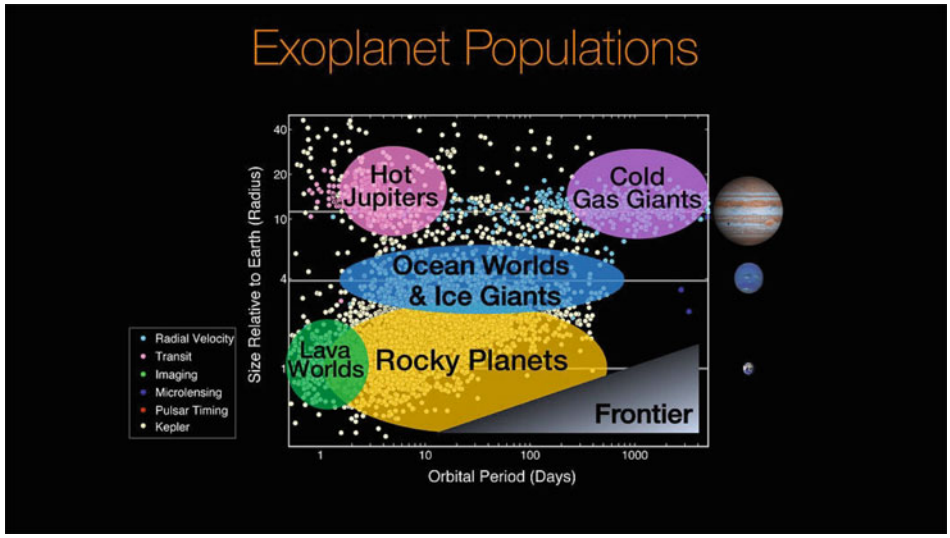


Abb. 16.7 Verschiedene bisher gefundene Typen von Exoplaneten. Nahe beim Mutterstern (kurze Umlaufdauer) befinden sich Planeten mit flüssiger Lavaoberfläche, Gesteinsplaneten sind bis etwa 4-facher Erdgröße zu erwarten, darüber liegen Planeten, die hauptsächlich aus Wasser bestehen, sowie Eisriesen; heiße Jupiter haben Umlaufperioden unterhalb von 10 Tagen, kühle Gasriesen Umlaufperioden von mehr als 1000 Tagen. (Credit: NASA/Ames Research Center/Natalie Batalha/Wendy Stenzel)

16.4 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.
Astrobiology: Understanding Life in the Universe, C.S. Cockell, Wiley, 2015
Ice Worlds in the Solar System, M. Carroll, Springer, 2019
Astrobiology: From the Origins of Life to the Search for Extraterrestrial Intelligence, A. Yamagishi, T. Kakegawana et al., Springer, 2019
Biosignatures for Astrobiology, B. Cavalazzi, F. Westall, Springer, 2018
Habitability and Cosmic Catastrophes, A. Hanslmeier, Springer, 2008

Aufgaben

16.1 Man diskutiere, welche Bedingungen auf einem Planeten herrschen, der um einen Braunen Zwerg kreist. Kann es dort eine habitable Zone geben?

Lösung
Man beachte die Leuchtkraft eines Braunen Zwerges und deren Entwicklung!

16.2 Weshalb kann man große jupiterähnliche Planeten nahe ihrem Mutterstern leichter finden als erdähnliche Planeten?

Lösung
Wahrscheinlichkeit eines Transits größer, ebenso die Schwerpunktsbewegung des Muttersterns.

16.3 Jupiter erzeugt eine Bewegung der Sonne um den gemeinsamen Schwerpunkt. Dieser befindet sich knapp außerhalb der Sonne. Man schätze ab, wo sich der Schwerpunkt in Bezug auf den Sonnenmittelpunkt befindet, wenn sich die Distanz Jupiter-Sonne auf 1/10 des Wertes reduziert!

Lösung
Bei etwa 11 $R_{\odot}$.

16.4 Befindet sich 51 Peg b in einer habitablen Zone?

Lösung
Nein.

Mathematische Methoden

17

Inhaltsverzeichnis

17.1 Python–ein Crashkurs 633
17.2 Statistik 636
17.3 Kurvenfits und Korrelationsrechnung 642
17.4 Differenzialgleichungen 649
17.5 Numerische Mathematik 652
17.6 Fouriermethoden 663
17.7 Vektorrechnung 669
17.8 Splines 672
17.9 Spezielle Softwarepakete 674
17.10 Weiterführende Literatur 679
Aufgaben 679

In diesem Kapitel geben wir ganz kurz einige wichtige mathematische Verfahren an, die in der Astrophysik häufig zur Anwendung gelangen. Dabei wird besonders die praktische Anwendung betont. Zur Datenauswertung gibt es fertige Programmpakete. Hier werden wir speziell auf freie und kostenlos verfügbare Pakete eingehen. Hier hat sich in letzter Zeit insbesondere Python durchgesetzt.

17.1 Python–ein Crashkurs

17.1.1 Was ist Python?

Python ist eine universelle, relativ leicht erlernbare Programmiersprache und sie wurde Anfang der 1990er Jahre von G. van Rossum entwickelt. Die neuste Version ist 3.7. Die Version Python 3.0 ist nicht vollständig kompatibel zu den Versionen 2.X. Ein großer Vorteil ist die leichte Einbindung von Python-Programmen in anderen Sprachen.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_17

Python kann frei heruntergeladen werden. Es ist für die meisten gängigen Betriebssystem erhältlich:

- Windows
- Linux – hier ist es bei vielen neueren Distributionen bereits enthalten
- Mac OS

Es ist auch eine der bevorzugten Sprachen für den Raspberry Pi und wurde im Rahmen des Projektes *100 Dollar Laptop* eingesetzt.

Wir gehen hier davon aus, dass sich die Leserin, der Leser ein Python-Paket (z. B. Anaconda) installiert hat. Diese Distribution hat den Vorteil, dass man weitere Programmpakete jederzeit nachladen kann mit Hilfe des Befehls conda install xxxx, wobei xxx für den Namen des Programms steht, das man laden möchte.

Es gibt natürlich unzählige genauere Einführungen. Wir behandeln hier einige Grundelemente dieser Sprache, die es ermöglichen, eigene Datenauswertungen durchzuführen.

Python besteht aus einer Reihe von ladbaren Zusatzbibliotheken. Eine sehr häufig verwendete ist numpy, welche durch den Befehl import numpy as np dazu geladen wird zu einem selbst erstellten Programm.

Für die Wissenschaft ist Python besonders interessant, da es eine riesige Auswahl an wissenschaftlichen Bibliotheken gibt. Die numerischen Rechnungen führt man meist mit Numpy und der Matplotlib durch. Anaconda und SciPy bündeln viele wissenschaftliche Bibliotheken.

17.1.2 Ein erstes einfaches Python-Programm

Wir sehen in Abb. 17.1 ein einfaches Python-Programm, das selbsterklärend ist.

Die verwendeten Befehle sind print zum Ausdrucken, np.arange zum Definieren eines Feldes mit definiertem Anfangs- und Endwert sowie Intervall zwischen den Werten sowie der Befehl np.array, um die einzelnen Elemente zu definieren. Zum Plotten der Daten wird zunächst das Programmpaket import matplotliob.pyplot as plt geladen, dann eine Abbildung mit plt.figure definiert und der Plot ausgeführt (plt.plot) sowie die Achsen beschriftet (z. B. plt.xlabel).

Damit haben wir bereits einen wesentlichen Schritt gemacht um Daten zu visualisieren.

In der Abb. 17.2 ist die interaktive Dateneingabe gezeigt sowie eine while- Schleife erklärt. Solange ein Zahlenwert (in diesem Falle der Wert der Variablen i kleiner ist als ein vorgegebener Wert (in diesem Falle n), wird die Schleife ausgeführt. Schließlich wird eine for-Schleife erklärt.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# Definioeren einiger Variablen
a=4
b=2
print('a+b=',a+b)
c=a+b
print('Variable c:',c)
print('a*b=',a*b)
print('a:b=',a/b)
print('a^b=',a**b)
#  Definieren eines eindimensionalen Arrays mit den Zahlen 0,...9 und dem Intervall 1
a1=np.arange(0,10,1)
#Bildung des Quadrats der Elemente des Arrays
b1=a1**2
print('Vektor:',a1)

print('Vektor ^2',b1)
#Zeichnerische Darstellung
plt.figure(1)
plt.plot(a1,b1,label='Quadrat')
plt.xlabel('Zahlen')
plt.ylabel('Funktionswerte')
plt.plot(a1,a1**3,label='Kubik')
plt.legend()
# definieren eines  beliebigen arrays
a=np.array([2,4,6])
print(a)
print(a**2)
```

Abb. 17.1 Ein sehr einfaches Python-Programm

```
n=int(input("Geben sie eine Zahl ein bis zu der die vorhergehenden addiert werden sollen"))

s=0
i=0
while i<=n:
    s=s+i
    print('Zwischensumme',s)
    i=i+1
print('Endergebnis=',s)


for x in range(0,10):
    print(x**4)
print("Ende der for-Schleife")
```

Abb. 17.2 Interaktive Dateneingabe sowie eine while-Schleife und eine for-Schleife

17.1.3 Ein Beispiel: Helligkeitsmessungen

Messungen sind stets mit Fehlern behaftet. Bei der Angabe einer Messung sollte man daher auch die Genauigkeit des Messwertes angeben. Es gibt verschiedene Methoden, um den Mittelwert einer Messung zu bestimmen, sowie Fehler anzugeben.

Sehr wichtig für wissenschaftliches Rechnen sind *arrays*. Diese können eindimensional sein, aber auch mehrdimensional; hier einige Beispiele:

- Eindimensionale Felder, Arrays: Zahlenreihen einer Messreihe; beispielsweise Helligkeitsmessungen eines Sternes zu verschiedenen Zeitpunkten: 7.7, 7.2, 6.9, 7.3, 7.0 seien die Werte.
- Zweidimensionales Array: Nehmen wir an, wir würden mit einer CCD Bilder aufnehmen. Die CCD hätte 1000×1000 Pixel (Bildelemente). Dann hat jeder Pixel einen bestimmten

Helligkeitswert und so ergibt sich eine zweidimensionale Matrix von Werten:

$$M_{ij} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1j} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{i1} & m_{i2} & \dots & m_{ij} \end{pmatrix} \tag{17.1}$$

Wie geben wir dies in Python ein?

Wir definieren zunächst das Array mit den Messwerten für die Helligkeitsmessungen:

Wir starten Python und müssen zuerst das Paket numpy integrieren mit import numpy as np. Definiert man beispielsweise eine Messreihe als ein *array* mit der Bezeichnung helligkeiten:

```
helligkeiten=np.array([7, 7 7, 2 6, 9 7, 3 7, 0])
```

Zur Kontrolle geben wir den Vektor mit den Helligkeiten nochmals aus durch Eintippen der Variablen:

```
helligkeiten
```

Nun könnten wir diese Werte mit den früher erklärten Plotbefehlen zeichnen. Bei zufälligen Fehlern sollten die Werte keinen Trend zeigen. Ein Trend in den Werten könnte sich ergeben, wenn man Helligkeiten während eines Zeitraumes von mehreren Stunden misst, da sich die Höhe des gemessenen Objekts über dem Horizont ändert.

17.2 Statistik

Wir behandeln einige Grundelemente der Statistik. Wichtig: Gibt man Ergebnisse von Messungen an, so ist immer abzuschätzen, wie genau diese Messungen sind, also eine Fehlerangabe notwendig!

17.2.1 Mittelwerte

Messungen sind immer mit Fehlern behaftet. Eine Variable X soll die N Werte $X_1, X_2, \ldots, X_N$ annehmen.

Arithmetisches Mittel

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_N}{N} = \frac{\sum_{j=1}^{N} X_j}{N} = \frac{\sum X}{N} \tag{17.2}$$

Berechnen wir aus den oben gegebenen Helligkeitswerten den Mittelwert, dann können wir die Funktion np.mean verwenden: mittelwert=np.mean(helligkeiten). Mit nochmaliger Eingabe: mittelwert gibt man den Mittelwert aus.

Gewichtetes Arithmetisches Mittel
Man ordnet den Zahlen $X_1, \ldots, X_N$ Gewichtungsfaktoren (oder Gewichte) $w_1, \ldots, w_N$ zu und hat dann:

$$\bar{X} = \frac{w_1 X_1 + w_2 X_2 + \ldots + w_k X_k}{w_1 + w_2 + \ldots + w_k} = \frac{\sum wX}{\sum w} \tag{17.3}$$

Die Zahlen 5, 8, 6, 2 kommen jeweils mit den Häufigkeiten 3, 2, 4 und 1 vor, dann ist:

$$\bar{X} = \frac{(3)(5) + (2)(8) + (4)(6) + (1)(2)}{3 + 2 + 4 + 1} = 5{,}7$$

Setzen wir dieses Beispiel in Python um: $z1$ bezeichnet die Messwerte, zw die dazu gehörigen statischen Gewichte.

```
z1=([5,8,6,2])
zw=([3,2,4,1])
gewMittel=np.average(z1,weights=zw)
gewMittel
```

Median
Eine Menge von Zahlen sei ihrer Größe nach geordnet. Bei einer ungeraden Anzahl der Werte ist der Median gleich dem Wert in der Mitte der Zahlenfolge, bei einer geraden Anzahl gleich dem arithmetischen Mittel der beiden Werte um die Mitte.

Geometrische Interpretation: Der Median ist der Wert der Abszisse, der der Senkrechten entspricht, die ein Histogramm in zwei Teile mit gleichen Flächen teilt.

Geometrisches Mittel

$$G = (X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot \ldots \cdot X_N)^{1/N} \tag{17.4}$$

Harmonisches Mittel

$$H = \frac{1}{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} \frac{1}{X_j}} = \frac{N}{\sum \frac{1}{X}} \tag{17.5}$$

oder auch

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{N} \sum \frac{1}{X} \tag{17.6}$$

Es gilt:

$$H \leq G \leq \bar{X} \tag{17.7}$$

Quadratisches Mittel

$$QM = \sqrt{\overline{X^2}} = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N}} \tag{17.8}$$

Die oben besprochenen Mittelwerte geben den wahrscheinlichsten Wert einer Messung an, aber die Messungen streuen, je ungenauer, desto stärker die Streuung. Als Streumaße verwendet man:

Spannweite
Differenz zwischen der größten und der kleinsten Zahl der Menge.

Mittlere oder durchschnittliche Abweichung

$$MA = \frac{\sum_{j=1}^{N} |X_j - \bar{X}_j|}{N} = \left|\overline{X - \bar{X}}\right| \tag{17.9}$$

Gegeben: 2, 3, 6, 8, 11; $\bar{X} = 6$.

$$MA = \frac{|2-6| + |3-6| + |6-6| + |8-6| + |11-6|}{5} = 2{,}8$$

In Python: a1=np.array[2,3,6,8,11])
np.var(a1)/len(a1)

Mit den Befehl np.sum(a1) kann man die Zahlenwerte aufsummieren.

Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N}(X_j - \bar{X})^2}{N}} \tag{17.10}$$

Kommen die $X_1, X_2, \ldots, X_N$ jeweils mit den Häufigkeiten $f_1, f_2, \ldots, f_N$ vor, dann: $N = \sum_{j=1}^{N} f_j = \sum f$ und:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N} f_j(X_j - \bar{X})^2}{N}} \tag{17.11}$$

Die **Varianz** ist das Quadrat der Standardabweichung, also s^2.

In Python berechnet man die Standardabweichung einfach aus:

```
np.std(z1)
```

Für die Standardabweichung der Helligkeitsmessungen nutzt man:

```
np.std(helligkeiten)
```

Bei einer Menge von Zahlen N_1, N_2 mit den Varianzen s_1^2, s_2^2 gilt für die zusammengesetzte Varianz:

$$s^2 = \frac{N_1 s_1^2 + N_2 s_2^2}{N_1 + N_2} \tag{17.12}$$

Für mäßig schiefe Verteilungen gelten die empirischen Formeln:

Mittlere Abweichung = 4/5 (Standardabweichung)

Der Variationskoeffizient (Streukoeffizient) ist definiert als:

$$V = \frac{s}{\bar{X}} \tag{17.13}$$

17.2.2 Verteilungsfunktionen

Die Normalverteilung

Treten bei den Messungen zufällige Fehler auf, dann haben wir eine Normalverteilung. Normalverteilungen führen zu einer *Gauß'schen Glockenkurve.* Sei μ der Mittelwert und σ die Standardabweichung, dann gilt:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \tag{17.14}$$

Die Normalverteilung tritt auf bei:

- zufälligen Beobachtungs- und Messfehlern,
- zufälligen Abweichungen,
- zum Beispiel bei der Beschreibung der Brown'schen Molekularbewegung.

Weiterhin gilt:

- Innerhalb der Standardabweichung, $\pm\sigma$, liegen rechts und links des Erwartungswertes (Mittelwert) 68,7 % aller Werte einer normalverteilten Zufallsvariablen,
- innerhalb $\pm 2\sigma$ liegen 95,45 %;
- Innerhalb $\pm 3\sigma$ liegen 99,73 % aller Werte.

Binomialverteilung
Hier handelt es sich um eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung. Sie beschreibt den wahrscheinlichen Ausgang einer Folge von gleichartigen Versuchen, die jeweils nur zwei mögliche Ergebnisse haben. Die Reihenfolge spielt dabei keine Rolle, und die entnommenen Elemente werden wieder zurückgelegt.

Beispiel

Korb mit N Bällen, davon sollen M rot sein und $N-M$ schwarz. Die Wahrscheinlichkeit, unter n Bällen k rote zu finden, beträgt:

$$\begin{aligned} \mathrm{P}(k) &= \binom{n}{k} \frac{M^k (N-M)^{n-k}}{N^n} = \binom{n}{k} \left(\frac{M}{N}\right)^k \left(\frac{N-M}{N}\right)^{n-k} \\ &= \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \end{aligned} \tag{17.15}$$

dabei ist $p = M/N$ die Wahrscheinlichkeit, einen roten Ball zu finden.
Man beachte:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \tag{17.16}$$

17.2.3 Momente

Wenn $X_1, X_2, \ldots, X_N$ die von der Variablen X angenommenen N-Werte sind, dann nennt man

$$\bar{X}^r = \frac{X_1^r + X_2^r + \ldots + X_N^r}{N} \tag{17.17}$$

das gewöhnliche Moment r-ter Ordnung. Das erste Moment mit $r = 1$ ist das arithmetische Mittel. Das r-te Moment in Bezug auf den Mittelwert ist definiert als:

$$m_r = \frac{\sum_{j=1}^{N} (X_j - \bar{X})^r}{N} \tag{17.18}$$

Man sieht: $m_2 = s^2$. Das r-te Moment in Bezug auf irgendeinen Ausgangspunkt A ist definiert als:

$$\acute{m}_r = \frac{\sum_{j=1}^{N} (X_j - A)^r}{N} \tag{17.19}$$

Kommen die $X_1, X_2, \ldots$ jeweils mit den Häufigkeiten $f_1, f_2, \ldots$ vor, dann ist:

$$\bar{X}^r = \frac{\sum_{j=1}^{N} f_j X_j^r}{N} \tag{17.20}$$

$$m_r = \frac{\sum_{j=1}^{N} f_j (X_j - \bar{X})^r}{N} \tag{17.21}$$

$$\acute{m}_r = \frac{\sum_{j=1}^{N} f_j (X_j - A)^r}{N} \tag{17.22}$$

Schiefe
Sie gibt den Grad der Asymmetrie einer Verteilung an.

- Positive Schiefe: Verteilung hat einen längeren Schwanz auf der rechten Seite des Maximums (rechtsschief);
- Negative Schiefe: Verteilung hat einen längeren Schwanz auf der linken Seite des Maximums (linksschief).

Der Modus (Modalwert) ist der häufigste Wert einer Häufigkeitsverteilung, der Wert mit der größten Wahrscheinlichkeit. Da eine Verteilung mehrere Peaks aufweisen kann → einer Verteilung auch mehrere Modi zugeordnet.

$$\text{Schiefe} = \frac{\text{Mittelwert} - \text{Modus}}{\text{Standardabw.}} = \frac{\bar{X} - \text{Modus}}{s} \tag{17.23}$$

Empirische Formel:

$$\text{Schiefe} = \frac{3(\bar{X} - \text{Median})}{s} \tag{17.24}$$

Momentkoeffizient der Schiefe z. B. a_3

$$a_3 = \frac{m_3}{s^3} \tag{17.25}$$

Für völlig symmetrische Kurven (Normalverteilung) sind $a_3, b_3 = a_3^2$ gleich null.

Kurtosis
Sie gibt den Grad der Steilheit einer Verteilung an. Man unterscheidet:

- leptokurtisch: relativ hoher Gipfel
- platykurtisch: stark abgeplattet
- mesokurtisch

Der Momentenkoeffizient der Kurtosis lautet:

$$a_4 = m_4/s_4 = m_4/m_2^2 \tag{17.26}$$

17.3 Kurvenfits und Korrelationsrechnung

Problemstellung: Man hat gegebene Messwerte und möchte durch diese Werte eine Kurve legen, sodass die Messwerte möglichst gut durch die Kurve wiedergegeben werden, was man als *fit* bezeichnet.

17.3.1 Anpassen von Kurven, Methode kleinster Quadrate

Wir nehmen an, dass es zwischen den Größen X und Y eine Beziehung gibt, d. h., wir haben die Stichproben $X_1, X_2, \ldots, X_N$ und die dazugehörigen Größen $Y_1, \ldots Y_N$.

In ein *Streudiagramm, Scatter Diagram,* kann man nun die Menge der Punkte (X_1, Y_1), $(X_2, Y_2), \ldots$ auftragen. Diese Punkte kann man dann durch eine Kurve mehr oder weniger gut verbinden, Anpassen von Kurven, Kurvenfit.

Gleichungen von Näherungskurven
Die Variable X wird oft als unabhängige, Y als abhängige Variable bezeichnet. Häufig verwendete Gleichungen für die Näherungskurven:

$$Y = a_0 + a_1 X \rightarrow \text{Gerade} \tag{17.27}$$

$$Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 \rightarrow \text{Parabel} \tag{17.28}$$

Für eine Kurve n–ter Ordnung:

$$Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + \ldots + a_n X^n \tag{17.29}$$

Fittet man Daten mit einer Parabel, so spricht man von einem Parabelfit.

Beispiel für eine Anwendung wäre ein Parabelfit um das Minimum der Messpunkte einer Spektrallinie. Damit kann man die Dopplerverschiebung in der Linienmitte ermitteln.

Weiterhin verwendet man:
Hyperbel:

$$Y = \frac{1}{a_0 + a_1 X} \qquad \frac{1}{Y} = a_0 + a_1 X \tag{17.30}$$

Exponentialkurve:

$$Y = a b^X \qquad \log Y = \log a + (\log b) X = a_0 + a_1 X \tag{17.31}$$

Geometrische Kurve:

$$Y = a X^b \qquad \log Y = \log a + b \log X \tag{17.32}$$

Modifizierte Exponentialkurve

$$Y = ab^X + g \tag{17.33}$$

Modifizierte geometrische Kurve:

$$Y = aX^b + g \tag{17.34}$$

Gompertz-Kurve:

$$Y = pq^{bX} \qquad \log Y = \log p + b^X \log q = ab^X + g \tag{17.35}$$

Modifizierte Gompertz-Kurve:

$$Y = pq^{bX} + h \tag{17.36}$$

Logistische Kurve:

$$Y = \frac{1}{ab^X + g} \tag{17.37}$$

Gerade
Einfachster Typ für Näherungen:

$$Y = a_0 + a_1 X \tag{17.38}$$

Sind zwei beliebige Punkte auf der Geraden gegeben, so können die Konstanten a_0, a_1 bestimmt werden; die Geradengleichung lautet dann:

$$Y - Y_1 = \left(\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}\right)(X - X_1) \tag{17.39}$$

bzw.:

$$Y - Y_1 = m(X - X_1) \tag{17.40}$$

Dabei nennt man $m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$ Steigung der Geraden. Wenn man dies mit der Formel $Y = a_0 + a_1 X$ vergleicht, hat man:

- a_0… Wert von Y, wenn $X = 0$, Ordinatenabschnitt;
- a_1 ist gleich der Steigung m.

Methode der kleinsten Quadrate

Gegeben seien die Wertepaare $(X_1, Y_1), \ldots$ Wir wollen durch diese eine Kurve legen. Dazu bestimmt man zunächst die Abweichungen $D_1, D_2, \ldots$, das sind die vertikalen Abstände der Punkte von der zu bestimmenden Kurve. Nun definiert man:

Von allen Kurven, die sich einer gegebenen Menge von Wertepaaren anpassen, wird eine Kurve mit der Eigenschaft, dass $D_1^2 + D_2^2 + \ldots + D_N^2$ ein Minimum ist, als am besten passende Kurve bezeichnet.

Gerade kleinster Quadrate

Gegeben sind $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \ldots, (X_N, Y_N)$. Die Gerade kleinster Quadrate, die die Menge dieser Punkte annähert, hat die Formel: $Y = a_0 + a_1 X$. Nun muss man daher die Koeffizienten a_0, a_1 bestimmen.

$$\sum Y = a_0 N + a_1 \sum X \tag{17.41}$$

$$\sum XY = a_0 \sum X + a_1 \sum X^2 \tag{17.42}$$

$\sum X$ usw. bezeichnet die Summe aller Werte X_i usw. Diese Gleichungen nennt man auch Normalgleichungen. Daraus findet man die Koeffizienten:

$$a_0 = \frac{\left(\sum Y\right)\left(\sum X^2\right) - \left(\sum X\right)\left(\sum XY\right)}{N \sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}$$

$$a_1 = \frac{N \sum XY - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{N \sum X^2 - \left(\sum X\right)^2} \tag{17.43}$$

Man kann sich die Rechnung auch erleichtern, indem man folgende Transformation ausführt: $x = X - \bar{X}$; $y = Y - \bar{Y}$; dann hat man folgende Geradengleichung, die durch den Punkt $(\bar{X}, \bar{Y})$ geht, den man manchmal auch den Schwerpunkt der Daten nennt.

$$y = \frac{\sum xy}{\sum x^2} x \tag{17.44}$$

Parabel kleinster Quadrate

Wiederum stellt man die Normalgleichungen auf:

$$\sum Y = a_0 N + a_1 \sum X + a_2 \sum X^2 \tag{17.45}$$

$$\sum XY = a_0 \sum X + a_1 \sum X^2 + a_2 \sum X^3 \tag{17.46}$$

$$\sum X^2 Y = a_0 \sum X^2 + a_1 \sum X^3 + a_2 \sum X^4 \tag{17.47}$$

Daraus folgt dann die Parabel:

$$Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 \tag{17.48}$$

Beispiel: Von einem Stern wurden im Laufe der Nacht folgende Helligkeitsmessungen gemacht:

Zeit	22.00	22.30	23.00	24.00	0.30	1.00	1.30	2.00
Hell.	11,42	11,39	11,35	11,27	11,33	11,39	11,42	11,51

Man lege durch diese Punkte eine Parabel! Welche einfache Ursache könnte die Helligkeitszunahme bzw. -abnahme des Sternes haben? Lsg.: Koeffizienten der Parabel: $a_0 = 11{,}4325$, $a_1 = -0{,}0760714$, $a_2 = 0{,}0125000$.

In Python kann man das sehr einfach lösen:

- Wir definieren den Vektor der Helligkeitswerte:
  h1=np.array([11.42,11.39,11.35,11.27,11.33,11.39,11.42,11.51])
- Wir definieren der Einfachheit halber die Zeitschritte der Messung durch die Zahlen von 0 bis 7.
  ht=np.array([0,1,2,3,4,5,6,7])
- Der Fit 2-ter Ordnung (Parabelfit) ergibt sich dann:
  z=np.polyfit(ht,h1,2)
- Wir geben die Zahlenwerte für die Koeffizienten der Parabel aus:
  z

Die Funktion polyfit gibt das Polynom; der Parameter 2 bedeutet, dass wir ein Polynom 2-ter Ordnung durch die Messwerte legen. Wir bekommen als Lösung:

array([0.0125,−0.07607143,11.4325])

Diese Werte sind die Koeffizienten des Polynoms zweiter Ordnung, welches durch den Wert 2 in die Funktion polyfit eingegeben wurde.

- Das Polynom lautet: $a_0 + a_1 x + a_2 x^2$
- Die Koeffizienten: $a_2 = 0.0125$, $a_1 = -0.07607143$, $a_0 = 11.4325$

Nun wollen wir das Ganze auch plotten. Dazu benötigt man die Library matplotlib.pyplot, die mit dem Befehl import matplotlib.pyplot geladen wird.

Wir plotten nur die Originaldaten:

plt.plot(h1)
plt.show()

Nun erstellen wir ein Programm, welches (i) die Originaldaten plotted, (ii) einen Polynomfit zweiter Ordnung (iii) einen Fit dritter Ordnung und (iv) einen Fit vierter Ordnung zeichnet. Wobei die Ergebnisse der dritten und vierten Ordnung zur besseren Sichtbarkeit um den Faktor 0,01 vertikal verschoben werden. Die Original Daten sind in Blau gezeichnet,

der Fit zweiter Ordnung in Rot, der Fit dritter Ordnung um 0.01 nach oben versetzt in Grün und der Fit vierter Ordnung um 0.02 nach oben versetzt in Magenta.

Das Programm ist in Abb. 17.3 gezeigt. Dieses Programm liefert dann den Plot in Abb. 17.4.

17.3.2 Korrelationen

X, Y sind die zu untersuchenden Variablen. Ein Streudiagramm zeigt die Lage der Punkte. Scheinen alle Punkte im Streudiagramm nahe einer Geraden zu liegen, spricht man von einer linearen Korrelation. Man hat:

- positive lineare Korrelation: wenn Y bei wachsendem X ebenfalls zu steigen neigt;
- negative lineare Korrelation: wenn Y bei wachsendem X zu fallen neigt;
- nicht lineare Korrelation: wenn alle Punkte nahe einer Kurve zu liegen scheinen;
- unkorreliert: wenn kein Zusammenhang besteht.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
h1=np.array([11.42,11.39,11.35,11.27,11.33,11.39,11.42,11.51])
ht=np.array([0,1,2,3,4,5,6,7])
hp2=np.zeros(8)
hp3=np.zeros(8)
hp4=np.zeros(8)
# now starts the polynom fits
# fit n=2
z2=np.polyfit(ht,h1,2)
# fit n=3

z3=np.polyfit(ht,h1,3)
#fit n=4
z4=np.polyfit(ht,h1,4)

for i in np.arange(0,8,1):
        hp2[i]=z2[2]+z2[1]*ht[i]+z2[0]*ht[i]*ht[i]
        hp3[i]=z3[3]+z3[2]*ht[i]+z3[1]*ht[i]**2+z3[0]*ht[i]**3
        hp4[i]=z4[4]+z4[3]*ht[i]+z4[2]*ht[i]**2+z4[1]*ht[i]**3+z4[0]*ht[i]**4
print("hp2",hp2)
print("hp3",hp3)
print("hp4",hp4)

print(z2)
print(z3)
plt.xlabel('Time')
plt.ylabel('Measured magnitude')
plt.title('Original data')
plt.plot(h1,'b')
plt.plot(hp2,'r')
plt.plot(hp3+.01,'g')
plt.plot(hp3+0.02,'c')
plt.show()
```

