

Gerd Wöstenkühler

Grundlagen der Digitaltechnik

Elementare Komponenten,
Funktionen und Steuerungen



Wöstenkühler
Grundlagen der Digitaltechnik



Bleiben Sie einfach auf dem Laufenden:
www.hanser.de/newsletter

Sofort anmelden und Monat für Monat
die neuesten Infos und Updates erhalten

Gerd Wöstenkühler

Grundlagen der Digitaltechnik

Elementare Komponenten, Funktionen
und Steuerungen

Mit 317 Bildern, 117 Tabellen und 54 Aufgaben mit Lösungen



Fachbuchverlag Leipzig
im Carl Hanser Verlag

Prof. Dr.-Ing. Gerd Wöstenkühler lehrt Mess-, Analog- und Digitaltechnik am Fachbereich Automatisierung und Informatik der Hochschule Harz.

Alle in diesem Buch enthaltenen Programme, Verfahren und elektronischen Schaltungen wurden nach bestem Wissen erstellt und mit Sorgfalt getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund ist das im vorliegenden Buch enthaltene Programm-Material mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Art aus der Benutzung dieses Programm-Materials oder Teilen davon entsteht.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN: 978-3-446-42737-2

E-Book-ISBN: 978-3-446-42952-9

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – mit Ausnahme der in den §§ 53, 54 URG genannten Sonderfälle –, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2012 Carl Hanser Verlag München

Internet: <http://www.hanser.de>

Lektorat: Dr. Martin Feuchte

Herstellung: Dipl.-Ing. Franziska Kaufmann

Satz: le-tex publishing services GmbH, Leipzig

Coverconcept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München

Coverrealisierung: Stephan Rönigk

Druck und Bindung: Friedrich Pustet KG, Regensburg

Printed in Germany

Vorwort

Unsere Welt wird in zunehmendem Maße digitalisiert. Moderne Verfahren ermöglichen den Einsatz immer komplexerer Bausteine. Hiermit können vorhandene Realisierungen preiswerter erstellt, mit zusätzlichen Funktionen ausgestattet und/oder durch digitale Steuerungen ersetzt werden. Die Werkzeuge zur Erstellung dieser digitalen Funktionen und Steuerungen verwenden immer häufiger Abstraktionen. Die Kenntnisse der elementaren Grundschaltungen ermöglichen eine effektivere Nutzung der eingesetzten Tools.

Dieses Buch vermittelt die Grundlagen digitaler Funktionen und Steuerungen. Es ist nicht das Ziel, komplexe Entwurfswerkzeuge durch manuelle Synthese zu ersetzen, sondern die Kenntnisse über elementare Komponenten und Strukturen zu vermitteln, mit denen moderne Entwurfswerkzeuge effizienter eingesetzt werden können.

Die Inhalte des Buches basieren auf dem Lehrplan der Grundlagen-Vorlesungen „Digitaltechnik“ und „Digitale Systeme“, die ich seit vielen Jahren an der Hochschule Harz in Wernigerode halte. Zielgruppe sind Studierende elektrotechnischer Bachelor-Studiengänge, aber auch interessierte Studierende anderer technischer Ausbildungsrichtungen. Das Verständnis digitaler Grundlagen wird durch eine schrittweise Vertiefung und umfangreiche Übungsmöglichkeiten vermittelt. Das Buch eignet sich neben der Vorlesungsbegleitung auch zur Prüfungsvorbereitung und zum Selbststudium.

Mein Dank geht an die Mitarbeiter des Hanser Verlages, Frau Mirja Werner, die dieses Werk initiiert hat, Herrn Dr. Martin Feuchte für die Betreuung während der Abschlussphase und Frau Franziska Kaufmann für die technische Realisierung. Auch bedanke ich mich bei meiner Frau für die Unterstützung bei der Korrektur des Manuskripts und ihr Verständnis, dass ich viel Zeit in dieses Buch investiert habe.

Paderborn, Januar 2012

Gerd Wöstenkühler

Inhalt

1	Einleitung	11
1.1	Analoge und digitale Darstellungsformen	11
1.1.1	Analoge Größendarstellung	11
1.1.2	Digitale Größendarstellung	12
1.2	Binäre und logische Zustände	13
1.3	Zahlensysteme	14
1.3.1	Zahlendarstellungen	14
1.4	Codierungen	17
1.4.1	Binär Codierte Dezimalziffer	17
1.4.2	Gray-Code	18
1.5	Verarbeitungsgeschwindigkeit	20
2	Logische Verknüpfungen	21
2.1	Grundfunktionen und Grundglieder	21
2.1.1	UND-Verknüpfung	21
2.1.2	ODER-Verknüpfung	23
2.1.3	NEGATION	24
2.1.4	Verstärker	25
2.2	Zusammengesetzte Elemente	26
2.2.1	NAND-Verknüpfung	26
2.2.2	NOR-Verknüpfung	26
2.2.3	ANTIVALENZ-Verknüpfung	27
2.2.4	ÄQUIVALENZ-Verknüpfung	29
2.2.5	Implikation	29
2.2.6	Inhibition	30
2.2.7	Verknüpfungen bei Gliedern mit zwei Eingängen	30
2.2.8	Wichtige Glieder mit mehr als zwei Eingängen	32
2.3	Schaltungsanalyse	33
2.4	Aufgaben	34

3	Schaltalgebra	36
3.1	Variable und Konstante	36
3.2	Rechenregeln	37
3.2.1	Postulate	37
3.2.2	Theoreme der Schaltalgebra	38
3.2.3	Kommutativgesetz	39
3.2.4	Assoziativgesetz	39
3.2.5	Distributivgesetz	40
3.2.6	De-Morgansche-Gesetze	40
3.2.7	Bindungsregel	41
3.3	Aufgaben	42
4	Schaltungssynthese	45
4.1	Normalformen	45
4.1.1	Disjunktive Normalform	45
4.1.2	Konjunktive Normalform	47
4.2	Schaltungsvereinfachung	48
4.2.1	Algebraische Vereinfachung	48
4.2.2	Grafische Vereinfachung	50
4.2.2.1	KV-Diagramm mit zwei Variablen	50
4.2.2.2	KV-Diagramm mit drei Variablen	51
4.2.2.3	KV-Diagramm mit vier Variablen	52
4.2.2.4	KV-Diagramm mit fünf Variablen	53
4.2.2.5	KV-Diagramm mit sechs und mehr Variablen	54
4.2.2.6	Don't-Care-Felder	55
4.2.3	Algorithmische Umformung (Quine-McClusky)	56
4.3	Aufgaben	59
5	Schaltnetze	61
5.1	Darstellung	62
5.2	Codeumsetzer	63
5.3	Datenselektor	65
5.4	Demultiplexer	67
5.5	Adressdecoder	69
5.6	Addierer	72
5.6.1	Halbaddierer	72
5.6.2	Volladdierer	73
5.7	Komparator	75
5.8	Aufgaben	79

6	Zeitabhängige binäre Schaltungen	82
6.1	Übersicht	82
6.2	RS-Flipflop (RS-FF)	86
6.2.1	Realisierung mit NOR-Gatter	86
6.2.2	Realisierung mit NAND-Gatter	90
6.3	Taktzustandsgesteuerte Flipflops	91
6.3.1	RS-FF (taktzustandsgesteuert)	91
6.3.2	D-FF (taktzustandsgesteuert)	94
6.3.3	JK-FF (taktzustandsgesteuert)	96
6.3.4	JK-MS-FF (taktzustandsgesteuert)	98
6.4	Taktflankengesteuerte Flipflops	100
6.4.1	RS-FF (einflankengesteuert)	101
6.4.2	D-FF (einflankengesteuert)	102
6.4.3	JK-FF (einflankengesteuert)	105
6.4.4	T-FF (einflankengesteuert)	106
6.4.5	RS-MS-FF (zweiflankengesteuert)	106
6.4.6	JK-MS-FF (zweiflankengesteuert)	107
6.5	Charakteristische Gleichung	108
6.6	Synthese-Tabellen	110
6.7	Monostabile Kippstufen	111
6.8	Taktgeneratoren	114
6.9	Aufgaben	115
7	Einfache sequenzielle Schaltungen	117
7.1	Zählerschaltungen	117
7.1.1	Asynchronzähler	118
7.1.2	Synchronzähler	122
7.2	Frequenzteiler	131
7.3	Schieberegister	135
7.4	Aufgaben	139
8	Getaktete Schaltwerke	141
8.1	Einführung	141
8.2	Mealy-Automat	147
8.3	Moore-Automat	154
8.4	Aufgaben	159

9	Hardware	161
9.1	Einführung	161
9.2	Schaltkreisentwicklung	162
9.3	Physikalische Randbedingungen	166
9.3.1	Spannungsbereiche	166
9.3.2	Strombereiche	167
9.3.3	Geschwindigkeitsbereiche	169
9.3.4	Gehäuse	172
9.4	Spezielle Ausgänge	174
9.4.1	Tri-State-Ausgang	175
9.4.2	Open-Kollektor-Ausgang	177
9.5	Spezielle Eingänge	178
9.6	Strukturen komplexer Bausteine	183
10	Musterlösungen	190
10.1	Lösungen zu Kapitel 2	190
10.2	Lösungen zu Kapitel 3	193
10.3	Lösungen zu Kapitel 4	197
10.4	Lösungen zu Kapitel 5	204
10.5	Lösungen zu Kapitel 6	210
10.6	Lösungen zu Kapitel 7	215
10.7	Lösungen zu Kapitel 8	222
Verzeichnis von Formelzeichen und Abkürzungen		229
Literatur		235
Index		237

1

Einleitung

Digitaltechnische Realisierungen sind in der heutigen Zeit nicht mehr wegzudenken. Man ist es gewohnt, Handy und Digitalfernseher zu verwenden. Die Funktionsweise ist den meisten Benutzern nicht bekannt und wird für die Benutzung digital arbeitender Geräte auch nicht benötigt. Technikinteressierte möchten jedoch mehr über die Funktionsweise wissen. Hierzu könnte man ein komplexes digitaltechnisches Gerät in seine Funktionsgruppen und weiter in seine Einzelkomponenten auflösen und deren Wirkungsweise vertiefen (**Top-Down Design**). Anschließend weiß man, wie dieses Gerät funktioniert, aber die Anpassung für weitere Anwendungen wurde nicht trainiert. Dieses Buch verwendet die andere Entwurfsrichtung. Basierend auf den Grundelementen, wird deren Zusammenschaltung zu einfachen Funktionsgruppen beschrieben und erläutert, sodass hieraus komplexere Geräte für verschiedene Anwendungen erstellt werden können (**Bottom-Up Design**). Dieses Buch beschreibt die rudimentären Elemente und grundlegenden Funktionsgruppen der Digitaltechnik. In der Einleitung werden die verwendeten Begriffe erläutert.

■ 1.1 Analog und digitale Darstellungsformen

1.1.1 Analoge Größendarstellung

Viele uns bekannte Größen sind analoger Natur. Hierunter fallen u. a. Abstand, Temperatur, elektrische Spannung etc. Zur Beschreibung dieser Größen wurden analoge Darstellungen verwendet wie Länge an einem Referenzmaßstab (Metermaß), Flüssigkeitsthermometer, Zeigerinstrumente etc. Die verwendeten Werteangaben in diesem Bereich gehören zu den reellen Zahlen \mathbb{R} . Die Zuordnung zwischen Messwert (z. B. elektrische Spannung) und Darstellungs-wert (z. B. Winkeländerung der Zeigerposition) ist eine kontinuierliche Funktion. Bild 1.1 zeigt beispielhaft den Zusammenhang einer analogen Abbildungsfunktion. Theoretisch könnte bei

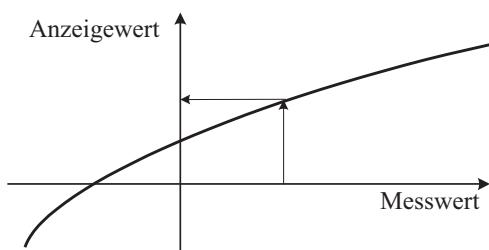


Bild 1.1 Abbildungsfunktion
analog → analog

unendlicher Genauigkeit vom Anzeigewert auf den exakten verursachenden Messwert zurückgeschlossen werden. Grenzen sind durch die Ablesegenauigkeit gegeben, die häufig bei der dritten Stelle aufhört. Bei Mess- und Übertragungssystemen gibt es noch den unteren und oberen Grenzwert, die den Dynamikbereich der Anordnung vorgeben. Vorteil der analogen Darstellung ist u. a. die schnelle Erfassung sowie die Erkennung von Tendenzwerten (z. B. analoganzeigende Messgeräte). Dieser Vorteil wird häufig bei der Ausgabe digitaler Größen verwendet, wie z. B. bei der analoganzeigenden Digitaluhr.

1.1.2 Digitale Größendarstellung

Die Bezeichnung „digital“ kommt aus dem Lateinischen (lat. *digitus* Finger (oder Zehe), zählen mit den Fingern). Sie beschreibt eine diskrete Größendarstellung also eine abzählbare Menge. Einige Größen sindzählbar (z. B. Anzahl von Eiern (Grundmenge ein Ei)), andere werden durch Quantisierung analoger Größen inzählbare digitale Einheiten unterteilt (z. B. Gewichtsklassen von Eiern (Klassen S, M, L oder XL)). Verwendet man sehr viele Klassen oder Stufen (z. B. bei Digitalwaagen), so erhält man bei vernachlässigbarer Klassenbreite bzw. Stufenhöhe einen nahezu kontinuierlichen Verlauf (ähnlich der analogen Abbildung). Bild 1.2 zeigt den Zusammenhang einer digitalen Abbildungsfunktion. Bestimmte Wertebereiche werden einem Digitalwert (einer Stufe) zugeordnet. Eine exakte Rekonstruktion des verursachenden Analogwertes ist hierbei prinzipiell nicht möglich, da ein Digitalwert immer einen Bereich der analogen Eingangsgröße abdeckt. Bei der Rekonstruktion wird normalerweise der Mittelwert des Wertebereiches der Stufe als Näherungswert verwendet. Ein anschaulicher Vergleich von analogem und digitalem Wert ist eine Treppe mit einer mitgeführten Fahrradrampe. Die Rampe gibt einen analogen Wert der Höhendifferenz wieder und die Stufen einen digitalen. Zu jeder digitalen Stufe gehört ein Bereich der zugehörigen analogen Höhendifferenz.

Eine häufig zu findende Darstellung entspricht Bild 1.3. Der Messwert in dem Bereich von X_{\min} bis X_{\max} wird in N äquidistante (gleichgroße) Bereiche mit der Breite Q unterteilt. Das **Quant** Q ist normalerweise $Q = (X_{\max} - X_{\min})/N$.

Der Digitalwert wird durch eine Zahl repräsentiert (Zahlendarstellungen werden im nächsten Kapitel erläutert), in der digitalen Welt ist dies häufig eine Dualzahl. Die Dualzahl besteht aus J binären Stellen, wodurch sich eine maximal verwendbare Anzahl von $N = 2^J$ Stufen ergibt. In Bild 1.3 ist dieser Zusammenhang mit einem 3-stelligen Dualcode dargestellt.

Durch die ziffernmäßige Darstellung des Digitalwertes ist eine eindeutige Lesbarkeit gegeben (keine Ableseunterschiede zwischen erster und letzter Stelle). Die Auflösung ergibt sich durch die Quantisierungsstufe Q .

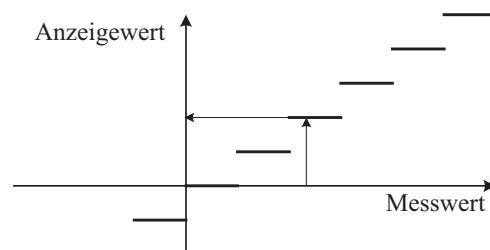


Bild 1.2 Abbildungsfunktion
analog → digital

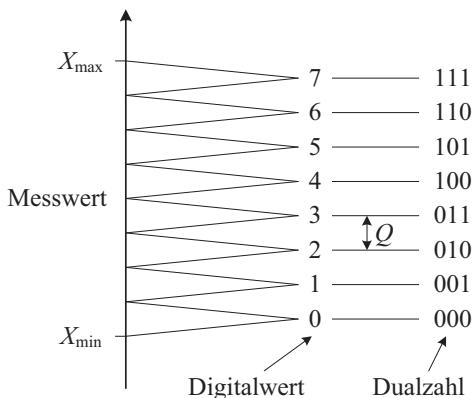


Bild 1.3 Abbildung einer Messgröße in ein digitales Signal bzw. einen digitalen Signalwert

■ 1.2 Binäre und logische Zustände

Eine digitale Größe besteht aus abzählbaren Elementen (Stufen). Ein digitaler Spannungsverlauf ist somit eine Folge von diskreten Spannungswerten (kein kontinuierlicher Übergang). Die Anzahl der Stufen ist beliebig, jedoch begrenzt durch die Unterscheidungsmöglichkeit (begrenzte Genauigkeit bei der Spannungsmessung). Bild 1.4 zeigt einen digitalen Spannungsverlauf mit drei Zuständen (0 V, 5 V und 10 V). Problematisch sind bei entsprechender Verwendung die Übergänge zwischen 0 V und 10 V und zwischen 10 V und 0 V. Aufgrund des analogen Verhaltens von Spannungswerten kann dieser Übergang nicht in der Zeit $t = 0$ erfolgen.

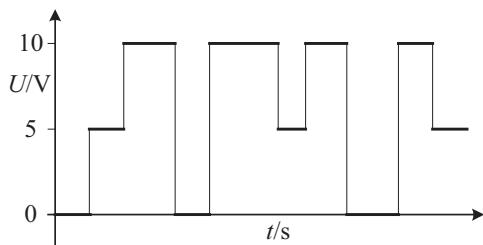


Bild 1.4 Digitales Spannungssignal mit drei Zuständen

Es wird für den Übergang immer ein gewisses, wenn auch sehr kurzes Zeitintervall benötigt. Bei schnellen Signalfolgen (häufiger Wechsel zwischen den Spannungswerten, Zeitspanne für Spannungsänderungen nicht mehr vernachlässigbar) ist der Übergang über die 5 V Stufe problematisch. Bild 1.5 zeigt einen analogen Übergang zwischen 0 V und 10 V mit der un-

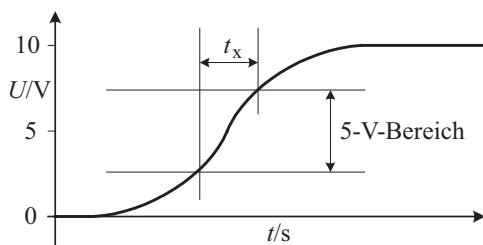


Bild 1.5 Analoger Übergang eines Spannungswechsels von 0 V auf 10 V

gewünschten Übergangszeit t_x . Der für die 5V Stufe verwendete Spannungsbereich (Messgenauigkeit dieser Stufe, etc.) wird durchlaufen und dies könnte zur Detektion dieser nicht im eigentlichen Spannungsverlauf angezeigten Spannungsstufe führen.

Ein digitales Signal mit mehr als zwei Zuständen ist deshalb für einfache Realisierungen nicht geeignet. Zwei Spannungsbereiche lassen sich durch einen Übergang (einen Schwellwert) unterscheiden. Ein zweiwertiges Signal hat zwei mögliche Zustände und wird deswegen binäres Signal genannt (lat. binär = aus 2 Einheiten bestehend). Die allgemein angewandte Digitaltechnik arbeitet mit binären Signalen.

Vorteil dieser Signale ist, dass sich die zwei Bereiche leicht unterscheiden und, was häufig vorkommt, zur Vermeidung von Störeinflüssen vergleichsweise gut verstärken lassen (ein durch Störeinflüsse verschwommenes Signal wird rekonstruiert). Der negativere Bereich wird mit L (Low) und der positivere Bereich mit H (High) gekennzeichnet. Diesen Bereichen müssen logische Zustände zugeordnet werden. Bei positiven Betriebsspannungen entspricht normalerweise H der logischen 1 (wahr, zutreffend oder ja) und L der logischen 0 (falsch, nicht zutreffend oder nein). Es existiert auch die umgedrehte Zuordnung, die in der Regel mit negativer Betriebsspannung gekoppelt ist. Sie wird als **negative Logik** bezeichnet ($0 \hat{=} H$, $1 \hat{=} L$). Diese Zuordnung ist bei den derzeitigen Realisierungen eigentlich nicht mehr anzutreffen und man nimmt stillschweigend die **positive Logik** an ($1 \hat{=} H$, $0 \hat{=} L$). Bei der Diskussion logischer Verknüpfungen werden 0 und 1, bei der hardwaremäßigen Realisierung mit Logikelementen die Bezeichnungen L und H verwendet.

Binäre Systeme sind in fast allen technischen Geräten vorhanden.

Vorteile

- Verarbeitet werden nur zwei Werte (0 und 1 bzw. L und H)
- Impulse (Rechteckimpulse) sind einfach und vollständig regenerierbar
- Einfache Verstärkung (Schalter, Relais)
- Verknüpfen, verteilen und sortieren von Informationen mittels logischer Schaltungen
- Speicher einfach realisierbar
- Mathematische Probleme werden auf Addition zurückgeführt und gelöst
- Verschiedene mathematische Probleme können mit derselben Schaltung gelöst werden
- Genauigkeit kann durch Vergrößern der Stellenzahl beliebig erhöht werden

Nachteile

- Prinzipieller Fehler durch Rasterung (Quantisierungsstufe Q bestimmt Fehlergröße)

■ 1.3 Zahlensysteme

1.3.1 Zahlendarstellungen

Im Laufe der Zeit haben sich verschiedene, teilweise anwendungsspezifische Zahlensysteme entwickelt, von denen hier einige exemplarisch vorgestellt werden.