Abb. 17.3 Programm zur Erstellung der Polynomfits in Python

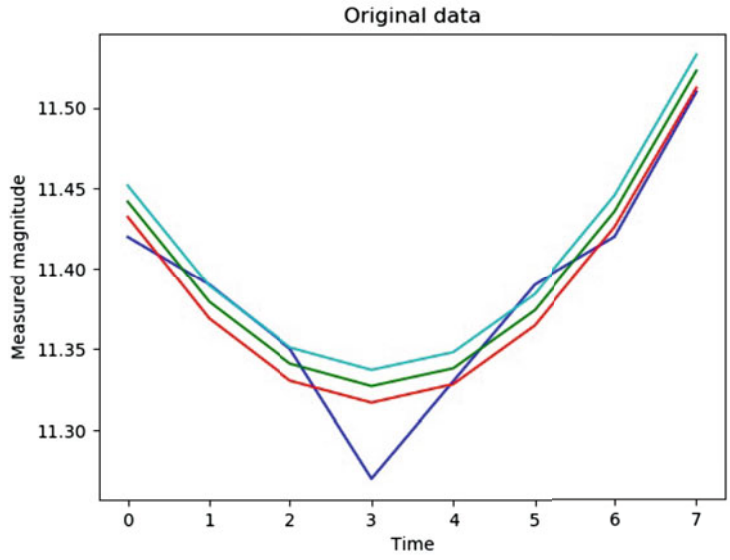


Abb. 17.4 Ausgabe des Programms polyfit

Betrachten wir die beiden Datenreihen 1, 2, 3, 4, 5, 6 und 3, 5, 6, 7, 8 Der Korrelationskoeffizient zwischen den beiden errechnet sich mit Python wie folgt:

```
b1=([1,2,3,4,5,6])
b2=([3,5,6,7,8])
np.correlate(b1,b2)
```

Man kann auch die Autokorrelation, acf für einen bestimmten *lag* berechnen. Dabei wird die Korrelation einer Funktion mit sich selbst berechnet, wobei die Funktion um einen bestimmten Betrag, als *lag* bezeichnet, gegeneinander verschoben wird. Betrachten wir das Beispiel in Abb. 17.5. Der Vektor $b1$ definiert eine Sinusfunktion, ebenso der Vektor $b2$. Die Korrelation zwischen den beiden Vektoren liefert der Vektor c. Um die Autokorrelation zu ermitteln, definieren wir den lag, z. B. Länge *length=5*. Das Ergebnis liefert also die Korrelation für lag=0, 1, 2, usw.

Die Ergebnisse des Programms sind in Abb. 17.6 dargestellt.

Regressionsgeraden

Wie wir bereits im vorigen Kapitel gesehen haben, ist die Regressionsgerade von Y bzgl. X:

$$Y = a_0 + a_1 X \tag{17.49}$$

```
# programm zur Berechnung der Korrelation zwichen zwei Datenreihen
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
b1=np.arange(0,100,1)
b1=np.sin(b1/5.)
b2=np.arange(0,100,1)
b2=np.sin(b2/.2)
# Correlation Coeffcient
c=np.corrcoef(b1,b2)
print("Correl. Coeff.:",c)

x=b1
#plt.plot(x)

def acf(x, length=5):
    return np.array([1]+[np.corrcoef(x[:-i], x[i:])[0,1]  \
        for i in range(1, length)])

cc=acf(x)

print('.........')
print(cc)
print('.-.-.-.')

plt.plot(cc)
```

Abb. 17.5 Das Programm zur Berechnung der Korrelation bzw. Autokorrelation (acf)

Daraus hatten wir die Normalgleichungen (17.41).
Die Regressionsgerade von X bzgl. Y ist gegeben durch:

$$X = b_0 + b_1 Y \tag{17.50}$$

$$\sum X = b_0 N + b_1 \sum Y \tag{17.51}$$

$$\sum XY = b_0 \sum X + b_1 \sum Y^2 \tag{17.52}$$

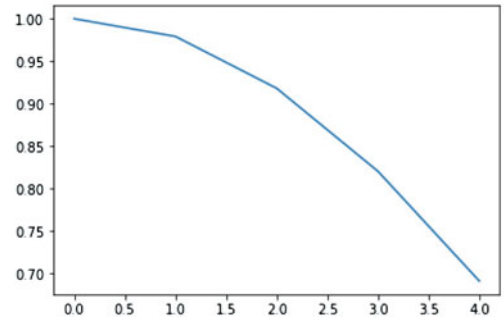
$$b_0 = \frac{\left(\sum X\right)\left(\sum Y^2\right) - \left(\sum Y\right)\left(\sum XY\right)}{N\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2}$$

$$b_1 = \frac{N\sum XY - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{N\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2} \tag{17.53}$$

Die Regressionsgeraden sind dann und nur dann identisch, wenn alle Punkte des Streudiagramms auf einer Geraden liegen. In diesem Falle besteht also eine vollkommene lineare Korrelation zwischen X und Y.

Abb. 17.6 Ergebnisse des Korrelationsprogramms

```
Correl. Coeff.: [[ 1.          -0.00697499]
 [-0.00697499  1.        ]]
.........
[1.         0.97916463 0.91809238 0.8204463  0.69141825]
.-.-.-.
```



17.4 Differenzialgleichungen

Gleichungen, in denen die gesuchte Funktion als Ableitungen vorkommt, heißen Differenzialgleichungen. Ein einfaches Beispiel ist die Newtonsche Beziehung zwischen der Kraft, die auf eine Masse ausgeübt wird, und der dadurch bewirkten Beschleunigung:

$$\begin{aligned} ma &= f(x,t) \\ a &= \frac{d^2x}{dt^2} \\ m\frac{d^2x(t)}{dt^2} &= f(x,t) \end{aligned}$$

Weiterhin gilt für die Schwerkraft:

$$f(x,t) = mg$$

Ein weiteres einfaches Beispiel ist der radioaktive Zerfall; die Änderung der Menge $m(t)$ ist proportional zu der gerade vorhandenen Menge und dem betrachteten Zeitintervall dt:

$$\begin{aligned} dm(t) &= -\lambda m(t)dt \\ \frac{dm(t)}{dt} &= -\lambda m(t) \end{aligned}$$

Eine gewöhnliche Differentialgleichung enthält nur eine abhängige und eine unabhängige Variable sowie deren Ableitungen. Bei einer partiellen Differenzialgleichung gibt es mehrere unabhängige Variablen und partielle Ableitungen.

17.4.1 Lineare Differenzialgleichungen erster Ordnung

Die Gleichung ist linear in y und enthält nur die erste Ableitung. Die allgemeine Form lautet:

$$y'(x) = a(x)y(x) + b(x) \tag{17.54}$$

Wenn $a(x) = 0$, dann gilt:

$$\frac{dy}{dx} = b(x) \qquad \Longrightarrow y = \int b(x)dx + a \tag{17.55}$$

Betrachten wir den freien Fall:

$$\dot{v} = -g \tag{17.56}$$

$$v(t) = v(t_0) - (t - t_0)g \tag{17.57}$$

g ist die Erdbeschleunigung, welche entgegengesetzt zu der Richtung, in die die Geschwindigkeit gegeben ist, wirkt. Die Ableitung nach der Zeitvariablen t wird durch einen Punkt auf der Variablen ausgedrückt.

Da $v(t)$ gleich der Änderung des Weges ist:

$$\dot{s}(t) = v(t) = v_0 + gt_0 - gt \tag{17.58}$$

und durch Integration findet man:

$$s(t) = s_0 + (v_0 + gt_0)(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t^2 - t_0^2) \tag{17.59}$$

Wenn der Gegenstand am Anfang ($t_0 = 0$) an der Stelle $s(0) = s_0$ in Ruhe war ($v_0 = 0$), dann folgt das klassische Fallgesetz:

$$s(t) = s_0 - \frac{1}{2}gt^2 \tag{17.60}$$

Sei gegeben: Eine homogene lineare Differenzialgleichung erster Ordnung

$$y'(x) = a(x)y(x), \qquad y(x_0) = y_0, \tag{17.61}$$

dann lautet die Lösung:

$$y(x) = y_0 \exp\left(\int_{x_0}^{x} dta(t)\right) \tag{17.62}$$

Beispiel: Die Lösung der Differenzialgleichung für den radioaktiven Zerfall:

$$\dot{m}(t) = -\lambda m(t) \qquad m(t_0) = m_0 \tag{17.63}$$

$$m(t) = m_0 \exp[-\lambda(t - t_0)] \tag{17.64}$$

17.4.2 Schwingungsgleichung

Viele Probleme der Physik und Astrophysik lassen sich auf Schwingungen zurückführen. Wir betrachten kurz die Schwingungsgleichung. An einer Feder sei eine Masse angehängt, die Eigenschaften der Feder werden durch die Federkonstante D beschrieben. Dann gilt:

$$m\ddot{x} + Dx = 0 \qquad \omega_0 = \sqrt{D/m} \tag{17.65}$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{17.66}$$

ω_0 ist die ungedämpfte Eigenfrequenz. Man löst die Gleichung durch den Ansatz $x = \exp(\lambda t)$ und erhält:

$$\lambda^2 + \omega_0 = 0 \tag{17.67}$$

Damit ergibt sich $\lambda_{1,2} = \sqrt{-\omega_0^2} = \pm\omega_o i$. Daraus erhält man die Lösungen:

$$x_1 = c_1 \exp(\omega_0 i t) \qquad x_2 = c_2 \exp(-\omega_0 i t) \tag{17.68}$$

Dies kann man mit der Euler'schen Formel

$$\exp(i\phi) = \cos\phi + i \sin\phi \tag{17.69}$$

in eine Sinus-Funktion umwandeln.

17.4.3 Partielle Differenzialgleichungen

Wir betrachten hier als Beispiel die Wärmeleitungsgleichung. Sei $u(\mathbf{x}, t)$ die Temperatur an der Stelle $\mathbf{x}$ zum Zeitpunkt t, a die Temperaturleitfähigkeit des Mediums, dann lautet die Wärmeleitungsgleichung:

$$\frac{\partial u(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - a\triangle u(\mathbf{x}, t) = 0, \tag{17.70}$$

wobei $\triangle$ der Laplace-Operator ist. Wenden wir den Laplace-Operator in kartesischen Koordinaten auf eine Funktion $f(x, y, z)$ an:

$$\triangle f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \tag{17.71}$$

Im stationären Fall (wenn die Zeitableitung verschwindet) erhält man aus der Wärmeleitungsgleichung die Laplace-Gleichung:

$$\triangle u(x, y, z) = 0 \tag{17.72}$$

Die Lösung für den eindimensionalen Fall lautet:

$$u(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi at}} \exp(-\frac{x^2}{4at}) \tag{17.73}$$

Dies nennt man auch Fundamentallösung.

Als weiteres Beispiel betrachten wir die Wellengleichung:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}\right) = 0 \tag{17.74}$$

für eine Funktion $u(t, x_1, \ldots, x_n)$. Als Lösung ergibt sich im eindimensionalen Fall:

$$y(t, x) = y_{\max} \sin(2\pi(t/T - x/\lambda)) \tag{17.75}$$

mit $cT = \lambda$. Damit kann man die Auslenkung y an der Stelle x der Welle zu einem Zeitpunkt t bestimmen.

Die Wellengleichung für ein elektrisches Feld lautet:

$$\triangle \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \tag{17.76}$$

und für die Lichtgeschwindigkeit c hat man $c = 1/(\mu_0 \epsilon_0)$.

17.5 Numerische Mathematik

17.5.1 Interpolationspolynome

Es ist manchmal von großem Vorteil, ein Polynom $p(x)$ als Näherung für eine Funktion $y(x)$ zu verwenden:

- Polynome sind leicht zu berechnen, nur ganzzahlige Exponenten,
- einfache Bildung von Ableitungen und Integralen,
- leichte Bestimmung von Nullstellen.

Fehler der Näherung: $y(x) - p(x)$. Es gilt:

1. Existenz- und Eindeutigkeitssatz: Es existiert genau ein Polynom von höchstens n-tem Grad, so dass für die Argumente $x_0, \ldots, x_n$ jeweils $y(x) = p(x)$.
2. Divisionsalgorithmus: Jedes Polynom kann als:

$$p(x) = (x - r)q(x) + R \tag{17.77}$$

   geschrieben werden, wobei r irgendeine Zahl, $q(x)$ ein Polynom vom Grad $n - 1$ und R eine Konstante ist.
3. Rest: $p(r) = R$
4. Linearfaktor: aus $p(r) = 0$ folgt, dass $x - r$ ein Faktor von $p(x)$ ist.
5. Nullstellen: Ein Polynom vom Grade n besitzt höchstens n Nullstellen, also die Gleichung $p(x) = 0$ hat höchstens n Lösungen.
6. Fehler: Sei das Produkt:

$$\pi(x) = (x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_n) \tag{17.78}$$

   Für die Anzahl der Stützstellen verschwindet dieses, und man kann zeigen, dass der Fehler des Interpolationspolynoms gegeben ist durch:

$$y(x) - p(x) = y^{(n+1)}(\xi)\pi(x)/(n + 1)! \tag{17.79}$$

   Dabei liegt ξ irgendwo zwischen den äußersten Stützstellen und x.

17.5.2 Dividierte Differenzen

Betrachten wir eine Funktion $y = f(x)$ an den $n + 1$ Stützstellen $x_0, x_1, \ldots, x_n$. Dann sei:

$$[x_0] = y_0, [x_1] = y_1, \ldots, [x_n] = y_n \tag{17.80}$$

und weiter die dividierten Differenzen

$$[x_i x_j] = \frac{y_i - y_j}{x_i - x_j}, \text{ z. B. } [x_1\, x_0] = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \tag{17.81}$$

sowie

$$[x_i x_j x_k] = \frac{[x_i x_j] - [x_j x_k]}{x_i - x_k} \tag{17.82}$$

Als Beispiel siehe Tab. 17.1.

Tab. 17.1 Beispiel: Schema dividierter Differenzen

$x_{i+2} - x_i$	$x_{i+1} - x_i$	x_i	y_i	Δ	$[x_{i+1}x_i]$	Δ	$[x_2x_1x_0]$
		1	1				
	2			26	13		
3		3	27			24	8
	1			37	37		
		4	64				

17.5.3 Newton'sches Interpolationsverfahren

Das Newton'sche Interpolationsverfahren mit dividierten Differenzen lautet:

$$y = f(x) = y_0 + [x_1x_0](x - x_0) + [x_2x_1x_0](x - x_0)(x - x_1) + \ldots \tag{17.83}$$

Lineare Interpolation
Gegeben sind (x_0, y_0) sowie (x_1, y_1). Wenn man einen Wert zwischen diesen beiden sucht, kann man wie folgt linear interpolieren:

$$y(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0) \tag{17.84}$$

Endliche Differenzen
Gegeben sei eine diskrete Funktion, deren Argumente x_k und Bilder y_k sind, und die Argumente sollen äquidistant sein:

$$x_{k+1} - x_k = h \tag{17.85}$$

$$\Delta y_k = y_{k+1} - y_k \tag{17.86}$$

Man schreibt am besten das sogenannte Differenzenschema an:

$$\begin{array}{llllll}
x_0 & y_0 & & & & \\
 & & \Delta y_0 & & & \\
x_1 & y_1 & & \Delta^2 y_0 & & \\
 & & \Delta y_1 & & \Delta^3 y_0 & \\
x_2 & y_2 & & \Delta^2 y_1 & & \Delta^4 y_0 \\
 & & \Delta y_2 & & \Delta^3 y_1 & \\
x_3 & y_3 & & \Delta^2 y_2 & & \\
 & & \Delta y_3 & & & \\
x_4 & y_4 & & \Delta^2 y_0 & &
\end{array} \tag{17.87}$$

Man sieht sofort z. B.:

$\Delta^3 y_0 = y_3 - 3y_2 + 3y_1 - y_0$ bzw. allgemein:

$$\Delta^2 y_k = \Delta(\Delta y_k) = \Delta y_{k+1} - \Delta y_k = y_{k+2} - 2y_{k+1} + y_k \tag{17.88}$$

$$\Delta^n y_k = \Delta^{n-1} y_{k+1} - \Delta^{n-1} y_k \tag{17.89}$$

$$\Delta^k y_0 = \sum_{i=0}^{k} (-1)^i \binom{k}{i} y_{k-i} \tag{17.90}$$

Die Newton'sche Interpolationsformel mit vorwärts genommenen Differenzen lautet:

$$p_k = y_0 + \binom{k}{1}\Delta y_0 + \binom{k}{2}\Delta^2 y_0 + \ldots = \sum_{i=0}^{n} \binom{k}{i}\Delta^i y_0 \tag{17.91}$$

daher:

$$p(x_k) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h}(x_k - x_0) + \frac{\Delta^2 y_0}{2!h^2}(x_k - x_0)(x_k - x_1) + \ldots \tag{17.92}$$

Gegegeben sei:

k	x_k	y_k	Δy_k	$\Delta^2 y_k$	$\Delta^3 y_k$
0	**4**	**1**			
			2		
1	**6**	3		**3**	
			5		**4**
2	**8**	8		7	
			12		
3	10	20			

Dann bekommt man: $p_k(x_k) = 1 + \frac{2}{2}(x_k - 4) + \frac{3}{8}(x_k - 4)(x_k - 6) + \frac{4}{48}(x_k - 4)(x_k - 6)(x_k - 8)$

17.5.4 Interpolation mit ungleichmäßig verteilten Stützstellen

Lagrange'sche Interpolationsformel
Es gilt:

$$p(x) = \sum_{i=0}^{n} L_i(x) y_i \tag{17.93}$$

Dabei ist $L_i(x)$ die Lagrange'sche Grundfunktion:

$$L_i(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})\ldots(x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1)\ldots(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})\ldots(x_i - x_n)} \tag{17.94}$$

17.5.5 Numerische Differenziation

Näherungen für die Ableitung einer Funktion kann man durch ein Interpolationspolynom erhalten, indem man p', $p^{(2)}, \ldots$ als Ersatz für y', $y^{(2)}, \ldots$ verwendet:

1 Newton'sche Interpolationsformel mit vorwärts genommenen Differenzen:

$$y'(x) \approx \frac{y(x+h) - y(x)}{h} \tag{17.95}$$

2 Stirling'sche Formel:

$$y'(x) \approx \frac{y(x+h) - y(x-h)}{2\,h} \tag{17.96}$$

3 Newton'sche Formel mit rückwärts genommenen Differenzen:

$$y'(x) \approx \frac{y(x) - y(x-h)}{h} \tag{17.97}$$

4 nimmt man aus der Newton'schen Formel mehrere Terme:

$$y'(x) \approx \frac{1}{h}\left[\Delta y_0 + \left(k - \frac{1}{2}\right)\Delta^2 y_0 + \frac{3k^2 - 6k + 2}{6}\Delta^3 y_0 + \ldots\right] \tag{17.98}$$

5 aus der Stirling-Formel:

$$y'(x) \approx \frac{1}{h}\left[\delta\mu y_0 + k\delta^2 y_0 + \frac{3k^2 - 1}{6}\delta^3 \mu y_0 + \ldots\right] \tag{17.99}$$

6 für die zweite Ableitung:

$$y^{(2)}(x) \approx \frac{y(x+h) - 2y(x) + y(x-h)}{h^2} \tag{17.100}$$

7 oder:

$$y^{(2)}(x) \approx \frac{y(x+h) - 2y(x) + y(x-h)}{h^2} \tag{17.101}$$

Problem: Meist ist $y(x) - p(x)$ sehr klein, aber $y'(x) - p('x)$ kann sehr groß sein. Geometrisch bedeutet dies: Zwei Kurven können sehr dicht nebeneinander verlaufen, obwohl die Steigungen stark voneinander abweichen.