5 mal	I	wird durch	V	dargestellt	(= 5)
2 mal	V	wird durch	X	dargestellt	(= 10)
5 mal	X	wird durch	L	dargestellt	(= 50)
2 mal	L	wird durch	C	dargestellt	(= 100)
5 mal	C	wird durch	D	dargestellt	(= 500)
2 mal	D	wird durch	M	dargestellt	(= 1000)

Tabelle 1.1 Bündelungen des Römischen Zahlensystems

In der **Abzählschreibweise** werden gleichwertige Striche verwendet, wie es von Kaffeelisten oder Bierdeckeln bekannt ist. Zur Übersicht gibt es die Bündelung, bei der nach vier Strichen der fünfte über diese vier gezeichnet wird und diese Gruppe (dieses Symbol) eine Fünf repräsentiert. Die Position der Striche ist ohne Bedeutung. Diese Darstellung verwendet den Zahlenraum \mathbb{N} (ganze Zahlen) und ist nur für kleine Mengen einsetzbar.

Das **Römische Zahlensystem** deckt ebenfalls nur den positiven Ganzzahlenbereich \mathbb{N} ab und verwendet die Zweier- und Fünfer-Bündelung wie in Tabelle 1.1 angegeben.

Außerdem wird die Stellenschreibweise verwendet. Hierdurch entscheidet die Position über den Wert der Zahl. Die Zahl Vier wird z. B. nicht durch IIII sondern durch IV (5 – 1) dargestellt und unterscheidet sich aufgrund der Stellenschreibweise von der Sechs dargestellt durch VI (5 + 1). Das Zahlensystem ist unhandlich und eignet sich nicht für Rechenoperationen.

Bei der **Stellenschreibweise** ergibt sich der Wert nicht nur durch die verwendeten Symbole wie bei den Römischen Zahlen sondern durch die Position innerhalb der Darstellung. Das Bildungsgesetz zeigt Gleichung 1.1

$$N = \left(\sum_{j=0}^{J-1} n_j \cdot W_j \right) \quad (1.1)$$

Hierbei hat jede Stelle j einen Wert W_j . Bei der Angabe 01:02:03:04 muss der Wert jeder Stelle bekannt sein. Hier könnte es Tag:Stunde:Minute:Sekunde sein. Der Wertebereich der linken Stelle mit dem Wert 1 ist der Tag, der mit dem Faktor 24 auf eine Stundenzahl umgerechnet werden kann. Der Wert 2 (Werte von 0 bis 23 sind an dieser Stelle möglich) kann mit dem Faktor 60 auf Minuten umgerechnet werden. Der Wert 3 (Werte von 0 bis 59 sind an dieser Stelle möglich) kann mit dem Faktor 60 auf Sekunden umgerechnet werden. Der angegebene Wert umgerechnet in die kleinste Einheit, in diesem Fall die Sekunde, ergibt:

$$N = (1 \cdot (24 \cdot 60 \cdot 60) + 2 \cdot (60 \cdot 60) + 3 \cdot (60) + 4 \cdot (1)) = 93\,784 \quad (1.2)$$

Rechenoperationen mit der Stellenschreibweise sind aufgrund der Umrechnungsfaktoren, die z. B. bei der Umrechnung von Monaten in Tage vom jeweiligen Monat abhängen, ungünstig. Innerhalb der jeweiligen Stelle wird der Wert in dem genannten Beispiel bereits mit dem Polyadischen Zahlensystem beschrieben.

Das Bildungsgesetz des **Polyadischen Zahlensystems** für Ganzzahlen \mathbb{Z} zeigt Gleichung 1.3. Hierbei ergibt sich die Wertigkeit einer jeweiligen Stelle aus dem Basiswert B mit der Stellenzahl j als Exponent.

$$N = \left(\sum_{j=0}^{J-1} n_j \cdot B^j \right) \quad (1.3)$$

In dem normalerweise verwendeten **Zehnersystem** ist $B = 10$ und n ein Element der Menge $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Die Zahl 4711 ist eine 4-stellige Zahl ($J = 4$). Die Darstellung des Wertes ist trivial und soll hier zur Verdeutlichung des Rechenweges verwendet werden.

$$N = (4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0) = 4711 \quad (1.4)$$

Diese Zahlendarstellung kann für verschiedene Basiswerte verwendet werden. In der binären Darstellung erhält man das **Dualsystem**. In diesem Fall ist $B = 2$ mit $n \in \{0, 1\}$. Die Dualzahl 1100101_2 (Index 2 kennzeichnet das 2er-System) hat folgenden Wert:

$$N = (1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) = 101_{10} \quad (1.5)$$

Nach dem gleichen System ist das **Oktalsystem** ($B = 8, n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$) aufgebaut. Im Vergleich zu dem Dualsystem werden jeweils 3 Bit (Bit $\hat{=}$ kleinste Einheit) zusammengefasst. Die Dualzahl 1100101_2 wird mit führenden Nullen auf ein Vielfaches von 3 Stellen erweitert zu 001 100 101 und jede Dreiergruppe durch das zugehörige Symbol repräsentiert gemäß 145₈ oder O145 (Oktal 145).

Gebräuchlicher ist das **Sezimalsystem** oder **Hexadezimalsystem**. Hierbei ist $B = 16$ und $n \in \{0, 1, 2, \dots, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$. Da 16 Zeichen benötigt werden, ergänzt man die gebräuchlichen Ziffern um die ersten 6 Buchstaben des Alphabets. Im Vergleich zu dem Dualsystem werden hier 4 Stellen zu einer Hexadezimalziffer zusammengefasst. Die Dualzahl 1100101_2 wird wiederum mit führenden Nullen erweitert zu 0110 0101 und jede Vierergruppe durch das zugehörige Symbol repräsentiert gemäß 65₁₆ oder H65 (Hexadezimal 65).

Im Weiteren werden diese Zahlensysteme nicht zum Rechnen verwendet. Sie dienen gegebenenfalls zur verkürzten Schreibweise verwendeter Bitkombinationen.

Werden diese Zahlen übertragen, so muss der Empfänger wissen, in welcher Reihenfolge die Ziffern übertragen werden. Das höchstwertige Bit (in der Regel links) ist das **MSB (Most Significant Bit)** und das niedwertigste Bit (in der Regel rechts) ist das **LSB (Least Significant Bit)**.

Die Zahlendarstellung kann auch für Nachkommastellen erweitert werden. Eine 5-stellige Zahl mit zwei Vor- und drei Nachkommastellen hat das in Gleichung 1.6 angegebene Bildungsgesetz. Ein Beispiel im Dualcode zeigt Bild 1.6. Jede Nachkommastelle reduziert hierbei die Quantisierungsstufe Q auf die Hälfte. Bei drei Nachkommastellen ist dies $2^{-3} = 0,125$ bzw. $\pm 0,0625$.

$$N = \left(\sum_{j=-3}^1 n_j \cdot B^j \right) \quad (1.6)$$

$$\text{Wertigkeit} \left| \begin{array}{c|c|c|c|c} 2^1 & 2^0 & 2^{-1} & 2^{-2} & 2^{-3} \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right| = 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0,5 + 0 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,125 = 2,625$$

Bild 1.6 Beispiel einer Dualzahl mit Nachkommastellen

Im **Polyadischen Zahlensystem** können Addition, Subtraktion, (Bild 1.7) Multiplikation (Bild 1.8) und Division (Bild 1.9) in gewohnter Weise durchgeführt werden.

b	a	$b+a$		b	a	$b-a$	
0	0	0 0		0	0	0 0	
0	1	0 1	+ 0 1 1 0	0	1	1 1	- 0 1 1 0
1	0	0 1	carry \rightarrow^1	1	0	0 1	borrow \rightarrow^1
1	1	1 0	1 0 1 0	1	1	0 0	0 1 0 0
			—				—
			10				4

Bild 1.7 Beispiele für Addition und Subtraktion im Dual- und Dezimalsystem

b	a	$b \cdot a$	$11 \cdot 0101$	$3 \cdot 05$
0	0	0	11	15
0	1	0	+ 00	+ 0
1	0	0	+ 11	15
1	1	1	+ 00	
			0 1 1 1 1	

$1111 : 11 =$	101	$15 : 3 =$	05
$- 11$	$\overline{01}$	$- 0$	$\overline{15}$
$\overline{01}$		$\overline{15}$	
$- 0$	$\overline{11}$	$- 15$	$\overline{0}$
$\overline{11}$		$\overline{0}$	
$- 11$	$\overline{0}$		

Bild 1.8 Beispiel für die Multiplikation im Dual- und Dezimalsystem

Bild 1.9 Beispiele für die Division im Dual- und Dezimalsystem

■ 1.4 Codierungen

Neben den Zahlensystemen können auch spezielle Codierungen verwendet werden, um die Wertigkeit einer digitalen Bitkombination zu kennzeichnen. In diesem Abschnitt werden zwei gebräuchliche Codierungen und einige damit verbundene Begriffe vorgestellt.

1.4.1 Binär Codierte Dezimalziffer

Für die Darstellung einer mehrstößigen dezimalen Zahl kann jede Ziffer durch einen Dualwert repräsentiert werden. Hierdurch ist die benötigte Hardware zur Umwandlung der übertragenen Bitkombination für alle Stellen gleich. Die Codierung wird **BCD-Code** (Binär Codierte Dezimalziffer) genannt.

Der Code besteht aus vier binären Stellen (4-stellig). Eine Gruppe aus vier Stellen wird **Tetraden**, **Halbbyte** oder **Nibble** genannt. Jeder Spalte kann ein Wert zugeordnet werden, sodass sich der Beitrag des Eintrags in der entsprechenden Spalte aus dem Wert des Symbols (hier 0 oder 1) multipliziert mit dem Wert der Spalte (hier 8, 4, 2, oder 1) ergibt. Aufgrund der Wertigkeiten wird dieser Code auch 8-4-2-1-Code genannt. Unter dem Begriff **Gewicht** versteht man die Anzahl der mit 1 besetzten Stellen. In diesem Fall beträgt das Gewicht je nach Ziffer 0 bis 3 für die jeweils betrachtete Bitkombination. Unter der **Distanz** versteht man die Anzahl der unterschiedlichen Bitstellen verschiedener Codewörter. In diesem Beispiel haben wir die geringste

Ziffer	Wertigkeit			
	8	4	2	1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
-	1	0	1	0
-	1	0	1	1
-	1	1	0	0
-	1	1	0	1
-	1	1	1	0
-	1	1	1	1

Tabelle 1.2 BCD-Code

Distanz mit dem Wert 1 z. B. zwischen den Codierungen von 0 und 1, 0 und 2, 0 und 4 als auch zwischen 2 und 6. Die größte Differenz haben wir zwischen den Codierungen 7 und 8, bei der sich alle vier Stellen unterscheiden und wir deshalb hier die Distanz 4 haben. Unter der **Hamming-Distanz** versteht man den kleinsten Abstandswert. Die Hamming-Distanz ist ein Maß für die Erkennbarkeit von Fehlern und deren Korrigierbarkeit. Ein weiterer Begriff ist stetig. Die Codierung ist **stetig**, wenn benachbarte Codewörter sich immer um die gleiche Anzahl an Bitstellen unterscheiden. In dem BCD-Code ist das nicht der Fall (Distanz 1 zwischen 0 und 1 und Distanz 4 zwischen 7 und 8). Die **Redundanz** R ist ein Maß, das die Menge nicht benötigter Kombinationen beschreibt. Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens der verwendeten Bitkombinationen wird hierbei als gleichverteilt angenommen.

$$R = \text{ld}(N_{\text{möglich}}) - \text{ld}(N_{\text{genutzt}}) = \frac{\log(N_{\text{möglich}})}{\log(2)} - \frac{\log(N_{\text{genutzt}})}{\log(2)} \quad (1.7)$$

Für den BCD-Code ist $R = 4 - 3,322 = 0,678$ und kennzeichnet die Menge nicht benötigter Informationseinheiten. Da jedoch nur ganze Bitstellen verwendet werden, ist dieses Übermaß hinzunehmen. Die nicht verwendeten Bitkombinationen nennt man **Pseudotetraden**.

1.4.2 Gray-Code

Ein Problem des Dualcodes ist die Detektion von Übergängen, z. B. zwischen den Codierungen für 7 und 8. Bild 1.10 zeigt einen Maßstab mit zwei möglichen Positionen eines Lesekopfes. In der linken Position sind die Markierungen auf dem Maßstab eindeutig erkennbar und der Lesekopf liefert die Bitkombination 0110. In der rechten Position liegt der Lesekopf genau an dem Übergang, bei dem sich alle Bitstellen ändern. Hier macht sich der analoge Charakter der Signale bemerkbar. Exemplarisch ist dies an dem positionsabhängigen Signal der Datenspur 2^3 im unteren Bildteil erkennbar. Es gibt einen Übergang, in dem H und L nicht eindeutig

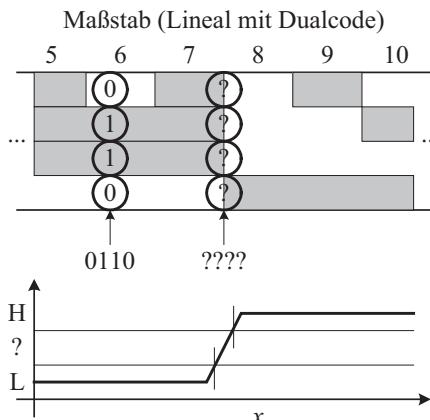


Bild 1.10 Signalwechsel zwischen 7 und 8 eines Maßstabes und der Signalverlauf der Datenspur
 $2^3 = 8$

zugeordnet werden können. Dies trifft bei diesem Übergang für jede Datenspur zu. Hierdurch können prinzipiell alle möglichen Bitkombinationen als Ausgangssignal auftreten; Ursache ist der Wechsel mehrerer Bitstellen benachbarter Bitkombinationen. Der Dualcode ist somit für derartige Positionsbestimmungen nicht geeignet.

Abhilfe schafft eine Codierung, bei der sich benachbarte Bitkombinationen nur um eine Bitstelle unterscheiden. Dies ist der in Tabelle 1.3 angegebene **Gray-Code**.

Ziffer	Wertigkeit			
	–	–	–	–
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	1
3	0	0	1	0
4	0	1	1	0
5	0	1	1	1
6	0	1	0	1
7	0	1	0	0
8	1	1	0	0
9	1	1	0	1
10	1	1	1	1
11	1	1	1	0
12	1	0	1	0
13	1	0	1	1
14	1	0	0	1
15	1	0	0	0

Tabelle 1.3 Gray-Code

Der hier angegebene Gray-Code ist vierstellig. Die jeweiligen Bitstellen sind nicht bewertbar. Es werden alle Bitkombinationen verwendet, dadurch ist die **Hamming-Distanz** eins und die **Redundanz** $R = 0$. Besonderes Kennzeichen ist, dass sich benachbarte Bitstellen immer um ein Bit unterscheiden, deshalb ist dieser Code **stetig**. Bei den 16 verwendeten Bitkombinationen unterscheidet sich das letzte Codewort von dem ersten Codewort ebenfalls nur um eine Bitstelle. Dadurch ist diese Codierung **zyklisch** und für die Ermittlung einer Winkelposition in

rotierenden Messeinrichtungen geeignet. Der Gray-Code ist die Standardcodierung für absolut messende Längen- und Winkelpositionen.

■ 1.5 Verarbeitungsgeschwindigkeit

Vorteil einer „einfachen“ digital arbeitenden Schaltung ist die Geschwindigkeit. Aufgrund der hohen Anzahl an (Rechen-)Operationen mit deren Steuerung ergeben sich bei rechnergestützten Anwendungen merkliche Verzögerungen. In diesem Abschnitt wird eine Übersicht gegeben, die die Vorstellung der Verarbeitungsgeschwindigkeit verdeutlicht, ohne zu sehr ins Detail zu gehen.

Die höchste Geschwindigkeit, die aus dem Physikunterricht bekannt ist, ist die Lichtgeschwindigkeit c mit ca. 300 000 km/s. Die Verarbeitungsgeschwindigkeiten bzw. die Reaktionszeiten verarbeitender Systeme werden durch Distanzen repräsentiert, die Licht in diesem Zeitintervall durchläuft. Eine Übersicht zeigt Tabelle 1.4.

Tabelle 1.4 Gegenüberstellung Zeiteinheit und Strecke (Lichtgeschwindigkeit)

Strecke (technisch)	Zeiteinheit	Strecke (Größenordnung)
300 000 km	1 s	Größenordnung Erde–Mond (ca. 370 000 km)
30 000 km	0,1 s	Größenordnung Erdumfang (ca. 44 000 km)
3 000 km	0,01 s	Größenordnung Europa (Nordkap–Sizilien)
300 km	0,001 s = 1 ms	ca. Luftlinie Hamburg–Frankfurt
30 km	0,1 ms	(bitte selbst ergänzen)
3 km	0,01 ms	(bitte selbst ergänzen)
300 m	0,001 ms = 1 μ s	(bitte selbst ergänzen)
30 m	0,1 μ s	ca. Steinwurf
3 m	0,01 μ s	ca. Deckenhöhe in Schulgebäuden
0,3 m	0,001 μ s = 1 ns	ca. Länge eines DIN-A4-Blattes

Im normalen Tagesablauf reicht eine Zeitauflösung bis in den Sekundenbereich aus. Dies ist eine Größe, die bekannt und dadurch sehr gut vorstellbar ist. Mechanische Systeme haben aufgrund ihrer Trägheit Reaktionszeiten von ms (Millisekunden). Dies ist 1000-mal schneller als eine Sekunde (Verhältnis Millimeter im Vergleich zum Meter).

Normale Rechnersysteme (keine Hochgeschwindigkeitsrechner), die zur Steuerung einfacher Vorgänge verwendet werden, haben Reaktionszeiten von μ s (Mikrosekunden). Die auszuführenden Operationen umfassen wenige Rechenschritte. Dies ist 1000-mal schneller als eine Millisekunde (Verhältnis Millimeter im Vergleich zum Meter).

Digitale Verarbeitungseinheiten haben Reaktionszeiten von wenigen Nanosekunden. Es ist 1000-mal schneller als eine Mikrosekunde (Verhältnis Millimeter im Vergleich zum Meter). Bis das Ergebnis einer einfachen Logikverknüpfung bei Standardgattern vorliegt, legt Licht näherungsweise die Strecke einer Schreibtischslänge zurück. Der Vorteil dieser hohen Geschwindigkeit ist ohne technische Hilfsmittel wie Oszilloskope etc. schwer nachvollziehbar. Die Längenangabe bei Lichtgeschwindigkeiten soll hierbei helfen.

2

Logische Verknüpfungen

In diesem Kapitel werden logische Verknüpfungen erläutert. Die verwendeten Signale können nur einen von zwei Zuständen annehmen, die 0 oder 1 sind und gegebenenfalls auch als „falsch“ oder „wahr“ interpretiert werden können. Zwischenwerte gibt es in der binären Darstellung nicht, so ist ein Schalter entweder geschlossen oder offen. Eine Berechnung analoger Signalwerte unter Berücksichtigung von Widerstandswerten etc. entsprechend der analogen Schaltungstechnik entfällt. Hierdurch wird die Beschreibung der Zusammenhänge deutlich einfacher, wodurch sich der enorme Vorteil binär arbeitender Schaltungen ergibt. Aus den Grundelementen, die sehr schnelle Verarbeitungszeiten (Reaktionszeiten) haben, können komplexe Verknüpfungen zusammengesetzt werden bis hin zu den bekannten Rechner-systemen. In einigen Fällen ist es jedoch notwendig, den analogen Charakter der verwendeten Signalgrößen zu betrachten, da sie durch analoge Spannungsübergänge und Laufzeiten auf Leitungen etc. nicht immer vernachlässigbares Störverhalten aufweisen. Die Realisierung digitaler Schaltungen strebt jedoch an, dass diese Effekte in der normalen Anwendung vernachlässigt werden können. Wahrscheinlichkeiten oder Zwischenwerte, wie sie in der statistischen Beschreibung oder der Fuzzy-Logik verwendet werden, gibt es in der binären Darstellung nicht.

Die Darstellung von Formeln und Symbolen ist in verschiedenen Normen festgelegt. Diese sind u. a.:

DIN 1338 Formelschreibweise und Formelsatz

DIN 5473 Logik und Mengenlehre – Zeichen und Begriffe

DIN EN 60617-7 Graphische Symbole für Schaltpläne – Teil 7: Schaltzeichen für Schalt- und Schutzeinrichtungen

DIN EN 60617-12 Graphische Symbole für Schaltpläne – Teil 12: Binäre Elemente

DIN 66 000 Informationsverarbeitung – Mathematische Zeichen und Symbole der Schalt-algebra

■ 2.1 Grundfunktionen und Grundglieder

2.1.1 UND-Verknüpfung

Die Aussage „Wenn es Tag ist und es wolkenlos ist, dann scheint die Sonne“ enthält eine **UND-Verknüpfung**. Die Schlussfolgerung $z = \text{„Es scheint die Sonne“}$ ist dann und nur dann zutreffend oder wahr, wenn $a = \text{„Es ist Tag“}$ und $b = \text{„Es ist wolkenlos“}$ zutreffend ist (beide Aussagen müssen wahr $\hat{=} 1$ sein). Da in der binären Darstellung nur wahr $\hat{=} 1$ und falsch $\hat{=} 0$ existiert, gibt es z. B. den Zustand „teilbewölkt“ nicht.

b	a	z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabelle 2.1 Wahrheitstabelle einer UND-Verknüpfung

Logische Verknüpfungen können in Tabellenform dargestellt werden. Diese Darstellungen heißen **Wahrheitstabelle** oder **Schaltbelegungstabelle**. Bei zwei zu verknüpfenden Aussagen gibt es vier Kombinationsmöglichkeiten $b : a \in \{0:0; 0:1; 1:0; 1:1\}$. Tabelle 2.1 zeigt den Zusammenhang in tabellarischer Form.

Am Ausgang einer **UND-Verknüpfung** wird nur dann eine 1 ausgegeben, wenn alle Eingänge den Zustand 1 haben. Eine mögliche schaltungstechnische Realisierung ist die Reihenschaltung von Schaltkontakten. Bild 2.1 zeigt beispielhaft eine mögliche Relaisschaltung, die eine UND-Verknüpfung darstellt. Eine grundlegende Realisierung von Logikverknüpfungen durch Schaltkontakte als Basis anwendbarer Rechenregeln wird im nächsten Kapitel vertieft.

Bei einer UND-Verknüpfung (Sprechweise: „ a und b “) reicht eine 0 an den Eingängen aus, um eine 0 am Ausgang zu erzeugen. Die 0 setzt sich durch.