Man ermittle aus der Newton'schen Interpolationsformel mit vorwärts genommenen Differenzen die Ableitungen bis zur Ordnung 4!

Lsg.:

$p_k = y_0 + \binom{k}{1}\Delta y_0 + \binom{k}{2}\Delta^2 y_0 + \ldots$

Aus $x = x_0 + kh$ findet man:

$$p'(x) = \frac{1}{h}\left(\Delta y_0 + (k - \frac{1}{2}\Delta^2 y_0 + \frac{3k^2 - 6k + 2}{6}\Delta^3 y_0 + \ldots\right)$$

$$p^{(2)}(x) = \frac{1}{h^2}\left(\Delta^2 y_0 + (k-1)\Delta^3 y_0 + \frac{6k^2 - 18k + 11}{12}\Delta^4 y_0 + \ldots\right)$$

$$p^{(3)}(x) = \frac{1}{h^3}\left(\delta^3 y_0 + \frac{2k-3}{2}\Delta^4 y_0 + \ldots\right)$$

$$p^{(4)}(x) = \frac{1}{h^4}(\Delta^4 y_0 + \ldots)$$

Man wende diese Formeln an, um die erste Ableitung der gegebenen Funktion $\sqrt{x}$ an der Stelle 1 zu ermitteln. Man vergleiche die Ergebnisse mit den tatsächlichen Werten!

x	$\sqrt{x}$			
1,00	1,000000			
		2470		
1,05	1,02470		-59	
		2411		5
1,10	1,04881		-54	
		2357		4
1,15	1,07238		-50	
		2307		2
1,20	1,09544		-48	
		2259		3
1,25	1,11803		-45	
		2214		
1,30	1,14017			

Lsg.: 1. Ableitung:

$p'(1) = 20(0{,}02470 + 0{,}000295 + 0{,}000017) = 0{,}50024$

2. Ableitung:

$p^{(2)}(1) = 400(-0{,}00059 - 0{,}00005) = -0{,}256$

3. Ableitung:

$p^{(3)}(1) = 8000(0{,}00005) = 0{,}4$

Nun vergleicht man mit den richtigen Ergebnissen:

$$y'(1) = 1/2$$
$$y^{(2)}(1) = -1/4$$
$$y^{(3)}(1) = 3/8$$

Man sieht: Die Eingabedaten waren auf fünf Stellen genau, die erste Ableitung nur mehr auf drei Stellen, die zweite auf zwei Stellen und die dritte auf eine Stelle genau!

17.5.6 Numerische Integration

Integration der Newton'schen Interpolationsformel
Wir betrachten die Newton'sche Interpolationsformel mit vorwärts genommenen Differenzen vom Grad n zwischen x_0, x_n:

$$\int_{x_0}^{x_1} p(x)dx = \frac{h}{2}(y_0 + y_1) \tag{17.102}$$
$$\int_{x_0}^{x_2} p(x)dx = \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2) \tag{17.103}$$
$$\int_{x_0}^{x_3} p(x)dx = \frac{3h}{8}(y_0 + 3y_1 + 3_y2 + y_3) \tag{17.104}$$

Aus diesen einfachen Formeln kann man zusammengesetzte Formeln ermitteln durch wiederholte Anwendung der Grundformeln, d. h. mehrere Geradenstücke, Parabelstücke usw. Dies ist i.A. einfacher als die Verwendung von Polynomen höheren Grades.

Trapezregel

$$\int_{x_0}^{x_n} y(x)dx \approx \frac{1}{2}h[y_0 + 2y_1 + \ldots + 2y_{n-1} + y_n] \tag{17.105}$$

Man hat hier Geradenstücke als Ersatz für die Funktion $y(x)$. Der Abbrechfehler ist

$$-(x_n - x_0)h^2 y^{(2)}(\xi)/12 \tag{17.106}$$

Simpsonregel
Hier verwendet man Parabelbögen:

$$\int_{x_0}^{x_n} y(x)dx \approx \frac{h}{3}[y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \ldots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n] \tag{17.107}$$

Der Abbrechfehler ist:

$$-(x_n - x_0)h^4 y^{(4)}(\xi)/180 \tag{17.108}$$

17.5.7 Numerische Lösung von Differenzialgleichungen

Sehr viele Anwendungen führen auf Differenzialgleichungen, von denen aber nur die wenigsten analytisch lösbar sind.

Def.: Klassisches Anfangswertproblem: Man soll eine Funktion $y(x)$ finden, die die Differenzialgleichung erster Ordnung $y' = f(x, y)$ erfüllt und den Anfangswert $y(x_0) = y_0$ annimmt. Es gibt sehr viele numerische Verfahren, wir wollen einige besprechen:

Isokline Methode
Sei $y'(x)$ die Steigung der Lösungskurve. Damit definiert die Funktion $f(x, y)$ die vorgeschriebene Steigung an jedem Punkt.

Euler-Methode

$$y_{k+1} = y_k + hf(x_k, y_k) \tag{17.109}$$

Dabei ist $h = x_{k+1} - x_k$.

Runge-Kutta-Methode
Sie wird sehr häufig verwendet:

$$k_1 = hf(x, y) \tag{17.110}$$

$$k_2 = hf(x + \frac{1}{2}h, y + \frac{1}{2}k_1) \tag{17.111}$$

$$k_3 = hf(x + \frac{1}{2}h, y + \frac{1}{2}k_2) \tag{17.112}$$

$$k_4 = hf(x + h, y + k_3) \tag{17.113}$$

$$y(x + h) = y(x) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \tag{17.114}$$

Prediktor-Korrektor-Formeln
Es gibt verschiedene Möglichkeiten:

$$y_{k+1} \approx y_k + hy'_k \tag{17.115}$$

$$y_{k+1} \approx y_k + \frac{1}{2}h(y'_k + y'_{k+1}) \tag{17.116}$$

Dabei ist der Prediktor die Formel von Euler und der Korrektor eine modifizierte Euler-Formel. Wegen $y'_k f(x_k, y_k)$ und $y'_{k+1} = f(x_{k+1}, y_{k+1})$ ist der erste Prediktor geschätzt auf y_{k+1} Diese Schätzung führt dann zu y'_{k+1} und zu einem korrigierten Wert y_{k+1}. Weitere Korrekturen von y'_{k+1}, y_{k+1} können dann nacheinander angebracht werden, bis eine genügende Genauigkeit erreicht ist.

Methode von Milne
Hier verwendet man das Prediktor-Korrektor-Paar:

$$y_{k+1} \approx y_{k-3} + (4h/3)(2y'_{k-2} - y'_{k-1} + y'_k) \tag{17.117}$$

$$y_{k+1} \approx y_{k-1} + (h/3)(y'_{k+1} + 4y'_k + y'_{k-1}) \tag{17.118}$$

Man benötigt also vier Anlaufwerte y_k, y_{k-1}, y_{k-2}, y_{k-3}.

Methode von Adams
Man verwendet folgendes Prediktor-Korrektor-Paar:

$$y_{k+1} \approx y_k + (h/24)(55y'_k - 59y'_{k-1} + 37y'_{k-2} - 9y'_{k-3}) \tag{17.119}$$

$$y_{k+1} \approx y_k + (h/24)(9y'_{k+1} + 19y'_k - 5y'_{k-1} + y'_{k-2}) \tag{17.120}$$

Also ebenfalls wieder vier Anlaufwerte.

Man wende die Methode von Milne an, um $y' = -xy^2$ für $y(0) = 2$ an, $h = 0{,}2$.

Lsg.: Bei diesem Verfahren hat man also für den Prediktor:

$$y_{k+1} \approx y_{k-3} + 4/3h(2y'_{k-2} - y'_{k-1} + 2y'_k) \tag{17.121}$$

sowie als Korrektor:

$$y_{k+1} \approx y_{k-1} + 1/3h(y'_{k+1} + 4y'_k + y'_{k-1}) \tag{17.122}$$

Da der Prediktor vier vorgegebene Werte erfordert, wir aber nur $y(0) = 2$ haben, muss man die anderen berechnen: z. B. mit Runge-Kutta:

$$y(0{,}2) = y_1 \approx 1{,}92308;\ y(0{,}4) = y_2 \approx 1{,}72414;\ y(0{,}6) = y_3 \approx 1{,}47059$$

Die Differenzialgleichung liefert dann:

$$y'(0) = y'_0 = 0 \qquad y'(0{,}2) = y'_1 \approx -0{,}73964$$
$$y('0{,}4) = y'_2 \approx -1{,}18906 \qquad y'(0{,}6) = y'_3 \approx -1{,}29758$$

also lautet der Milne-Prediktor:

$$y_4 \approx y_0 + 4/3(0{,}2)(2y'_3 - y'_2 + 2y'_1) \approx 1{,}23056$$

bzw.:

$$y_4' \approx -(0,8)(1,23056)^2 \approx -1,21142$$

Der Milne-Korrektor liefert dann:

$$y_4 \approx y_2 + \frac{1}{3}(0,2)(-1,21142 + 4y_3' + y_2') \approx 1,21808$$

Eine erneute Berechnung von y' mittels der Differenzialgleichung liefert den neuen Schätzwert $y_4' \approx -1,18698$, und die neue Anwendung des Korrektors ergibt:

$$y_4 \approx y_2 + 1/3(0,2)(-1,18698 + 4y_3' + y_2') \approx 1,21971$$

Indem man erneut die Differenzialgleichung verwendet, hat man $y_4' \approx -1,19015$ und mit dem Korrektor:

$$y_4 \approx y_2 + 1/3(0,2)(-1,19015 + 4y_3' + y_2') \approx 1,21950$$

Die nächsten zwei Durchrechnungen liefern

$$y_4' \approx -1,18974;\ y_4 \approx 17,21953;\ y_4' \approx -1,18980;\ y_4 \approx 1,21953$$

und damit kann man aufhören.

Differenzialgleichungen mit Python lösen

Das Programmpaket numpy liefert auch hier wiederum einige Algorithmen. Wir geben als sehr einfaches Beispiel die Lösung der Gleichung für einen harmonischen Oszillator.

Der harmonische Oszillator ist gegeben durch die Gleichung:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \tag{17.123}$$

In diesem Fall gibt es eine analytische Lösung:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t) \tag{17.124}$$

Die Differenzialgleichung für den harmonischen Oszillator ist eine Differenzialgleichung zweiter Ordnung. Diese kann man darstellen durch ein System von Differenzialgleichungen erster Ordnung:

$$\dot{x} = y \tag{17.125}$$

$$\dot{y} = -\omega^2 x \tag{17.126}$$

Das Python-Programm ist in Abb. 17.7 gegeben.

```python
#!/usr/bin/env python3
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Mon Apr  8 06:12:54 2019

@author: arnoldhanslmeier
"""

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint

om = 4                      # Hz
z0 = [1.5, -5.7]            # Anfangsbedingungen
t = np.linspace(0,10,400)  # 400 Zeitschritte von 0 bis 10s

# F     = (x, y)
# dF/dt = (y, -om^2 x)
def dF(z,t):
    return[ z[1], -(om**2)*z[0] ]

# Zwei gekoppelte DGLs 1.Ordnung numerisch loesen
z = odeint(func=dF, y0=z0, t=t)

plt.plot(t, z0[0]*np.cos(om*t) + z0[1]/om*np.sin(om*t), label="analytisch")
plt.plot(t, z[:,0], "rx",                               label="odeint")
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```

Abb. 17.7 Lösen der Schwingungsgleichung mit Python

Differenzialgleichungen höherer Ordnung

Eine Differenzialgleichung höherer Ordnung kann man durch ein System von Differenzialgleichungen erster Ordnung ersetzen, z. B.:

$$y'' = f(x, y, y') \tag{17.127}$$

kann ersetzt werden durch:

$$y' = p \qquad p' = f(x, y, p) \tag{17.128}$$

Wir betrachten das Runge-Kutta-Verfahren:

$$y' = f_1(x, y, p) \qquad p' = f_2(x, y, p) \tag{17.129}$$

mit den Anfangsbedingungen $y(x_0) = y_0$; $p(x_0) = p_0$. Die Formeln lauten dann:

$$
\begin{aligned}
k_1 &= hf_1(x_n, y_n, p_n) \\
l_1 &= hf_2(x_n, y_n, p_n) \\
k_2 &= hf_1(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1, p_n + \frac{1}{2}l_1) \\
l_2 &= hf_2(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1, p_n + \frac{1}{2}l_1) \\
k_3 &= hf_1(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_2, p_n + \frac{1}{2}l_2) \\
l_3 &= hf_2(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_2, p_n + \frac{1}{2}l_2) \\
k_4 &= hf_1(x_n + h, y_n + k_3, p_n + l_3) \\
l_4 &= hf_2(x_n + h, y_n + k_3, p_n + l_3) \\
y_{n+1} &= y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\
p_{n+1} &= p_n + \frac{1}{6}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)
\end{aligned}
\tag{17.130}
$$

17.6 Fouriermethoden

17.6.1 Autokorrelation

Wir gehen von einer Folge von Messpunkten aus. Wenn man diese mit sich selbst vergleicht, dann spricht man von einer Autokorrelation. Eine unverschobene Folge ist der ursprünglichen am ähnlichsten. Gibt es jedoch eine Beziehung zwischen den Gliedern einer Messreihe, dann hat auch die Korrelation der ursprünglichen Folge mit der verschobenen Folge einen von null verschiedenen Wert.

Sei x_k eine gegebene Messreihe und $x_{\mathrm{k+L}}$ eine um den Lag L verschobene. Der Mittelwert sei $\bar{x}$, dann lautet die Autokorrelation ACF bei der Verschiebung (Lag L):

$$
ACF(L) = ACF(-L) = \frac{\sum_{k=0}^{N-L-1}(x_k - \bar{x})(x_{\mathrm{k+L}} - \bar{x})}{\sum_{k=0}^{N-1}(x_k - \bar{x})^2} \tag{17.131}
$$

und die Autokovarianz:

$$
R_x(L) = R_x(-L) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-L-1}(x_k - \bar{x})(x_{\mathrm{k+L}} - \bar{x}) \tag{17.132}
$$

Dies verwendet man für eindimensionale Zeitserien. Man beachte: Der Mittelwert wird vorher subtrahiert. Im Falle der Bildverarbeitung *(image processing)* verwendet man besser die Fast Fourier Transformation (FFT): Die ACF errechnet sich aus der FFT eines 2-D-Arrays wie folgt:

$$\text{array}_1 = \text{FFT}(\text{array}) \tag{17.133}$$

$$ACF = FFT^{-1}(\text{array}_1 * conj(\text{array}_1)) \tag{17.134}$$

Dabei bedeuten: FFT ein Algorithmus zur Berechnung der FFT und FFT^{-1} die inverse FFT und $conj$ die konjugiert komplexe Funktion.

17.6.2 Die schnelle Fourier Transformation, FFT

Dies ist ein auf *Cooley* und *Tukey,* 1965, zurückgehender Algorithmus zur schnellen Berechnung der Fouriertransformation.[1] Wir skizzieren nur kurz die Fouriertransformation.

Fourier (1768–1830) zeigte, dass man periodische Funktionen als Überlagerung von harmonischen Schwingungen schreiben kann. Sei $f(x)$ eine Funktion mit der Periode $T = 2\pi$, dann:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx) \\ a_k &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(u) \cos(ku) du, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots \\ b_k &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(u) \sin(ku) du, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots \end{aligned} \tag{17.135}$$

→ Details im Ortsraum entsprechen hohen Frequenzen im Frequenzraum. Bei Kompressionsverfahren kann man diese vernachlässigen, Bildmanipulation.

Die Euler-Formel besagt:

$$e^{ikx} = \cos(kx) + i \sin(kx) \tag{17.136}$$

und daher:

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx} \qquad c_k = \frac{1}{\pi} \int f(x) e^{-ikx} dx \tag{17.137}$$

Die diskrete Fouriertransformierte bildet $f(0)$, $f(1)$, …, $F(N-1)$ ab auf:

$$F(u) := \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{(-2\pi i u x)/N} \tag{17.138}$$

[1] Auch als FFT, Fast Fourier Transformation bezeichnet; erste Form schon um 1805 von Gauß zur Berechnung der Bahnen von Juno und Pallas.

Wichtig in der Astrophysik ist die Anwendung auf 2-D-Arrays (Bilder):

$$F(u,v) := \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) \exp(-[2\pi i(ux/M + vx/N)]) \tag{17.139}$$

Aus der Euler-Formel folgt dann wieder der Real- bzw. der Imaginärteil:

$$R(u,v) := \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) \cos(-2\pi(ux/M + vy/N)) \tag{17.140}$$

$$I(u,v) := \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) \sin(-2\pi(ux/M + vy/N)) \tag{17.141}$$

Das Amplitudenspektrum (Powerspektrum) lautet:

$$|F(u,v)| := \sqrt{R^2(u,v) + I^2(u,v)} \tag{17.142}$$

Das Phasenspektrum ist:

$$\phi(u,v) := \arctan\left(\frac{I(u)}{R(u)}\right) \tag{17.143}$$

Beispiel

Wir definieren auf einem eindimensionalen Array $a1$ die Funktion $f3$

$$f3 = \sin(a1/20) + \cos(a1/10)/2 \tag{17.144}$$

Dann berechnen wir die Fouriertransformierte ff mittels np.fft.rfft und das Powerspektrum $\mathrm{ff}_{\mathrm{Pow}}$, also den Absolutbetrag der Fouriertransformierten. Abschließend versuchen wir, eine Periode aus der Funktion a herauszufiltern. Dazu setzen wir einen Wertebereich der Fouriertransformierten ffn Null und berechnen die inverse Transformation mittels np.fftz.irfft. Das Python-Programm ist in Abb. 17.8 gegeben, die Ergebnisse sind in Abb. 17.9 dargestellt.

17.6.3 Digitale Filter

Nehmen wir an, wir wollten ein Signal digital filtern, z. B. mit einem:

- Hochpassfilter
- Tiefpassfilter
- Bandpassfilter

```
#  fast fourier transform
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

a=np.arange(0,16000,.1)
a1=a/57.3
f1=np.sin(a1/(20 ))
f2=np.cos(a1/(10))/2.
f3=f1+f2
print(f3)
plt.tight_layout()
plt.subplots_adjust(left=0.1, bottom=.1, right=.9, top=None, wspace=0.5, hspace=.5)
plt.figure(0)
plt.subplot(2,2,1) # 2 Zeilem, 2 Spalte 1... erster Plot
# Plotten der Originaldaten
plt.plot(a1,f3)
plt.title("Original data")
# Berechnen der Fouriertransformation
ff=np.fft.rfft(f3)
plt.subplots_adjust(left=0.1, bottom=.1, right=.9, top=None, wspace=0.4, hspace=.4)
plt.subplot(2,2,2)
plt.xlim(left=0,right=20)# x-Wertebereich Grenze
# Plotten der Foureirtranaf.
plt.plot(ff)
plt.title("FFT")
ff_pow=abs(ff*ff) # Power Spektrum
plt.subplots_adjust(left=0.1, bottom=.1, right=.9, top=None, wspace=0.4, hspace=.4)
plt.subplot(2,2,3)
plt.xlim(left=0,right=20)
plt.plot(ff_pow)
plt.title("Power")
ffn=ff
ffn[2:15998]=0.+0.# Filtern der Daten im Fourierraum
print(ffn[0:12])
plt.subplots_adjust(left=0.1, bottom=.1, right=.9, top=None, wspace=0.4, hspace=.4)
plt.subplot(2,2,4)
plt.plot(a1,np.fft.irfft(ffn))
plt.title("Filtered function")
```

Abb. 17.8 Python-Programm zur Fouriertransformation und Filterung

Man stelle sich eine CCD-Aufnahme einer Galaxie vor. Was würde man dann mit den drei hier genannten Filtermöglichkeiten bezwecken?

Mit der FFT geht dies sehr einfach: Man berechne die Fouriertransformierte der Daten, multipliziere das Ergebnis mit der Filterfunktion $H(f)$ und mache eine inverse FFT, um die Daten im Zeitraum zu restaurieren. Dabei ist zu beachten:

- Man muss die Filterfunktion $H(f)$ für positive und negative Frequenzen definieren.
- Wenn die gemessenen Daten reell sind und der gefilterte Output auch reell sein soll, dann muss für die Filterfunktion gelten: $H(-f) = H(f)^*$.
- Wenn $H(f)$ scharfe Kanten hat, dann bekommt der Impuls-Response gedämpfte Frequenzen an den Rändern. Deshalb sollte man sich einen sanften Übergang überlegen.
- Vorher am besten einen Trend in den Daten entfernen, indem man die Daten von einer geraden Linie subtrahiert, welche bestimmt ist durch die ersten und die letzten Punkte.

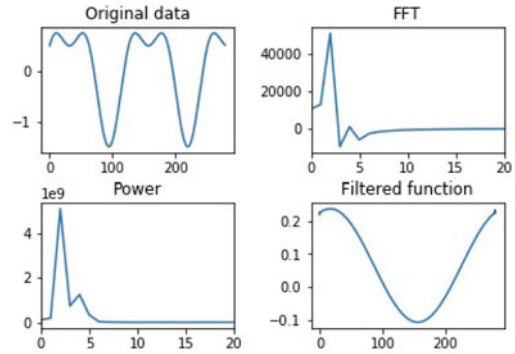


Abb. 17.9 Ergebnisse zum Programm FFT

Ein Beispiel für das Filtern von Daten ist in Abb. 17.9 gegeben. Durch Abschneiden der Daten im Fourierraum hat man die cos-Funktion fast eliminiert. Man experimentiere mit dem Programm und setze die Werte von 4 bis 15996 für die Funktion ffn gleich Null.

17.6.4 Fouriertransformationen in der Optik

Im Bereich der Optik geht es oft um die Restaurierung von Bildern, die durch verschiedene Effekte degradiert werden:

- Seeing: durch Fluktuationen des Brechungsindex in der Erdatmosphäre
- Blurring: Effekt der Defokussierung durch Luftschlieren, die von Ort zu Ort variieren. Das ganze Bild verliert dadurch an Schärfe.
- Image Motion: Das Bild bleibt scharf, aber es bewegt sich rasch hin und her;
- Image Distortion: Der größte Teil des Bildes bleibt scharf, kleinere Bildteile werden aber gegeneinander verschoben.

Image Motion erfolgt mit einer Frequenz bis zu 100 Hz. Wenn man also nur 10^{-2} s lang belichtet, kann man diese Störungen erheblich reduzieren.

Ein reelles Bild z. B. der Sonne soll in der x-y-Ebene eines Teleskops abgebildet werden. An jedem Punkt hat die Intensität $I(x, y)$ Beiträge, die zu Nachbarpunkten des nicht perfekten Bildes gehören. Man führt also die Point Spread Function (PSF) ein: $PSF(x, y, \xi, \eta)$:

$$I(x, y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} I_0(\xi, \eta) PSF(x, y, \xi, \eta) d\xi d\eta \tag{17.145}$$

Kurz: $I = I_0 * PSF$. Dies kann man vereinfachen, wenn die PSF nur von den Distanzen $\xi - x$ und $\eta - y$ abhängt, wie beim gleichmäßigen Blurring. Dann betrachtet man die FT des Bildes, und wegen des Faltungssatzes ist jede Fourierkomponente von I einfach

mit der entsprechenden Fourierkomponente der PSF multipliziert. Der Modul der FT heißt Modulationstransferfunktion, MTF:

$$MTF(k_x, k_y) = \left| \int \int_{-\infty}^{\infty} PSF(x, y) e^{[-2\pi i (k_x x + k_y y)]} dx dy \right| \tag{17.146}$$

Warum macht man eine Fouriertransformation? Man kann gewisse Effekte einfach durch eine Folge von Faktoren in der MTF darstellen:

$$MTF_{\text{Teleskop}} + MTF_{\text{seeing}} = MTF_{\text{total}} \tag{17.147}$$

Wenn die PSF rotationssymmetrisch in der x-y-Ebene ist, also $PSF(x, y) = PSF(r)$; $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, dann ist die MTF rotationssymmetrisch in der k_x, k_y-Ebene und durch die Hankel-TF gegeben:

$$MTF(k) = 2\pi \int_0^{\infty} r\, PSF(r)\, J_0(2\pi k r) dr \tag{17.148}$$

Dabei ist $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ und J_0 die Bessel-Funktion der Ordnung 0.

Betrachten wir als Beispiel das Airy-Bild einer Punktquelle, gegeben durch ein beugungsbegrenztes Teleskop:

$$PSF_D(r) = \frac{1}{\pi} [J_1(br)/r]^2 \tag{17.149}$$

Dabei ist J_1 die Bessel-Funktion der Ordnung 1, und $b = D\pi/\lambda f$, D ist die Öffnung, f die Fokallänge. Die erste Nullstelle der PSF_D ist an $r = r_1 = 3{,}832/b$ und heißt Radius der zentralen Airy-Scheibe. Der Winkel $\alpha_1 = r_1/f$ wird gewöhnlich als Auflösung eines beugungsbegrenzten Teleskops bezeichnet:

$$\alpha_1 = 1{,}22\lambda/D \tag{17.150}$$

Nun setzt man die PSF in die Formel für die MTF ein und erhält:

$$MTF_D(k) = \frac{2}{\pi} \left[\arccos(k/k_m) - \frac{k}{k_m} \sqrt{1 - (k/k_m)^2} \right] \tag{17.151}$$

$k_m = b/\pi$ ist die größte Wellenzahl, die vom Teleskop noch übertragen wird. $MTF_D = 0, k \geq k_m$.

Die MTF_D ist also derjenige Faktor, um welchen ein Signal bei der Wellenzahl k reduziert wird. Die Wellenzahl, die der Auflösung entspricht, ist dann: $k = 1/r_1 = k_m/1{,}22$ und $MTF_D = 0{,}0894$ für dieses $k \rightarrow$ vom Originalsignal bleibt nur mehr dieser Betrag übrig.

Wenn man über Perioden von 1 s oder noch länger mittelt, dann wird die PSF des Seeings gut durch eine rotationssymmetrische Gauß-Funktion beschrieben:

$$PSF_S(r) = \frac{1}{2\pi s_0^2} e^{-r^2/2s_0^2} \tag{17.152}$$

Dabei ist der Parameter s_0 ein quantitatives Maß für das Seeing. Man spricht bei $s_0 = 1''$ von einem guten Seeing und $s_0 = 0{,}5''$ exzellentes Seeing. Die FT einer Gauß-Funktion liefert wieder eine Gauß-Funktion. Die MTF ist:

$$MTF_s(k) = e^{-2\pi^2 s_0^2 k^2} \tag{17.153}$$

17.7 Vektorrechnung

17.7.1 Allgemeines

Vektoren sind Größen mit Betrag und Richtung, z. B. die Geschwindigkeit **v**. *Skalare* lassen sich durch eine einfache Zahl beschreiben (Masse, Temperatur). In einem dreidimensionalen Raum kann man für die Komponenten eines Vektors schreiben:

$$\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z) = (A_1, A_2, A_3) \tag{17.154}$$

Die Länge des Vektors ist gegeben durch:

$$|\mathbf{A}| = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2} \tag{17.155}$$

In einem kartesischen Koordinatensystem verwendet man folgende Einheitsvektoren: $\mathbf{i} = (1, 0, 0)$, $\mathbf{j} = (0, 1, 0)$, $\mathbf{k} = (0, 0, 1)$ und deshalb: $\mathbf{A} = (A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k})$. Zwei Vektoren kann man komponentenweise addieren und subtrahieren.

Das Skalarprodukt (inneres Produkt) ergibt als Ergebnis eine skalare Größe:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}||\mathbf{B}| \cos\alpha \tag{17.156}$$

wobei α der Winkel zwischen **A** und **B** ist.

→ Sind die beiden Vektoren **A** und **B** orthogonal, dann verschwindet das Skalarprodukt.

Das Vektorprodukt zweier Vektoren ist definiert durch

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = |\mathbf{A}||\mathbf{B}| \sin\alpha \tag{17.157}$$

Der sich ergebende Vektor **C** steht senkrecht zu **A** und **B**, und es gilt die Rechtsregel(Abb. 17.10).

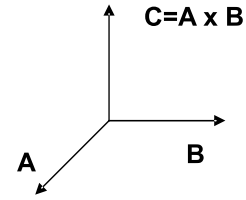


Abb. 17.10 Rechtsregel beim Vektorprodukt

Man beachte:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}\times\mathbf{i}=0 \quad & \mathbf{i}\times\mathbf{j}=\mathbf{k} \\ \mathbf{j}\times\mathbf{j}=0 \quad & \mathbf{j}\times\mathbf{k}=\mathbf{i} \\ \mathbf{k}\times\mathbf{k}=0 \quad & \mathbf{k}\times\mathbf{i}=\mathbf{j} \end{aligned}$$

Man kann auch schreiben:

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B}=\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \tag{17.158}$$

Bahnkurven: Wenn ein Vektor von einem Parameter abhängt, spricht man von einer Vektorfunktion: $\mathbf{a}(t)$.

Sei $\mathbf{r}(t)$ die Bahn eines Punktes im Laufe der Zeit t. Die Geschwindigkeit ist $\mathbf{v}=\dot{\mathbf{r}}$ und die Beschleunigung $\mathbf{a}=\ddot{\mathbf{r}}$. Der zurückgelegte Weg s beträgt $ds=|d\mathbf{r}|=vdt$. Wir betrachten drei aufeinander senkrecht stehende Einheitsvektoren $\mathbf{e_T}$, $\mathbf{e_N}$, $\mathbf{e_B}$. Der Vektor $\mathbf{e_T}$ zeigt in Richtung von $\mathbf{v}$.

Der Tangentenvektor lautet:

$$\mathbf{e_T}=\frac{d\mathbf{r}}{ds}=\frac{d\mathbf{v}}{v} \tag{17.159}$$

Die Kurvenkrümmung:

$$\kappa=\left|\frac{d\mathbf{e_T}}{ds}\right|=\left|\frac{d^2\mathbf{r}}{ds^2}\right| \tag{17.160}$$

der Krümmungsradius:

$$R=\frac{1}{\kappa} \tag{17.161}$$

der Normalenvektor:

$$\mathbf{e_N}=R\frac{\mathbf{e_T}}{ds}=R\frac{d^2\mathbf{r}}{ds^2} \tag{17.162}$$

Er steht senkrecht auf $\mathbf{e_T}$. Somit findet man für die Geschwindigkeit und die Beschleunigung:

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = v\mathbf{e_T} \qquad \mathbf{a} = \ddot{\mathbf{r}} = \dot{v}\mathbf{e_T} + \frac{v^2}{R}\mathbf{e_N} \tag{17.163}$$

Wir bekommen also eine Tangentialbeschleunigung, wenn sich der Betrag der Geschwindigkeit ändert, und eine Normalbeschleunigung, wenn sich die Richtung ändert.

Vektorfeld: Jedem Ort sei ein Vektor zugeordnet. Wichtig für die Feldbeschreibung in der Physik.

17.7.2 Gradient, Divergenz, Rotation

In diesem Abschnitt betrachten wir:

- Skalare Funktionen: Diese ordnen jedem Punkt $P = (x, y, z)$ im Raum eine skalare Größe zu. Ein Beispiel dafür wäre ein Temperaturfeld. An jedem Punkt des Raumes herrscht eine Temperatur, die eine skalare Größe ist, also keine Richtung hat.
- Vektorfeld: Jedem Punkt des Raumes wird ein Vektor zugeordnet, z. B. ein Kraftfeld $\mathbf{F}(x, y, z)$.

Der Gradient einer skalaren Funktion ψ ist das Vektorfeld:

$$\text{grad}\,\psi = \nabla\psi \qquad \nabla\psi = \mathbf{e_x}\frac{\partial\psi}{\partial x} + \mathbf{e_y}\frac{\partial\psi}{\partial y} + \mathbf{e_z}\frac{\partial\psi}{\partial z} \tag{17.164}$$

Der Gradient an einem Punkt ist ein Vektor, der in Richtung des stärksten Anstiegs zeigt.

Die Divergenz (Quelldichte) erzeugt aus einem Vektorfeld $\mathbf{A}$ ein skalares Feld:

$$\text{div}\,\mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \tag{17.165}$$

Die Divergenz gibt die Quellen ($div > 0$) oder Senken eines Vektorfeldes.

Die Rotation eines Vektorfeldes $\mathbf{A}$ ergibt das Vektorfeld:

$$\text{rot}\,\mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A} \tag{17.166}$$

und man ermittelt:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{e_x}\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + \mathbf{e_y}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \mathbf{e_z}\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)$$

Eine andere Berechnung der Rotation:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{e_x} & \mathbf{e_y} & \mathbf{e_z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \tag{17.167}$$

Wichtige Sätze:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{0} \tag{17.168}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \tag{17.169}$$

Divergenzsatz:

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{A} d^3x = \int_S \mathbf{A} \cdot \mathbf{dS} \tag{17.170}$$

Stokes-Satz:

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{dS} = \oint_{\mathbf{C}} \mathbf{A} \cdot \mathbf{dl} \tag{17.171}$$

17.7.3 Anwendungen

Wir wollen hier zwei einfache Anwendungen des Divergenz-Operators beschreiben.

- Gegeben sei das Vektorfeld $\mathbf{F}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$. Eine graphische Darstellung dieses Feldes zeigt, dass alle Vektoren vom Punkt (0, 0) weg zeigen. Nehmen wir z. B. den Punkt (2, 2). An diesem Punkt ist der Vektor $2\mathbf{i}+2\mathbf{j}$ zu zeichnen. Analog gilt dies für alle Punkte (x, y). Man findet: Der Punkt (0, 0) ist eine *Quelle* des Feldes. Ein derartiges Feld könnte die Situation der Materieverteilung unmittelbar nach dem Urknall beschreiben.
- Gegeben sei das Vektorfeld $\mathbf{F}(x, y) = -x\mathbf{i} - y\mathbf{j}$. Eine graphische Darstellung dieses Feldes zeigt, dass alle Vektoren zum Punkt (0, 0) hin zeigen. Dies beschreibt die Situation um ein Schwarzes Loch herum. Materie strömt in eine Senke.
- Rechnen wir die Divergenz für $\mathbf{F}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ aus: $\nabla \cdot \mathbf{F} = 2$, also > 0, daher eine Quelle, für den Fall $\mathbf{F}(x, y) = -x\mathbf{i} - y\mathbf{j}$ ergibt die Divergenz den Wert -2, also eine Senke.

17.8 Splines

Bei der Spline-Interpolation unterteilt man eine Funktion f in einem Intervall in Teilintervalle, am einfachsten in Strecken mit Geraden:

$$s(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \tag{17.172}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{17.173}$$

$$b = y_1 - m \cdot x_1 \tag{17.174}$$

Viel genauer sind die sogenannten kubischen Splines. Hat man ein Intervall [a,b] mit $a = x_0 < x_1 \ldots < x_{n-1} < x_n = b$ bzw. x_i, $f(x_i)$ $i = 0, \ldots, n$, und nehmen wir auf jedem dieser Teilintervalle ein Polynom 3. Grades (deshalb kubischer Spline), das zweimal differenzierbar sein soll, dann ist

$$S_j(x) = a_j + b_j \cdot (x - x_j) + c_j \cdot (x - x_j)^2 + d_j \cdot (x - x_j)^3 \tag{17.175}$$

mit $x_j < x < x_{j+1}$ und $j = 0, \ldots, n-1$. Wir benötigen $4n$ Bedingungen, um die Gleichungen zu lösen:

- Interpolationsbedingungen:

$$S_j(x_j) = f_j \qquad j = 0, 1, \ldots, n-1 \tag{17.176}$$

$$S_j(x_{j+1}) = f_{j+1} \qquad j = 0, 1, \ldots, n-1 \tag{17.177}$$

- Der Spline muss zweimal stetig differenzierbar sein:

$$S'_j(x_j) = S'_{j+1}(x_j) \qquad j = 1, \ldots, n-1 \tag{17.178}$$

$$S''_j(x_j) = S''_{j+1}(x_j) \qquad j = 1, \ldots, n-1 \tag{17.179}$$

- Die weiteren Bedingungen können verschieden definiert werden, z. B.:

  a) freier Rand (natürlicher Spline) $S''_0(x_0) = 0$, $S''_{n-1}(x_n) = 0$
  b) eingespannter Rand: $S'_0(x_0) = f'_0$, $S'_{n-1}(x_n) = f'_n$ wobei f'_0 und f'_n vorgegeben.

  Daneben kann man noch weitere Splines definieren.

Beispiel: Python und Splines.

Gegeben sei die Deklination des Mondes für folgende Tage:

Tag	Deklination °
15.3.2007	−22,4259
16.3.	−17,4703
17.3	−11,4218
18.3.	−4,5013
19.3.	2,2335
20.3.	9,3104
21.3.	16,0319
22.3	21,3251
23.3.	25,3624
24.3.	27,5815
25.3.	28,3307

```
#!/usr/bin/env python3
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Mon Jul 15 07:08:50 2019

@author: arnoldhanslmeier
"""

from scipy.interpolate import interp1d
# Eingeben der Datumswerte
y=[15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25]
# Eingeben der Deklinationswerte
x=[-22.4259,-17.4703,-11.4218,-4.5013,2.2335,9.3104,16.0319,21.3251,25.3624,27.5815,28.3307]

# lineare Interpolation
f = interp1d(x, y)
# kubische Interpolation
f2 = interp1d(x, y, kind='cubic')

xnew = np.linspace(-22, 22, num=40, endpoint=True)
# Definieren des Wertes 0 für die Deklination
xx=0.
# Ergebnis
print(f(xx),' lineare Interpolation ',f2(xx), ' kubische Interpolation')
import matplotlib.pyplot as plt
plt.plot(x, y, 'o', xnew, f(xnew), '-', xnew, f2(xnew), '--')
plt.legend(['data', 'linear', 'cubic'], loc='best')
plt.show()
```

Abb. 17.11 Python-Programm zur Spline-Berechnung

Man berechne, wann der Mond in diesem Zeitraum im Himmelsäquator steht, d. h. $\delta_{\text{Mond}} = 0°$. Wir verwenden dazu die Programmbibliothek scpy.interpolate, von der wir das Programm interp1d laden. Das vollständige Python-Programm ist in Abb. 17.11 gezeigt.

Die Lösung ergibt 18,670 = 18.03.2007 um 16 Uhr 05 min.

17.9 Spezielle Softwarepakete

17.9.1 Das Programmpaket ephem

Das Python-Programmpaket ephem berechnet Ephemeriden, also Positionen der Objekte, Auf und Untergangszeiten usw. Man installiert es mit dem Befehle pip install ephem.

Betrachten wir einige einfache Beispiele (Genaueres findet man in den Tutorials). Mit den Befehlen mars=ephem(Mars) und mars.compute('2019…') berechnet man die Position des Planeten Mars. Das Programm ist in Abb. 17.12 gezeigt. Darüber hinaus berechnet das Programm die Auf- und Untergangszeiten von Sonne und Mars, sowie das Sternbild (engl. constellation), in welchem sich Mars befindet. Die Daten gelten für den Beobachtungsort Graz, welcher die geographische Breite von etwa 47 Grad besitzt und die geographische Länge von etwa 15.4 Grad Ost. Die berechneten Zeiten sind in UT; also für Mitteleuropa ist eine Stunde dazuzugeben bzw. 2 h wegen der Sommerzeit.

```
import ephem
graz=ephem.Observer()
graz.lat, graz.lon='47.1','15.42'
graz.pressure=0
graz.horizon='0'
mars=ephem.Mars()
mars.compute('2019/6/10')
graz.date='2019/6/10 17:00'
print (mars.name,mars.ra, mars.dec,mars.size,ephem.constellation(mars))
print('Time is given in UT')
print('Mars rises:',graz.previous_rising(ephem.Mars()))
print('Mars sets',graz.next_setting(ephem.Mars()))
print('Sun rises:',graz.previous_rising(ephem.Sun()))
print('Sun sets',graz.next_setting(ephem.Sun()))
```

Abb. 17.12 Einige Berechnungen mit dem Programm ephem

17.9.2 Berechnung der Lichtkurven von Exoplanetentransits

Die einfachste Methode Exoplaneten zu finden ist die Messung der Änderung der Helligkeit des Muttersternes, wenn der Exoplanet vor diesem vorbeigeht. Dies bezeichnet man als Transit. Die Helligkeitsänderung hängt von mehreren Faktoren ab:

- Verhältnis der Durchmesser von Exoplanet und Mutterstern. Je kleiner der Planet im Vergleich zu seinem Mutterstern ist, desto geringer wird die Helligkeitsänderung ausfallen.
- Bahnneigung (Inklination) des Exoplaneten. Nur bei einer Neigung nahe bei 90 Grad kann man einen Transit beobachten, da wir dann quasi auf die Kante der Planetenbahn blicken.
- Abstand des Exoplaneten von seinem Mutterstern. Je weiter der Planet von seinem Mutterstern entfernt ist, desto unwahrscheinlich wird ein Transit, da wir dann als Beobachter exakt auf die Kante der Planetenbahn blicken müssten.
- Die Form der Lichtkurve wird auch von der Randverdunkelung des Sternes beeinflusst. Dies Mitte-Rand-Variation hängt vom Typ des Sternes selbst ab.

Das Python-Programmpaket batman liefert Lichtkurven von Exoplanetentransits, wobei die oben aufgezählten Parameter frei wählbar sind. Ein Beispiel dafür sieht man in der Abb. 17.13. Es werden zwei Lichtkurven erzeugt, eine für $a = 20$ und eine für $a = 50$. In letzterem Falle wäre der Exoplaneten 50 Sternradien vom Stern entfernt und man sieht anhand der Lichtkurve, dass es keinen Transit mehrt gibt.

Die Lichtkurven sind in Abb. 17.14 dargestellt.

```
## lightcurve simulation of transiting planets
import batman
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pylab
params = batman.TransitParams()
params.t0 = 0.                       #time of inferior conjunction
params.per = 1.                      #orbital period
params.rp = 0.01                      #planet radius (in units of stellar radii)
params.a = 20.                       #semi-major axis (in units of stellar radii)
params.inc = 88.                     #orbital inclination (in degrees)
params.ecc = 0.                      #eccentricity
params.w = 90.                       #longitude of periastron (in degrees)
params.u = [0.1, 0.3]                #limb darkening coefficients [u1, u2]
params.limb_dark = "quadratic"       #limb darkening model
t = np.linspace(-0.05, 0.05, 100)    # specify the times at which you want to get values
m = batman.TransitModel(params, t)    #initializes model
flux = m.light_curve(params)          #calculates light curve
plt.plot(t, flux,label='a=20')
plt.xlabel("Time from central transit")
plt.ylabel("Relative flux")
params.a=50.
flux = m.light_curve(params)
plt.plot(t,flux+.00001,label='a=50')
pylab.legend(loc='upper left')
plt.show()
```

Abb. 17.13 Berechnung einer Helligkeitsvariation auf Grund eines Planetentransits

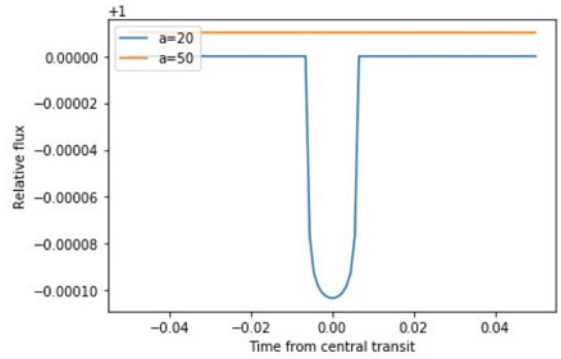


Abb. 17.14 Exoplaneten: Transit-Lichtkurven, für $a = 20$ bzw. $a = 50$ (kein Transit)

17.9.3 Bildverarbeitung–image processing

Bilder von Objekten werden heutzutage fast ausschließlich mit CCD-Arrays aufgenommen. Das CCD-Array besteht aus einer Matrix mit lichtempfindlichen Bildelementen, Pixeln. Man erhält also eine Datenmatrix; jeder Punkt der Matrix besitzt einen bestimmten Zahlenwert, dessen Betrag die Intensität wiedergibt. Der Vorteil dieser Technik ist einerseits die hohe Lichtausbeute (Quanteneffizienz), was kurze Belichtungszeiten für schwache Objekte bedeutet, und andererseits liegen die Daten in digitaler Form vor als zweidimensionales Array. Wir wollen kurz zeigen, wie man Python für die Bildauswertung verwenden kann. In Abb. 17.15 ist ein einfaches Programm gezeigt.

Abb. 17.15 Einige einfache Prozesse um Bilder zu manipulieren

```
from PIL import Image
from numpy import *
from pylab import *
img = Image.open('M82_300s.jpg')
img.show()

# define a box

box=(100,100,400,400)

# define a subimage
region=img.crop(box)
# plot subimage
region.show()
# resize subimage
out=region.resize((50,50))
out.show()
# rotate image
out_rotate=img.rotate(45)
out_rotate.show()
```

Zunächst werden die notwendigen Pakete wie PIL, numpy und pylab importiert. Der Befehl Image.open dient zum Öffnen eine Beispielbildes. Der Pfad, in dem sich das Bild befindet muss angegeben werden. In unserem Fall liegt das Beispielbild in demselben Verzeichnis wie das Programm. Der Befehl img.show() zeigt das Bild. Oft interessiert man sich nur für einen bestimmten Bereich eines Bildes. Wir definieren mit box diesen Bereich; die Koordinaten der beiden Auswahlpunkte zur Definition des rechteckigen Bildausschnittes lauten (100, 100, 400, 400). Nun wird das ausgeschnittene Bild definiert mit dem Befehl (region=img.crop(box)) und mittels region.show() gezeigt. Wir können dieses Bild auch redimensionieren mit dem Befehl region.resize((50,50)). Zuletzt rotieren wir noch das ganze Bild mit img.rotate(45) um den Wert von 45 Grad.

In Abb. 17.16 wird gezeigt, wie man ein Bild einliest und dieses dann als ARRAY abgespeichert. Anschließend werden im Bildarray Punkte markiert, zuerst ein Rechteck (rote Sternchen), dann ein Punkt (blaues Sternchen) und zum Schluss wird ein Intensitätsprofil erstellt.

In der Abb. 17.17 werden einige Beispiele für die Manipulation von Bildern gezeigt, wie Kontrastverstärkung, Edge Enhancement usw. Die eingelesene Datei ist M82_300s.jpg.

17.9.4 Das Dateiformat fits

In der Astrophysik werden Dateien häufig als FITS-Dateien abgespeichert. FITS steht für flexible image transport system. Dieses wurde 1981 von der NASA entwickelt und wird meist verwendet, um Bilder, Spektren oder Tabellen aufzuzeichnen. Es wurde von der Internationalen Astronomischen Union anerkannt.

Abb. 17.16 Ein Bild als Datenarray abspeichern

```
from PIL import Image
from numpy import *
from pylab import *
# now read image to array
im=array(Image.open('M82_300s.jpg'))
print(im.shape, im.dtype)
imshow(im)
# mark a special area in image
x=[100,100,400,400]
y=[200,500,200,500]
# plot a se ific point in image
plot(200,200,'*')
plot(x,y,'r*')
title('M 82 Galaxy, AH')

figure()
# now we plot an intebsity profile at üposition x= 600
xv=np.arange(1,1100,1)
yv=im[1:1100,600,1:2]

plot(xv,yv)
```

Abb. 17.17 Programm für Bildmanipulationen

```
from PIL import Image
from numpy import *
from pylab import *

from PIL import Image, ImageFilter

#if __name__=="__main__":
im = Image.open("M82_300s.jpg")

kernelValues = [-31,-1,0,-1,1,1,0,1,31] #emboss
kernel = ImageFilter.Kernel((3,3), kernelValues)

im2 = im.filter(kernel)

im2.show()


from PIL import Image, ImageEnhance
im = Image.open("M82_300s.jpg")
enhancer = ImageEnhance.Sharpness(im)
enhanced_im = enhancer.enhance(20.0)
enhanced_im.show()
enhanced_im.save("enhanced.sample3.png")

from PIL import Image, ImageEnhance
im = Image.open("M82_300s.jpg")
enhancer = ImageEnhance.Contrast(im)
enhanced_im = enhancer.enhance(2.10)
enhanced_im.show()
enhanced_im.save("enhanced.sample1.png")
```

In der Abb. 17.18 ist ein Beispiel für das Einlesen einer fits-Datei gegeben. Diese Datei wird bei der Installation des Paketes astropy mitgeliefert. Das Paket astropy wird installiert z. B. mit dem Befehl conda install astropy.