Am Ausgang Z liegt nur dann der Zustand $z = 1$ (H-Pegel) an, wenn beide Eingänge A und B die Zustände $a = b = 1$ (H-Pegel) aufweisen und beide Relais aktiv und dadurch die Schaltkontakte geschlossen sind. In der Darstellung ist berücksichtigt, dass die Großbuchstaben A, B und Z (nicht kursiv geschrieben) den physikalischen Schaltungsknoten (Anschluss bzw. Leitungselement) repräsentieren und die Kleinbuchstaben a , b und z (kursiv geschrieben) die zugehörigen Logikwerte, die jeweils den Zustand 0 oder 1 annehmen können. Hierbei wird die Zuordnung zwischen Schaltungsknoten und der zugehörigen Variable durch den Buchstaben selbst repräsentiert (z. B. a ist der Zustand auf Leitung A).

Jede Schaltung, die die Wahrheitstabelle einer UND-Verknüpfung erfüllt, ist ein UND-Glied. Weitere Bezeichnungen sind z. B. **UND-Gatter**, **UND-Element**, **Konjunktion** oder **AND-Glied**.

Eingänge werden, wenn keine andere Randbedingung eine Abweichung erfordert, mit den ersten Buchstaben des Alphabets und Ausgänge mit den letzten Buchstaben des Alphabets gekennzeichnet.

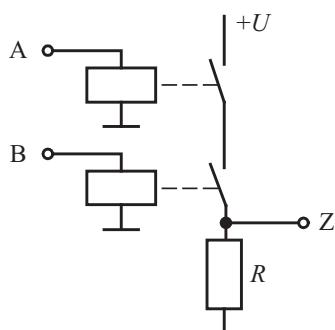
**Bild 2.1** Realisierung einer UND-Verknüpfung mit einer Relaisschaltung



Bild 2.2 Schaltzeichen für eine UND-Verknüpfung

Gleichung 2.1 zeigt gebräuchliche formelmäßige Darstellungen einer UND-Verknüpfung. Im Weiteren wird das Symbol „ \wedge “ verwendet.

$$z = a \wedge b \quad \text{bzw.} \quad z = a \cdot b \quad \text{bzw.} \quad z = a \& b \quad (2.1)$$

Eine grafische Darstellung der UND-Verknüpfung zeigt Bild 2.2. Diese Symbole dienen zur grafischen Beschreibung. Die linke Darstellung wird im Weiteren verwendet. Die rechte Darstellung ist häufig im englischsprachigen Raum zu finden.

2.1.2 ODER-Verknüpfung

Die Aussage „Wenn ich Hunger habe oder wenn ich Durst habe, dann gehe ich in ein Restaurant“ enthält eine **ODER-Verknüpfung**. Die Aussage $z = \text{„Ich gehe in ein Restaurant“}$ ist dann zutreffend oder wahr, wenn die Aussage $a = \text{„Ich habe Hunger“}$ oder die Aussage $b = \text{„Ich habe Durst“}$ zutreffend oder wahr ist. Tabelle 2.2 zeigt diesen Zusammenhang in Form einer Wahrheitstabelle.

b	a	z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabelle 2.2 Wahrheitstabelle einer ODER-Verknüpfung

Das Ausgangssignal einer **ODER-Verknüpfung** ist dann 1, wenn eines oder mehrere der Eingänge den Zustand 1 haben, also ein 1-Signal führen. Eine mögliche schaltungstechnische Realisierung mit Relais zeigt Bild 2.3. Das Ausgangssignal z hat dann ein 1-Signal, wenn eines oder beide Relaiskontakte über die Eingangszustände a bzw. b über ein 1-Signal aktiviert und geschlossen sind.

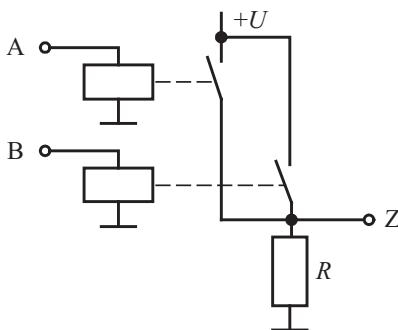


Bild 2.3 Realisierung einer ODER-Verknüpfung mit einer Relaischaltung

Bei einer ODER-Verknüpfung (Sprechweise: „a oder b“) reicht eine 1 an den Eingängen aus, um eine 1 am Ausgang zu erzeugen. Die 1 setzt sich durch.

Jede Schaltung, die die Wahrheitstabelle einer **ODER-Verknüpfung** erfüllt, ist ein ODER-Glied. Weitere Bezeichnungen sind **ODER-Gatter**, **ODER-Element**, **Disjunktion** oder **OR-Glied**.

Gleichung 2.2 zeigt gebräuchliche formelmäßige Darstellungen einer ODER-Verknüpfung. Im Weiteren wird das Symbol „ \vee “ verwendet.

$$z = a \vee b \quad \text{bzw.} \quad z = a + b \quad \text{bzw.} \quad z = a \# b \quad (2.2)$$

Eine grafische Darstellung der ODER-Verknüpfung zeigt Bild 2.4. Diese Symbole dienen zur grafischen Beschreibung. Die linke Darstellung wird im Weiteren verwendet. Die rechte Darstellung ist häufig im englischsprachigen Raum zu finden.

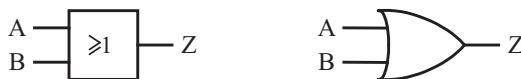


Bild 2.4 Schaltzeichen für eine ODER-Verknüpfung

2.1.3 NEGATION

Die Aussage „Wenn ich nicht genügend Punkte in der Klausur habe, dann bin ich durch die Prüfung gefallen“ enthält eine **NEGATION**. Die Aussage $z = \text{„Ich bin durch die Prüfung gefallen“}$ ist dann zutreffend oder wahr, wenn $a = \text{„Ich habe genügend Punkte in der Klausur“}$ nicht zutrifft bzw. falsch ist. Der Zusammenhang wird in Tabelle 2.3 dargestellt.

a	z
0	1
1	0

Tabelle 2.3 Wahrheitstabelle einer NEGATION

Die NEGATION invertiert den Logikwert, sodass aus einer 1 (wahr) eine 0 (falsch) wird und umgekehrt. Bild 2.5 zeigt mögliche schaltungstechnische Realisierungen.

Bei einer NEGATION (Sprechweise: „nicht a“ bzw. „nicht [...]“) wird der Logikzustand gewechselt (durch eine Negation wird aus einer wahren Aussage (1) eine falsche Aussage (0) und umgekehrt.

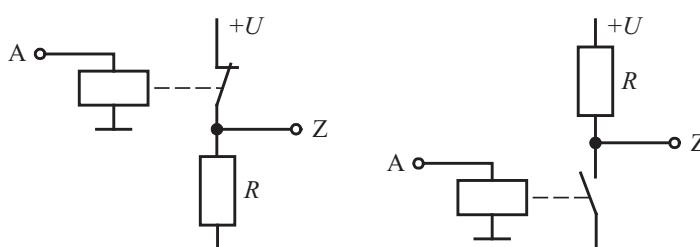


Bild 2.5 Realisierung einer NEGATION

Jede Schaltung, die die Wahrheitstabelle einer **NEGATION** erfüllt, ist ein **NICHT-Glied**. Weitere Bezeichnungen sind **NICHT-Element** oder **NOT-Glied**.

Gleichung 2.3 zeigt gebräuchliche Darstellungen für eine NEGATION. Im Weiteren wird der Überstrich (Negationsstrich) verwendet.

$$z = \overline{a} \quad \text{bzw.} \quad z = \neg a \quad \text{bzw.} \quad z = / a \quad \text{bzw.} \quad z = !a \quad (2.3)$$

Eine grafische Darstellung der NEGATION zeigt Bild 2.6. Die linke Darstellung wird im Weiteren verwendet. Der Negationskreis wird bei der Negation an den Ausgang gezeichnet. Bei komplexeren Symbolen kann er jedoch auch an den Eingängen auftreten. Die rechte Darstellung ist häufig im englischsprachigen Raum zu finden.

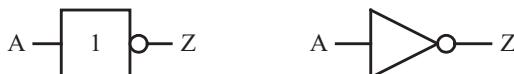


Bild 2.6 Schaltzeichen für eine NEGATION

2.1.4 Verstärker

Im Zusammenhang der Grundelemente sei noch der Verstärker erwähnt. Die Logikaus sage des Signals wird dabei nicht verändert. Er wird verwendet, um Signale, die z. B. übertragungsbedingt die Logikpegel nicht mehr sicher repräsentieren können (durch Störeinflüsse „verrauscht“ sind), zu regenerieren. Ein weiterer Punkt ist die eindeutige Datenflussrichtung, da das Eingangssignal das Ausgangssignal beeinflusst aber das Ausgangssignal keine Rückwirkung auf das Eingangssignal hat. Hiermit können Übertragungspunkte (Eingangsverstärker einer Schaltung oder eines IC (Integrated Circuit)) definiert werden.

Gleichung 2.4 zeigt eine übliche Darstellung.

$$z = a \quad (2.4)$$

Eine grafische Darstellung der Verstärkung zeigt Bild 2.7. Die linke Darstellung wird im Weiteren verwendet. Die rechte Darstellung ist häufig im englischsprachigen Raum zu finden. Das nach rechts zeigende Dreiecksymbol wird allgemein auch als Verstärkungssymbol verwendet.



Bild 2.7 Schaltzeichen für eine Verstärkung

Die Datenflussrichtung ist in dem eigentlichen Symbol nicht zu erkennen. Es ist jedoch allgemein üblich, eine Datenflussrichtung in einem Schaltbild von links-oben nach rechts-unten zu zeichnen (in den bisherigen Darstellungen von links nach rechts). Hieraus ergibt sich die Datenflussrichtung von A nach Z. Ausnahmen bestätigen jedoch manchmal die Regel.

■ 2.2 Zusammengesetzte Elemente

2.2.1 NAND-Verknüpfung

Die NAND-Verknüpfung ist eine Zusammenschaltung einer UND-Verknüpfung mit einer nachgeschalteten NEGATION (s. Bild 2.8).



Bild 2.8 Aufbau eines NAND-Gliedes

Tabelle 2.4 zeigt die Wahrheitstabelle einer NAND-Verknüpfung und Gleichung 2.5 die gleichungsmäßige Beschreibung in verschiedenen Darstellungsvarianten. Im Weiteren wird die erste Darstellung verwendet, da hier der Negationsstrich gleichzeitig eine Klammerwirkung über der unter ihm angegebenen Verknüpfung beinhaltet, wodurch sich eine übersichtliche Darstellung ergibt.

b	a	z
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabelle 2.4 Wahrheitstabelle einer NAND-Verknüpfung

$$z = \overline{a \wedge b} \quad \text{bzw.} \quad z = a \overline{\wedge} b \quad \text{bzw.} \quad z = a | b \quad \text{bzw.} \quad z = \neg(a \cdot b) \quad (2.5)$$

Bei einer NAND-Verknüpfung (Sprechweise: „ a nand b “) reicht eine 0 an den Eingängen aus, um eine 1 am Ausgang zu erzeugen. Eine 0 erzwingt die 1.

Eine grafische Darstellung der NAND-Verknüpfung zeigt Bild 2.9. Die linke Darstellung wird im Weiteren verwendet. Die rechte Darstellung ist häufig im englischsprachigen Raum zu finden.

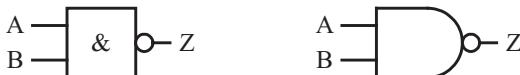


Bild 2.9 Schaltzeichen für eine NAND-Verknüpfung

2.2.2 NOR-Verknüpfung

Die NOR-Verknüpfung ist eine Zusammenschaltung einer ODER-Verknüpfung mit einer nachgeschalteten NEGATION (s. Bild 2.10).



Bild 2.10 Aufbau eines NOR-Gliedes

b	a	z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Tabelle 2.5 Wahrheitstabelle einer NOR-Verknüpfung

Tabelle 2.5 zeigt die Wahrheitstabelle einer NOR-Verknüpfung und Gleichung 2.6 die gleichungsmäßige Beschreibung in verschiedenen Darstellungsvarianten. Im Weiteren wird die erste Darstellung verwendet, da hier der Negationsstrich gleichzeitig eine Klammerwirkung über der unter ihm angegebenen Verknüpfung beinhaltet.

$$z = \overline{a \vee b} \quad \text{bzw.} \quad z = a \overline{\vee} b \quad \text{bzw.} \quad z = a \downarrow b \quad \text{bzw.} \quad z = \neg(a + b) \quad (2.6)$$

Bei einer NOR-Verknüpfung (Sprechweise: „ a nor b “) reicht eine 1 an den Eingängen aus, um eine 0 am Ausgang zu erzeugen. Eine 1 erzwingt die 0.

Eine grafische Darstellung der NOR-Verknüpfung zeigt Bild 2.11. Die linke Darstellung wird im Weiteren verwendet. Die rechte Darstellung ist häufig im englischsprachigen Raum zu finden.

**Bild 2.11** Schaltzeichen für eine NOR-Verknüpfung

2.2.3 ANTIVALENZ-Verknüpfung

Die ANTIVALENZ-Verknüpfung gibt am Ausgang eine 1 aus, wenn beide Eingänge unterschiedliche Logikzustände haben. Das Verhalten zeigt Tabelle 2.6.

b	a	z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabelle 2.6 Wahrheitstabelle einer ANTIVALENZ-Verknüpfung

Die ANTIVALENZ-Verknüpfung gilt als eine der Grundverknüpfungen und hat deshalb ein eigenes Symbol. Die mathematische Beschreibung zeigt Gleichung 2.7 und die grafische ist in Bild 2.12 dargestellt.

$$z = a \leftrightarrow b \quad \text{bzw.} \quad z = a \Leftrightarrow b \quad \text{bzw.} \quad z = a \oplus b \quad (2.7)$$

**Bild 2.12** Schaltzeichen für eine ANTIVALENZ-Verknüpfung

Bei einer ANTIVALENZ-Verknüpfung (Sprechweise: „ a xor b “) wird dann eine 1 ausgegeben, wenn nur einer der beiden Eingänge den Zustand 1 aufweist.

Als elektronisches Grundelement wird diese Verknüpfung aus den bereits bekannten Grundelementen zusammengesetzt. Eine Realisierung zeigt Bild 2.13 und eine weitere Bild 2.14.

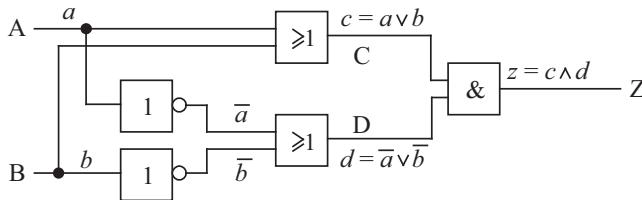


Bild 2.13 Mögliche Realisierung einer Antivalenz-Verknüpfung aus Grundelementen

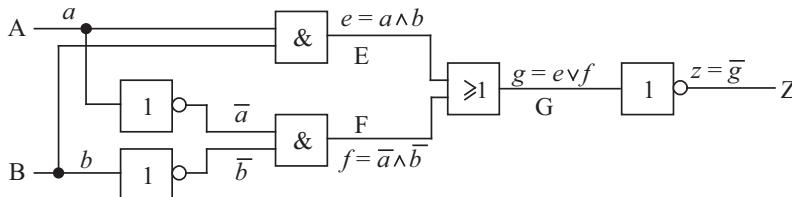


Bild 2.14 Eine alternative Realisierung einer Antivalenz-Verknüpfung aus Grundelementen

Die zugehörigen Schaltfunktionen zeigt Gleichung 2.8. Die Gültigkeit kann mithilfe einer Wahrheitstabelle überprüft werden. Für jeden internen Schaltungsknoten wird der Logikwert basierend auf den Eingangssignalen bestimmt. Tabelle 2.7 zeigt diesen Zusammenhang. Es ist zu erkennen, dass beide Schaltungen die ANTIVALENZ-Verknüpfung realisieren.

$$z = c \wedge d = (a \vee b) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b}) = \bar{g} = \overline{e \vee f} = \overline{(a \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b})} \quad (2.8)$$

Andere Bezeichnungen sind ANTIVALENZ-Glied, EXKLUSIVE-ODER-Glied, XOR-Verknüpfung oder EXKLUSIVE-ODER-Verknüpfung.

Tabelle 2.7 Wahrheitstabelle der Realisierungen einer ÄQUIVALENZ-Verknüpfung

b	a	\bar{b}	\bar{a}	$c = a \vee b$	$d = \bar{a} \vee \bar{b}$	$e = a \wedge b$	$f = \bar{a} \wedge \bar{b}$	$g = e \vee f$	$z = c \wedge d = \bar{g}$
0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	0	1	0

2.2.4 ÄQUIVALENZ-Verknüpfung

Die ÄQUIVALENZ-Verknüpfung gibt am Ausgang eine 1 aus, wenn beide Eingänge identische Logikzustände haben. Das Verhalten wird in Tabelle 2.8 in der Wahrheitstabelle angegeben.

b	a	z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabelle 2.8 Wahrheitstabelle einer ÄQUIVALENZ-Verknüpfung

Die ÄQUIVALENZ-Verknüpfung gilt als eine der Grundverknüpfungen und hat deshalb ein eigenes Symbol. Die mathematische Beschreibung zeigt Gleichung 2.9 und die grafische ist in Bild 2.15 dargestellt.

$$z = a \leftrightarrow b \quad \text{bzw.} \quad z = a \Leftrightarrow b \quad \text{bzw.} \quad z = a \odot b \quad \text{bzw.} \quad z = \overline{a \oplus b} \quad (2.9)$$



Bild 2.15 Schaltzeichen für eine ÄQUIVALENZ-Verknüpfung

Bei einer ÄQUIVALENZ-Verknüpfung (Sprechweise: „ a Doppelpfeil b “) wird dann eine 1 ausgegeben, wenn alle Eingänge den gleichen Zustand aufweisen.

Als elektronisches Grundelement wird diese Verknüpfung ähnlich der Antivalenz zusammengesetzt. Da ANTIVALENZ- und ÄQUIVALENZ-Verknüpfung invers sind, kann hierfür die Schaltung Bild 2.12 am Ausgang negiert bzw. in der Schaltung aus Bild 2.13 die letzte Negation weggelassen werden.

Weitere Bezeichnungen sind ÄQUIVALENZ-Glied oder XNOR-Verknüpfung.

2.2.5 Implikation

Die Implikation beschreibt eine logische Folgebeziehung. Sie beschreibt den Zusammenhang „wenn b , so a “ oder „aus b folgt a “ bzw. „ b implizit a “. Ist Aussage b wahr, so muss Aussage a ebenfalls wahr sein. Ist dies nicht der Fall, so ist diese Relation falsch. Aussage a kann jedoch richtig sein, auch wenn b falsch ist. Die Implikation gibt somit am Ausgang eine 0 (falsch) aus, wenn am ersten Eingang eine 1 (erste Aussage ist richtig) und am zweiten Eingang eine 0 (zweite Aussage ist falsch) anliegt („aus wahr folgt falsch“ ist falsch). Das Verhalten gibt Tabelle 2.9 in der Wahrheitstabelle an.

Die Implikation gilt als eine wichtige Verknüpfung in der Aussagenlogik. Die mathematische Beschreibung zeigt Gleichung 2.10.

$$z = b \rightarrow a \quad \text{bzw.} \quad z = b \Rightarrow a \quad (2.10)$$

b	a	z
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Tabelle 2.9 Wahrheitstabelle der IMPLIKATION

In der Digitaltechnik wird dieser Zusammenhang aus den einfach zu realisierenden Grundelementen ODER und NEGATION entsprechend Gleichung 2.11 zusammengesetzt.

$$z = a \vee \overline{b} \quad (2.11)$$

2.2.6 Inhibition

Der Begriff Inhibition bedeutet Hemmung oder Unterdrückung einer Einflussgröße. In der Logik entspricht dies der negierten Implikation. Tabelle 2.10 zeigt diesen Zusammenhang als Wahrheitstabelle und Gleichung 2.12 als mathematische Beschreibung basierend auf der Implikation.

b	a	z
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

Tabelle 2.10 Wahrheitstabelle der INHIBITION

$$z = \overline{b \rightarrow a} \quad \text{bzw.} \quad z = \overline{a \vee \overline{b}} \quad \text{bzw.} \quad z = \overline{a} \wedge b \quad (2.12)$$

2.2.7 Verknüpfungen bei Gliedern mit zwei Eingängen

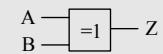
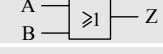
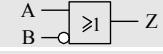
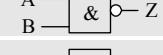
Zwei Eingangsvariablen mit binären Signalen können vier Eingangskombinationen repräsentieren (vier Zeilen in der Wahrheitstabelle). Diese vier Kombinationsmöglichkeiten können 16 binäre Ausgangskombinationen aufweisen. Tabelle 2.11 stellt diese Möglichkeiten in einer Übersicht dar.