```
import matplotlib.pyplot as plt
from astropy.visualization import astropy_mpl_style
plt.style.use(astropy_mpl_style)
from astropy.utils.data import get_pkg_data_filename
from astropy.io import fits
# Downlaod sample file
image_file = get_pkg_data_filename('tutorials/FITS-images/HorseHead.fits')
# print info about fits file
fits.info(image_file)
image_data = fits.getdata(image_file, ext=0)
#stores the image as 2-d numpy array

print(image_data.shape)

# display the stuff

plt.figure()
plt.imshow(image_data, cmap='gray')
plt.colorbar()
```

Abb. 17.18 Programm zum Einlesen einer fits-Datei und deren Definition als 2-D Array

17.10 Weiterführende Literatur

Wir geben eine kleine Auswahl an empfehlenswerter weiterführender Literatur.
Mathematical Methods for Physics and Engineering, K.F. Riley, M.P. Hobson, S.J. Bence, Cambridge, 2020
Principles of Digital Image Processing, W. Burger, Springer, 2011
Image Processing with Python, S. Dey, Packt Publ., 2018
Python Crash Course, E. Matthes, No Starch Press, 2019

Aufgaben

17.1 Messwerte: 2,52 3,96 3,28 9,20 3,75. Man bestimme den Mittelwert und den Median.

Lösung
Mittelwert = $(2{,}52 + 3{,}96 + 3{,}28 + 9{,}20 + 3{,}75)/5 = 4{,}54$
Median: Man ordne die Zahlen und finde den Wert in der Mitte = 3,75

17.2 Die Messreihe sei 2, 4, 8. Man berechne arithmetisches, geometrisches sowie harmonisches Mittel!

Lösung
Arithmetisches Mittel = 4,67; geometrisches Mittel = 4, harmonisches Mittel = 3,53.

17.3 Man bestimme das quadratische Mittel der Zahlen 1, 3, 4, 5, 7.

Lösung

$$QM = \sqrt{\frac{1^2+3^2+4^2+5^2+7^2}{5}} = 4{,}47.$$

17.4 Gegeben sind die Zahlenmengen 2, 5, 8, 11, 14 und 2, 8, 14. Man bestimme a) den Mittelwert für jede Menge, b) die Varianz für jede Menge, c) den Mittelwert der kombinierten Mengen, d) die Varianz der kombinierten Mengen.

Lösung

a) Mittelwert der 1. Menge = $(1/5)(2 + 5 + 8 + 11 + 14) = 8$, Mittelwert der 2. Menge = 8 b) Varianz der 1. Menge:

$$s_1^2 = \frac{1}{5}[(2-8)^2 + (5-8)^2 + (8-8)^2 + (11-8)^2 + (14-8)^2] = 18,$$

Varianz der 2. Menge = 24

c) Mittelwert der kombinierten Mengen:

$$\frac{2+5+8+11+14+2+8+14}{5+3} = 8$$

d) Varianz der kombinierten Mengen:

$$s^2 = \frac{(2-8)^2+(5-8)^2+(8-8)^2+(11-8)^2+(14-8)^2+(2-8)^2+(8-8)^2+(14-8)^2}{5+3} = 20,25$$

17.5 Man bestimme die ersten vier Momente in Bezug auf den Mittelwert der Zahlenmenge 1, 3, 5, 6, 5.

Lösung

$$m_1 = \frac{(1-4)+(3-4)+(5-4)+(6-4)+(5-4)}{5}$$

$$m_2 = \frac{(1-4)^2+(3-4)^2+(5-4)^2+(6-4)^2+(5-4)^2}{5} \ldots$$

17.6 Man passe an folgende Daten eine Gerade nach der Methode kleinster Quadrate an: $X = 1, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 14, Y = 1, 2, 4, 4, 5, 7, 8, 9$. Man zeichne die Daten und die Gerade in ein Diagramm!

Lösung

Am besten erstellt man eine Tabelle . $\sum X = 56$, $\sum Y = \ldots$, $\sum X^2 = \ldots$, $\sum XY = \ldots$, $\sum Y^2 = 256$

Damit bekommen wir die Normalgleichungen zu:

$8a_0 + 56a_1 = 40$

$56a_0 + 524a_1 = 364,$

und unsere gesuchte Gerade lautet:

$Y = 0{,}545 + 0{,}636X.$

17.7 Man löse voriges Beispiel unter der Annahme, dass X die abhängige Variable sei und Y die unabhängige!

Lösung
Wir suchen also eine Gerade der Form: $X = b_0 + b_1 Y$ und stellen wieder die Normalgleichungen auf:

$$\sum X = b_0 N + b_1 \sum Y$$
$$\sum XY = b_0 \sum Y + b_1 \sum Y^2$$

Dann erhalten wir als Lösung.:

$$Y = 0{,}333 + 0{,}667X.$$

17.8 Man finde das Polynom dritten Grades, das folgende Werte annimmt: $x_k = 0, 1, 2, 4$; $y_k = 1, 1, 2, 5$

Lösung
$p(x) = \frac{(x-1)(x-2)(x-4)}{(0-1)(0-2)(0-4)}1 + \frac{x(x-2)(x-4)}{1(1-2)(1-4)}1 + \frac{x(x-1)(x-4)}{2(2-1)(2-4)}2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{4(4-1)(4-2)}5$
und damit
$p(x) = \frac{1}{12}(-x^3 + 9x^2 - 8x + 12)$

17.9 Man wende die Simpsonregel an, um $\sqrt{x}$ zwischen 1,00 und 1,30 zu integrieren!

Lösung
$\int_{1,00}^{1,30} \sqrt{x}dx \approx \frac{0,05}{3}[1{,}0000+4(1{,}02470+1{,}07238+1{,}11803)+2(1{,}04881+1{,}09544)+$
$1{,}14017] = 0{,}32149$

17.10 Man benutze die Methode von Euler, um die Differenzialgleichung
$y' = f(x, y) = xy^{1/3}$, $y(1) = 1$
zu lösen.

Lösung
Wir berechnen drei Werte:

$y_1 \approx 1 + (0{,}01)(1) = 1{,}0100$
$y_2 \approx 1{,}0100 + (0{,}01)[(1{,}01)(1{,}033)] \approx 1{,}0201$
$y_3 \approx 1{,}0201 + (0{,}01)[(1{,}02)(1{,}0067)] \approx 1{,}0304$
Man vergleiche das Ergebnis mit den tatsächlichen Werten!

17.11 Man wende das Verfahren nach Runge-Kutta auf obige DGL an.

Lösung
Sei also $x_0 = 1$, $h = 0{,}01$, dann hat man für einen Schritt:
$k_1 = (0{,}1) f(1, 1) = 0{,}1 k_2 = (0{,}1) f(1{,}05; 1{,}05) \approx 0{,}10672 k_3 = (0{,}1) f(1{,}05; 1{,}05336) \approx 0{,}1068 k_4 = (0{,}1)(f(1{,}1; 1{,}10684) \approx 0{,}11378 y_1 = 1 + 1/6(0{,}1 + 0{,}21344 + 0{,}21368 + 0{,}11378) \approx 1{,}10682$

Man berechne weitere Schritte, bis $x = 5$ und vergleiche die Ergebnisse!

17.12 Man zeige, dass das Vektorfeld $\mathbf{F}(x, y) = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j}$ keine Quellen und Senken besitzt! Man skizziere das Vektorfeld! Was könnte ein derartiges Vektorfeld beschrieben?

Lösung
$\mathrm{div}\mathbf{F} = [\partial/\partial x](-y) + [\partial/\partial y](x) = 0$ Es könnte eine Wirbelströmung beschreiben.

17.13 Man berechne die Divergenz des Vektorfeldes $\mathbf{F}(x, y, z) = xz\mathbf{i} + 2xy^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ an dem Punkt $P = (1, -1, 1)$!

Lösung
Die Divergenz des Vektorfeldes ergibt: $4xy + 3z$. Setzen wir ein für $x = 1$, $y = -1$, $z = 1$, dann lautet das Resultat: Divergenz des Vektorfeldes an dem gegebenen Punkt = -1, also eine Senke.

Anhang

18

Inhaltsverzeichnis

18.1 Literatur 683
18.2 Testfragen 685
18.3 Tabellen 687

18.1 Literatur

18.1.1 Allgemein

Bennet, J., Astronomie: Die kosmische Perspektive, H. Lesch (Herausgeber), Pearson Studium – Physik, Addison-Wesley Verlag; 5. Auflage, 2009
Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics, Inst. of. Phys. Publ., London, 2001 (3 Bände; auch online verfügbar unter http://eea.crcpress.com)
Hawking, S.: Eine kurze Geschichte der Zeit, Rowohlt, Hamburg, 1998
Karttunen, H., Krüger, P., Oja, H., Poutanen, M, Dorner, K.J. eds., Fundamental Astronomy, Springer-Verlag, Berlin, 4. Auflage 2004
Lesch, H., Müller, J.: Big Bang zweiter Akt. Auf den Spuren des Lebens im All, Goldmann Verlag 2005
Meyers Handbuch Weltall, B.I., Mannheim, 7. Auflage 1994
Pasachoff, J.M., Filippenko, A.: The Cosmos, Cambridge Univ., 5th ed., 2019
Sexl, R., Schmidt, H.K.: Raum, Zeit, Relativität, Springer, Berlin, 7. Auflage 2000
Sexl, R., Sexl, H.: Weiße Zwerge – Schwarze Löcher, Springer, Berlin, 2. Auflage 1999
Sexl, R.U., Urabantke, H. Gravitation und Kosmologie, Spektrum, 1995
Spatschek, K.H., Astrophysik, 2. Auflage, Springer Sektrum, 2017
Unsöld, A., Baschek, B.: Der neue Kosmos, Springer-Verlag, Heidelberg, 7. Auflage 2015

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7_18

Voigt, H.H.: Abriss der Astronomie, H.J. Röser, W. Tscharnuter (Herausgeber), Wiley-VCH, 6. Auflage, 2012
Weigert, A., Wendker, H.J.: Astronomie und Astrophysik, Ein Grundkurs, Wiley–VCH, Weinheim, 5. Auflage 2009

18.1.2 Zeitschriften

Allgemeinverständliche

Keller, H.-U., Kosmos Himmelsjahr …(erscheint jährlich)
Sky and Telescope, Sky Publ. Coop., Cambridge/Mass.
Astronomie heute, Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg
Sterne und Weltraum, Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg
Interstellarum, Oculum Verlag, Erlangen

Fachzeitschriften

Advances in Space Research, Elsevier
Annual Review of Astronomy and Astrophysics (Übersichtsartikel)
Astronomy and Astrophysics, EDP Sciences
Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, Springer
Icarus, Elsevier
Solar Physics, Springer
The Astronomical Almanac (Ephemeriden), US Naval Observatory
The Astronomical Journal, The University of Chicago Press
The Astrophysical Journal, The University of Chicago Press
Astrobiology, Mary Ann Liebert Publ.

18.1.3 Wichtige Internetadressen

ADS Abstract Service (hier findet man Abstracts wissenschaftlicher Artikel aus allen Bereichen der Astronomie und Astrophysik; man kann nach einem bestimmten Thema suchen oder nach einem bestimmten Autor):

http://adsabs.harvard.edu/
Astronomische Gesellschaft:

http://www.astronomische-gesellschaft.org/de
Astronomy on the Internet (Astroweb):

http://cdsweb.u-strasbg.fr/astroweb.html
Europäische Südsternwarte, ESO: http://www.eso.org
Hubble Space Teleskop: http://www.spacetelescope.org/about
Internationale Astronomische Union (IAU): http://www.iau.org/
NASA: http://www.nasa.gov/goddard
SOHO (Sonnenbilder): http://sohowww.nascom.nasa.gov/
Virtuelle Rundgänge durch Observatorien:
http://tdc-www.harvard.edu/mthopkins/obstours.html

18.1.4 Software (professionelle)

ANA (freie Software zur Datenanalyse): http://ana.lmsal.com/
IRAF (Image Reduction and Analysis Feature): http://iraf.noao.edu/
ESO-MIDAS (Munich Image Data Analysis System, freie Software zur Datenreduktion):
http://www.eso.org/projects/esomidas/
Python: www.python.org

Email des Verfassers:
arnold.hanslmeier(at)uni-graz.at

18.2 Testfragen

Richtig oder falsch? Man korrigiere die Aussagen, falls nötig. Es finden sich auch einige *Highlights* aus Prüfungen darunter!

1. Galaxien und Haufen dehnen sich mit der Ausdehnung des Universums aus.
2. Materie kann nicht aus Nichts entstehen.
3. Ein Spiegel mit 10 m Brennweite erzeugt ein Sonnenbild mit 10 cm Durchmesser.
4. Das Hubble-Gesetz gilt für Quasare und Galaxien.
5. Überlichtgeschwindigkeiten kann man als Projektionseffekte erklären.
6. Das Universum ist statisch.
7. Flares sind Leuchterscheinungen in der Erdatmosphäre.
8. Das Universum besteht hauptsächlich aus dunkler, nicht sichtbarer Materie.
9. Galaxien entwickeln sich nach der Hubble-Sequenz.
10. Der Stern von Bethlehem war ein heller Komet.
11. Die Spiralarme werden durch Dichtewellen gebildet.
12. Schwarze Löcher kann man nicht detektieren.
13. Aktive Optik wird zur Verbesserung der Bildqualität verwendet.
14. Konvektion gibt es nur bei Sternen.

15. Die Allgemeine Relativitätstheorie ist eine Theorie der Gravitation.
16. Pulsare sind pulsierende Sterne.
17. Weißes Licht hat eine höhere Intensität als rotes Licht.
18. Galaxienmassen kann man aus der Rotation ableiten.
19. Alle Supernovae sind explodierende Sterne.
20. Sterne leuchten konstant.
21. Die Astronomische Einheit ist die mittlere Entfernung Erde-Sonne.
22. Venus ist der hellste Planet am Abend- oder am Morgenhimmel.
23. Aktive Galaxienkerne werden durch Schwarze Löcher in deren Zentren verursacht.
24. Die meisten Sterne sind Einzelsterne.
25. Asteroiden können nicht gefährlich werden.
26. Flareausbrüche werden durch Fusionsreaktionen im Sonneninneren erzeugt.
27. Helle Sterne sind näher.
28. Für alle Cepheiden gilt die Periode-Leuchtkraft-Beziehung.
29. Viele Sterne haben messbare Eigenbewegungen.
30. Die Farbe eines Sterns ist ein Maß für dessen Temperatur.
31. Verbotene Linien treten im Spektrum der Photosphäre auf.
32. Das dritte Keplergesetz besagt, dass sich ein Planet in Sonnennähe rascher um diese bewegt als in Sonnenferne.
33. Nach fünf Milliarden Jahren entwickelt sich die Sonne zu einer Supernova und dann zu einem Schwarzen Loch.
34. Man sieht immer Sonnenflecken.
35. Die kosmische Strahlung entsteht durch enge Neutronendoppelsterne.
36. Das photosphärische Spektrum der Sonne ist in Absorption, das der Chromosphäre und Korona in Emission.
37. Man hat extrasolare Planeten photographiert.
38. Sterndurchmesser bestimmt man durch Interferometer.
39. Die geographische Breite eines Beobachtungsortes kann man durch Messung der Höhe des Polarsterns bestimmen.
40. Der Asteroidengürtel kann nicht durchdrungen werden.
41. Die Ringe des Uranus sind schon lange bekannt.
42. Die Ringe des Saturn sind fest.
43. Ein G2-Stern ist heißer als ein A1-Stern.
44. Alle Riesenplaneten haben Ringe.
45. Die Sternzeit ist um ca. 4 min kürzer als die Sonnenzeit, da die Erdrotation abgebremst wird.
46. Mars ist 200-mal weiter entfernt als der Mond.
47. Die absolute Helligkeit eines Sterns kann man aus dem HRD ablesen.
48. Wachstumskurven geben an, wie schnell sich aus einem protostellaren Objekt ein Stern bildet.
49. Der Dopplereffekt gilt nicht mehr für Quasare.

50. Die Gezeiten werden vom Mond verursacht.
51. Gezeitenkräfte nehmen mit dem Quadrat der Entfernung ab.
52. Der Mond kann nur nachts gesehen werden.
53. Die Form einer Spektrallinie hängt nur von der Temperatur und der Häufigkeit des betreffenden Elementes ab.
54. Teleskope werde für hohe Vergrößerungen benötigt.
55. Copernicus führte elliptische Planetenbahnen ein.
56. Ein Stern mit vielen Spektrallinien ist sehr heiß.
57. Neutrinos entstehen bei der Vereinigung von Protonen und Neutronen.
58. In der Galaxis besteht die Dunkle Materie aus den Dunkelwolken, die man bereits mit freiem Auge sieht.
59. Die Urknalltheorie ist nur durch die Expansion des Universums zu belegen.
60. Das Auflösungsvermögen eines Teleskops hängt von dessen Brennweite ab.
61. Quasare sind wie Pulsare.
62. Fe-Linien im Sonnenspektrum weisen auf eine große Fe-Häufigkeit hin.
63. Die Dunkle Energie macht etwa 70 % der Energie des Universums aus.
64. Aufgrund der hohen Temperaturen kommt es in den Sternzentren zur Fusion.
65. Planetarische Nebel entstehen in Spätstadien der Entwicklung Roter Riesen.
66. Helioseismologie benutzt durch den Sonnenkörper hindurch sich ausbreitende Wellen.
67. Supermassive Schwarze Löcher in den Zentren von Galaxien kann man nicht nachweisen.
68. Die Ausdehnung der Milchstraße beträgt das 206.265-Fache der Entfernung Erde–Sonne.
69. Die galaktische Doppelwelle der Geschwindigkeiten erzeugt Dichtewellen.
70. Parallaxen- und Aberrationsellipsen sind nur durch unterschiedliche Phasen zu unterscheiden.
71. Am Nordpol sieht man den Polarstern im Zenit.
72. Bei der maximalen westlichen Elongation sieht man Merkur am Abendhimmel.
73. Den Durchmesser von Beteigeuze hat man durch Mondbedeckungen ermittelt.

18.3 Tabellen

Die folgenden Tabellen geben eine Übersicht von wichtigen Eigenschaften heller Sterne (sowohl von der Nord- als auch von der Südhemisphäre) sowie wichtige astrophysikalische Konstanten, Einheiten im SI-System und wichtige Umrechnungen. Häufig wird im Bereich der Astrophysik auch immer noch das CGS-System verwendet (Tab. 18.1, 18.2, 18.3, 18.4 und 18.5).

Tab. 18.1 Helle Sternhaufen (offene Haufen oH, Kugelhaufen KH), planetarische Nebel (PN) und galaktische Nebel (GN)

Bezeichnung	Typ	Helligkeit	Entfernung
M 2	KH	$6{,}^{\mathrm{m}}5$	11,3 kpc
M 3	KH	$6{,}^{\mathrm{m}}3$	9,9 kpc
M 13	KH	$5{,}^{\mathrm{m}}9$	7,2 kpc
M 15	KH	$6{,}^{\mathrm{m}}4$	9,4 kpc
h+χ Persei	oH	$4{,}^{\mathrm{m}}3$	2,2 kpc
M 45 Plejaden	oH	$2{,}^{\mathrm{m}}9$	125 pc
Hyaden	oH	$3{,}^{\mathrm{m}}4$	46 pc
Praesepe	oH	$3{,}^{\mathrm{m}}1$	160 pc
M 11	oH	$5{,}^{\mathrm{m}}8$	1,7 kpc
M 57, Ringnebel	PN	$9{,}^{\mathrm{m}}7$	2000 Lj
M 27, Hantelnebel	PN	$7{,}^{\mathrm{m}}6$	1000 Lj
M 1, Krebsnebel	PN	$9{,}^{\mathrm{m}}0$	6000 Lj
M 97, Eulennebel	PN	$12{,}^{\mathrm{m}}0$	1300 Lj
M 42, Orionnebel	GN	$4{,}^{\mathrm{m}}0$	1500 Lj
M 8, Lagunennebel	GN	$6{,}^{\mathrm{m}}0$	5200 Lj
M 17, Omeganebel	GN	$7{,}^{\mathrm{m}}0$	5000 Lj
M 20, Trifidnebel	GN	$9{,}^{\mathrm{m}}0$	5200 Lj

Tab. 18.2 Helle Sterne

Stern	Name	Scheinb. Hell.	Spektrum	Abs. Hell.	Distanz pc
Sirius	α CMa A	−1,46	A1 V	1,4	2,6
Canopus	α Car	−0,72	F0 Ia	–8,5	360
Arkturus	α Boo	−0,04	K2 III	–0,2	280
Rigil Cen	α Cen A	0,00	G2 V	4,4	1,3
Wega	α Lyr	0,03	A0 V	0,5	8,1
Capella	α Aur	0,08	G8 III	0,3	13
Rigel	β Ori A	0,12	B8 Ia	–7,1	280
Procyon	α CMi A	0,38	F5 IV	2,6	3,5
Beteigeuze	α Ori	0,50	M2 Iab	–5,6	95
Achernar	α Eri	0,46	B5 IV	–1,6	26
Hadar	β Cen AB	0,61	B1 II	–5,1	140
Altair	αAql	0,77	A7 IV	2,2	5,1
Aldebaran	α Tau A	0,85	K5 III	–0,3	21
Spica	α Vir	0,98	B1 V	–3,5	79
Antares	α Sco A	0,96	M1 Ib	4,7	100
Fomalhaut	α PsA	1,16	A3 V	2,0	6,7
Pollux	β Gem	1,14	K0 III	0,2	11
Deneb	α Cyg	1,25	A2 Ia	–7,5	560

Tab. 18.3 Astronomische und physikalische Konstanten

Gravitationskonstante	G	$6{,}6726 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
Lichtgeschw. im Vakuum Planck'sches	c	299.792,458 km/s
Wirkungsquantum	h ($\hbar = h/2\pi$)	$6{,}626076 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
Boltzmann-Konstante	k	$1{,}380662 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$
Stefan-Boltzmann-Konstante	σ	$5{,}67032 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$
Elementarladung	e	$1{,}6021773 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Ruhemasse des Elektrons	m_e	$9{,}109390 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Ruhemasse des Protons	m_p	$1{,}672623 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Atomare Masseneinheit	AMU	$1{,}660539 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Gaskonstante	$\Re$	$8{,}31451\,\mathrm{J/(mol\,K)}$
Permeabilität d. Vakuums Dielektrizitätskonst.	μ_0	$1{,}256637 \times 10^{-6}\,\mathrm{V\,s\,A^{-1}\,m^{-1}}$
d. Vakuums	ϵ_0	$8{,}854188 \times 10^{-12}\,\mathrm{A\,s\,V^{-1}\,m^{-1}}$
Elektronenvolt	eV	$1{,}62 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$
Lichtjahr	Lj	$9{,}4608 \times 10^{12}\,\mathrm{km}$
Parsec	pc	$3{,}08568 \times 10^{13}\,\mathrm{km}$