Es gibt durchaus unterschiedliche Darstellungsmöglichkeiten der Schaltfunktion, sodass die Äquivalenz durch die Gleichung entsprechend Realisierung Bild 2.12 oder Gleichung entsprechend Bild 2.13 repräsentiert werden kann. Ein Vorteil (oder Nachteil) ist, dass einige Zusammenhänge durch unterschiedliche, aber gleich komplexe (gleichwertige) Beschreibungen dargestellt werden können. Ein Beispiel zeigen Gleichung 2.13 bis Gleichung 2.16 bei der gleichungsmäßigen Beschreibung einer XOR-Verknüpfung.

$$z = a \leftrightarrow b = \overline{(a \wedge b) \vee (\overline{a} \wedge \overline{b})} \quad (2.13)$$

$$z = a \leftrightarrow b = (a \vee b) \wedge (\overline{a} \vee \overline{b}) \quad (2.14)$$

Tabelle 2.11 Verknüpfungen bei Gliedern mit zwei Eingängen (Übersicht)

Wahrheitstabelle <i>ba</i> 00 01 10 11	Schaltfunktion (Math. Gleichung)	Logische Verknüpfung	Schaltsymbol (Beispiel)
0 0 0 0	$z = 0$	Konstante 0 (Falsum)	
0 0 0 1	$z = a \wedge b$	a UND b	
0 0 1 0	$z = \bar{a} \wedge b$	Inhibition	
0 0 1 1	$z = b$	Identität b	
0 1 0 0	$z = a \wedge \bar{b}$	Inhibition	
0 1 0 1	$z = a$	Identität a	
0 1 1 0	$z = a \leftrightarrow b$	a XOR b	
0 1 1 1	$z = a \vee b$	a ODER b	
1 0 0 0	$z = \overline{a \vee b}$	a NOR b	
1 0 0 1	$z = a \leftrightarrow b$	a Äquivalent b	
1 0 1 0	$z = \bar{a}$	Nicht a	
1 0 1 1	$z = \bar{a} \vee b$	Implikation	
1 1 0 0	$z = \bar{b}$	Nicht b	
1 1 0 1	$z = a \vee \bar{b}$	Implikation	
1 1 1 0	$z = \overline{a \wedge b}$	a NAND b	
1 1 1 1	$z = 1 = \bar{0}$	Konstante 1 (Verum)	

$$z = a \leftrightarrow b = (a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b) \quad (2.15)$$

$$z = a \leftrightarrow b = \overline{(a \vee b) \wedge (\bar{a} \vee b)} \quad (2.16)$$

Die Umwandlung von Gleichungen wird in Kapitel 3 und systematisches Vorgehen bei einer Minimierung in Kapitel 4 vertieft.

2.2.8 Wichtige Glieder mit mehr als zwei Eingängen

Die elektronischen Grundelemente sind neben der NEGATION die UND- als auch die ODER-Verknüpfung sowie deren Kombinationen zur NAND- und NOR-Verknüpfung. Antivalenz und Äquivalenz werden aus diesen Elementen nachgebildet. In diesem Abschnitt wird das Verhalten aufgezeigt, wenn mehr als 2 Eingänge verwendet werden.

Bei der UND- als auch ODER-Verknüpfung (mit und oder nachfolgender Negation) bleibt weiterhin erhalten, dass eine 0 oder eine 1 in der Ausgangsspalte auftaucht. Die grafische Darstellung zeigt Bild 2.16. Tabelle 2.12 zeigt die Ausgangssignale bei 4 Eingangssignalen.

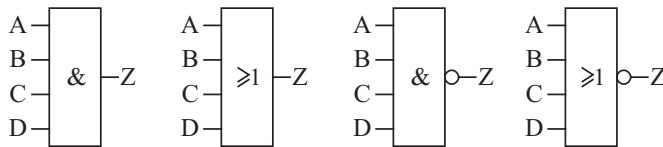


Bild 2.16 Schaltzeichen mit vier Eingängen (UND, ODER, NAND, NOR)

Tabelle 2.12 Verknüpfungen bei Gliedern mit vier Eingängen

$d \ c \ b \ a$	&	≥ 1	=	$2k$	$2k+1$	$= 2$	≥ 2
0 0 0 0	0	0	1	1	0	0	0
0 0 0 1	0	1	0	0	1	0	0
0 0 1 0	0	1	0	0	1	0	0
0 0 1 1	0	1	0	1	0	1	1
0 1 0 0	0	1	0	0	1	0	0
0 1 0 1	0	1	0	1	0	1	1
0 1 1 0	0	1	0	1	0	1	1
0 1 1 1	0	1	0	0	1	0	1
1 0 0 0	0	1	0	0	1	0	0
1 0 0 1	0	1	0	1	0	1	1
1 0 1 0	0	1	0	1	0	1	1
1 0 1 1	0	1	0	0	1	0	1
1 1 0 0	0	1	0	1	0	1	1
1 1 0 1	0	1	0	0	1	0	1
1 1 1 0	0	1	0	0	1	0	1
1 1 1 1	1	1	1	1	0	0	1

Bei der Äquivalenz müssen bei mehreren Eingängen alle Eingangssignale identisch sein, so dass es nur in der ersten und letzten Zeile der Wahrheitstabelle (mit im Dualcode sortierten Eingangskombinationen) zu einer 1 im generierten Ausgangssignal führt. Dieses Verhalten ist häufig unerwünscht. Der Baustein wird deshalb zu einer Paritätserkennung (GERADE-Element) erweitert. Bei zwei Eingängen entspricht dies der ÄQUIVALENZ-Verknüpfung. Bei mehreren Eingängen wird am Ausgang eine 1 erzeugt, wenn eine gerade Anzahl an 1-Signalen an den Eingängen anliegt, also eine binäre Addition (duale Addition ohne Übertrag) eine 0 liefert. Das Symbol hat die Kennzeichnung $2k$ und wird in Bild 2.17 dargestellt. Das Verhalten beschreibt Tabelle 2.12.

Die Antivalenz wird ähnlich erweitert und man erhält eine Imparitätserkennung (UNGERADE-Element, Modulo-2-Element). Das Ausgangssignal liefert eine 1, wenn die Anzahl der an den

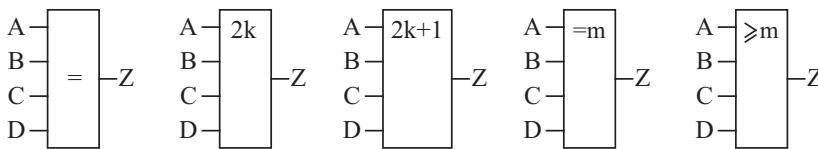


Bild 2.17 Weitere Schaltzeichen mit vier Eingängen (Äquivalenz-, Gerade-, Ungerade-, m-aus-n-, Schwellwert-Element)

Eingängen anliegenden 1-Signale ungerade ist, also die binäre Addition aller Eingangssignale eine 1 liefert. Das Symbol hat die Kennung $2k+1$ und wird in Bild 2.17 dargestellt. Das Verhalten beschreibt Tabelle 2.12.

Eine andere Erweiterung der Antivalenz ist die Bezeichnung „ $= m$ “ und führt zu dem m -aus- n -Element (mit n Eingangsanschlüssen). Liegt genau die Anzahl an 1-Signalen an, wie in dem Symbol mit m angegeben ist, so führt das Ausgangssignal ein 1-Signal. Bei allen anderen Kombinationen ist das Ausgangssignal 0. Tabelle 2.12 zeigt ein Beispiel für $m = 2$.

Eine weitere Erweiterung der ODER-Verknüpfung ist das Schwellwert-Element. Verwendet man mehrere Eingänge, so ist das Ausgangssignal 1, wenn die Anzahl der an den Eingängen anliegenden 1-Signale größer oder gleich der im Symbol „ $\geq m$ “ angegebenen Anzahl m ist. Dabei ist m immer kleiner als die Anzahl der Eingangsanschlüsse n . Für $m = 1$ erhält man das Symbol ≥ 1 und somit die Beschreibung der bekannten ODER-Verknüpfung mit zwei Eingängen. Tabelle 2.12 zeigt ein Beispiel für $m = 2$.

■ 2.3 Schaltungsanalyse

Bei der Schaltungsanalyse ist die Schaltung als Verknüpfung von Logikelementen gegeben. Die Aufgabe besteht darin, eine mathematische Beschreibung des Verhaltens zu ermitteln. Bild 2.18 zeigt z. B. eine Schaltung, deren Verhalten ermittelt werden soll.

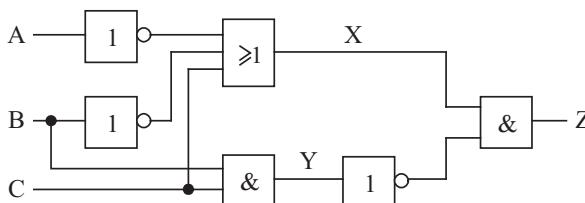


Bild 2.18 Digitale Verknüpfung

Eine Möglichkeit besteht darin, die Struktur der Schaltung durch die Gleichung auszudrücken, wie es auch schon bei der Antivalenzschaltung angewendet wurde. Gleichung 2.17 bestimmt die Gleichung aus der Topologie.

$$z = x \wedge \bar{y} = (\bar{a} \vee \bar{b} \vee c) \wedge \bar{b} \wedge c \quad (2.17)$$

Es ist auch möglich, das Verhalten mithilfe einer Wahrheitstabelle zu bestimmen, um somit eine äquivalente Schaltungsbeschreibung zu erhalten, die das Verhalten der Schaltung

Tabelle 2.13 Verhaltensanalyse der Schaltung aus Bild 2.17

c	b	a	\bar{c}	\bar{b}	\bar{a}	x	y	\bar{y}	z
0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1	0	0
1	1	1	0	0	0	1	1	0	0

wiedergibt, aber nicht die Topologie. Tabelle 2.13 demonstriert das Vorgehen. Es werden drei Eingangsvariablen verwendet und somit sind $2^3 = 8$ Eingangskombinationen möglich. Die Kombinationen sind unabhängig, lediglich zur besseren Übersicht sind sie entsprechend des Dualcodes sortiert. Da einige Eingangsgrößen negiert verwendet werden, sind alle Eingangsgrößen in der negierten Form aufgeführt. Die Zwischengröße x ist die ODER-Verknüpfung der Größen \bar{a}, \bar{b} und c . Es bietet sich an, entsprechend des Zusammenhangs der ODER-Verknüpfung (die 1en setzen sich durch) die von jedem verwendeten Eingang erzeugten 1en in die Spalte x einzutragen und anschließend die freien Plätze mit den 0en aufzufüllen. So erhält man die Zwischengröße x . Die Zwischengröße y ist die UND-Verknüpfung der Größen b und c . Es empfiehlt sich entsprechend des Zusammenhangs der UND-Verknüpfung (die 0en setzen sich durch) die von jedem verwendeten Eingang erzeugten 0en in die Spalte y einzutragen und anschließend die freien Plätze mit den 1en aufzufüllen. Dieses Signal wird invertiert und man erhält damit die Zwischengröße \bar{y} . Das Ausgangssignal ist die UND-Verknüpfung der Zwischengrößen x und \bar{y} . Ergänzt man die Spalte z , so erhält man das Verhalten der Schaltung.

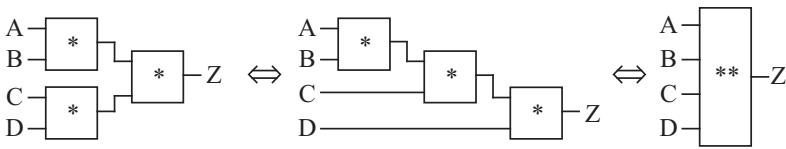
Das Verhalten der so ermittelten Wahrheitstabelle kann z. B. in der in Gleichung 2.18 angegebenen zwei Formen gleichungsmäßig beschrieben werden.

$$z = \overline{(a \wedge b \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge c)} = \bar{b} \vee (\bar{a} \wedge \bar{c}) \quad (2.18)$$

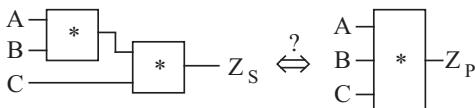
Somit ist das Verhalten der Schaltung in diesem Beispiel bereits durch drei Gleichungen (eine Beschreibungsform in Gleichung 2.17 und zwei Formen in Gleichung 2.18) definiert worden. Je nach Vorgehen können sich unterschiedliche Gleichungen ergeben. In Kapitel 3 werden grundlegende Rechenregeln behandelt, mit denen in Kapitel 4 ein strukturiertes Vorgehen bei der Bestimmung der günstigsten (kürzesten) Gleichung demonstriert und geübt wird.

■ 2.4 Aufgaben

1. Kontrollieren Sie mithilfe der Wahrheitstabelle die Gültigkeit der Gleichungen 2.13 bis 2.16 für die Realisierung einer XOR-Verknüpfung.
2. Überprüfen Sie mithilfe der Wahrheitstabelle die Äquivalenz der in Gleichung 2.17 und in Gleichung 2.18 angegebenen Verknüpfungen (drei Beschreibungen).

**Bild 2.19** Digitale Verknüpfungsstrukturen

- Überprüfen Sie mithilfe der Wahrheitstabelle die Behauptung der in Bild 2.19 angegebenen Topologie der Verknüpfungselemente für UND-Verknüpfungen („*“ entspricht „&“ entspricht „**“).
- Überprüfen Sie den in Aufgabe 3 verifizierten Zusammenhang für NAND-Verknüpfungen.
- Welche Verknüpfung liefert die in Bild 2.19 angegebene Topologie, wenn „*“ eine XOR-Verknüpfung repräsentiert („*“ entspricht „= 1“). Bestimmen Sie das Element, das mit „**“ gekennzeichnet ist.
- Lässt sich das in Bild 2.19 mit „**“ gekennzeichnete Element auch für ÄQUIVALENZ-Verknüpfungen („*“ entspricht „=“) bestimmen?
- Vergleichen Sie das Verhalten der in Bild 2.20 angegebenen Topologie für die Verknüpfung „= 1“ („*“ entspricht „= 1“) und die Verknüpfung „=“ („*“ entspricht „=“).

**Bild 2.20** Digitale Verknüpfungsstrukturen

3

Schaltalgebra

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Schaltalgebra beschrieben. Es ist die formale Darstellung logischer Verknüpfungen. Hiermit lassen sich die Zusammenhänge darstellen und vereinfachen.

Erste Verknüpfungen der mathematischen Aussagenlogik gehen zurück auf Sokrates, Platon und Aristoteles (500–300 v. Chr.). Wichtige Vorarbeiten zur Algebra der Logik lieferte u. a. William Hamilton (schott. Philosoph und Logiker, 1788–1856). Eine geschlossene Darstellung logischer Probleme in algebraischer Form entwickelte George Boole (brit. Mathematiker und Logiker, 1815–1864). Er drückte logische Begriffe durch mathematische Symbole aus und wendete algebraische Gesetze an. Die hieraus entstandene **Boolesche Algebra** ist eine Mengenalgebra. Eine Untergruppe, die **Schaltalgebra**, dient zur Beschreibung und Optimierung von Schaltungen.

Weiterentwicklungen erfolgten von Augustus De Morgan (engl. Mathematiker, 1806–1871) durch die nach ihm benannten Gesetze zur Umwandlung von UND-Verknüpfungen in ODER-Verknüpfungen und umgekehrt. Weiterentwickelt wurde das Gesetz von Claude Shannon (US-amerikanischer Mathematiker, 1916–2001). Ursprünglich diente es zur Analyse und Minimierung von Relaischaltungen und wird inzwischen zur formalen Beschreibung und Umformung von Schaltnetzen verwendet.

■ 3.1 Variable und Konstante

Die Schaltalgebra basiert auf der Darstellung binärer Größen. Es gibt somit nur zwei Werte, den Wert 1 und den Wert 0. Eine **Konstante** repräsentiert diesen Wert unabhängig von irgendwelchen Einflussgrößen. Eine **Schaltvariable** oder **logische Variable** ist von Eingangsgrößen abhängig und repräsentiert je nach Randbedingung den Wert 1 oder den Wert 0. Den Werten können Aussagen zugeordnet werden wie „fährt Fahrrad“ oder „hat Urlaub“. Bei einer 1 ist die Aussage wahr bzw. zutreffend. Bei einer 0 ist die Aussage falsch bzw. nicht zutreffend. Zwischenwerte gibt es aufgrund der binären Darstellung nicht. Zur Darstellung der Variable werden Buchstaben verwendet (a, b, c, \dots). Hierbei beschreiben Kleinbuchstaben (kursiv geschrieben) den Logikzustand der Variable. In einer schaltungstechnischen Realisierung sind diese Logikwerte auf Leitungen, auch Knoten genannt, vorhanden, die mit dem entsprechenden Großbuchstaben (nicht kursiv) gekennzeichnet sind (A, B, C, \dots).

Zur Beschreibung des Verhaltens bedient man sich mechanischer Schaltkontakte (z. B. Relaiskontakte). Wie bei der Zuordnung einer positiven ($1 \doteq H$, $0 \doteq L$) oder negativen Logik ($1 \doteq L$, $0 \doteq H$) könnte man auch hier eine andere Zuordnung festlegen. Es wird bei dieser Zuordnung die Leitfähigkeit eines Netzwerkes mit (Relais-)Kontakten verwendet. Das Netzwerk kann z. B.

eine Unterbrechung aufweisen („Unterbrechung“ entspricht 0) oder einen Strompfad („Kurzschluss“ entspricht 1).

Ein offener Kontakt oder eine offene Verbindung repräsentiert den Wert 0 und ein geschlossener Kontakt oder eine geschlossene Verbindung den Wert 1.

Die Konstante mit dem Wert 1 (Verum) stellt einen immer geschlossenen Schaltkontakt (Kurzschluss) und mit dem Wert 0 (Falsum) einen immer vorhandenen offenen Schaltkontakt (Unterbrechung) dar. Diese Beschreibung eignet sich zur anschaulichen Darstellung von einfachen Logikverknüpfungen. Bild 3.1 zeigt die binären Konstanten und logischen Variablen mit den beiden Zuständen in der Kontakt- oder Schalterdarstellung.

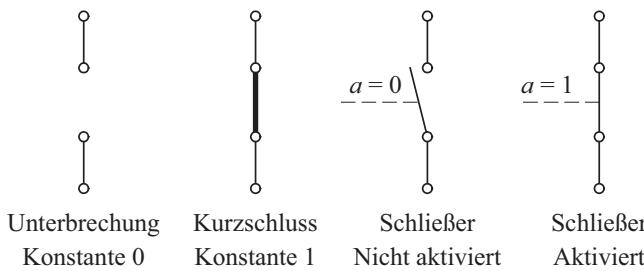


Bild 3.1 Darstellung von logischen Konstanten und Variablen durch Schaltkontakte

■ 3.2 Rechenregeln

3.2.1 Postulate

Postulate oder **Axiome** sind die Verknüpfungen von Konstanten. Sie zeigen in anschaulicher Weise die UND- und die ODER-Verknüpfung sowie die NICHT-Realisierung. Eine Übersicht dieser Wirkungsweise zeigt Tabelle 3.1 für die Reihenschaltung als Repräsentant der UND-Verknüpfung.

Tabelle 3.1 Postulate der Schaltalgebra (UND-Verknüpfung)

$0 \wedge 0 = 0$	$0 \wedge 1 = 0$	$1 \wedge 0 = 0$	$1 \wedge 1 = 1$

Tabelle 3.2 Postulate der Schaltalgebra (ODER-Verknüpfung)

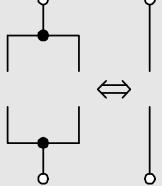
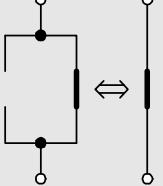
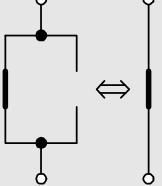
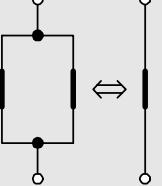
$0 \vee 0 = 0$	$0 \vee 1 = 1$	$1 \vee 0 = 1$	$1 \vee 1 = 1$
			

Tabelle 3.2 zeigt die Parallelschaltung als Repräsentant der ODER-Verknüpfung. Die Gültigkeit dieser Funktionsdarstellung bedarf sicher keiner weiteren Herleitung. Der Vollständigkeit halber zeigt Tabelle 3.3 die Negation in der Konstanten-Darstellung.

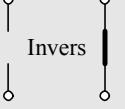
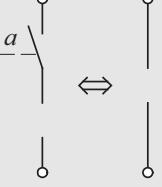
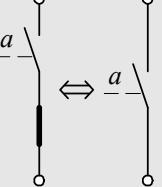
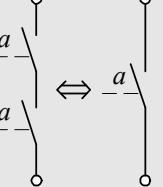
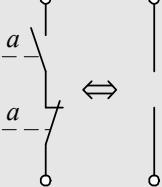
$\bar{1} = 0$	$\bar{0} = 1$
	

Tabelle 3.3 Postulate der Schaltalgebra (NEGATION)

3.2.2 Theoreme der Schaltalgebra

Als weitere, nicht weiter zu beweisende Zusammenhänge stellen die **Theoreme** die Verknüpfung einer Variable mit einer Konstante oder mit der eigenen Variable in nicht negierter oder negierter Form dar. Die Logikverknüpfungen sind wiederum UND (Reihenschaltung) und ODER (Parallelschaltung) sowie die Darstellung der doppelten Negation.

Tabelle 3.4 Theoreme der Schaltalgebra (UND-Verknüpfung)

$a \wedge 0 = 0$	$a \wedge 1 = a$	$a \wedge a = a$	$a \wedge \bar{a} = 0$
			

Auf diesen sehr einfach anmutenden Zusammenhängen basieren die Rechenregeln der Schaltalgebra.

Tabelle 3.5 Theoreme der Schaltalgebra (ODER-Verknüpfung)

$a \vee 0 = a$	$a \vee 1 = 1$	$a \vee a = a$	$a \vee \bar{a} = 1$
$\bar{0} = \bar{1} = 0$		$\bar{1} = \bar{0} = 1$	

Tabelle 3.6 Theoreme der Schaltalgebra (NEGATION)

3.2.3 Kommutativgesetz

Das **Kommutativgesetz** oder **Vertauschungsgesetz** erlaubt es, die Variablen innerhalb einer Verknüpfungsart zu vertauschen. Die Reihenfolge ist damit beliebig. In der normalen Mathematik ist dies die Vertauschbarkeit von Summanden (Addition) oder Faktoren (Multiplikation). Tabelle 3.7 zeigt dies für die UND- und für die ODER-Verknüpfung. Dieses Gesetz ist aus der Mathematik bekannt und wird normalerweise intuitiv angewendet.