Astronomische Einheit	AE, AU	$149{,}5979 \times 10^{6}\,\mathrm{km}$
Erdradius	R_E	6378 km
Erdmasse	R_{Erde}	$5{,}98 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$
Sonnenradius	$R_\odot$	695.980 km
Sonnenmasse	$M_\odot$	$1{,}99 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$
Sonnenleuchtkraft	$L_\odot$	$3{,}9 \times 10^{26}\,\mathrm{W}$

Tab. 18.4 SI-Einheiten und abgeleitete Einheiten

Länge	Meter (m)
Zeit	Sekunde (s)
Masse	Kilogramm (kg)
Stoffmenge	Mol (mol)
Strom	Ampère (A)
Temperatur	Kelvin (K)
Helligkeit	Candela (cd)
Kraft: Newton (N)	$1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg\,m/s^2}$
Energie, Arbeit: Joule (J)	1 J = 1 N m
Leistung: Watt (W)	1 W = 1 J/s
Frequenz: Hertz (Hz)	1 Hz = 1/s
Ladung: Coulomb (C)	1 C = 1 A s
Magnetische Induktion: Tesla (T)	1 T = 1 N/A m
Druck: Pascal (Pa)	$1\,\mathrm{Pa} = 1\,\mathrm{N/m^2}$

Tab. 18.5 Umrechnungen

1 km = 0,6215 mi
1 in = 2,54 cm
1 Å = 0,1 nm
1 gal = 3,76 L
1 km/h = 0,2778 m/s
1 rad = 57,3 = 206 265 ″
1 t = 1000 kg
$1\,\mathrm{g/cm^3} = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$
$1\,\mathrm{N} = 10^5$ dyn
1 atm = 101,325 kPa = 1,01325 bar
1 bar = 100 kPa
1 kW h = 3,6 MJ
$1\,\mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}$ J
$1\,\mathrm{erg} = 10^{-7}$ J
$1\,\mathrm{W} = 1\,\mathrm{J/s} = 10^7$ erg/s
1 Gauß (G) $= 10^{-4}$ T
1 kT (TNT) $= 4{,}18 \times 10^{-12}$ J

Stichwortverzeichnis

α-Effekt, 306
α Cen, 164, 334
α^2-Canum-Venaticorum-Sterne, 460
β-Canis-Majoris-Sterne, 458
βLyr, 341
δ-Cephei-Sterne, 456
δ-Scuti-Sterne, 458
κ-Mechanismus, 454
ω-Effekt, 306
^{14}C Konzentration, 292
$h + \chi$ Persei, 507
o Ceti, 459
^{26}Al, 230
10,7 cm Strahlung, 283
1992 QB1, 244
2002AA$_{29}$, 237
21 cm, 354
21-cm-Linie, 479
21-cm-Radiostrahlung, 514
2MASS, 143
3C273, 547
47 UMa, 628
51 Peg, 628
61 Cygni, 57, 313, 506

A
Abbremsung, 100
Abell, 553
Abendstern, 70
Aberration
  Chromatische, 123
  jährliche, 24
  relativistische, 623
  säkulare, 24
  sphärische, 123
  tägliche, 24
Ablationskühlung, 100
Ableitung, substanzielle, 303
Abplattung, 166
Absorptionskoeffizient, 361
  kontinuierlicher, 367
  Linienabsorption, 369
Absorptionslinie, 151, 152
Abul Wefa, 50
ACF, *siehe* Autokorrelation
Achilles, 88
Achromat, 123
ACR, *siehe* Anomalous cosmic rays
ACRIM, 291
Active galactic nuclei (AGN), 129, 539, 541
Adams, 58
Adaption, 135
Addition v. Geschwindigkeiten, 573
Adiabatengleichung, 172
Adrastea, 215
AGB, *siehe* Asymptotic giant branch
AGK (Katalog der Astronomischen Gesellschaft), 29
AGN, *siehe* Active galactic nuclei
AIA, *siehe* Atmospheric Imaging Assembly
Airy-Scheibchen, 121
Akkretion, 450
Akkretionsleuchtkraft, 450
Akkretionsscheibe, 549
Akkretionstheorie, 253
Akzeleration, säkulare, 74
Al Bettani, 50
Al Khwarizmi, 50
Al Mamum, 50
Al Sufi, 50
Albategnius, 50

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

A. Hanslmeier, *Einführung in Astronomie und Astrophysik,*
https://doi.org/10.1007/978-3-662-60413-7

Albedo, 166
Aldebaran, 341, 344
Alexandria, 47
Alfvén-Geschwindigkeit, 305, 308
Algol, 341
Alignment, 41
ALMA, *siehe* Atacama Large Millimeter Array
Almagest, 47, 50
Alpha Centauri, 57, 385
Alpher, R., 591
Altair, 341
Altsteinzeit, 40
Am-Sterne, 460
Amalthea, 215, 218
Anaconda, 634
Anaxagoras, 46
Anaximander, 49
Anaximenes, 46
Andromedagalaxie, 50, 61, 456, 541
Annus fictus, 15
Anomalie, 68
  exzentrische, 68
  mittlere, 68
  wahre, 68
Anomalous cosmic rays, 487
Anregungstemperatur, 327
Antapex, 508
Antares, 341
Ap-Sterne, 460
Apache Point Observatory, 525
Apache Point Observatory Galactic Evolution Experiment (APOGEE), 526
Apertursynthese, 139
Apex, 508
Aphel, 261
Apheldistanz, 66
Aphrodite Terra, 195
Aplanat, 123
Apogäum, 74
APOGEE, *siehe* Apache Point Observatory Galactic Evolution Experiment (APOGEE)
Apollo-Objekte, 236
Apollo-Programm, 183
Apsidenlinie, 74
Aquariden, 248
Äquatorsystem
  bewegliches, 9
  festes, 8
Äquinoktium, 28
Äquivalentbreite, 370
Äquivalenthöhe, 171
Araber, 50
Arcturus, 315, 341, 506
Arecibo, 194
Aristarch, 46, 259
Aristoteles, 46, 51
Arizona-Krater, 248
Armstrong, N., 183
Array, 635
Asteroid, 105, 162, 232
  Bezeichnung, 232
  Gesamtmasse, 233
  Gruppen, 234
Asteroidengürtel, 105, 230, 233
Asteroidenmond, 234
Asteroseismologie, 382
Astigmatismus, 124
Astro-Teilchenphysik, 63
Astrobiologie, 218, 617
Astrometrie, 621
Astronomical unit (AU), 164
Astronomie
  ägyptische, 42
  babylonische, 41, 42
  chinesische, 43
  griechische, 45
  Kelten, 45
  klassische, 5
  Maya, 44
  Mittelalter, 50
Asymptotic giant branch (AGB), 428
Atacama Large Millimeter Array (ALMA), 140
Atmosphäre, konvektive, 172
Atmospheric Imaging Assembly (AIA), 301
Atomuhr, 34
Attraktor, 290
  Großer, 556
  Rekonstruktion, 291
Aufgang, heliakischer, 16
Auflösungsvermögen, 138
  menschliches Auge, 135
Auftrieb, magnetischer, 305
Auge, 135
  Stäbchen, 135
  Zapfen, 135
Augenpupille, 120
Auriga, 495

Ausrichtung, bipolare, 40
Ausströmgeschwindigkeit, 98
Austauschteilchen, 597
Austrittspupille, 119
Autokorrelation, 663
Azimut, 6
Azteken, 44

B
B. C., *siehe* Korrektur, bolometrische
Baade, W., 61
Baade-Fenster, 499
Back-illuminated CCD, 137
Bahnbestimmung, 57
Bahnelement, 66, 67
Bahnhalbachse, 66
Bahnneigung, 67
Bakterium
  extremophiles, 619
Balmer-Serie, 153, 359, 367
Balmerlinie, 328, 547
Balmersprung, 335
Bandentemperatur, 327
Bandpassfilter, 665
Barnards Stern, 506
Baryon Oscillation Spectroscopic Survey, 525
Baryonen, 597
Baryonenateil, 595
baryonische Materie, 589
Batman, 675
BATSE, *siehe* Burst and Transient Source Experiment
Baumringe, 292
Bautz-Morgan-Klassifikation, 555
Bayer, 20
Be- und Hüllensterne, 463
Beagle, 203
Beckenstein, S., 449
Beckenstein-Hawking-Formel, 607
Becquerel, 175
BeiDou, 35
Belichtungszeit, 135
Bell, J. , 61
Bellatrix, 342
BepiColombo, 192
Bessel, F.W., 57, 313, 561
Bessel-Funktion, 121, 668
Beta-Lyrae-Sterne, 341
Beta Pictoris, 251
Betazerfall, inverser, 434
Beteigeuze, 320, 341
Beugungsfigur, 121
Beziehung, solarterrestrische, 289
Big rip, 590
Bildfeldwölbung, 124
Bildgröße, 119
Bildrotation, 7
Bildverarbeitung, 676
Bindungsenergie, 408
Binomialverteilung, 640
Biomarker, 198
Birmingham Solar Oscillations Network (BISON), 384, 385
Bisektor, 268
BISON, *siehe* Birmingham Solar Oscillations Network
BL-Lacertae-Objekt, 542
Black Smokers, 619
Blase, lokale, 501
Blazar, 552
Blaze-Effekt, 147
Blaze-Gitter, 146
Blende, 119
Blinkkomparator, 59
Blitz, 199
Blue compact dwarfs (BCD)-Galaxien, 531
Blurring, 122, 321
Bögen, koronale, 288
Bohr'scher Atomradius, 152
Bohrsches Atommodell, 151
Boltzmann, 357
  Formel, 357
  Konstante, 171, 395
  Verteilung, 396
Bond'sche Albedo, 166
Bonner Durchmusterung, 29
Bootes Void, 556
Bosonen, 601
BOSS, *siehe* Baryon Oscillation Spectroscopic Survey
Bradley, J., 60
Brahe, 52
Brechungsindex, 145
Breite
  ekliptikale, 10
  galaktische, 10
  geographische, 33

Breitenkreis, 6
Bremsstrahlung, 287, 415, 485
Bruno G., 56
Bruns, 85
Brunt-Väissälä-Frequenz, 298
Bulge, galaktischer, 499
Bullet Cluster, 558
Burst and Transient Source Experiment (BATSE), 451
Bursts, 283

C
Ca-II-Linie, interstellare, 334
Callisto, 215
Caloris-Becken, 192
CanariCam, 130
Canon, A., 328
Canopus, 315
Capella, 334, 341
Carnac, 41
Carrington, 279
  Rotation, 258
Cäsar, J., 16
Casimir-Effekt, 589
Cassegrain-Fokus, 125
Cassini, 210, 222, 223
  Mission, 101
  Teilung, 220
Cassiopeia, 498
Catalogue of Bright Galaxies, 524
CBR, *siehe* Cosmic Background Radiation
CCD, *siehe* Charged coupled device
cD-Galaxie, 554
CDM, *siehe* Cold dark matter
Centaurus A, 544
Cepheiden, 456, 492, 537
Cerenkov-Strahlung, 267
Ceres, 231, 234, 235
  Kohlenstoffverbindungen, 231
  Wasserdampf, 231
Chamberlain-Jeans, 252
Chandler-Periode, 33
CHANDRA, 144, 558
Chandrasekhar, S., 61
Chandrasekhar-Grenzmasse, 431, 446
Chandrayaan-1, 187
Chang'e 4, 189
Chaos, 46, 104, 290
Chapman-Reaktion, 182
Charged coupled device (CCD), 119, 135, 676
Charon, 228
Cheops-Pyramide, 42
Chichen Itza, 44
Chicxulub-Krater, 239
Chiron, 236, 245
Chondrite, 248
Chopper, 142
Christoffel-Symbol, 579
Chromosphäre, 268, 320, 347
  Emissionslinien, 462
  stellare, 340, 465
Clark, 432
CME, *siehe* Coronal mass ejection (CME)
CMOS, *siehe* Complementary metal oxide semiconductor
CNO-Zyklus, 411
COBE, *siehe* Cosmic background explorer
Coelostat, 128, 262
Cold dark matter (CDM), 515
Columbus, Chr., 52
Comahaufen, 62, 553
COMPASS, 35
Complementary metal oxide semiconductor (CMOS), 136
Compton, 591
  Streuung, 404
Compton-Effekt, inverser, 592
Contact binaries, 343
Cooley, 664
Copernicus, N., 51, 561
Corioliskraft, 181
Coronal mass ejection (CME), 273, 281
COROT, 383, 625
Cosmic background explorer (COBE), 592
Cosmic Background Radiation (CBR), 590
Cosmic Microwave Background (CMB)-Powerspektren, 595
Coudé-System, 125
Coulombabstoßung, 408
Coulombbarriere, 408, 409
Coulombpotenzial, 151
Crab-Nebel, 59, 437, 443
Cruithne, 237
Curtis, H., 523
Cusanus, 50
Cutoff-Frequenz, akustische, 298
Cuzco, 44

Cyanobakterium, 175, 619
Cyg X-1, 447
Cygnus A, 544

D
da Vinci, L., 52
Dactyl, 234
Daniel K. Inoue Solar Telescope (DKIST), 265
Danjonskala, 108
Darwin, C., 187
Datumsgrenze, 15
Davis, R., 188, 267
Dawn, 235
De-Vaucouleurs-Profil, 499
Debye-Radius, 410
Deep Impact, 243
Deferent, 48
Deimos, 208
Deklination, 8
Delambre, 58
Demokrit , 46
Deneb, 137, 341
Descartes, R., 252
Detektor, 134
Deuterium, 351, 591
Deuteriumbrennen, 434
Dezelerationsparameter, 585
Dichtewelle, 221, 505, 518
Dichtewellentheorie, 505
Differenz, dividierte, 653
Differenzenschema, 654
Differenzialgleichung, 659
Differenziation, numerische, 656
Differenziationsprozess, 183, 234
Diffusion, 401
Dimension, fraktale, 290
Dionysius Exiguus, 17
Dipolfeld, 175
Dirac-Gleichung, 349
Diskretisierung, 381
Disparition brusque, 281
Divergenz, 671
Divergenzsatz, 672
DKIST, *siehe* Daniel K. Inoue Solar Telescope
Doppelpulsare, 439
Doppelquasar, 62, 550
Doppelstern, 322, 323
  symbiotischer, 461
Doppler Imaging, 340
Dopplereffekt, 373
  relativistischer, 547, 575
Dopplerprofil, 373
Dopplerverschiebung, 165
Douglass, 292
Dp-Branes, 607
Draper, H., 61
Dreieck, astronomisches, 12
Dreikörperproblem
  allgemeines, 85
  eingeschränktes, 87
  rotierende Koordinaten, 87
Driftgeschwindigkeit, 306
dSPH-Galaxie, 531
Dunkelwolke, 475, 476
Dunkle Energie, 62, 566, 588, 612
Dunkle Materie, 62, 515, 532, 558, 595, 612
Dürer, A., 52
Dwingeloo, 498
Dynamo, gravitomagnetischer, 581
Dynamoprozess, 176
Dynamotheorie, 306

E
Echelle-Gitter, 147
Eddington, A., 61, 62
Eddington-Barbier-Näherung, 365
Eddington-Limit, 468
Eddington-Lösung, 366
Eddy, 292
Edgeworth, K., 244
Effekt, photoelektrischer, 135
Effelsberg, 140
Eigenbewegung, 491, 506
Einbettungstheorem, 291
Einheit, astronomische (AE), 164
Einkörperproblem, 79
EINSTEIN, 144
Einstein, A., 62, 565
Einstein-Beaming, 623
Einstein-Koeffizient, 157
Einstein-Rosen-Brücken, 447
Einstein'sche Feldgleichungen, 394, 577
Einstein'sche Summenkonvetion, 577
Eiszeit, 182
  kleine, 292
Ekliptik, 10

Neigung, 10
Elare, 218
Elektronenbahn, 151
Elektronendrift, 306
Elektronenspin, 354
Elektronenstreuung, 404
Elektronentemperatur, 327
Elektronneutrinos, 414
Elementarladung, 151
Elementarteilchen, Unterteilung, 598
Ellipsengleichung, 68
Elongation
östliche, 70
westliche, 70
ELT, *siehe* Extremely Large Telescope
Emission, stimulierte, 158
Emissionskoeffizient, 361
Emissionslinie, 151, 152
Emissionsnebel, 481
Enceladus, 221, 223, 621
Energie, dunkle, 62, 566, 588, 612
Energie-Impuls-Tensor, 394, 578
Energieerzeugung, thermonukleare, 407
Energieerzeugungsrate, 410
Energietransport, 399
Entartung, 398
Elektronen, 398, 399
Neutronen, 398, 399
Entfernungsmodul, 314
Entropie, 448
Entweichgeschwindigkeit, 96
ephem, 674
Ephemeridenrechnung, 68
Ephemeridenzeit (ET), 34
Epimetheus, 221
Epizykeltheorie, 48
Epoche, 67
Eratosthenes, 46
ERBE, 291
Erdatmospäre, Zusammensetzung, 178
Erdbahn
Änderungen, 293
Exzentrizität, 69
Perihel, 69
Erdbahnkreuzer, 236
Erdbebenwellen, 174
Erde
Abplattung, 103, 173
Alter, 174
Atmosphäre, 178
Fenster, 180
Aufbau, 173
Bahn, 69
Entweichgeschwindigkeit, 96
Entwicklung des Lebens, 182
Erdkern, 173
Erdkruste, 173
Erdmagnetfeld, 175
Erdmantel, 173
Gebirgsbildung, 175
geologische Entwicklung, 175
geothermische Tiefenstufung, 175
globales Zirkulationssystem, 181
Hydrosphäre, 173
Klimawandel, 198
Magnetfeld, 487
Magnetosphäre, 620
Menschen, 175
mittlere Albedo, 168
Periheldurchgang, 70
Schatten, 107
Treibhauseffekt, 182
Umlaufszeit des Perihels, 69
Wasservorräte, 199
Erdinneres, 173
Erdkern, 174
Erdklima, 188
Erdorbit, 102
Erdrotationschwankungen, 34
Erdumfang, 46
Ereignis, 574
Ereignishorizont, 446, 447, 608
Ergiebigkeit, 364
Ergosphäre, 447, 580
Eris, 59
Eros, 25, 235, 238
ESO, *siehe* European Southern Observators
EST, *siehe* European Solar Telescope
ETDB, 624
Eukrite, 234
Euler, L., 57
Euler-Form, 391
Europa, 105, 210, 217, 619
Eispanzer, 217
Leben, 621
European Solar Telescope (EST), 265
European Southern Observators (ESO), 130, 231

Evanescent modes, 298
EVE, *siehe* Extreme UV Variability Experiment
Evektion, 74
Exoplanet, 31, 63, 75, 143, 322, 617
  Entdeckungen, 621
  Lichtkurven, 675
  Transits, 622
Exosphäre, 173, 180
Expansion, beschleunigte, 62
Explosion, kambrische, 620
Explosionszeit, 393
Exponentialkurvenfit, 642
Extinktion, 180
Extremely Large Telescope (ELT), 160
Extremely UV Variability Experiment, 301
Extremophile, 621
Exzentrizität, 66

F
F-Korona, 250
Faber-Jackson-Beziehung, 533
Fabricius, 454
Fackel, polare, 278
Fackeln, 278
Falcon 9, 98
Fallzeit, freie, 393
Falschvakuum, 603
Faraday-Rotation, 437, 518
Farbe, 145
Farben-Helligkeits-Diagramm (FHD), 332, 336, 492
Farbexzess, 476
Farbindex, 331, 332
Farbladung, 597
Farbsysteme, 331
Farbtemperatur, 326
FAST (Five hundred meter Aperture Spherical radio Telescope), 140
Fast Fourier Transformation (FFT), 663
Fautrier-Variable, 382
Feld, gravitomagnetisches, 581
Fermion, 397, 601
Feuerkugel, 247
Feynman-Diagramm, 600
FFT, *siehe* Fast Fourier Transformation
Filamente, 279
Filter, digitaler, 665
FITS (flexible image transport system), 677
Fixsternparallaxe, 313
Fizeau, H., 60
Flamsteed, 56
Flare, 279
  Ausbruch, 295
  Energie, 280
  Entwicklung, 287
  Klassifikation, 280
  Rekonnexion, 281, 306
  Strahlungsmechanismen, 287
Flare-Stern, 463
Flashspektrum, 269
Fleckenrelativzahl, 290
Flintglas, 123
Fluchtgeschwindigkeit, 83
Flussdichte, magnetische, 175
Flussröhre, 304
Fomalhaut, 341
Fornax-System, 553
Fouriermethode, 663
Fouriertransformation, 290
Fouriertransformspektrometer (FTS), 148
Fovea, 135
Frame dragging, 580
Frank, Anne, 250
Fraunhofer, J. , 60
Fraunhofer-Linien, 165
Free floating planets, 104
Freeman, F.W., 532
Frei-frei-Übergänge, 367, 404
Frequenzdrift, 285
Frequenzraum, 664
Friedmann-Lemaître-Gleichungen, 582
Frühlingspunkt, 9, 27
Fukoshima, 34
Fundamentalsterne, 20
Fünf-Minuten-Oszillation, 295
Funkverkehrstörungen, 281
Fusion, 266

G
G-Band, 278
  Bright Point (GBP), 278
g-Modus, 299
GAIA, 315, 490, 625
Galactic Cosmic Rays (GCR), 487
Galatea, 226
Galaxie, 489

Achsenverhältnis, 536
aktive, 529, 541
De Vaucouleurs-Klassifikation, 530
elliptische, 530
Entfernungsbestimmung, 458, 490
Gezeitenwechselwirkung, 518, 554
Halo, 532
Inklination, 532
Klassifikation, 523, 528
Kollisionen, 518, 553
Leuchtkraft, 536
Leuchtkraftfunktion, 537
Populationssynthese, 538
Rate der Sternentstehung, 529
Rotationskurven, 532
Thermalisierung, 531
Verteilung auf Typen, 535
Yerkes-Klassifikation, 530
Galaxienflucht, 564
Galaxienhaufen, 515, 552
Galaxis
Absorption, 503
Alter, 518
chemische Entwicklung, 515
Dynamo, 520
Entwicklung, 513
Gesamtmasse, 501
Halo, 505
Komponenten, 498, 499
Konzentration Objekte, 501
Rotation, 506
Rotationskurve, 509
Spiralarme, 501, 503, 504
Galilei, G., 55, 58, 61, 215, 273, 495
Galilei-Transformation, 571
Galileische Monde, 215
GALILEO, 35
Galileo (Raumsonde), 210, 235
Galle, J., 225
Gamma-Ray and Neutron Spectrometer (GRNS), 192
Gamma-Ray Spectrometer, 192
Gammay-Ray Bursts, GRB, 451
Gamow, G., 409, 591
Gangunterschied, 146
Ganymed, 215, 217
Leben, 621
Gas, ideales, 396
Gas, interstellares, 479
Gaskonstante, 171
Gaspra, 234, 235
Gaswolke, 94
Gauß'sche Regel, 17
Gauß, C.F., 57
Gauntfaktor, 405
GBP, *siehe* G-Band Bright Point
GCR, *siehe* Galactic Cosmic Rays
Geb, 42
Gebunden-frei-Übergänge, 367, 405
Gegenschein, 249
Geminga, 501
GEO, *siehe* Orbis, geostationärer
Geoid, 102
Geomatically Induced Currents (GIC), 294
Geradengleichung, 643
Germanen, 44
Geschichte der Astronomie, 39
Geschwindigkeitsdispersion, 495
Gewicht, statistisches, 157, 358
Gezeiten, 74, 191
Gezeitenerwärmung, 168, 217
Gezeitenkraft, 170
Gezeitenreibung, 77
Giacconi, 143
GIC, *siehe* Geomagnetically Induced Currents
Giotto, 57
GIOTTO-Mission, 57, 242
Gitter, 146
Auflösungsvermögen, 146
Herstellung, 147
Ordnung, 146
Winkeldispersion, 146
Gittergeister, 147
Gitterkonstante, 146
Glasfaserspektroskopie, 526
Glashow, S., 601
Gleichgewicht
hydrostatisches, 169, 390
lokales thermodynamisches (LTE), 370
thermodynamisches, 262, 356
Gleichung, hydrostatische, 467
Gleissberg-Zyklus, 290
Gliese
-229, 434
-581b, 629
-876, 628
Global Positioning System (GPS), 35
Glockenbecher-Kultur, 40

GLONASS, 35
Gluonen, 597, 602
Gnomon, 46
Gold, Th., 61
Golfstrom, 293
Gomperz-Kurve, 643