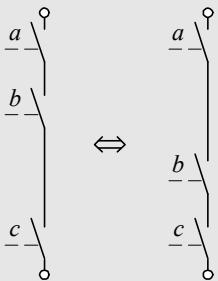
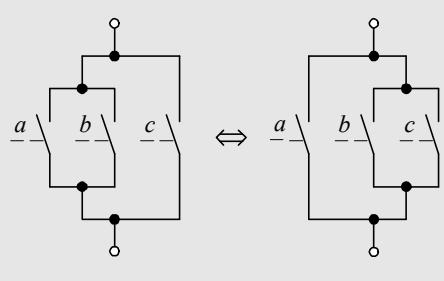
Tabelle 3.7 Kommutativgesetz der Schaltalgebra

$a \wedge b \wedge c = c \wedge a \wedge b$ $a \cdot b \cdot c = c \cdot a \cdot b$	$a \vee b \vee c = c \vee a \vee b$ $a + b + c = c + a + b$

3.2.4 Assoziativgesetz

Das **Assoziativgesetz** oder **Verknüpfungsgesetz** erlaubt es, die Reihenfolge der Verknüpfung innerhalb einer Verknüpfungsart beliebig durchzuführen. Damit ist es innerhalb einer Operationsart egal, ob man die Zusammenfassung von links nach rechts oder von rechts nach links durchführt. Tabelle 3.8 zeigt dies für die UND- und für die ODER-Verknüpfung. Dieses Gesetz ist ebenfalls aus der Mathematik bekannt und wird normalerweise intuitiv angewendet.

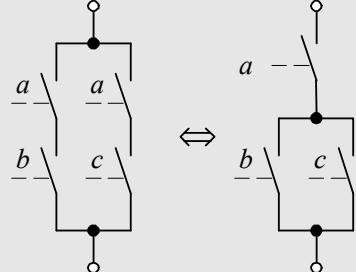
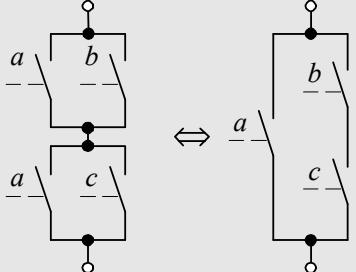
Tabelle 3.8 Assoziativgesetz der Schaltalgebra

$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$ $(a + b) + c = a + (b + c)$
	

3.2.5 Distributivgesetz

Das **Distributivgesetz** oder **Verteilungsgesetz** (auch Ausklammern genannt) ermöglicht die Vereinfachung einer gleichungsmäßigen Beschreibung. Gleichlautende Variablen (oder (Sub-) Terme) können bei ebenfalls gleicher Verknüpfungsart innerhalb zweier verknüpfter Terme herausgenommen werden. Eine übersichtliche Darstellung als auch die gleichungsmäßige Beschreibung in zwei Darstellungsarten zeigt Tabelle 3.9.

Tabelle 3.9 Distributivgesetz der Schaltalgebra

$(a \wedge b) \vee (a \wedge c) = a \wedge (b \vee c)$ $(a \cdot b) + (a \cdot c) = a \cdot (b + c)$	$(a \vee b) \wedge (a \vee c) = a \vee (b \wedge c)$ $(a + b) \cdot (a + c) = a + (b \cdot c)$
	

Im Gegensatz zu der Mathematik, bei der nur „Faktoren“ (UND-Verknüpfungen) ausgeklammert werden können, ist es in der Logik auch bei „Summanden“ (ODER-Verknüpfungen) erlaubt.

3.2.6 De-Morgansche-Gesetze

Der englische Mathematiker hat die Boolesche Algebra mit dem nach ihm benannten Gesetz erweitert. Mit ihr werden u. a. Verknüpfungen auf NAND- bzw. auf NOR-Verknüpfungen umgewandelt. Die Aufteilung eines Gleichungsterms mit einem „langen Negationsstrich“ ist eine

Tabelle 3.10 Gültigkeitstest der De-Morganschen-Gesetze

b	a	\bar{b}	\bar{a}	$a \wedge b$	$\overline{a \wedge b}$	$\bar{a} \vee \bar{b}$	$a \vee b$	$\overline{a \vee b}$	$\bar{a} \wedge \bar{b}$
0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	0	0

wichtige Anwendung. Die Grundgesetze zeigt Gleichung 3.1 und Gleichung 3.2. Tabelle 3.10 stellt die Gültigkeit in Form der Wahrheitstabelle dar.

$$z = \overline{a \wedge b} = \bar{a} \vee \bar{b} \quad (3.1)$$

$$z = \overline{a \vee b} = \bar{a} \wedge \bar{b} \quad (3.2)$$

Die De-Morganschen-Gesetze gelten auch für Verknüpfungen mit beliebig vielen Variablen mit der gleichen Verknüpfungsart (UND bzw. ODER, s. Gleichung 3.3 und Gleichung 3.4).

$$z = \overline{a \wedge b \wedge c \wedge c \wedge \dots} = \bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d} \vee \dots \quad (3.3)$$

$$z = \overline{a \vee b \vee c \vee d \vee \dots} = \bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c} \wedge \bar{d} \wedge \dots \quad (3.4)$$

Hiermit kann jede UND- in eine ODER-Verknüpfung umgewandelt werden oder umgekehrt (s. Gleichung 3.5 und Gleichung 3.6).

$$z = a \wedge b = \overline{\overline{a \wedge b}} = \overline{\bar{a} \vee \bar{b}} \quad (3.5)$$

$$z = a \vee b = \overline{\overline{a \vee b}} = \overline{\bar{a} \wedge \bar{b}} \quad (3.6)$$

Eine Art Verallgemeinerung ist das SHANNONSche Theorem das besagt, dass man das negierte Ausgangssignal eines logischen Ausdrucks erhält, wenn alle Eingänge invertiert und die Logikelemente UND mit ODER (als auch XOR mit XNOR, die in der Schaltungstechnik durch UND- und ODER-Verknüpfungen realisiert werden) vertauscht werden. Gleichung 3.7 stellt diesen allgemeinen Zusammenhang für die Grundelemente dar.

$$z = \overline{f(a, b, c, \dots, \wedge, \vee)} = f(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \dots, \vee, \wedge) \quad (3.7)$$

3.2.7 Bindungsregel

Die höchste Bindungskraft hat die Negation. Hier braucht bei einer Variable keine Klammer gesetzt werden. Bezieht sich die Negation auf einen Ausdruck mit mehreren Variablen, so sind Klammern zu setzen. Bei der hier bevorzugten Schreibweise der Negation wird diese Klammerfunktion durch die Länge des Negationsstriches realisiert (s. Gleichung 3.8).

$$z = \overline{\overline{a \wedge b \wedge c}} = \neg(a \wedge b \wedge c) = (a \wedge b) \overline{\wedge} c \quad (3.8)$$

Bei der Verknüpfung von Variablen kann es zu Mehrdeutigkeiten kommen. Zum Beispiel ist die Verknüpfung in Gleichung 3.9 nicht eindeutig, da sie auf zwei Arten interpretiert werden

könnte.

$$z = a \vee b \wedge c \quad (3.9)$$

Die Operatoren UND als auch ODER haben nach Vorschlag der DIN 5473 gleiche Bindungskraft, wodurch sich diese Mehrdeutigkeit ergibt. Tabelle 3.11 zeigt die Ergebnisse in der Wahrheitstabelle für $(a \vee b) \wedge c$, die nicht mit $a \vee (b \wedge c)$ übereinstimmt. Leicht bevorzugt ist die Berechnung von links nach rechts also $((a \vee b) \wedge c)$.

Tabelle 3.11 Unterschiedliche Interpretation einer Gleichung

c	b	a	$a \vee b$	$(a \vee b) \wedge c$	$b \wedge c$	$a \vee (b \wedge c)$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

In Anlehnung an die Mathematik mit der „Punkt- vor Strich-Rechnung“ wird im normalen Gebrauch die UND- vor der ODER-Verknüpfung berechnet, da die UND-Verknüpfung als Multiplikationspunkt und die ODER-Verknüpfung als Pluszeichen geschrieben werden kann. Hierdurch wird die Berechnung $(a \vee (b \wedge c))$ allgemein bevorzugt. Es ist eine nicht durch die DIN begründete, jedoch angewendete Regel „UND vor ODER“.

Ebenfalls in Anlehnung an die Mathematik, bei der der Multiplikationspunkt in vielen Fällen ohne Beeinflussung der Interpretation weggelassen werden kann, kann auf das UND-Symbol in vielen Fällen verzichtet werden (s. Gleichung 3.10). Hierdurch werden die Gleichungen bevorzugt, die mit UND-Verknüpfungen beginnen. Es ergibt sich hierbei eine kompakte und übersichtliche Darstellung.

$$z = a \vee b \wedge c = a \vee (b \wedge c) = a \vee bc \quad (3.10)$$

■ 3.3 Aufgaben

1. Vereinfachen Sie algebraisch folgende Gleichungen durch Anwenden der in diesem Abschnitt behandelten Rechenregeln:

$$z_1 = a \vee (a \wedge b) = (a \wedge 1) \vee (a \wedge b) \quad (3.11)$$

$$z_2 = a \wedge (a \vee b) \quad (3.12)$$

$$z_3 = a \vee (\overline{a} \wedge b) \quad (3.13)$$

$$z_4 = a \wedge (\overline{a} \vee b) \quad (3.14)$$

$$z_5 = (a \wedge b) \vee (a \wedge \bar{b}) \quad (3.15)$$

$$z_6 = (a \vee b) \wedge (a \vee \bar{b}) \quad (3.16)$$

$$z_7 = (a \wedge b \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge c) \quad (3.17)$$

$$z_8 = (\overline{a} \wedge \overline{b} \wedge \overline{c} \wedge \overline{d}) \vee (\overline{a} \wedge b \wedge \overline{c} \wedge \overline{d}) \vee (\overline{a} \wedge \overline{b} \wedge \overline{c} \wedge d) \vee (\overline{a} \wedge b \wedge \overline{c} \wedge d) \quad (3.18)$$

$$z_9 = \overline{\overline{a} \vee \overline{b}} \wedge \overline{\overline{a} \wedge \overline{b}} \quad (3.19)$$

$$z_{10} = (a \wedge \bar{b} \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}) \vee (a \wedge b \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c}) \quad (3.20)$$

2. Kontrollieren Sie ihr Ergebnis für z_{10} aus Aufgabe 1 mithilfe der Wahrheitstabelle.
 3. Entwickeln Sie die Schaltfunktion $z = f(a, b, c)$ zu der in Bild 3.2 angegebenen Schaltung und minimieren Sie diese algebraisch durch Anwendung der in diesem Abschnitt erläuterten Rechenregeln.

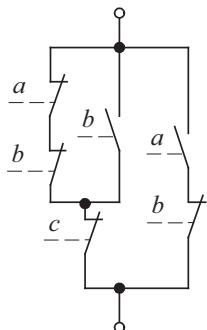


Bild 3.2 Schaltkontakte

4. Entwickeln Sie die Schaltfunktion $z = f(a, b)$ zu der in Bild 3.3 angegebenen Schaltung und minimieren Sie diese algebraisch durch Anwendung der in diesem Abschnitt behandelten Rechenregeln. Zeichnen Sie die minimierte Schaltfunktion in der Kontaktdarstellung.

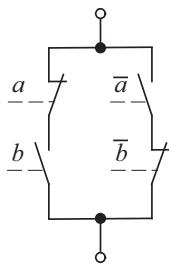


Bild 3.3 Schaltkontakte

5. Entwickeln Sie die Schaltfunktion $z = f(a, b, c)$ zu der in Bild 3.4 angegebenen Schaltung und minimieren Sie diese algebraisch durch Anwendung der algebraischen Rechenregeln.

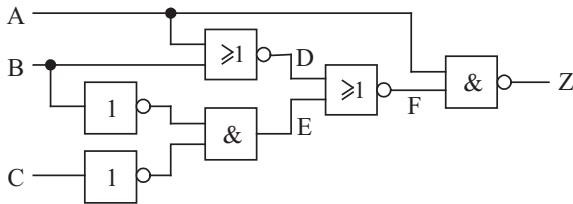


Bild 3.4 Beispielschaltung

6. Belegen Sie die Gültigkeit des in Gleichung 3.21 und 3.22 angegebenen Zusammenhangs.

$$z_1 = (a \wedge b) \vee (c \wedge d) = (a \vee c) \wedge (a \vee d) \wedge (b \vee c) \wedge (a \vee d) \wedge (c \vee d) \quad (3.21)$$

$$z_2 = (a \vee b) \wedge (c \vee d) = (a \wedge c) \vee (a \wedge d) \vee (b \wedge c) \vee (a \wedge d) \vee (c \wedge d) \quad (3.22)$$

7. Formen Sie die Gleichung 3.23 so um, dass eine Realisierung mit NAND-Verknüpfungen mit jeweils nur 2 Eingängen möglich ist.

$$z = (a \vee b \vee c) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b} \vee c) \wedge (a \vee b \vee \bar{c}) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c}) \quad (3.23)$$

4

Schaltungssynthese

Die **digitale Schaltungssynthese** ist der Entwurf logischer Verknüpfungsschaltungen für Steuerungs- und Rechenzwecke. Der systematische Entwurf erfolgt üblicherweise in folgenden Schritten:

1. Widerspruchsfreie und vollständige Formulierung der Aufgabe (beinhaltet auch Freiheitsgrade des Entwurfs).
2. Definition der Ein- und Ausgangsvariablen (Bezeichnungen a, b, c oder z_1, z_2, z_3) und der Bedingungen, wann diese Variablen den logischen Wert 1 = „wahr“ bzw. 0 = „falsch“ haben.
3. Erstellen der Wahrheitstabelle. Sie beschreibt eindeutig die Arbeitsweise der zu synthetisierenden Schaltung.
4. Ableiten der logischen Verknüpfung (Gleichung) entsprechend der Wahrheitstabelle.
5. Vereinfachen bzw. umformen der Gleichung, sodass die Gleichung unter Berücksichtigung der zur Verfügung stehenden Schaltelementen (Logikverknüpfungen) realisiert werden kann.

■ 4.1 Normalformen

Die Wahrheitstabelle beschreibt das Verhalten binärer Verknüpfung. Für eine Minimierung und Umformung werden als Grundlage allgemeine Beschreibungsformen verwendet. Die Normalformen basieren auf zweilagigen Netzwerken, die entweder aus vorbereitenden UND-Verknüpfungen mit abschließender ODER-Verknüpfung (Disjunktive Normalform) oder aus vorbereitenden ODER-Verknüpfungen mit abschließender UND-Verknüpfung (Konjunktive Normalform) bestehen. Die **Kanonischen Normalformen** sind die Darstellungen der Wahrheitstabellen in nicht minimierter Form (Grundform).

4.1.1 Disjunktive Normalform

Die **Kanonische Disjunktive Normalform (KDNF)** wird auch als ODER-Normalform bezeichnet. Es ist die disjunktive Verknüpfung von Vollkonjunktionen. Bei drei Eingangsvariablen ist dies z. B.:

$$z = (a \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c) \vee \dots \quad (4.1)$$

Die Wahrheitstabelle beschreibt das Verhalten der zu erstellenden Schaltung. Jede Bitkombination die zu einer „1“ am Ausgang führt, stellt einen Minterm dar. Der **Minterm** ist eine Vollkonjunktion (UND-Verknüpfung) aller Eingangsvariablen. Der Minterm erzeugt für diese an

Tabelle 4.1 Beispielverknüpfung für KDNF und KKNF

i	b	a	z	\bar{z}	z_0	z_3	Z_1	Z_2
0	0	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0	1
2	1	0	0	1	0	0	1	0
3	1	1	1	0	0	1	1	1

den Eingängen anliegende Bitkombination die am Ausgang benötigte „1“. Alle Minterme werden über eine Disjunktion (ODER-Verknüpfung) zusammengefasst und liefern damit die vollständige Verhaltensbeschreibung in der KDNF. Die Anzahl der „1“-Zustände der Wahrheitstabelle ist die Anzahl vorhandener Minterme in der KDNF.

Beispiel 4.1 Kanonische Disjunktive Normalform (KDNF)

Ausgehend von der Wahrheitstabelle (Tabelle 4.1) werden die Zeilen bei denen die Ausgangsvariable den Wert „1“ annimmt, durch UND-Verknüpfung aller Eingangsvariablen ausgewählt. Die so definierten Minterme werden disjunktiv verknüpft und die Gleichung beschreibt das Verhalten mit:

$$z = z_0 \vee z_3 = (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge b) \quad (4.2)$$

■ Werden die Logikverknüpfungen durch einen Punkt für die UND-Verknüpfung und mit einem Pluszeichen für die ODER-Verknüpfung dargestellt (z. B. in der englischsprachigen Literatur), so ist das Ergebnis die Summe der einzelnen Produktterme, woraus sich die Bezeichnung **Sum Of Products** (SOP) ergibt.

Der Zusammenhang lässt sich unter Verwendung der Punkt- und Strichrechnung in der Summenform schreiben, wobei $m(i)$ der Minterm (kursiv geschriebener Kleinbuchstabe) der als Dualzahl interpretierten Eingangskombination ($\dots, b = 2^1, a = 2^0$) i ist und $z(i)$ der Logikwert des zugehörigen Ausgangssignals.

$$z = \sum_{i=0}^{2^n-1} z(i) \cdot m(i) \quad (4.3)$$

Für das o. a. Beispiel erhält man somit die Schreibweise (Terme mit $z(i) = 0$ entfallen):

$$z(b, a) = \sum m \{0; 3\} = m(0) + m(3) = m(00_2) + m(11_2) = \bar{b} \bar{a} + b a \quad (4.4)$$

Die KDNF kann auch aus der KKNF der negierten Ausgangsgröße durch Umwandlung nach De Morgan bestimmt werden.

Minimierungsverfahren fassen Minterme zusammen. Die Anzahl der benötigten Gatter als auch die Anzahl benötigter Eingänge können dadurch reduziert werden. Bleibt die zweilagige Struktur (UND/ODER-Verknüpfung) erhalten, dann spricht man von der Disjunktiven Normalform. Durch Umwandlung der ODER-Verknüpfung gemäß der De-Morganschen-Regel erhält man eine NAND/NAND-Verknüpfung. NAND-Bausteine waren in den Anfängen der Logikschaltungen aufgrund ihrer kompakten Struktur sehr beliebt. Auch heute noch wird die DNF zur Beschreibung logischer Verknüpfungen am häufigsten verwendet.

4.1.2 Konjunktive Normalform

Die **Kanonische Konjunktive Normalform (KKNF)** wird auch als UND-Normalform bezeichnet. Es ist die konjunktive Verknüpfung von Volldisjunktionen. Mit drei Eingangsvariablen ist dies z. B.:

$$z = (\bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c}) \wedge (\bar{a} \vee b \vee c) \wedge (a \vee a \vee \bar{c}) \wedge \dots \quad (4.5)$$

Die Wahrheitstabelle beschreibt das Verhalten der zu erstellenden Schaltung. Jede Bitkombination die zu einer „0“ am Ausgang führt, stellt einen Maxterm dar. Der **Maxterm** ist eine Volldisjunktion (ODER-Verknüpfung) aller Eingangsvariablen. Der Maxterm erzeugt für diese Bitkombination die am Ausgang benötigte „0“. Alle Maxterme werden über eine Konjunktion (UND-Verknüpfung) zusammengefasst und liefern die vollständige Verhaltensbeschreibung in der KKNF. Die Anzahl der „0“-Zustände der Wahrheitstabelle ist die Anzahl vorhandener Maxterme in der KKNF.

Beispiel 4.2 Kanonische Konjunktive Normalform (KKNF)

Ausgehend von der Wahrheitstabelle der Tabelle 4.1 werden die Zeilen, bei denen die Ausgangsvariable den Wert „0“ annimmt, durch ODER-Verknüpfung aller Eingangsvariablen ausgewählt. Die so definierten Maxterme werden konjunktiv verknüpft und die Gleichung beschreibt das Verhalten mit:

$$z = Z_1 \wedge Z_2 = (\bar{a} \vee b) \wedge (a \vee \bar{b}) \quad (4.6)$$

■ Werden die Logikverknüpfungen durch einen Punkt für die UND-Verknüpfung und mit einem Pluszeichen für die ODER-Verknüpfung dargestellt (z. B. in der englischsprachigen Literatur), so ist das Ergebnis das Produkt der einzelnen Summen, woraus sich die Bezeichnung **Product Of Sums (POS)** ergibt.

Der Zusammenhang lässt sich unter der Verwendung der Punkt- und Strichrechnung in der Produktform schreiben, wobei $M(i)$ der Maxterm (kursiv geschriebener Großbuchstabe) der als Dualzahl interpretierten Eingangskombination ($\dots, b = 2^1, a = 2^0$) i ist und $Z(i)$ der Logikwert des zugehörigen Ausgangssignals.

$$z = \prod_{i=0}^{2^n-1} (Z(i) + M(i)) \quad (4.7)$$

Für das o. a. Beispiel erhält man somit die Schreibweise (Terme mit $Z(i) = 1$ entfallen):

$$z(b, a) = \prod M \{1; 2\} = M(1) \cdot M(2) = M(01_2) \cdot M(10_2) = (b + \bar{a}) \cdot (\bar{b} + a) \quad (4.8)$$

Die KKNF kann auch aus der KDNF der negierten Ausgangsgröße durch Umwandlung nach De Morgan bestimmt werden. Die Gleichung der negierten Ausgangsgröße z ist:

$$\bar{z} = (a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b) = (\bar{a} \vee \bar{b}) \wedge (\bar{a} \vee b) \quad (4.9)$$

Nach einer weiteren Negation auf beiden Seiten (aufheben der Negation durch doppelte Negierung) erhält man die KKNF der Ausgangsgröße z gemäß:

$$z = \bar{\bar{z}} = \overline{(\bar{a} \vee b) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b})} = (\bar{a} \vee b) \wedge (a \vee \bar{b}) \quad (4.10)$$

Minimierungsverfahren fassen Maxterme zusammen. Die Anzahl der benötigten Gatter als auch die Anzahl benötigter Eingänge können dadurch reduziert werden. Bleibt die zweilagige Struktur (ODER/UND-Verknüpfung) erhalten, dann spricht man von der Konjunktiven Normalform. Durch Umwandlung der UND-Verknüpfung gemäß der De-Morganschen-Regel erhält man eine NOR/NOR-Verknüpfung.

■ 4.2 Schaltungsvereinfachung

Die Grundgleichungen KDNF bzw. KKNF können in der Regel vereinfacht werden. Nachfolgend werden drei Methoden für eine systematische Vereinfachung beschrieben.

4.2.1 Algebraische Vereinfachung

Basierend auf der Grundgleichung ist in der Regel eine Vereinfachung mithilfe des Distributivgesetzes möglich. Hier ein Beispiel basierend auf der KDNF:

Beispiel 4.3 Algebraische Vereinfachung

Der Ausdruck

$$z = (\bar{a} \wedge b \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}) \quad (4.11)$$

ist zu vereinfachen. Hier können die Ausdrücke $(\bar{a} \wedge b)$ sowie $(\bar{a} \wedge \bar{b})$ als Variable aufgefasst werden und man erhält:

$$z = ((\bar{a} \wedge b) \wedge c) \vee ((\bar{a} \wedge b) \wedge \bar{c}) \vee ((\bar{a} \wedge \bar{b}) \wedge c) \vee ((\bar{a} \wedge \bar{b}) \wedge \bar{c}) \quad (4.12)$$

Ausklemmern und Vereinfachen ergibt:

$$z = (\bar{a} \wedge b) \wedge (c \vee \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b}) \wedge (c \vee \bar{c}) = (\bar{a} \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b}) = \bar{a} \wedge (b \vee \bar{b}) = \bar{a} \quad (4.13)$$

Die algebraische Vereinfachung ist sehr unübersichtlich und gibt im Allgemeinen nicht die Sicherheit, die kürzeste Gleichung ermittelt zu haben.

Hauptanwendung der algebraischen Vereinfachung ist eine algebraische Anpassung einer vorliegenden Gleichung an die Kriterien der zu verwendenden Hardwarekomponenten. Stehen z. B. nur NAND- oder nur NOR-Gatter zur Verfügung und ist evtl. die Anzahl der nutzbaren Eingänge begrenzt, so muss die Gleichung den Gegebenheiten angepasst werden. Wirtschaftlich gesehen, müssten den unterschiedlichen Realisierungen Kosten zugeordnet werden, um hiermit die „günstigste“ Realisierung zu ermitteln. Die hier verwendeten Optimierungskriterien sind Anzahl der Gatter (Gesamtanzahl der Gatter als Hardwareaufwand bzw. Anzahl der Gatter in der längsten Kette als Geschwindigkeitskriterium).

Beispiel 4.4 Algebraische Umformung

Die Realisierung der Gleichung

$$z = \overline{a}bc \vee a\overline{b}c \quad (4.14)$$

mit NAND-Gliedern führt zu:

$$z = \overline{\overline{\overline{a}bc}} \vee \overline{\overline{a}\overline{b}c} = \overline{\overline{a}bc} \wedge \overline{\overline{a}\overline{b}c} \quad (4.15)$$

Die Realisierung dieser Gleichung benötigt drei NAND-Glieder und zwei NICHT-Glieder (fünf Gatter). Die längste Kette beinhaltet drei Glieder. Soll der gleiche Zusammenhang mit NOR-Gliedern realisiert werden, so liefert die Umformung:

$$z = \overline{\overline{\overline{a}bc}} \vee \overline{\overline{a}\overline{b}c} = a \vee \overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{\overline{a} \vee \overline{b} \vee \overline{c}} = a \vee \overline{b} \vee \overline{c} \vee \overline{\overline{a} \vee \overline{b} \vee \overline{c}} \quad (4.16)$$

Die doppelte Negation am Ausgang ist notwendig durch die Vorgabe mit NOR-Gliedern, die mindestens eine Negation nach der ODER-Verknüpfung verlangt. Die zweite Negation hebt die hardwarebedingte erste Negation auf. Diese Realisierung benötigt drei NOR-Glieder und vier NICHT-Glieder (sieben Gatter). Die längste Kette besteht hierbei aus vier Gliedern. Der Aufwand ist bei dieser Gleichung also höher als bei der Realisierung mit NAND-Gliedern.

Beginnt man mit Ausklammern der Anfangsgleichung erhält man eine andere Lösung:

$$z = c \wedge ((\overline{a} \wedge b) \vee (a \wedge \overline{b})) = c \wedge (\overline{a} \vee \overline{b} \vee \overline{a} \vee b) = \overline{c} \vee \overline{\overline{a} \vee \overline{b} \vee \overline{a} \vee b} \quad (4.17)$$

Die so ermittelte Lösung benötigt vier NOR-Glieder (mit je zwei Eingängen) und drei NICHT-Glieder, also ebenfalls sieben Gatter. Die längste Kette beinhaltet ebenfalls vier Gatter. Vorteilhaft ist eventuell die Anzahl benötigter Eingänge, die günstiger für eine Realisierung sein kann.

Schaltungen werden häufig durch eine zweistufige Verknüpfung realisiert. Bei den programmierbaren Schaltungen (z. B. PAL, GAL, PLD, CPLD) sind dies eine vorbereitende UND-Verknüpfung (erste Ebene) mit einer abschließenden ODER-Verknüpfung (zweite Ebene). Alle Eingangssignale stehen aufgrund vorhandener Signalverstärkung (Eingangsverstärker zur Entkopplung) in negierter und nicht negierter Form zur Verfügung. Die Anzahl benötigter NICHT-Glieder für die Eingangssignale ist dadurch irrelevant. Mit Hinblick auf diese Realisierung macht es keinen Sinn, die Anfangsgleichung wie in dem letzten Beispiel weiter zu vereinfachen. Eine zweistufige UND-ODER-Verknüpfung (DNF) ist günstig für ein Gleichungssystem basierend auf der KDNF. Durch eine häufig vorhandene schaltbare Negation am Ausgang kann auch die KNF realisiert werden (DNF der negierten Ausgangsgröße). Rechnergestützte Programme ermitteln häufig beide Varianten (DNF und KNF) und verwenden dann die kürzeste Gleichung.

4.2.2 Grafische Vereinfachung

Die Möglichkeit der grafischen Umformung wurde von Veitch und Karnaugh entwickelt und dient zur Darstellung und Optimierung logischer Verknüpfungen. Die Darstellung wird **KV-Diagramm** bzw. **Karnaugh-Veitch-Tafel (KV-Tafel)** genannt. Sie besteht aus einem Rechteck, das in Quadrate unterteilt ist. Jedes Quadrat steht für eine Bitkombination der Eingangsvariablen. Jede Zeile der Wahrheitstabelle wird durch ein Feld repräsentiert. Benachbarte Felder unterscheiden sich horizontal und vertikal nur in einem Bit. Hierdurch wird die Anwendbarkeit des Distributivgesetzes übersichtlich dargestellt. Am häufigsten ist die Anwendung der KV-Tafel für die KDNF zu finden. Das Ergebnis liegt dann in der DNF vor. Für die KKNF kann das Verfahren mit der Umwandlung nach De Morgan in ähnlicher Form angewendet werden. Um die Darstellung einfach zu halten, wird im Weiteren nur das Verfahren basierend auf der KDNF erläutert. Es empfiehlt sich bei der KKNF vor der Minimierung eine Umwandlung nach De Morgan in die KDNF der negierten Ausgangsgröße durchzuführen und dann das hier beschriebene Verfahren anzuwenden. Bei Bedarf kann die Umwandlung nach De Morgan nach der Minimierung wieder angewendet werden, um die Lösung in der KNF zu erhalten.

Die Minimierung basiert auf der Visualisierung des Theorems $\bar{a} \vee a = 1$. Die disjunktiv verknüpften Terme \bar{a} und a der Gleichung $z = \bar{a} \vee a$ werden durch zwei Felder dargestellt (für $a = 1$ und für $a = 0$ mit $\bar{a} = 1$). Da bei beiden Zuständen der Variable a die Ausgangsgröße 1 ist, können die Felder zusammengefasst werden, was die Unabhängigkeit der Ausgangsgröße von dieser Variable symbolisiert. In Bild 4.1 sind die vier Kombinationsmöglichkeiten dargestellt. Interessant sind die Zuordnungen $z = a$ und $z = \bar{a}$ sowie die minimierte Lösung $z = 1$.

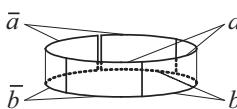
$z \mid \bar{a} \mid a$			
$\boxed{}$	$\boxed{1}$	$\boxed{1}$	$\boxed{\boxed{1}} \boxed{1}$

 $z = 0$ $z = a$ $z = \bar{a}$ $z = 1$

Bild 4.1 Zuordnungsmöglichkeiten bei einer Variable

4.2.2.1 KV-Diagramm mit zwei Variablen

Die benötigten Vollkonjunktionen der Wahrheitstabelle werden durch eine „1“ in die zugehörigen Felder der KV-Tafel eingetragen. Nicht benötigte Vollkonjunktionen werden durch eine „0“ oder üblicherweise durch ein freies Feld abgebildet. Das KV-Diagramm für mehrere Variablen kann auf unterschiedlichen Wegen realisiert werden. Dadurch ergeben sich unterschiedliche Verteilungen der einzelnen Felder. Die Regeln der Minimierung etc. gelten für alle Realisierungen. Der Bereich der zweiten Variable kann durch Spiegeln des bisherigen Feldes an der rechten Seite erfolgen. Hierdurch ergibt sich eine Reihe von 4 Feldern. Da sich das linke Feld von dem rechten Feld nur in der neuen Variable unterscheidet, sind auch diese Felder direkt benachbart und können zusammengefasst werden. Die Reihe kann als Abwicklung eines Ringes angesehen werden. Bild 4.2 zeigt das KV-Diagramm für zwei Variablen.



$z \mid \bar{a} \mid a$	\bar{a}
\bar{b}	b

Bild 4.2 Darstellungen der Gleichung $z_5 = (a \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b})$ im KV-Diagramm mit 2 Variablen

b	a	z	\bar{z}
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	1	0

Tabelle 4.2 Beispielverknüpfung mit zwei Variablen**Beispiel 4.5 Grafische Vereinfachung mit zwei Variablen**

Oben stehende Wahrheitstabelle wird mit folgender KDNF beschrieben:

$$z = (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge b) \quad (4.18)$$

Bild 4.3 zeigt das KV-Diagramm. In der linken Darstellung stehen in den Feldern die zugehörigen Eingangs-Bitkombinationen ba und in den unteren rechten Ecken der Wert bei einer Interpretation nach dem Dualcode (Dualäquivalent). Strukturiert man die Wahrheitstabelle und das KV-Diagramm in einer bestimmten Weise, so ergibt sich eine definierte Zuordnung zwischen einer Zeile in der Wahrheitstabelle und dem Feld im KV-Diagramm. Kennt man die Reihenfolge, so ist eine zeitsparende Übertragung der Minterme möglich.

z	\bar{a}	a	\bar{a}	z	\bar{a}	a	\bar{a}
00	01	11	10	1	0	1	1
0	1	3	2	\bar{b}	\bar{b}	b	a

Bild 4.3 Minimierung im KV-Diagramm mit zwei Variablen

In der rechten Darstellung ist das KV-Diagramm für die Ausgangsgröße z mit den eingebrachten Mintermen und die Zusammenfassung (Gruppenbildung) zu sehen. Das Zusammenfassen benachbarter Felder ergibt die zwei eingezeichneten Gruppen, die die Bereiche a und \bar{b} abdecken. Diese Bereiche werden über eine Disjunktion (ODER-Verknüpfung) zusammengefasst. Dies liefert das Ergebnis:

$$z = a \vee \bar{b} \quad (4.19)$$

In der grafischen Darstellung ist zu sehen, dass es günstig ist, den Term $(a \wedge \bar{b})$ mehrfach zu verwenden. Das algebraische Äquivalent der dargestellten Minimierung ist:

$$z = \bar{a}\bar{b} \vee a\bar{b} \vee ab = ab \vee a\bar{b} \vee \bar{a}\bar{b} = a \wedge (b \vee \bar{b}) \vee \bar{b} \wedge (a \vee \bar{a}) = a \vee \bar{b} \quad (4.20)$$

Aufgrund der einfachen Aufgabenstellung hätte man das Ergebnis auch über die KDNF der negierten Ausgangsgröße bestimmen können.

$$\bar{z} = \bar{a}b \Rightarrow z = \bar{\bar{z}} = \bar{\bar{a}} \wedge \bar{b} = a \vee \bar{b} \quad (4.21)$$

4.2.2.2 KV-Diagramm mit drei Variablen

Das KV-Diagramm für zwei Variablen wird um die untere waagerechte Begrenzung gespiegelt. Die neue Variable unterscheidet die obere und untere Position in den einzelnen Spalten.

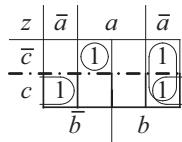


Bild 4.4 KV-Diagramm mit drei Variablen

Beispiel 4.6 Grafische Vereinfachung mit drei Variablen

Die Gleichung

$$y = a\bar{b}\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}bc \quad (4.22)$$

ist in dem KV-Diagramm (Bild 4.4) bereits eingetragen. Drei Minterme können wie im vorherigen Abschnitt zusammengefasst werden zu den Termen $(\bar{a}b)$ und $(\bar{a}c)$, während ein Minterm $(a\bar{b}\bar{c})$ keine direkten Nachbarn hat und nicht minimiert werden kann. Das Ergebnis ist die disjunktive Verknüpfung der ermittelten Terme:

$$y = a\bar{b}\bar{c} \vee \bar{a}b \vee \bar{a}c \quad (4.23)$$

■
Bei der Minimierung kann es vorkommen, dass es mehrere Lösungen gibt. Gesucht ist allgemein die kürzeste Gleichung. In der im Bild 4.5 dargestellten Verteilung der Minterme gibt es zwei gleichwertige Lösungen (Gleichung 4.24).

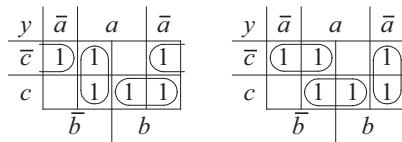


Bild 4.5 KV-Diagramme mit zwei unterschiedlichen Lösungsmöglichkeiten

$$y = \bar{a}\bar{c} \vee a\bar{b} \vee bc = \bar{c}\bar{b} \vee ac \vee \bar{a}b \quad (4.24)$$

4.2.2.3 KV-Diagramm mit vier Variablen

Die Erweiterung des KV-Diagramms erfolgt ähnlich der Erweiterung auf zwei Variablen, in diesem Fall wird das Feld nach unten gespiegelt. Hierdurch sind die Felder der oberen Reihe mit den Feldern der gleichen Spalte in der unteren Reihe über die waagerechte Schnittkante direkt benachbart. Je nach Trennlinie kann das Diagramm sowohl als Abwicklung eines senkrechten oder waagerechten Zylinders angesehen werden. Die Interpretation einer Kugel wird schwierig, da dann alle Randbereiche zusammenlaufen würden. Eine weitere Vorstellung wäre eine periodische Ergänzung. Betrachtet man das Diagramm als quadratische Badfliese, die von identischen Fliesen umgeben ist, können über die Fugen zwischen den Fliesen Felder zusammengefasst werden. Bild 4.6 zeigt zwei Varianten eines KV-Diagramms mit vier Variablen. Aufgrund des gewählten Aufbaus (Reihenfolge der Spiegelungen) ergibt sich die gleiche Verteilung der einzelnen Felder. Das Eintragen der Minterme ist aufgrund der Beschriftung in der rechten Darstellung etwas einfacher; das Ermitteln der minimierten Terme ist in der linken Darstellung übersichtlicher. Aus diesem Grund wird die linke Darstellung des KV-Diagramms bevorzugt.

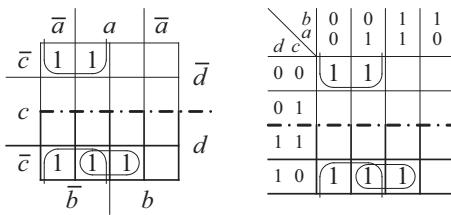


Bild 4.6 Minimierung im KV-Diagramm mit vier Variablen

Beispiel 4.7 Grafische Vereinfachung mit vier Variablen

Bild 4.6 zeigt die Position der Minterme folgender Gleichung im KV-Diagramm:

$$y = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee a\bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}d \vee a\bar{b}\bar{c}d \vee ab\bar{c}d \quad (4.25)$$

Die Gruppenbildung (Zusammenfassung von Mintermen in den Größen 2, 4, 8, ...) führt zu folgender Gleichung:

$$y = (\bar{b}\bar{c}) \vee (a\bar{c}d) \quad (4.26)$$

4.2.2.4 KV-Diagramm mit fünf Variablen

Zur Darstellung des KV-Diagramms mit fünf Variablen reicht die zweidimensionale Papieroberfläche nicht mehr aus. Um die Bedingung benachbarter Felder realisieren zu können, werden zwei Diagramme für vier Variablen gezeichnet, die in der Vorstellung übereinanderliegen. Bild 4.7 zeigt die räumliche Darstellung des KV-Diagramms für fünf Variablen, bei denen jeder mögliche Minterm durch einen Würfel repräsentiert wird und benachbarte Würfel sich nur in einem Bit unterscheiden.

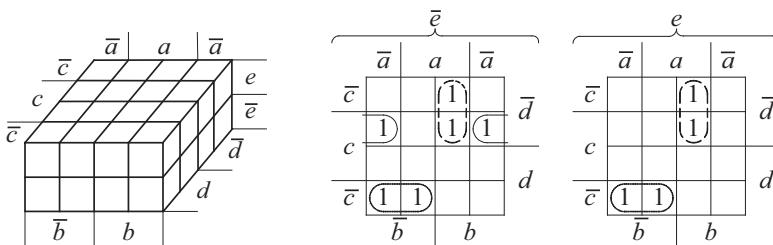


Bild 4.7 Minimierung im KV-Diagramm mit fünf Variablen

In dem KV-Diagramm sind bereits die Minterme der Tabelle 4.3 eingetragen. Hilfreich ist u.a. die Zuordnung über das Dualäquivalent (Beschreibung der Eingangs-Bitkombination als Dualwert). Das linke Feld deckt die Werte 0 bis 15 und das rechte die Werte 16 bis 31 ab. Die Reihenfolge innerhalb der Felder ist gleich. Es lassen sich zwei Gruppen mit 4 Blöcken (es werden zwei Variablen wegoptimiert) und eine Gruppe mit zwei Blöcken (es wird eine Variable wegoptimiert) bilden. Die verbliebenen Terme werden mit ODER zusammengefasst entsprechend der Gleichung:

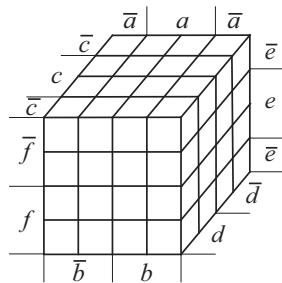
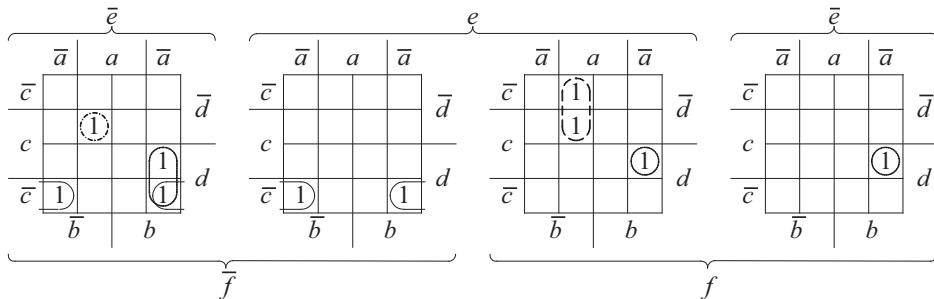
$$y = (\bar{b}\bar{c}d) \vee (ab\bar{d}) \vee (\bar{a}c\bar{d}\bar{e}) \quad (4.27)$$

„Wert“	<i>edcba</i>
3	0 0 0 1 1
4	0 0 1 0 0
6	0 0 1 1 0
7	0 0 1 1 1
8	0 1 0 0 0
9	0 1 0 0 1
19	1 0 0 1 1
23	1 0 1 1 1
24	1 1 0 0 0
25	1 1 0 0 1

Tabelle 4.3 Minterme einer Beispielverknüpfung mit fünf Variablen

4.2.2.5 KV-Diagramm mit sechs und mehr Variablen

Die Erweiterung auf sechs Variablen kann, wie bereits mehrfach angewendet, durch Spiegeln des bisherigen Bereiches erfolgen. Bild 4.8 zeigt die räumliche Interpretation eines KV-Diagramms für sechs Variablen. Gegenüberliegende Felder des Würfels unterscheiden sich in einem Bit und können zusammengefasst werden. Eine Darstellung der vier Ebenen zeigt Bild 4.9.

**Bild 4.8** Räumliche Darstellung des KV-Diagramms mit sechs Variablen**Bild 4.9** Minimierung im KV-Diagramm mit sechs Variablen

In dem KV-Diagramm sind bereits die 10 Minterme der Tabelle 4.4 eingetragen. Das Feld links deckt den Bereich der Dualäquivalente 0 bis 15, das Feld mitte-links den Bereich 16 bis 31, das Feld rechts den Bereich 32 bis 47 und das Feld mitte-rechts den Bereich 48 bis 63 ab. Die Reihenfolge innerhalb der Felder ist gleich. Der Minterm für den Wert 5 ($\bar{f}\bar{e}\bar{d}c\bar{b}a$) hat keinen direkten Nachbarn und kann nicht minimiert werden. Der Minterm mit dem Wert 14 ($\bar{f}\bar{e}dc\bar{b}a$)

hat zwei geeignete Nachbarn zur Bildung einer Zweiergruppe (eine Variable wird eliminiert). Es könnte die Variable c (wie eingezeichnet) oder die Variable f eliminiert werden. Hierdurch ergeben sich zwei Lösungen mit gleicher Komplexität. Die eingezeichnete Lösung ist:

$$y = (a\bar{b}c\bar{d}\bar{e}\bar{f}) \vee (\bar{a}b\bar{d}\bar{e}\bar{f}) \vee (\bar{a}\bar{b}\bar{d}ef) \vee (\bar{a}bc\bar{d}f) \vee (\bar{a}\bar{c}\bar{d}\bar{f}) \quad (4.28)$$

„Wert“	$f\ e\ d\ c\ b\ a$
5	0 0 0 1 0 1
8	0 0 1 0 0 0
10	0 0 1 0 1 0
14	0 0 1 1 1 0
24	0 1 1 0 0 0
26	0 1 1 0 1 0
46	1 0 1 1 1 0
49	1 1 0 0 0 1
53	1 1 0 1 0 1
62	1 1 1 1 1 0

Tabelle 4.4 Minterme einer Beispielverknüpfung mit sechs Variablen

Mit sechs Variablen wird auch die grafische Minimierung unübersichtlich. Prinzipiell kann die Methode erweitert werden. In der Struktur der Variablen e und f erkennt man das KV-Diagramm für zwei Variablen (Bild 4.10). Eine Erweiterung mit zusätzlichen Eingangsvariablen erfolgt in gleicher Weise. Zusammengefasst werden können die Minterme, die in den benachbarten Sub-Feldern an der gleichen Koordinatenstelle stehen.