GPS, *siehe* Global Positioning System
Gräberausrichtungen, 40
Gradationstemperatur, 326
Gradient, 671
Granulation, 268
Graphitteilchen, 477
Gravitation, 600
Gravitationslinse, 62, 550
Gravitationspotenzial, 166
Gravitationsrotverschiebung, 433
Gravitationswellen, 62, 447
Gravitationswellenabstrahlung, 586
Gravity Assist, 101, 235, 308
Gravity Probe B, 581
Graz, 53
GRB, *siehe* Gamma Ray Bursts
Green, 604
GREGOR, 264
Gregor XIII., 16, 52
GRNS, *siehe* Gamma-Ray and Neutron Spectrometer
Größenklasse, 312
Großer Attraktor, 62
Grundkräfte, 600
  Aufspaltung, 602
Gruppe
  bipolare, 274
  lokale, 552
Guiding star, 130, 137
GUT, 601
Guth, A., 602
Gyrationsfrequenz, 306
Gyrationsradius, 306, 487
Gyrochronologie, 466

H
H-Alpha-Teleskop, 263
H-I-Region, 500
H-II-Region, 481, 493
Hadley-Zellen, 197
Hadronen, 599
Hadronenära, 599
Halbschattenfinsternis, 107
Halbwertszeit, 174
Hale, G.E., 61, 263, 276, 279, 283
Hale-Zyklus, 290
Hall, A., 208
Hall, J., 478
Halley, 57, 65, 240
  Komet, 44, 57
Hallwachs, 591
Halo, 500, 505
  CME, 281
  Objekte, 518
Hamilton-Operator, 349
Hanle-Effekt, 157
Hantelnebel, 465
Hartmann, 188
Harvard Smithsonian Reference Atmosphere (HSRA), 380
Harvard-Klassifikation, 328
HATnet, 624
Haumea, 231
Hauptquantenzahl, 352
Hauptreihe, 330
Hauptreihenlebensdauer, 625
Hauptreihenstern, 334, 337
  Zustandsgrößen, 334
Hawking, St., 62, 449
Hawking-Temperatur, 449
Hayashi-Linie, 424
HD
  189733b, 626
  209458, 114
HDF, *siehe* Hubble Deep Field
HDM, *siehe* Hot Dark Matter
Hecuba-Lücke, 235
Hedschra, 18
Heliopause, 250, 292
Helioseismic and Magnetic Imalger (HMI), 301
Helioseismologie, 63, 266, 295
Heliosheath, 292
Heliosphäre, 250, 292
Heliumbrennen, 412
Heliumflash, 427
Hell, 112
Hellas, 200
Helligkeit
  absolute, 314
  bolometrische, 315
  scheinbare, 312

Henderson, T., 57
Henry-Draper-Katalog, 328
Herman, R.C., 591
HERSCHEL, 594
Herschel, 58, 143, 225, 230, 508
Hertz, 149
Hertzsprung, 330
Hertzsprung-Russell-Diagramm (HRD), 61, 330, 625
  Abzweigepunkt, 426
Hesiod, 46
Hess, V., 486
Hestia-Lücke, 235
Hewish, A., 61, 436
Hey, 138
Hi, 44
Hidalgo, 236
Hill'sche Grenzflächen, 89
Hiltner, W., 478
Himalia, 218
Himmelsäquator, 8
Himmelskugel, 6
Himmelsmechanik, 65
Himmelspol, Höhe, 8
Himmelsscheibe, 41
Hintergrundstrahlung, 450, 590
  Fluktuationen, 592
  kosmische
    Entdeckung, 62
Hipparch, 27, 47
HIPPARCHOS-Mission, 507
HIPPARCHOS-Satellit, 314
Hirayama, 234
Hiroshima-Bombe, 280
Hirtenmonde, 224
Hitzeschild, 99
HMI, *siehe* Helioseismic and Magnetic Imager
Ho, 44
Hochpassfilter, 665
Hodgson, R., 279
Höhe, 5, 6
Höhenformel, barometrische, 171
HOLMU, 380
Horizont, 6
Horizontalparallaxe, 25
Horizontproblem, 604
Horizontsystem, 6
Horrobow-Talcott, 33
Host Star, 626
Hot Dark Matter (HDM), 515
HSRA, *siehe* Harvard Smithsonian Reference Atmosphere
Hubble Deep Field (HDF), 546
Hubble, E.P., 61, 523, 526, 562
Hubble-Beziehung, 564
Hubble-Klassifikation, 526
Hubble-Space-Telescope (HST), 132
Hubble-Zeit, 566
Huitzilopochtli, 44
Hulse, 439
Hulst, H.C., 479
Hund'sche Regel, 353
Hupitermonde, 55
Huygens, 222
Huygens, Chr., 33, 221
Hyaden, 507
Hydra, 106
Hyigea, 231
Hyperfeinstruktur, 354
Hyperion, 106, 223
Hypernova, 451

I

IAU (International Astronomische Union), 495
IC (Index Catalogue), 524
Icarus, 236
Ida, 234
Image motion, 122
IMAGE-Mission, 178
IMF, *siehe* Initial Mass Function
Impaktkrater, 240
Impaktrate, 186
Impulserhaltungssatz, 97
Induktionsgleichung, 303
Infrarotdetektoren, 142
Initial Mass Function (IMF), 538
Inklination, 103
Integration, numerische, 658
Intereferenzbedingung, 139
Interferenz, 139
Interferometer, 139
Intergranulum, 268
Interpolationspolynome, 652
Inti, 44
Io, 59, 105, 215, 228
Ionenantrieb, 235
Ionendrift, 306

Ionenschweif, 241
Ionisationstemperatur, 327
Ionisierungsenergie, 151
Ionosphäre, 180
IR-Spektroskopie, 353
IRAS, 143
Iridium, 183
Irradianz, solare, 291
Ishtar-Kontinent, 195
Isochron, 538
Isotope, kosmogenes, 293, 487
Itokawa, 235

J
Jacobi-Integral, 88
Jahr, 15
  anomalistisches, 15
  astronomisches, 17
  historisches, 17
  platonisches, 27
  siderisches, 15
  tropisches, 15
  Zählung, 17
Jahreszeiten, 188
James-Webb-Teleskop, 133, 143
Jansky, K., 138
Janus, 221
Japetus, 223
JD, *siehe* Julanische Tageszählung
Jeans-Kriterium, 422
JUICE, 217
Julianische Tageszählung (JD), 19
  modifizierte, 19
Jungsteinzeit, 40
Jupiter, 105
  Allgemeines, 209
  Atmosphäre, 212
  Großer Roter Fleck, 212
  innere Wärmequelle, 211
  Magnetosphäre, 213
  Monde, 215
  Phasenwinkel, 167
  Plasmatorus, 215
  Radiostrahlung, 213
  Resonanzen, 105
  Ringe, 215
  Rotation, 209
  Rotationsachse, 165
  System I,II, 209
  Wärmeausstrahlung, 168
Jupiterfamilie, 240
JWST, *siehe* James-Webb-Teleskop

K
Kalender, 15
  Azteken, 18
  chinesischer, 19
  christlicher, 17
  gregorianischer, 16
  islamischer, 18
  jüdischer, 17
  julianischer, 16
  Maya, 18
Kaluza, T., 606
Kambrium, 175
Kant, I., 61, 253
Kantaloupe-Terrain, 227
Kapillarwirkung, 77
Katzenaugennebel, 464
Kausalitätsprinzip, 573
KBO, *siehe* Kuiper-Belt-Objekt
Keck-Teleskop, 127, 130
Kelten, 44
Kepler
  22b, 629
  Mission, 383
  Satellit, 625
  Supernova, 61
Kepler, J., 53, 561
Keplergesetz, 66
  drittes, 84, 259, 260, 322
  erstes, 81
  zweites, 80
Keplergleichung, 69
Kernkräfte, 408
Kernladungszahl, 408
Kernspin, 354
Kerr-Metrik, 447, 580
Kirchhoff'scher Satz, 262, 362
Kirchhoff, G., 61
Kirkwood, D., 105
Klein, O., 606
Kleinplanet, 105, 162, 233
Kleostratos, 49
Klima, 182
Klimaänderung, 293

Knoten, 28, 67
Knotenlinie, 67
Kochab, 49
Kohärenz, 158
Kohäsionskräfte, 171
Kohlenstoff, 618
Kohlenstoffbrennen, 412
Kollaps
  Gaswolke, 422
  sonnenähnlicher Stern, 424
Koma, 124
Komet, 57, 162, 240
  Atmosphäre, 242
  Bezeichnung, 242
  Halley, 65, 242
  Helligkeit, 242
  Ionenschweif, 242
  kurzperiodische, 242
  Staubschweif Kometen, 242
Kometenimpakte, 199
Kometenschweif, 241
Kompaktifizierung, 606
Komponente
  kontravariante, 577
  kovariante, 577
Konjunktion, 71
  obere, 70
  untere, 70
Konstante, kosmologische, 565
Kontaktsystem, 343
Kontinente, 174
Kontraktion, 406
Kontrastfunktion, 158
Konvektion, 268, 360, 400
Konzil von Nicäa, 17
Koordinaten
  galaktische, 495
  heliographische, 258
Koordinatensystem, 5
  Äquatorsystem, 8, 9
  Ekliptiksystem, 10
  galaktisches System, 10
  Horizontsystem, 6
  Transformation, 11
Korona, 271, 347
  Bursts, 284
  Heizung, 308
  Röntgenstrahlung, 286
Koronagraph, 263
Koronalinie, grüne, 271
Korrelation, 646
Korrelationsintegral, 291
Kosmologie, 561
Kramers, 405
Kraterzählung, 235
Krebsnebel, 443
Kreisbahngeschwindigkeit, 82
Kreutz-Gruppe, 246
Kreuzkorrelation, 158
Kronglas, 123
Krümmung, 585
Krümmungsskalar, 577
Kryosphäre, 197
Kryostat, 143
Kryovulkane, 222, 227
KT-Ereignis, 183
Kugelflächenfunktion, 349, 351
Kugelsternhaufen, 61, 493, 500, 505, 518
Kuiper, G., 244
Kuiper-Belt-Objekt (KBO), 245
Kuipergürtel, 59, 162, 229, 231
Kulmination
  obere, 9
  untere, 9
Kulminationshöhe, 9
Kurtosis, 641
  leptokurtisch, 641
  mesokurtisch, 641
  platykurtisch, 641
Kurucz, R.L., 378
Kurvenfits, 642
Küstner, K. F., 33
Kyrene, 47

L

L2, 143
Lagrange, J.-L., 57
Lagrange-Form, 391
Lagrange-Interpolation, 655
Laguerre-Polynome, 350
Lalande, J., 58
Lamb-Frequenz, 298
Lamont, 58
Landé-Faktor, 156
Lane-Emden-Gleichung, 417
Länge
  ekliptikale, 10

galaktische, 10
Längenkontraktion, 572
Längenkreise, 6
Langzeitintegration, 107
Laplace, P.S., 104
Laplace-Gleichung, 652
Large Magellanic Cloud (LMC), 537, 552
Lascaux, 40
Laser GuidingSstar, LGS, 137
Laser-Interferometer-Gravitationsobservatorium (LIGO), 587
Le Verrier, U., 58, 62, 73
Leben
Definition, 617
Erde, 618
Schutzschilde, 620
Sonnensystem, 621
Legendre-Polynom, 102, 351
Leibniz, G.W., 56
Lense-Thirring, 580
LEO, *siehe* Low Earth Orbiting Stallite
Leptonen, 597
Leuchtkraftklasse, 333
Liapunov-Exponent, 105
Libration, 74, 189
Librationspunkte, 88
Licht, 148
Lichtablenkung, 31, 62, 515, 550
Lichtecho, 485
Lichtgeschwindigkeit, 59
Lichtverschmutzung, 23
LIGO, *siehe* Laser-Interferometer-Gravitationsobservatorium
Lin, 505
LINEAR, 129
Linie, verbotene, 463
Linienelement, 394
Linienprofil, 268, 371
Linienverbreiterung, 338
Lio Hsin, 44
Lippershey, 55
Lithosphäre, 173
Littrow-Aufstellung, 147
LMC, *siehe* Large Magellanic Cloud
Local bubble, 501
Local Standard of Rest (LSR), 508
Löcher, koronale, 272, 288
LOFAR, 140
Lommel-Seeliger-Gesetz, 167
Loops, 288
Lorentz-Kraft, 177, 304, 305
Lorentz-Transformation, 571
Lorentz-Verteilung, 372
Low Earth Orbiting Stallite (LEO), 96
Low Surface Brightness Galaxy (LSB), 532
Lowell, P., 59
LS-Koppelung, 355
LSB, *siehe* Low Surface Brightness Galaxy
LSR, *siehe* Local Standard of Rest
LTE, *siehe* Gleichgewicht, lokales thermodynamisches
Lugh, 44
Lutetia, 244
Luther, M., 52
Lyman-Serie, 153, 367
Lyot-Filter, 263

M
M27, 465
M31, 541
M33, 552
M51, 528
M57, 428, 465
M67, 426
M87, 540, 544
Mab, 226
MACHO, 515
Magellan'sche Wolken, 50, 457, 500, 505, 516, 534, 537
Magellan'scher Strom, 501, 537
Magellan-Mission, 195
Magnetare, 453, 598
Magnetfeld, 433
galaktisches, 478
Umpolungen, 620
Magnetohydrodynamik (MHD), 301
Magnetopause, 176
Magnetschweif, 176
Magnitudo, 312
Makemake, 231
Makroturbulenz, 374
MaNGa, 526
Maria, 184
Mariner-Mission, 200
Mars, 105
Allgemeines, 200

Atmosphäre, 205
Curiosity, 206
Frostablagerungen, 201
Inneres, 205
Jahreszeiten, 200
Klimaänderungen, 205
Leben, 621
Magnetfeld, 200
Marskanäle, canali, 200
Masse, 200
Monde, 208
Oberfläche, 200
Polkappen, 205
Rotation, 200
Rotationsachse, 200
SEIS, 203
Terraforming, 206
Vulkane, 200
Wasser, 205
Wolken, 205
Marsexpress, 203
Marsrover, 203
MASCOT, 238
Maser, 485
Mass extinction, 451
Masse-Leuchtkraft-Beziehung, 337
Massenaustausch, 341
Massendefekt, 407
Massenkontinuitätsgleichung, 392
Massensterben, 183
Massenverlust, 467
Mästlin, 53
Materie
dunkle, 62, 515, 532, 558, 595, 612
interplanetare, 162, 249
interstellare, 473
Entdeckung, 61
Matthews, Th. A., 547, 586
Maunder-Minimum, 292
Maxwell, J.C., 148
Maxwell-Berge, 195
Maxwell-Gleichungen, 301
Maxwell-Verteilung, 288, 356
Maya-Kalender, 44
Mayor, M., 628
MDIS, *siehe* Mercury Dual Imaging System
Mean field electrodynamics, 306
Median, 637
Medium
interplanetares, 271
Mercury Dual Imaging System (MDIS), 192
Meridian, 6, 8
Meridiandurchgang, 14
Meridiankreis, 33
Merkur, 105, 106
Abstand von der Sonne, 190
Allgemeines, 190
Eis, 192
Magnetfeld, 190, 191
Metallkern, 190
Natriumatmosphäre, 191
Periheldrehung, 62, 73
Rotation, 165, 191
Rotationsachse, 165
visuelle Helligkeit, 167
Merkurtransit, 112
Mesosphäre, 179
Messenger, 192
Messier, Ch., 30, 496
Messier-Katalog, 524
Messung, seismische, 166
Metalle, 336, 396
Metallhäufigkeit, 332
Metallic line stars, 334
Metallicity, *siehe* Metallizität
Metallizität, 332, 495, 500, 531
Metalllinie, 329
Meteorit, 247
Unterteilung, 248
Meteoroiden, 247
Herkunft, 248
Klassifikation, 248
Meteorströme, 248
Methode der kleinsten Quadrate, 57, 644
Metis, 215
Meton, 46
MGC, *siehe* Millenium Galaxy Catalogue
Michelson, A.A., 571
Michelson-Interferometer, 317, 318
Microlensing, 31, 164, 322, 325, 621
Migration, 105
Mikroquasare, 551, 581
Mikroturbulenz, 374
Milankovich, 182
Milchstraße, 44, 138, 473, 489
Aufbau, 494
Begleiter, 519
Masse, 521

Scheibe, 500
Zentrum, 500
Millenium Galaxy Catalogue (MGC), 525
Milne-Lösung, 365
Milne-Verfahren, 660
Mimas, 221
Mindestvergrößerung, 120
Mira, 454, 459
Mira-Sterne, 458, 485
Maser, 459
Mitte-Rand-Variation, 267, 365, 367
Mittel
arithmetisches, 637
geometrisches, 637
harmonisches, 637
quadratisches, 638
Mittelmeer, 174
Mittelsteinzeit, 40
Mittelwerte, 636, 637
MJD, *siehe* Julianische Tageszählung, modifizierte
MMM, 187
Modellatmosphäre
Sonne, 378
Wega, 380
Modulationstransferfunktion (MTF), 668
Mögel-Dellinger-Effekt, 281
Molekulargewicht, 396
Molekülbanden, 330
Molekülefreiheitsgrade, 485
Molekülwolken, 485
Momente, statistische, 640
Monat
anomalistischer, 73
drakonitischer, 73
siderischer, 73
synodischer, 42, 73
Mond, 105
Bahn, 73
Beben, 184
Eis, 187
Entstehung, 187
Formationen, 184
Gebirge, 184
Impaktbassins, 184
Krater, 184
Kraterbildung, 186
Sternbedeckungen, 318
synodischer Umlauf, 18
Zustandsgrößen, 183
Mondfinsternisse, 107
Helligkeit, 107
Mondgebirge, 55
Mondkalender, 18
Mondrückseite, 189
Montierung
azimutale, 126
parallaktische, 126
Morgan-Keenan-Leuchtkraftklassen, 333
Morgenstern, 70
Mt.-Wilson-Klassifikation, 283
MTF, *siehe* Modulationstransferfunktion
Multi conjugate adaptive optics, 137
Musk, E., 98
Myonen, 614

N

N-Körperproblem, 84
Naburi'Annu, 42
Nadir, 6
Nanoflare, 280
Navajo, 44
Navigation, 48
Neandertalzeit, 40
Near Earth Orbit (NEO), 129, 237
NEAR-Mission, 235
Nebel
planetarischer, 428, 463, 538, 567
protoplanetarer, 250, 253
Nebellinie, 483
Nebra, 41
Nebularhypothese, 253
Nebulium, 483
NEO, *siehe* Near Earth Orbit
Neptun, 106, 225
Atmosphäre, 225
Entdeckung, 58, 59, 225
Resonanzen, 105
Ringe, 226
Wärmeausstrahlung, 168
Neptun-Trojaner, 227
Nereus, 238
Netzwerk, chromosphärisches, 270
Neupert-Effekt, 287
Neutralino, 515
Neutrallinie, 279
Neutrinofluss, 412

Neutrinooszillation, 267
Neutrinoproblem, 266
Neutrinos, 266, 412, 413
Neutronenspektrometer, 187, 192
Neutronenstern, 61, 325, 434
  Merging, 451
New Horizons, 228
Newton, 56
Newton-Fokus, 125
Newton'sches Interpolationsverfahren, 654
NGC (New Gernal Catalogue), 524
  4013, 533
  6543, 464
  7000, 474
Nicéphore, 134
NICMOS, 143
Nippflut, 77
Niveau, metastabiles, 464
Nix, 106
Nobelpreisträger Astronomie, 4
Nordamerikanebel, 474
Nördlinger Ries, 248
Nordpol, galaktischer, 496
Normalgleichung, 644
Normalverteilung, 639
Novae, 460, 493
NTT-Teleskop, 130
Nukleosynthese, primordiale, 591
Null-Längenkreis, 6
Nut, 42
Nutation, 28
Nyquist-Theorem, 119

O

Objekt, koorbitale, 237
Objekte, trans-neptunische, 59
Objektivgitter, 147
Objektivprismenspektrum, 335
Ohm'sches Gesetz, 301
Okeanos, 46
Olbers, H.W., 563
Olympus Mons, 200
Oort'sche Konstanten, 511
Oort'sche Wolke, 59, 106, 162, 245, 451
Oort, J., 59, 245
Opazität, 403
Operator, 348
Oppenheimer, 62
Oppenheimer-Volkoff-Grenze, 435
Opposition, 71
Optik, aktive, 130
Optik-FFT, 667
Orbit, geostationärer (GEO), 100
Orionnebel, 423, 481
Ort
  mittlerer, 29
  scheinbarer, 28
  wahrer, 29
Örter
  absolute, 21
  relative, 21
Ortsbestimmung, 33
OSIRIS, 130
Ostern, 17
Ostersonntag, 17
Oszillation, 385
  akustische, 595
Oszillatorenstärke, 376
Ozon, 182
Ozonschicht, 169, 180, 619

P

P-Cygni-Linie, 442
P-Cygni-Stern, 461
p-Modus, 298
p-Welle, 174
Padua, 55
Pallas, 234
Palomar Sky Survey, 553
Pangäa, 173
Panspermie-Theorie, 619
Parabelfit, 642
Parallaxe, 260
  dynamische, 491
  FHD, 492
  jährliche, 25
  photometrische, 492
  säkulare, 26, 490
  spektroskopische, 492
  tägliche, 24
  trigonometrische, 490
Pariser Klassifikation, 335
Parker, E., 467
Parsec, 26, 313
Paschen-Back-Effekt, 156
Paschenserie, 153, 367

Passahfest, 17
Pauli-Prinzip, 353, 397
Penumbra, 273
Penzias, 62, 590
Perigäum, 74
Perihel, 15, 261
Periheldistanz, 66
Periheldrehung, 72, 73
Perihelduchgangszeit, 67
Perihellänge, 67
Perioden-Leuchtkraft-Beziehung, 458
Permittivität, 284
Perploi, 49
Perseiden, 248
Peters, P.C., 586
Peuerbach, 50
Pferdekopfnebel, 474
Pflanzen, Kapillarwirkung, 78
PGC (Principal Galaxies Catalogue), 525
PHA, *siehe* Possible Hazardous Asteroid
Phase, inflationäre, 566, 595
Phasenraum, 95, 290
Phasenraumzelle, 397
Phasenspektrum, 665
Phasenwinkel, 167
Philae, 244
Phobos, 208
Phoebe, 223
Pholus, 245
Photino, 515
Photolyse, 182
Photomultiplier, 135
Photon, 601
Photoplatte, 134
Photosphäre, 267, 347
Photosynthese, 619
Photozelle, 135
Piazzi, G., 230
Pickering, W.H., 59
Pioneer, 194, 210
PIONIER, 461
Pisa, 55
Pixel, 119
PLANCK, 594
Planck'sches Gesetz, 150
Planck'sches Wirkungsquantum, 149
Planck, M., 61
Planck-Länge, 610
Planck-Zeit, 604, 610
Planet, 162
  Eigenschaften, 165
  Eigenstrahlung, 167
  extrasolare, 112, 164
  globaler Energiehaushalt, 168
  großer, 163
  habitabler, 199
  hydrostatisches Gleichgewicht, 169
  in Doppelsternsystemen, 89
  Magnetosphären, 177
  Massenverteilung im Inneren, 166
  obere, 70
  retrograde Rotation, 165
  Riesenplaneten, 164
  Rotationsdauer, 165
  Spektrum, 167
  terrestrischer, 164
  untere, 70
  Wärmequelle, 168
Planetenatmosphäre, 171
  Abbremsung, 100
  Raumschiff, Eintritt, 99
Planetenbahn
  scheinbare, 70
  Schleifen, 48, 71
Planetesimale, 105, 253
Planetoiden, 162, 233
Plasma, 4, 396
  Bewegungsgleichung, 304
  therm. Leitfähigkeit, 468
Plasmafrequenz, 272, 284
Plato, 51
Plattenskala, 119
Plattentektonik, 173, 293
Plejaden, 41, 44, 502
Plejadennebel, 478
Plutinos, 244
Pluto, 106, 228
  Bahn, 228
  Entdeckung, 59
  Rotationachse, 165
Poincaré, H., 57, 85, 104
Point Spread Function (PSF), 321, 667
Poisson-Gleichung, 416
Poisson-Verteilung, 136
Poissongleichung, 296
Polareisbohrung, 293
Polarisation, 148, 154, 156
Polarisationsgrad, 154

Polarlichter, 176, 178
Polarstern, 8, 49
  scheinbare Helligkeit, 312
Pole, 6
Polhöhenschwankungen, 33
Pollux, 341
Polsequenz, 313
Population
  I, 503
  II, 503
  III, 611
Positionswinkel, 258
POSS, 29
Possible Hazardous Asteroid (PHA), 237
Post-Newton-Näherung, 395
Powerspektrum, 290, 300, 385, 595, 665
Poynting-Robertson-Effekt, 215, 250
pp-Prozess, 411
Präzession, 47
Praesepe, 507
Prag, 53
Präkambrium, 175
Präzession
  lunisolare, 27
  planetare, 28