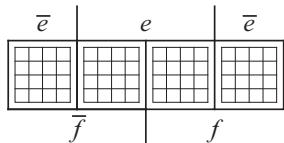


Bild 4.10 Minimierung im KV-Diagramm mit sechs Variablen

4.2.2.6 Don't-Care-Felder

In den bisherigen Beispielen sind für alle Bitkombinationen des Eingangs die Ausgangswerte vorgegeben. In praktischen Anwendungen ist das nicht immer der Fall. Es ergeben sich hierdurch Freiheitsgrade, die bei der Minimierung genutzt werden können. Als Beispiel soll eine Gleichung ermittelt werden, die im BCD-Code das Vorhandensein einer geraden Zahl anzeigen. Der Ausgangswert y ist nur für den Bereich 0 bis 9 definiert (s. Tabelle 4.5). Eine Vervollständigung der Wahrheitstabelle mit dem Wert „0“ liefert die Ausgangsgröße y_1 und eine Erweiterung mit dem Wert „1“ die Ausgangsgröße y_2 . Beide Gleichungen liefern nicht das optimale Ergebnis. Die generierten Ausgangswerte für die nicht benötigten Bitkombinationen 10 bis 15 sind für die Anwendung nicht von Bedeutung und werden deswegen als „Don't-Care“ vorgegeben. Bei der Minimierung kann festgelegt werden, ob bei der jeweiligen Bitkombination der Wert „0“ oder der Wert „1“ für eine kürzere Gleichung günstiger ist. In dem Beispiel sind 6 Bitkombinationen frei wählbar und es ist die günstigste von den $2^6 = 64$ möglichen Bitkombinationen zu verwenden.

Tabelle 4.5 zeigt verschiedene Realisierungen. Bild 4.11 stellt die Minimierung im KV-Diagramm dar. Es ist zu sehen, dass für y_1 und für y_2 nicht die günstigste Gleichung ermittelt

d	c	b	a	y_1	y_2	y_3	y
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	X	1
1	0	1	1	0	1	X	0
1	1	0	0	0	1	X	1
1	1	0	1	0	1	X	0
1	1	1	0	0	1	X	1
1	1	1	1	0	1	X	0

Tabelle 4.5 Wahrheitstabelle zur Erkennung einer geraden BCD-Zahl

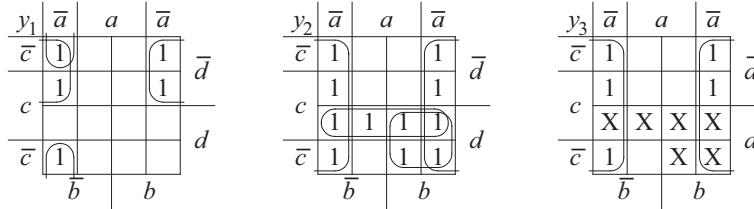


Bild 4.11 KV-Diagramm zur Erkennung gerader Zahlen im BCD-Code

wird. Bei dem Ausgangswert y_3 sind die Dont-Care-Felder mit einem „X“ gekennzeichnet. Das „X“ bedeutet, dass hier sowohl eine „0“ als auch eine „1“ stehen könnte. Im KV-Diagramm ist leicht zu sehen, welcher Minterm eine „0“ oder eine „1“ generieren sollte.

$$y_1 = (\bar{a} \bar{d}) \vee (\bar{a} \bar{b} \bar{c}) \quad (4.29)$$

$$y_2 = \bar{a} \vee (b d) \vee (c d) \quad (4.30)$$

$$y_3 = \bar{a} = y \quad (4.31)$$

Die gefundene Gleichung $y = \bar{a}$ liefert das Ergebnis mit dem geringsten Hardwareaufwand. Die ermittelte Gleichung liefert für die nicht vorgegebenen Bitkombinationen die in Tabelle 4.5 angegebene Bitkombination. Die Freiheitsgrade wurden ausgenutzt und das Ergebnis ist nun aufgrund der Gleichung für alle Eingangskombinationen vollständig definiert.

4.2.3 Algorithmische Umformung (Quine-McClusky)

Die algebraischen und grafischen Verfahren eignen sich nicht für eine programmtechnische Realisierung. Hierfür eignet sich das von Quine entwickelte und von McClusky erweiterte

Minimierungsverfahren. Aus Gründen der Übersicht wird hier nur das auf der KDNF basierende Verfahren erläutert. Aufgrund der Äquivalenz könnte man das Verfahren auch für die KKNF anpassen. Um die Minimierung einfach zu halten, wird empfohlen, bei Bedarf die KKNF in die KDNF der negierten Ausgangsgröße umzuformen, um dann das hier beschriebene Verfahren anwenden zu können. Das so erhaltene Ergebnis kann dann durch eine Negation in das minimierte Ergebnis in der KNF umgeformt werden.

Das Verfahren arbeitet mit Listen. Es beginnt mit den Maxtermen der Wahrheitstabelle. Es empfiehlt sich, die Minterme entsprechend ihres Gewichtes (Anzahl der „1“-en), auch **Index** genannt, zu sortieren und aus Gründen der Übersicht durch einen waagerechten Strich zu trennen. Für die spätere Zuordnung muss jeder Minterm eine Kennung erhalten, was entweder durch sein Dualäquivalent (Interpretation als Dualzahl) oder durch einfaches Nummerieren erfolgen kann. Tabelle 4.7 zeigt in der zweiten Spalte die nach dem Index sortierten Minterme der in Tabelle 4.6 dargestellten Wahrheitstabelle.

d	c	b	a	y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Tabelle 4.6 Wahrheitstabelle

Bitkombinationen benachbarter Indexbereiche können sich in einem Bit unterscheiden. Ist dies der Fall, so kann diese Variable entfallen. Dies entspricht dem Distributivgesetz und dem Zusammenfassen (Gruppenbildung) im KV-Diagramm. Die identischen Variablen der zusammengefassten Bitkombinationen bleiben erhalten und die Variable, die diese beiden Terme unterscheidet, wird durch ein „x“ oder „-“ („Don't Care“ der Eingangsgröße) ersetzt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird im Weiteren das „-“ verwendet. Es gibt an, dass die Ausgangsgröße „1“ ist, unabhängig von dem Zustand dieser eliminierten Variable. Wird ein Term zur Minimierung verwendet, so ist dies zu kennzeichnen. In Tabelle 4.7 ist dies durch den Haken dargestellt. Die neue Spalte, beginnend mit „1,2 00-0“ gibt an, dass hier der mit „1“ und „2“ gekennzeichnete Minterm verwendet wurde und die gefundene Minimierung $(\bar{d} \wedge \bar{c} \wedge \bar{a})$ lautet (Variable b ist entfallen). Identische Ausdrücke brauchen nur einmal verwendet werden. In diesem Stadium sind alle Terme nur einmal vorhanden. Im Vergleich zum KV-Diagramm sind in dieser Spalte alle möglichen 2er-Gruppen aufgeführt.

Der Vergleich der Bitkombinationen wird innerhalb der neuen Spalte wiederholt. Es brauchen nur Terme benachbarter Indexbereiche verglichen werden, bei denen das „-“ an der gleichen

Tabelle 4.7 Primterm-Ermittlung nach Quine

Index	Minterme		Primterm			Primterm	
	n	$dcba$	n	$dcba$		n	$dcba$
0	1	0000	✓	1,2	00-0	✓	1,2,4,6 -0-0 A $(\bar{c} \wedge \bar{a})$
				1,3	0-00	✓	1,3,4,7 --00 B $(\bar{b} \wedge \bar{a})$
1	2	0010	✓	1,4	-000	✓	1,4,2,6 -0-0
	3	0100	✓				1,4,3,7 -00
2	4	1000	✓	2,5	001-	✓	
				2,6	-010	✓	
3	5	0011	✓	3,7	-100	✓	2,5,6,8 -01- C $(\bar{c} \wedge b)$
	6	1010	✓	4,6	10-0	✓	
4	7	1100	✓	4,7	1-00	✓	
3	8	1011	✓	5,8	-011	✓	
				6,8	101-	✓	
4	9	1111	✓				
				8,9	1-11		D $(d \wedge b \wedge a)$

Stelle steht (bei denen die gleiche Variable wegoptimiert wurde). Die zusammengefassten Terme werden in einer neuen Spalte eingetragen. In Tabelle 4.7 ist dies die Spalte beginnend mit „1,2,4,6 -0-0“. Dieser Term beinhaltet die Minterme 1, 2, 4 und 6 (Term „1,2“ und Term „4,6“ sind durch einen Haken gekennzeichnet) und wird durch den Ausdruck $(\bar{a} \wedge \bar{c})$ beschrieben (Variable d ist zusätzlich entfallen). Der Vergleich liefert durch verschiedene Permutationen der Reihenfolge der verwendeten Minterme doppelte Terme. Diese Dopplungen entfallen und sind deshalb durchgestrichen. Im KV-Diagramm entspricht dies der Zusammenfassung benachbarter 2er-Gruppen zu einer 4er-Gruppe. Da hier zwei Möglichkeiten bestehen, müssen immer Dopplungen entstehen.

Der Vergleich ist so lange zu wiederholen, bis keine weitere Minimierung gefunden werden kann. In dem gezeigten Beispiel ist das bereits der Fall, da die verbliebenen drei Terme sich in mehr als einer Variable unterscheiden und nicht weiter zusammengefasst werden können. Die übriggebliebenen Terme in allen Spalten sind die ermittelten **Primterme**. Die Primterme sind zu kennzeichnen, in der Regel durch Buchstaben. In Tabelle 4.7 sind es die Primterme „A“, „B“, „C“ und „D“. Die gleichungsmäßige Repräsentation ist $(\bar{a} \wedge \bar{c})$, $(\bar{a} \wedge \bar{b})$, $(b \wedge \bar{c})$ und $(a \wedge b \wedge d)$.

Als nächstes erfolgt die Auswahl benötigter Primterme, da nicht immer alle benötigt werden. Nach McClusky wird eine Tabelle erstellt, die die berücksichtigten Minterme in den ermittelten Primtermen übersichtlich aufzeigt. Bild 4.12 zeigt die Aufstellung zur Primtermauswahl. Wird ein Minterm nur in einem Primterm berücksichtigt, so muss dieser verwendet werden. Die Minterme 3 und 7 sind nur im Primterm B, der Minterm 5 ist nur im Primterm C und Minterm 9 im Primterm D enthalten. Werden Primterm B, C und D verwendet, so sind auch die anderen darin enthaltenen Minterme berücksichtigt. In Bild 4.12 ist dies durch gestrichelte Linien gekennzeichnet. Sind alle Spalten (Minterme) berücksichtigt, so sind die notwendigen Primterme bestimmt, ansonsten wird der Vorgang mit den verbliebenen Mintermen wiederholt. Es kann vorkommen, dass über einzelne noch zu verwendende Minterme kein Primterm ausgewählt werden kann. In diesem Fall ist die Kombination mit den meisten Mintermen zu verwenden (größte Vereinfachung). Es können auch mehrere gleichwertige Lösungen entstehen.

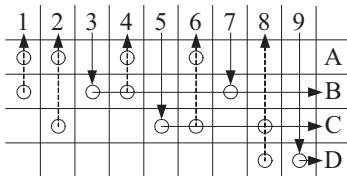


Bild 4.12 Primtermauswahl

y	\bar{a}	a	\bar{a}	
\bar{c}	1		1 1	\bar{d}
1				
c	1		1	d
\bar{c}	1		1 1	
	\bar{b}	b		

Bild 4.13 Minimierung im KV-Diagramm

Die vorhandenen Primterme, die in Tabelle 4.7 angegeben sind, werden über ODER zusammengefasst. Hierdurch erhalten wir das Ergebnis:

$$y = \bar{a}\bar{b} \vee b\bar{c} \vee abd \quad (4.32)$$

Zur Kontrolle zeigt Bild 4.13 die vergleichbare Minimierung im KV-Diagramm. Alle algorithmischen Minimierungsschritte können in dem KV-Diagramm nachvollzogen werden.

■ 4.3 Aufgaben

1. Kontrollieren Sie das Ergebnis $z = (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge b) = a \vee \bar{b}$ mit den Methoden der algebraischen Vereinfachung und vergleichen Sie den Rechenweg mit der grafischen Bestimmung der minimierten Gleichung.
2. Vereinfachen Sie die Gleichung $y = \bar{a}\bar{b} \vee \bar{a}b \vee a\bar{b}$ mithilfe des KV-Diagramms.
3. Vereinfachen Sie die Gleichung $y_{10} = a\bar{b}c \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee abc \vee \bar{a}b\bar{c}$ (Übung aus dem Abschnitt über algebraische Umformung) mithilfe des KV-Diagramms für drei Variablen.
4. Vereinfachen Sie die Gleichung $y = \bar{a}bc \vee \bar{a}b\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee a\bar{b}\bar{c}$ mithilfe des KV-Diagramms für drei Variablen.
5. Vereinfachen Sie die Gleichung $z = \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee a\bar{b}\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c} \vee ab\bar{c} \vee \bar{a}bc \vee abc$ mithilfe des KV-Diagramms für drei Variablen.
6. Vereinfachen Sie die Gleichung $y_8 = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee \bar{a}b\bar{c}\bar{d} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}d \vee \bar{a}b\bar{c}d$ (Übung aus dem Kapitel über algebraische Umformung) mithilfe des KV-Diagramms für vier Variablen.
7. Vereinfachen Sie die Gleichung $z = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee ab\bar{c}\bar{d} \vee \bar{a}b\bar{c}\bar{d} \vee ab\bar{c}d \vee \bar{a}b\bar{c}d \vee ab\bar{c}d$ mithilfe des KV-Diagramms für vier Variablen und zeichnen Sie die Schaltung.
8. Die Dualäquivalente der Bitkombinationen für $y = 1$ sind $\{1, 5, 6, 14, 17, 21, 22, 26, 27, 30\}$. Vereinfachen Sie die Gleichung mithilfe des KV-Diagramms für fünf Variablen und zeichnen Sie die Schaltung.

- Die Dualäquivalente der Bitkombinationen für $y = 1$ sind $\{7, 8, 15, 24, 32, 33, 48, 49, 63\}$. Vereinfachen Sie die Gleichung mithilfe des KV-Diagramms für sechs Variablen und zeichnen Sie die Schaltung.
- Ermitteln Sie die minimierte Gleichung zu der in Tabelle 4.8 angegebenen Wahrheitstabelle unter Berücksichtigung der Don't-Care-Felder.

c	b	a	y
0	0	0	1
0	0	1	X
0	1	0	X
0	1	1	X
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	X
1	1	1	0

Tabelle 4.8 Wahrheitstabelle

- Bei der Umsetzung des BCD-Codes in die Signale zur Ansteuerung der Segmente einer 7-Segment-Anzeige werden nur 10 der 16 Kombinationsmöglichkeiten genutzt. Des Weiteren kann die Sechs mit oder ohne den oberen waagerechten Strich (Segment A), die Sieben mit oder ohne den Aufstrich (Segment F) und die Neun mit oder ohne den unteren waagerechten Strich (Segment D) dargestellt werden. Hierdurch ergeben sich Don't-Care-Felder, die zur Minimierung genutzt werden können. Erstellen Sie eine Wahrheitstabelle mit den Eingangssignalen d, c, b, a und den Ausgangssignalen y (für Segment A) bis y_6 (für Segment G). Minimieren Sie die Gleichungen für die Ansteuerung der einzelnen Segmente. Geben Sie in der Wahrheitstabelle die von den Gleichungen verwendeten Bitkombinationen an. Zeichnen Sie die sechs Symbole für die nicht zum Umfang des BCD-Codes gehörenden Bitkombinationen.
- Entwickeln Sie nach dem algorithmischen Verfahren und dem grafischen Verfahren die Gleichung für eine Schaltung, die bei vierstelligen Dualzahlen das Vorhandensein einer der folgenden Dualäquivalente der Eingangskombinationen mit $y = 1$ anzeigt: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 13\}$.
- Entwickeln Sie nach dem algorithmischen Verfahren und dem grafischen Verfahren die Gleichung für eine Schaltung, die bei fünfstelligen Dualzahlen das Vorhandensein einer der folgenden Dualäquivalente der Eingangskombinationen mit $z = 1$ anzeigt: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 14, 18, 26, 27, 30\}$.

5

Schaltnetze

Schaltnetze sind Basis-Funktionseinheiten digitaler Schaltungen. Man unterscheidet zwischen Speicher (Speicherelemente werden in einem späteren Kapitel behandelt), die als weitere Basis-Funktionseinheiten dienen, und den Schaltnetzen (Schaltungsbereiche ohne Speicher), die die eigentliche Funktion der Schaltung festlegen. Da Schaltnetze keinen Speicher enthalten, hängen die generierten Ausgangssignale nur von den momentanen Zuständen der Eingangssignale ab (Reaktionszeiten der Verknüpfungsschaltung seien vernachlässigbar). Die anliegenden Bitkombinationen sind unabhängig und können deshalb beliebig gewechselt werden. Die Schaltung wird entsprechend ihrer Reaktionsgeschwindigkeit (die sehr schnell ist) das zum Eingangsbitmuster gehörende Ausgangsbitmuster erzeugen und ausgeben.

In diesem Abschnitt werden einige Grundelemente von Verknüpfungsschaltungen vorgestellt und erläutert. Sie dienen als Übungselemente zur Vertiefung der bisher erläuterten Synthesemöglichkeiten. Die Grundelemente stehen zudem in Datenbanken komplexerer Synthesetools als Funktionselemente zur Verfügung. Die Kenntnis dieser Funktionselemente unterstützt die Einsatzmöglichkeiten und vereinfacht deren Auswahl.

Die Beschreibung von Schaltnetzen erfolgt über Wahrheitstabellen oder Schaltfunktionen. Die Realisierungsmöglichkeiten hängen von verschiedenen Faktoren ab. Die Tendenz geht zu komplexeren und programmierbaren Strukturen (CPLDs, FPGAs etc.). Eine klassische Einteilung zeigt Tabelle 5.1.

Tabelle 5.1 Realisierungsmöglichkeiten von Schaltnetzen

Wenig Min- oder Maxterme, wenige Variablen	Gatterschaltung
→ die Verknüpfungen stecken in der Verdrahtung der Gatter (dem Lay-out der Baugruppe) → Änderungen sind nicht möglich.	
Wenig Min- oder Maxterme, viele Variablen	PAL, GAL, ...
→ die Verknüpfungen stecken in der internen Programmierung der Bauelemente und diese können durch Austausch der ICs oder in aktuellen Realisierungen durch Umprogrammieren der eingebauten Bauelemente z. B. ispGAL (isp, In System Programmable) aktualisiert werden.	
Viele Minterme	ROM (PROM, EPROM, ...)
→ die Verknüpfungen werden als Wahrheitstabelle (nicht minimiert) in dem Baustein hinterlegt und diese können durch Austausch der ICs aktualisiert werden (auslaufende Realisierung).	

Es werden immer häufiger programmierbare Schaltungen eingesetzt, die neben der Möglichkeit, die Funktion zu verändern (z. B. zur Optimierung und Fehlerbehebung (Update)), inzwischen auch preisgünstig zu erwerben sind. Die Komplexität dieser Schaltungen beinhaltet Speicher, Schnittstellen etc., die den momentanen Stand der bisher behandelten Grundlagen bei Weitem übersteigt und auf die am Ende des Buches deshalb nochmals eingegangen wird.

■ 5.1 Darstellung

Bei der Darstellung von Funktionsbausteinen werden die Eingänge in steuernde und gesteuerte Eingänge unterschieden. Dies ist besonders bei Funktionsbausteinen der Fall, in denen eine bestimmte Verknüpfung mehrfach verwendet wird und die auf alle Verknüpfungen einwirkenden Eingänge eine steuernde Funktion haben. Steuereingänge werden in der Regel oberhalb des Symbols platziert und mit einer Steuerkontur gekennzeichnet. Die Funktion wird in einem Rechteck (Element der Darstellung) unterhalb des Steuerblocks beschrieben. Bei gleichen Verknüpfungen werden diese Elemente ohne weitere Inhaltsangabe an das obere Rechteck gezeichnet. Bei wertabhängigen Elementen ist das oberste Element das mit der niedrigsten Wertigkeit. Bild 5.1 zeigt die allgemeine Struktur eines Funktionsbausteins mit Steuerblock und drei gleichartigen Verknüpfungen. Die Kennzeichnung „**“ enthält eine Beschreibung der Steuerung und „*“ der Funktion.

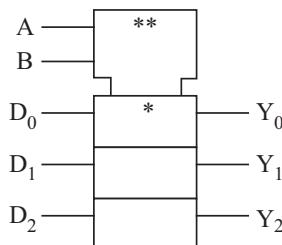


Bild 5.1 Veranschaulichung eines Funktionsbausteins

Die hier behandelten Bausteine können zur Synthese komplexer Schaltungen verwendet werden. Hierzu stehen sie als fertige Komponenten in den Bibliotheken der Entwurfswerkzeuge (Synthesetools) zur Verfügung. Für eine hardwaremäßige Realisierung mit einzelnen ICs können diese häufig als Baustein verfügbaren Schaltungen auf Steckbrettern (Breadboards) oder Versuchsplatten (Rasterplatten) zu Test- oder Ausbildungszwecken aufgebaut werden. Bei den hardwarebasierten Darstellungen wird L und H anstelle der Logikwerte 0 und 1 verwendet (positive Logik vorausgesetzt).