Prediktor-Korrektor-Formel, 660
Predisperser, 147
Primärfokus, 125
Prisma, 145
Prismenspektrograph, 146
Procyon, 341
Protosonne, 253
Protosterne, 422
Protuberanzen, 279
Proxima Centauri, 26
PSF, *siehe* Point Spread Function
Psyche, 234
Ptolemäus, 47
Ptolemäus III., 16
Pulsar, 436
  Entdeckung, 61
Pulsationsmechanismus, 454
Pulsationsveränderliche, 454
Pumpmechanismus, 485
Pupille, Auge, 119
Pyramide, 42
Pythagoras, 46
Python, 634

Q
Quantenausbeute, 135
Quantenfeldtheorie, 583
Quantenfluktuation, 448
Quantenzahl, 151, 352
Quantenzelle, 353
Quantum Loop Gravity, 610
Quaoar, 59, 231
Quarks, 597
  Ladungen, 598
Quarksterne, 598
Quarzuhr, 34
Quasare, 529, 547
  Entfernungsbestimmung, 62
  Helligkeitsänderungen, 548
  Rotverschiebung, 548
Queloz, D., 628
Quintessenz, 589

R
R-Coronae-Borealis-Sterne, 462
r-Prozess, 443
Radartechnik, 165
Radialgeschwindigkeit, 61
Radialgeschwindigkeitskurve, 338
Radialgeschwindigkeitsmethode, 621
Radialgeschwindigkeitsverteilung, 94
Radiant, 248
Radiofenster, 138, 141
Radiogalaxie, 543
Radioheliograph, 263
Radiookkultation, 221
Radioteleskop, 138
Radiusvektor, 68
Rakete
  Ionenantrieb, 98
  Mehrstufenprinzip, 98
  thermischer Antrieb, 98
Raketenformel, 97
Randverdunkelung, 268
Raum
  euklidscher, 394
Raum-Zeit-Intervall, 572
Raum-Zeit-Kegel, 574
Raumflug, 95
Raumschiff, Eintritt, 99
Rauschen, 136
Rayleigh-Jeans-Näherung, 480

Rayleigh-Strehl-Kriterium, 124
Rayleigh-Streugesetz, 180
Rayleigh-Streuung, 154, 368, 477
Re, 42
Reber, G., 138
Rechtsregel, 669
Reflektor, 118, 124, 138
Reflexion, 154
Refraktion, 21
Refraktor, 118, 124
Regiomontanus, 50
Regressionsgerade, 648
Regulus, 341
Rekonnexion, magnetische, 176, 306
Rektaszension, 9
Relativitätstheorie, 62
  allgemeine, 73, 394, 433, 576, 586
  Spezielle, 571
Relativzahl, 274
Relaxationszeit, 531
Renaissance, 53
Resonanzen, 104, 220, 235, 244
Restatmosphäre, 104
Reynoldszahl, magnetische, 303
Rhea, 223
RHESSI, 286
Ricci-Tensor, 394
Riemann-Tensor, 577
Riesenplanet
  Aufbau, 211
  Migration, 630
Riesenstern, 333
Rigel, 341
Rigil Kent, 315
Ringnebel, 465
Robertson-Walker-Metrik, 581
Roche, 170
Roche-Grenze, 170
Roche-Sphäre, 342
Rodriguez-Formel, 102
Roemer, O., 59
Röntgenteleskope, 143
ROSAT, 144, 502
ROSETTA, 243
Rosseland'scher Mittelwert, 405
Rosseland'scher Opazitätskoeffizient, 363
Rotation, 671
  chaotische, 106
  differenzielle, 209
  galaktische, 480
    Doppelwelle, 512
  retrograde, 193
  siderische, 13
  synodische, 13
Rotationsenergie, 439
Rotationssatz, 672
Rotationsverbreiterung, 339
Rotator, schiefer, 460
Roter Riese, 253, 427
  Schallgeschwindigkeit, 394
Rotverschiebung
  Galaxien, 564
  Quasare, 547
  relativistische, 324
RR-Lyrae-Sterne, 458, 492
RS-Canum-Venaticorum-Sterne, 463
RSA (Revised Shapley-Ames Catalog), 524
Rubbia, C., 601
Rudolf II., 52, 54
Runge-Kutta, 90, 659
Russel-Saunders-Koppelung, 355
RV-Tauri-Sterne, 459
Rydberg-Konstante, 351
Ryugu, 238

S

s-Prozess, 443
s-Welle, 174
Sachs-Wolfe-Effekt, 588
Sacrobosco, 50
Sagittarius, 138, 495
Saha, M., 359
Saha-Gleichung, 359
Salam, A., 601
Salpeter-IMF, 538
Sandage, A. R., 547
SAO, 29
Saroszyklus, 42, 109
Satellit
  Sonnensegel, 99
  Stabilität, 170
  Umlaufsgeschwindigkeit, 96
Satellitenbahn, 103
Saturn, 105, 106
  Abplattung, 219
  Allgemeines, 219
  Atmosphäre, 220

Aufbau, 219
Monde, 221
Resonanzen, 105
Ringe, 220
Rotationsachse, 219
Wärmeausstrahlung, 168
Sauerstoffbrennen, 413
Säulendichte, 94
Saurierzeit, 175
Scaliger, 19
Schallgeschwindigkeit, 393
Schechter-Leuchtkraftfunktion, 537
Scheibe, protoplanetare, 339
Scheibenpopulation, 503
Scheiner, Chr., 273
Schiaparelli, 200
Schleifenbahn, 48
Schleifengravitation, 63, 610
Schmalbandfilter, 270
Schmalbandklassifikation, 335
Schmetterlingsdiagramm, 274
Schmetterlingseffekt, 105
Schmidt, M., 62, 547
Schmidt-Spiegel, 125
Schnurkeramik, 40
Schrödinger-Gleichung, 349
Schwabe, S.H., 289
Schwartz, 604
Schwarzer Körper, 61, 149, 326
Schwarzes Loch, 62, 325, 446
Fläche, 448
Quantentheorie, 448
Singularität, 446
supermassives, 62, 529, 548
Temperatur, 449
Schwarzschild-Kriterium, 400
Schwarzschild-Metrik, 31, 580
Schwarzschild-Radius, 446, 580
Schwärzung, 135
Schwärzungskurve, 135
Schwefelsäurewolke, 198
Schwerewelle, 299
Schwingungsgleichung, 651
Schwingungsmuster, 382
Scorpius-X-1, 144
SDO, *siehe* Solar Dynamics Observatory
SDSS, *siehe* Sloan Digital Sky Survey
Secchi, A., 328
Sedna, 59, 231
Seeing, 23, 122, 180, 321
SEGUE, 526
Sehen, indirektes, 135
Sehpurpur, 135
Seismologie, 174
SEP, *siehe* Solar Energetic Particles
Seriengrenze, 367
Seyfert, C. K., 542
Seyfertgalaxie, 542
SgrA, 517
Shack-Hartmann-Sensor, 137
Shapiro-Effekt, 194
Shapley, H., 61, 523
Shapley-Ames-Katalog, 524
Shell stars, 339
Shelton Supernova, 61
Shoemaker-Levy, 210, 242
Shu, 505
SID, *siehe* Sudden Ionospheric Disturbance
Signal/Rausch-Verhältnis, 136
Signallaufzeit, 260
Simon, F., 601
Simpsonregel, 658
Sirius, 16, 315, 342, 432
scheinbare Helligkeit, 312
Site testing, 123
Skalar, 669
Skalenfaktor, 568
Skalenhöhe, 171, 499
Skumanich-Gesetz, 466
Sloan Digital Sky Survey (SDSS), 30, 525
Small Magellanic Cloud (SMC), 537, 552
SMBH, *siehe* Supermassive Black Hole
SMC, *siehe* Small Magellanic Cloud
SMM, *siehe* Solar-Maximum-Mission
SN-Suche, 129
SN1987A, 441, 537
SNC-Meteorit, 203
Snellius'sches Brechungsgesetz, 21, 145
SNIa, 587
SNO, *siehe* Sudbury-Neutrino-Experiment
SOHO, 88, 286, 291
MDI, 299
Sojourner, 201
Solar Dynamics Observators (SDO), 301
Solar-Maximum-Mission (SMM), 287
Solarkonstante, 168, 261
Sonne, 138, 347
aktive, 272

Aufbau, 265
Entfernung, 259
Entwicklung, 426
F-Korona, 250
Gottheiten, 257
Grunddaten, 257
Inneres, 266
Konvektionszone, 299
Korona, 271
Leuchtkraft, 261
Masse, 260
Massenverlustrate, 407
MHD, 301
Modellatmosphäre, 378
Polytropenmodell, 418
Projektion, 258
Radiostrahlung, 283
Radius, 261, 317
Röntgenstrahlung, 286, 287
Rotation, 258
Rotationsgeschwindigkeit, 300
Schallgeschwindigkeit, 394
scheinbare Helligkeit, 312
Spektraltyp, 334
Spektrum, 262, 268
Teleskope, 262
Temperatur, 262
Zentraltemperatur, 396
Zustandsgrößen, 162, 258
Sonnenaktivität, 35, 292
Indikatoren, 293
Klimaänderungen, 293
Maxima, Minima, 293
Sonnendruck, 104
Sonnenentfernung, mittlere, 69
Sonnenfinsternis, 44, 108
Sichtbarkeitszone, 109
totale, 108
Sonnenflecken, 43, 55, 272, 273
Sonnenfleckenzyklus, 274, 289
Sonnengottheit, 257
Sonnenkalender, 15
Sonnenmittelpunkt, 258
Sonnenparallaxe, 25, 112
Sonnenphysik, 257
Sonnenstrahlung, 267
Sonnensystem
Entstehung, 251
Langzeitberechnungen, 106
Leben, 223
Modell, 163
Resonanzen, 105
Stabilität, 104
Sonnenwind, 176, 198, 250, 272, 295
Sonnenzeit
mittlere, 13
wahre, 13
Sothis, 16
Source function, 364
Space Weather, 35, 273, 294
SpaceX, 98
Spaltspektrograph, 147
Speckle-Interferometrie, 137, 321
Speckles, 137
Spektralanalyse, quantitative, 377
Spektralindex, 541
Spektrallinie
Breite, 327
Dämpfungsflügel, 374
Dopplerkern, 374
Spektraltypen, 328
Spektrograph
Typen, 147
Spektroheliograph, 263
Spektroskopie, 145
Spektrum, 145
Spica, 341
Spiegelteleskop, 124
Cassegrain, 118
Newton, 118
Spikulen, 269, 309
Spin-Bahn-Koppelung, 355
Spin-Bahn-Resonanz, 75, 105
Spiralnebel, 523
Spitzer-Teleskop, 143, 339
Splines, 672
Sprays, 279
Springflut, 77
SS Lep, 461
Standardabweichung, 638
Standardmodell, 601
Star forming region, 339
Starburst Galaxies, 529
Stark-Effekt, 373
Statistik, 636
Staub, interstellarer, 475
Extinktion, 475
Polarisation, 478

Reflexionsnebel, 478
Streuung, 477
Staubschweif, 241
Stefan-Boltzmann-Gesetz, 150, 168, 262
Steighöhe, 77
Steins, 244
Steinsetzung, 40
Stellarstatistik, 502
Stern
Alter, 426
bedeckungsveränderlicher, 319, 320, 338, 341
Bezeichnung, 20
chromosphärische Aktivität, 466
Dichte, 325
dunkler, 612
Energiequellen, 406
Entfernung, 313
Gashülle, 250
Klassifikation, 327
Lebenszeiten, 453
Leuchtkraft, 333
Magnetfelder, 340
Masse, 322
Massenverlustraten, 467
Radien, 317
Rotation, 338
Schwerebeschleunigung, 325
Spektraltypen, 328
Temperaturen, 326
veränderlicher, 453
Verteilung, 497
Modelle, 502
von Bethlehem, 20
Sternabstände, Modell, 502
Sternatmosphäre, 347
Sternatmosphäre, graue, 363, 365
Sternaufbau, 389
Sternbeben, 453
Sternbilder, 20
Sternentstehung, 422, 485, 505
Sternenwind, 456, 462, 464, 538
Sternflecken, 340
Sternhülle, 335
Sternhaufen, 425
Sterninterferometer, 317
Sternmodell
homologe, 418
polytrope, 415
Sternörter, 20
Sternparallaxen
erste Messung, 57
Sternpopulationen, 336, 503
Sternspektrum, 328
Sternstromparallaxe, 491
Sterntag, 12
Sternzählung, 476
Sternzeit, 9, 12
Stokes-Vektor, 154
Stonehenge, 40
Störung, 91
Stoßdämpfung, 372
Strahlung, 360
kosmische, 177, 292, 486
nichtthermische, 151
thermische, 149, 150
Strahlungsausbrüche, 96
Strahlungsdämpfung, 372
Strahlungsdruck, 366, 396
Strahlungsgesetz
Planck, 262
Stefan-Boltzmann, 262
Strahlungsstrom, 371
Strahlungstemperatur, 326
Strahlungstransport, 360, 401
Strain, 587
Stratosphäre, 179
Streugesetz, 180
Streumaß, 638
Stringtheorie, 63, 605
Stromatolithen, 175, 182
Strömgren-Sphäre, 484
Struve, F. G. W., 57, 313
Stundenwinkel, 8
Stürme, magnetische, 281
Sudden Ionospheric Disturbance (SID), 294
Sungrazer, 246
Sunyaev-Zel'dovich-Effekt, 592, 595
Supergranulation, 270
Supergranulationszellen, 291
Superhaufen, 556
Superhaufen, lokaler, 556
Superkamiokande, 267
Supermassive Black Hole (SMBH), 518, 539
Supernova, 52, 440, 493, 538
1987A, 444
Brahe, 444
Kepler, 444

Kernsynthese, 442
Lichtechos, 444
Neutrinos, 444
Typ I, 441
Typ II, 441
Supernovaüberrest, 502
Supernovabeobachtung, 61
Supernovaexplosion, 59, 292
Superstringtheorie, 604
Supersymmetrie, 515, 606
Surges, 279
Susbury-Neutrino-Experiment (SNO), 267
Syene, 47
Symmetrie, chirale, 598
Symmetriebrechung, 601, 603
Synchronrotation, 228
Synchrotronstrahlung, 151, 213, 285, 288, 439, 548
Synthetik-Apertur-Radar, 195
System
extragalaktische, 524
Syzygien, 73
Szintillation, 23
von Radioquellen, 436

T

T-Tauri-Sterne, 462
Tachoklyne, 300
Tacitus, 45
TAI (internationale Atomzeit), 34
Takens, 291
Tangentialpunktmethode, 513
Tartaros, 46
Taylor, R., 62, 439
TE, *siehe* Thermodynamic Equilibrium
Teilchen
Ruhemassen, 596
virtuelle, 448
Teilchenerzeugung, 598
Teilchenphysik Standardmodell, 597
Tektite, 248
Teleskop
Abbildungsfehler, 123
Auflösungsvermögen, 120
Brennweite, 118
Hubble-Space-Teleskop, HST, 131
Interferometer, 130
Montierung, 126
Öffnungsverhältnis, 118
Reflektoren, 124
Refraktor, 118
robotisches, 129
Vergrößerung, 120
Teleskopmontierung
azimutal, 6
parallaktisch, 9
Temperatur
effektive, 262, 326
kinetische, 327
Temperaturgradient
adiabatischer, 172, 400
Strahlungsgradient, 400
Tensor, metrischer, 394, 577
Termination Shock, 292
Terrae, 184
Tethys, 224
Thales von Milet, 46, 49
Tharsis-Region, 200
Thebe, 215
Thermodynamic Equilibrium (TE), 262
Tholine, 621
Thomson-Streuung, 368, 404
Tidal
heating, 168, 217
locking, 75
Tidenhub, 77
Tiefe
geometrische, 363
optische, 363
Tiefpassfilter, 665
Tiefseegräben, 174
Tierkreis, 20, 49
Tierkreiszeichensymbole, 20
Tip-tilt
correction, 137
mirror, 137
Titan, 106, 221, 619
Leben, 621
Titius-Bode-Reihe, 252
Tolman-Oppenheimer-Volkoff-Gleichung, 395
Tombaugh, C.W., 59, 228
Tonatiuh, 44
Topologie, 607
Torino-Skala, 237
Toutatis, 234
TRACE, 286
Trajektorie, 95, 104

Transit, 112, 260
Transportgleichung, 364, 381
Transversalwellen, 154
Treibhauseffekt, 169, 293
  anthropogener, 294
TrES, 624
Triaxialität, 103
Trilobiten, 175
Triton, 226
Trojaner, 88, 236
Troposphäre, 172, 179
Trumpler, R.J., 61
Tscheljabinsk, 249
Tschurjumow-Gerassimenko, 244
Tsohanoai, 44
Tukey, 664
Tully-Fisher-Beziehung, 533
Tunable filter, 263
Tunguska, 248
Tunneleffekt, 409
Turbulenz, 290, 374
Turmteleskope, 262
Two Ribbon Flare, 280
Tycho Supernova, 61

U
U-Geminorum-Sterne, 461
Übergang, verbotener, 281, 483
Überlichtgeschwindigkeit, 549
Überriesen, 333
UBV-System, 331
UHURU, 144
ULIRG, 529
Ulugh Beg, 50
Ulysses, 215, 308
Umbra, 273
Umlaufszeit, siderische
  Frühlingspunkt, 69
  Perihel, 69
Ungleichheit
  große, 73
  jährliche, 74
Universal Time, UT, 15
Universum
  Daten, 585
  Dichteparameter, 604
  Expansion, 564
  frühes, 602
  inflationäres, 602
  Strukturbildung, 593
Untersuchung, paläomagnetische, 176
Uranus, 58, 225
  Atmosphäre, 225
  Entdeckung, 58, 225
  Ringe, 225
Urban VIII., 55
Urey-Miller-Experiment, 619
UV-Ceti-Sterne, 463

V
V838 Mon, 485
Vakuum-Energie, 589
Vakuum-Turm-Teleskop, 128
Vakuumpolarisation, 155
VAL-Modell, 380
Valenzschale, 353
Vallis Marineris, 200
Van-Allen-Strahlungsgürtel, 176
Varianz, 639
Variation, 74
VEGA, 197, 235
Vektoren, 669
Vektorfeldrotation, 671
Vektorpotenzial, 575
Venera-Sonden, 194
Venus, 106
  Abstand, 194
  Allgemeines, 193
  Atmosphäre, 194, 196
  Ionosphäre, 198
  Oberfläche, 194
  Ozon, 197, 198
  Parallaxe, 260
  Phasen, 55
  Resonanzeffekt, 193
  retrograde Rotation, 106
  Rotation, 165, 193
  scheinbare Helligkeit, 312
  Totationsachse, 165
  Transit, 260
  Treibhauseffekt, 197
  Troposphäre, 196
  Wasser, 199
  Wolken, 196
Venus-Express, 194
Venusdurchgang, 260

Venushimmel, 195
Venusparallaxe, 112
Venustransit, 112
Veränderliche
  eruptive, 454
  halbregelmäßige, 459
  kataklysmische, 460
Verhalten
  ergodisches, 95
Vertikale, 6
Very Large Array (VLA), 140, 544
Very Large Telescope (VLT), 125, 461
Very Long Baseline Interferometry (VLBI), 140, 539, 546
Verzeichnung, 124
Vesta, 234, 235
Viererimpuls, 575
Vierervektor, 575
Vigesimalsystem, 44
Viking, 200, 201
Viking-Mission, 201
VIRGO, 299
Virgo-Galaxienhaufen, 540
Virgo-Haufen, 544, 553, 567
Virialsatz, 82, 85, 94, 406, 412
Virialtheorem, 62, 536
VLA, *siehe* Very Large Array
VLBI, *siehe* Very Long Baseline Interferometry
VLT, *siehe* Very Large Telescope
Vogel, H., 61
Vogt-Russell-Theorem, 389
Voids, 556
Voigt-Profil, 374
Vollmond, scheinbare Helligkeit, 312
Vorhauptreihenstern, 424
Voyager, 210, 221
Voyager 2, 292

W

W-Ursae-Majoris-Sterne, 343
W-Virginis-Cepheiden, 456
Wachstumskurve, 376
Wallenstein, 55
Wärme, latente, 172
Wärmeleitung, 301, 360, 399, 405
Wärmeleitungsgleichung, 651
WASP, *siehe* Wide Angle Search for Planets
Wasser, 618
  Europa, 217
Wasserstoff
  Feinstruktur, 354
  metallischer, 211
  neutraler, 479
Wasserstoffatom, 151
Wasserstoffbombe, 280
Wasserstoffbrennen, 407, 410
Wavefront sensor, 126
Weakly Interacting Particle (WIMP), 515, 589, 596
Weber-Fechner-Gesetz, 312
Wechselwirkung
  schwache, 600
  starke, 600
Wechselwirkung,elektroschwache, 601
Wega, 27, 57, 313, 315, 341, 379
Wegener, A., 173
Weglänge, freie, 401
Weihnachtsfest, 17
Weinberg, S., 601
Weisberg, J., 62
Weiße Löcher, 447
Welle
  elektromagnetische, 148
  hydromagnetische, 305
  polarisiert, 148
Wellenfunktion, 348
Wellengleichung, 383, 652
Wellenlänge, 145
Wellenvektor, 154
Weltraumwetter, 35
Weltsystem
  geozentrisches, 48
  heliozentrisches, 46, 259
Weltzeit, 15
Wetter, 180
Wheeler, A., 62
Whipple, 241
Whirlpoolgalaxie, 528
Wide Angle Search for Planets (WASP), 624
Widmanstetter'sche Ätzmuster, 249
Wien'sche Temperatur, 326
Wien'sches Gesetz, 151, 420
Wiggly lines, 268
Wilson, 62, 590
Wilson-Bappu-Effekt, 465, 493
Wilson-Effekt, 274
WIMP, *siehe* Weakly Interacting Particle

WINGS, 556
Winkeldispersion, 145
Wirkungsgrad, 98
Wirkungsquerschnitt, 409
WMAP, 588
Wolf, M., 88
Wolf, R., 289
Wolf-Diagramm, 476
Wolf-Rayet-Sterne, 463
Wolter-Teleskop, 143
Würm-Eiszeit, 174
Wurmloch, 447

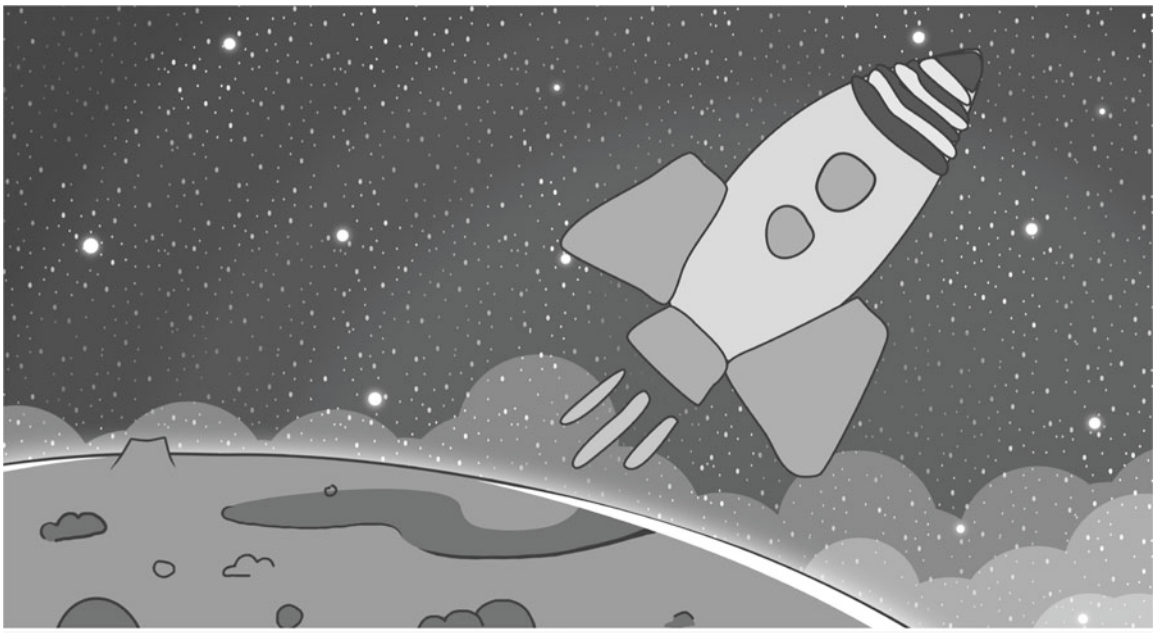
X
X-Ray Binary, 551
Xena, 59
XMM Newton, 144
XO Teleskop, 624
XRB, *siehe* X-Ray Binary

Y
YOHKOH, 286
Yucatan, 183

Z
Zeeman-Doppler-Imaging, 340
Zeeman-Effekt, 155, 274, 337
  anomaler, 157
  longitudinaler, 155
  transversaler, 155
Zeipel, Theorem, 390
Zeit, bürgerliche, 14
Zeitbestimmung, 33
Zeitdilatation, 572
Zeitgleichung, 13
Zeitmesser, 33
Zeitmittel, 95
Zeitzone, 14
Zel'dovich, 450
Zenit, 6
Zerfall, radioaktiver, 174
Zerodur, 127
Zirkumpolarsterne, 8
Zodiakallicht, 162, 249
Zone
  habitable, 75, 627
  of avoidance, 498
Züricher Klassifikation, 276
Zustandsgleichung, 171, 395
Zweifarben-Diagramm, 336
Zweikörperproblem, 78
  Bahnform, 80
  Drehimpulssatz, 80
  Energiesatz, 81
  Erhaltungssätze, 80
  Flächensatz, 80
  Integrale, 79
  Kegelschnitte, 81
Zwerge
  brauner, 434, 621
  weißer, 431
    Rotverschiebung, 325
    Schallgeschiwndigkeit, 394
Zwergnovae, 461
Zwergplanet, 59, 63, 162, 231
Zwergstern, 333
Zwicky, F., 61, 62
Zyklotronfrequenz, 486
Zyklus, magnetischer, 276

Springer Spektrum

springer-spektrum.de



Auf zu neuen Lernwelten - mit Springer Spektrum!

Die neue Springer Lehrbuchplattform für dein Physikstudium

Mit Lexikon, Prüfungsfragen und Videos für das Bachelor- und Masterstudium

- Du willst dich online auf deine Prüfungen vorbereiten?
- Du hast das passende Lehrbuch noch nicht gefunden?
- Du stehst kurz vor einer Prüfung, hast aber noch keinen Überblick?

Kein Problem: Auf lehrbuch-physik.springer.com haben wir wichtige Springer Spektrum-Lehrbücher zu allen Themen der Physik zusammengestellt! Dazu gibt es umfangreiche Materialien und Lernangebote: Lernkarten zu den einzelnen Lehrbüchern, ein umfangreiches Lexikon, interessante, thematisch passende Videos, unsere Facebook News und vieles mehr! Für Dozentinnen und Dozenten gibt es exklusiv vorbereitete Präsentationen mit Abbildungen passend zur Vorlesung.

lehrbuch-physik.springer.com

Part of SPRINGER NATURE

A75957