Bild 5.2 zeigt den klassischen Grundbaustein 74 00, der vier NAND-Gatter mit je zwei Eingängen enthält. Ein „x“ oder „-“ in der Funktionstabelle stellt einen beliebigen Eingangswert dar. Ein Dreieck in der Symboldarstellung repräsentiert den Negationskreis (NICHT). An den Anschlüssen des Symbols stehen Zahlen, die den zugehörigen Anschlusspin des realen Bau-

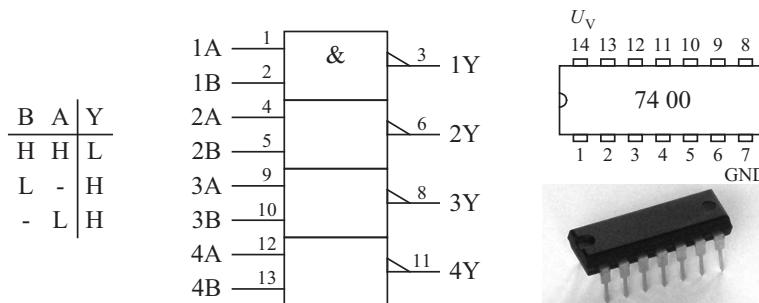


Bild 5.2 Darstellung von Hardwarekomponenten (74 00)

steins angibt. Die Pinbezeichnung (Pinnummer) hängt von dem Gehäusetyp ab. Die Bezeichnung in Bild 5.2 symbolisiert und zeigt den klassischen Dual-Inline-Typ (DIL). Die Spannungsversorgung (hier Pin 7 für Masse (GND) und Pin 14 für Versorgungsspannung (U_V oder V_{CC} , z. B. $+5V$)) wird normalerweise nicht im Symbol angegeben. Hardware-Realisierungen werden in späteren Kapiteln vertieft.

Jedes Schaltnetz ist eine einfache Umcodierung der Eingangssignale auf zugehörige Ausgangssignale. Dies entspricht in der Mengendarstellung der Relation. Bild 5.3 zeigt eine beispielhafte Relation mit den Bitmustern der Eingangssignale auf der linken Seite (hier sollten alle Bitkombinationen vertreten sein) zu den Bitmustern der Ausgangssignale auf der rechten Seite (nicht alle Kombinationen sind notwendig und verschiedene Eingangsbitkombinationen können auf eine Ausgangsbitkombination verweisen).

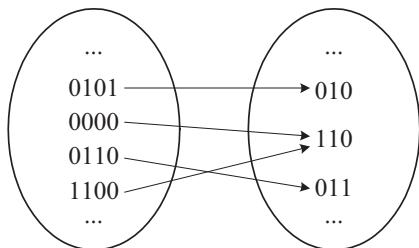


Bild 5.3 Abbildung von Mustermengen

■ 5.2 Codeumsetzer

Ein einfaches Schaltnetz ist eine Umcodierung von Zahlendarstellungen. Tabelle 5.2 zeigt die Umcodierungstabelle vom Dualcode (BCD) in den 3-Exzess-Code (X-3). Wird dieser Zusam-

d	c	b	a	y_D	y_C	y_B	y_A
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	0	X	X	X	X
1	0	1	1	X	X	X	X
1	1	0	0	X	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X	X
1	1	1	0	X	X	X	X
1	1	1	1	X	X	X	X

Tabelle 5.2 Umcodierungstabelle (BCD \rightarrow X-3)

y_D	\bar{a}	a	\bar{a}	\bar{c}	\bar{d}	y_C	\bar{a}	a	\bar{a}	\bar{c}	\bar{d}	y_B	\bar{a}	a	\bar{a}	\bar{c}	\bar{d}	y_A	\bar{a}	a	\bar{a}	\bar{c}	\bar{d}
\bar{c}						\bar{c}						\bar{c}						\bar{c}					
c				1	1	c	1		1	1		c	1		1			c	1		1	1	
\bar{c}	1	1	X	X	X	\bar{c}	1	X	X	X	X	\bar{c}	1	X	X	X	X	\bar{c}	1	X	X	X	X
	\bar{b}	b				\bar{b}	b																

Bild 5.4 KV-Diagramm Codeumsetzer (BCD \rightarrow X-3)

menhang in die KV-Diagramme eingetragen (für jeden Ausgang ein KV-Diagramm, also vier KV-Diagramme mit jeweils vier Eingängen), so erhält man die in Bild 5.4 gezeigte Darstellung. Die eingezeichnete Minimierung und die Umstellung auf Verknüpfungen mit NAND-Gattern mit je zwei Eingängen führt zu den Gleichungen 5.1 bis 5.4.

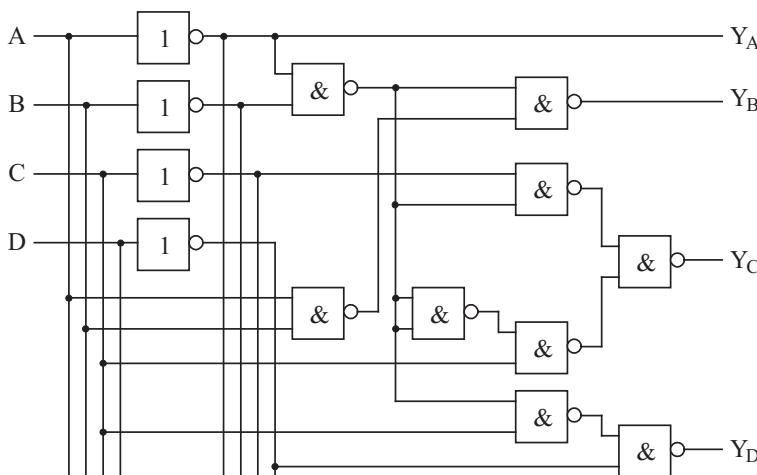
$$y_A = \bar{a} \quad (5.1)$$

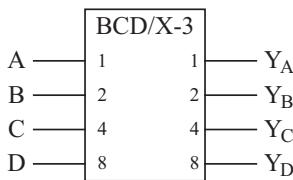
$$y_B = ab \vee \bar{a}\bar{b} = \overline{\overline{a} \wedge \overline{b} \wedge \overline{\overline{a} \wedge \overline{b}}} \quad (5.2)$$

$$y_C = a\bar{c} \vee b\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}c = \overline{\overline{a} \wedge \overline{b} \wedge \overline{c} \wedge \overline{a} \wedge \overline{b} \wedge c} \quad (5.3)$$

$$y_D = d \vee ac \vee bc = \overline{\overline{a} \wedge \overline{b} \wedge c \wedge d} \quad (5.4)$$

Die Gleichungen wurden so umgestellt, dass der Term $\overline{\overline{a} \wedge \overline{b}}$ mehrfach auftaucht. Dieser braucht nur einmal erzeugt und kann dann mehrfach verwendet werden. Hierdurch ist bei Gleichungssystemen mit mehreren Ausgängen neben der Minimierung der Gleichungen auch eine zusätzliche Hardwarereduzierung durch Vermeidung mehrerer gleicher Verknüpfungen möglich. Dies ist die Ausnutzung **Konformer Terme**. Bild 5.5 zeigt die zu den Gleichungen

Bild 5.5 Schaltung eines Codeumsetzers (BCD-Code \rightarrow X-3)

Bild 5.6 Symbol eines Codeumsetzers (BCD-Code \rightarrow X-3-Code)

gehörende Logik-Schaltung und Bild 5.6 das Logiksymbol für die Umcodierung des BCD-Codes (BCD) auf den 3-Exzess-Code (X-3).

■ 5.3 Datenselektor

Bei dem **Datenselektor** wird über Steuereingänge das Signal eines Einganges von mehreren Eingängen auf dem Ausgang ausgegeben. Bild 5.7 zeigt ein vereinfachtes Prinzipschaltbild mit einem beweglichen Kontakt. Im eigentlichen Baustein wird jedoch kein Kontakt bewegt, sondern mithilfe der bekannten Grundbausteine (UND, ODER, NICHT) wird das selektierte Eingangssignal freigegeben und erscheint auf der Ausgangsleitung. Ein Signalfluss wäre bei einem Kontakt in beide Richtungen möglich. Bei dem Datenselektor kann das Signal jedoch nur vom Eingang zum Ausgang übertragen werden (bei einer gleichzeitigen Verstärkung). Werden die Steuersignale über einen Zeitgeber gesteuert, so spricht man von einem **Multiplexer** (MUX). Die inverse Funktion, dass ein Signal auf einen von mehreren Ausgängen durchgeschaltet wird, heißt **Demultiplexer** und wird im nächsten Abschnitt vertieft.

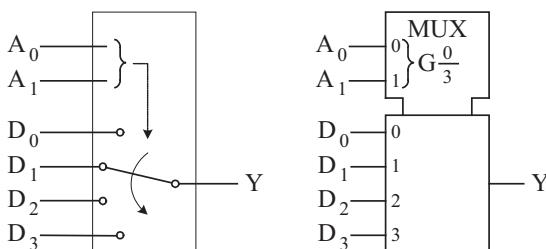


Bild 5.7 Prinzipdarstellung und Schaltsymbol eines Datenselektors

An den zwei Steuereingängen A_1 und A_0 liegt eine von den vier möglichen Kombinationsmöglichkeiten an und der hierdurch selektierte Eingang wird durchgeschaltet. Die Funktion

a_1	a_0	d_3	d_2	d_1	d_0	y
0	0	-	-	-	0	0
0	0	-	-	-	1	1
0	1	-	-	0	-	0
0	1	-	-	1	-	1
1	0	-	0	-	-	0
1	0	-	1	-	-	1
1	1	0	-	-	-	0
1	1	1	-	-	-	1

Tabelle 5.3 Wahrheitstabelle eines Datenselektors

kann in einer Wahrheitstabelle angegeben werden, die bei den sechs Eingängen $2^6 = 64$ Zeilen umfasst. Man bedient sich bei der Beschreibung einer kompakten Darstellung (s. Tabelle 5.3), da bei der Selektion eines Einganges die anderen Eingänge nicht berücksichtigt werden brauchen. Hierbei deckt jede Zeile der kompakten Darstellung acht Zeilen der vollständigen Wahrheitstabelle ab, da jeweils drei Eingangssignale mit „-“ gekennzeichnet sind und dadurch jede Zeile $2^3 = 8$ Kombinationen abdeckt.

Eine noch kompaktere Darstellung zeigt Tabelle 5.4. Hier sind die sechs Eingänge nicht mehr so offensichtlich (keine sechs Spalten auf der Eingangsseite der Wahrheitstabelle).

a_1	a_0	y
0	0	d_0
0	1	d_1
1	0	d_2
1	1	d_3

Tabelle 5.4 Wahrheitstabelle eines Datenselektors (komakte Darstellung)

Trägt man die Werte in ein KV-Diagramm für sechs Eingangsvariablen ein, so ergeben sich starke Vereinfachungen, die bei günstiger Reihenfolge der Variablen deutlich zu sehen sind (s. Bild 5.8). Die Gleichungen dieser Verknüpfung zeigt Gleichung 5.5.

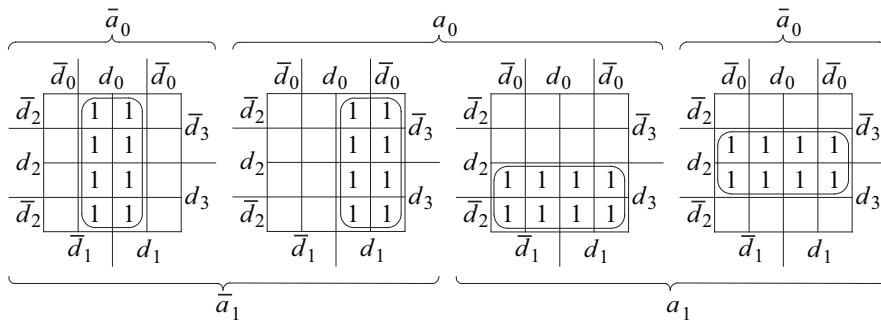


Bild 5.8 Schaltsymbol eines 1-aus-4-Datenselektors

$$y = (\bar{a}_1 \bar{a}_0) d_0 \vee (\bar{a}_1 a_0) d_1 \vee (a_1 \bar{a}_0) d_2 \vee (a_1 a_0) d_3 \quad (5.5)$$

Die Auswahl erfolgt mit einer Auswahlschaltung bestehend aus UND-Verknüpfungen. Jede dieser UND-Verknüpfungen wird über eine Kombinationsmöglichkeit der Steuervariablen a_1 und a_0 freigeschaltet (das Tor wird geöffnet). Die Ausgänge dieser Tor-Schaltungen werden über eine ODER-Verknüpfung zusammengefasst und das Signal wird am Ausgang ausgegeben. Die schaltungstechnische Realisierung zeigt Bild 5.9.

Mit der Funktion des Datenselektors lässt sich jede beliebige Verknüpfung realisieren. Mit den Steuereingängen A_1 und A_0 wird ein Dateneingang ausgewählt. Schließt man z. B. diesen Dateneingang entsprechend der Vorgabe einer Wahrheitstabelle auf den Logikwert an (Verbindung mit GND (0) oder U_V (1)), der bei der anliegenden Bitkombination ausgegeben werden soll, so wird hiermit diese Zeile der Wahrheitstabelle erfüllt. Die Information der Wahrheitstabelle wird also einfach an die Eingänge angeschlossen. Mit der in Bild 5.10 angegebenen Schaltung kann über die Schalter S_3 bis S_0 eine der 16 möglichen Bitkombinationen eingestellt werden. Mit dieser Schaltung sind alle mit den zwei Eingängen A und B in Tabelle 2.11

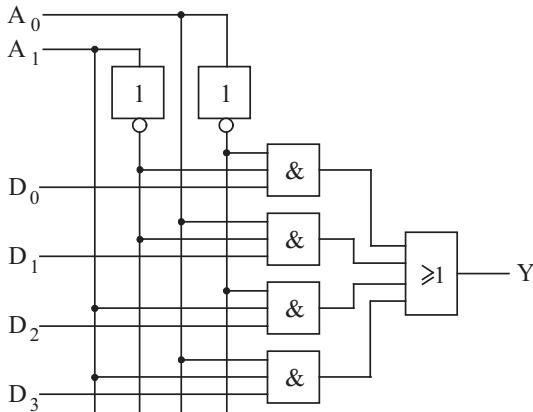


Bild 5.9 Schaltung eines 1-aus-4-Datenselektors (Multiplexers)

(Verknüpfung bei Gliedern mit zwei Eingängen) angegebenen Möglichkeiten realisierbar. Dieses Verfahren wird in modernen programmierbaren Logikelementen verwendet und hat die Bezeichnung **Look Up Table** (LUT). Die jeweilige Funktion der universellen Basis-Elemente steckt in den programmierbaren Tabellen.

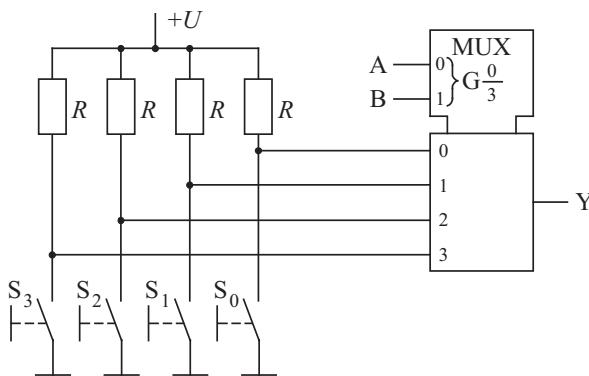


Bild 5.10 Universelle Logikfunktion mit einem 1-aus-4-Datenselektor

■ 5.4 Demultiplexer

Die inverse Operation eines Multiplexers ist ein **Demultiplexer**. Je nach der an den Steuereingängen A_1 und A_0 anliegenden Kombination wird der am Eingang D anliegende Datenstrom an dem ausgewählten Ausgang ausgegeben. Im Gegensatz zu der Darstellung mit den Kontakten, bei der die Spannungswerte der nicht ausgewählten Leitungen floaten (spannungsmäßig keinen Bezug haben) und damit die Logikwerte undefiniert sind, wird bei dem Demultiplexer ein fester Logikwert ausgegeben. In der Grundvariante ist dies die 0. Bild 5.11 zeigt die vereinfachte Prinzipschaltung mit Kontakten und das zugehörige Schaltsymbol eines Demultiplexers.

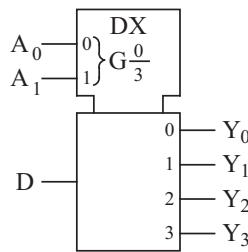
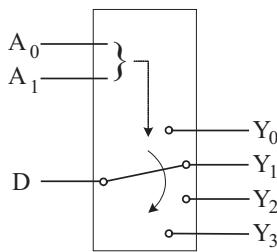


Bild 5.11 Prinzipschaltung und Schaltsymbol eines Demultiplexers

Die Funktion dieses Umcodierungsnetzwerkes zeigt Tabelle 5.5 in einer Wahrheitstabelle. Diese ist reduziert, da der dritte Eingang (Dateneingang D) keine eigene Spalte auf der linken Seite der Wahrheitstabelle hat.

a_1	a_0	y_3	y_2	y_1	y_0
0	0	0	0	0	d
0	1	0	0	d	0
1	0	0	d	0	0
1	1	d	0	0	0

Tabelle 5.5 Wahrheitstabelle eines Demultiplexers

Die Minimierung müsste z. B. mit vier KV-Diagrammen mit je drei Eingangsvariablen durchgeführt werden, von denen jede Darstellung nur eine 1 enthält und somit keine Möglichkeit zur Vereinfachung bietet. Die Gleichungen der vier Ausgangsgrößen zeigen die Gleichungen 5.6 bis 5.9.

$$y_0 = (\overline{a_1} \overline{a_0}) d \quad (5.6)$$

$$y_1 = (\overline{a_1} a_0) d \quad (5.7)$$

$$y_2 = (a_1 \overline{a_0}) d \quad (5.8)$$

$$y_3 = (a_1 a_0) d \quad (5.9)$$

Die Schaltung besteht aus den vier Torschaltungen, die bereits im Datenselektor eingesetzt werden. In diesem Fall gibt das hierdurch freigegebene Tor den am Eingang D anliegenden Datenstrom auf den ausgewählten Ausgang aus. Die zugehörige Schaltung zeigt Bild 5.12.

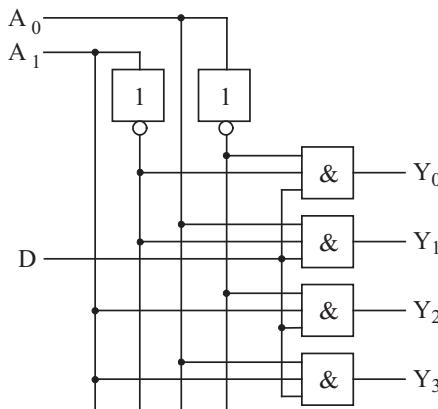


Bild 5.12 Schaltung eines 1-auf-4-Demultiplexers

■ 5.5 Adressdecoder

Ein weiteres Grundelement ist der **Adressdecoder**, der in Mikrocontrollersystemen eingesetzt wird, damit der Mikrorechner bei jedem Speicherzugriff (schreiben und lesen) den von ihm ausgewählten Speicherbereich hardwaremäßig aktivieren kann. Es ist eine Umcodierung der in der Regel höheren Adressleitungen auf einen 1-aus- n -Code. In dieser Einführung werden drei Adressleitungen durch die Eingangsanschlüsse A, B und C repräsentiert. Hiermit können acht Ausgangsanschlüsse (Y_0 bis Y_7) selektiert werden. Als zusätzliches Freigabesignal dient der Eingang G. Tabelle 5.6 zeigt die Wahrheitstabelle dieses 1-aktiven (selektierter Ausgang hat den Wert 1) Adressdecoders.

Tabelle 5.6 Wahrheitstabelle eines Adressdecoders (1-aktiv)

g	c	b	a	y_7	y_6	y_5	y_4	y_3	y_2	y_1	y_0
0	-	-	-	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

Die Beschreibung führt zu acht Gleichungen, von denen hier nur die Gleichung für den Ausgang Y_0 beispielhaft betrachtet wird. Die anderen Ausgänge werden durch die zugehörigen Bitkombinationen der drei Adressleitungen A, B und C aktiviert.

$$y_0 = \overline{ab} \overline{cd} \quad (5.10)$$

Die Bitkombinationen gehen auf eine Art Torschaltung. Jede Bitkombination der Adressleitungen hat ein eigenes Tor. Wird die Schaltung mit $g = 1$ aktiviert, so schaltet der ausgewählte Ausgang auf den Wert 1 (alle anderen Ausgänge führen den Wert 0). Wird die Schaltung mit $g = 0$ deaktiviert, so führen alle Ausgänge den Wert 0.

Die Funktion der Schaltung entspricht somit der eines Demultiplexers, mit dem Unterschied, dass beim Demultiplexer die Anschlüsse A, B und C Steuerleitungen sind und bei dem Adressdecoder die Datenleitungen. Die Datenleitung D des Demultiplexers entspricht der Steuerleitung G des Adressdecoders. Eine Gegenüberstellung der Schaltsymbole zeigt Bild 5.13.

Da der Schaltkreis für beide Anwendungen eingesetzt werden kann, sind keine eindeutigen Steueranschlüsse vorhanden und alle Eingänge führen zu dem Funktionsblock.

Um zu dem Grundbaustein Adressdecoder zu gelangen sind noch zwei Veränderungen einzuführen. Zum einen arbeitet die Baustenauswahl in Rechnersystemen mit 0-aktiven Signalen (ausgewählter Baustein wird mit einem 0-Signal aktiviert) und das Freigabesignal g setzt sich aus drei Eingangssignalen zusammen. Für die erste Veränderung müssen die Ausgangssignale negiert werden und für die zweite Veränderung wird das Freigabesignal aus den Eingängen G_1 , $\overline{G_2A}$ und $\overline{G_2B}$ entsprechend Gleichung 5.11 zusammengesetzt. Aus Gründen der Kompatibilität sind die Anschlüsse G_2A und G_2B 0-aktiv. Die Wahrheitstabelle des „Standard“-Adressdecoders

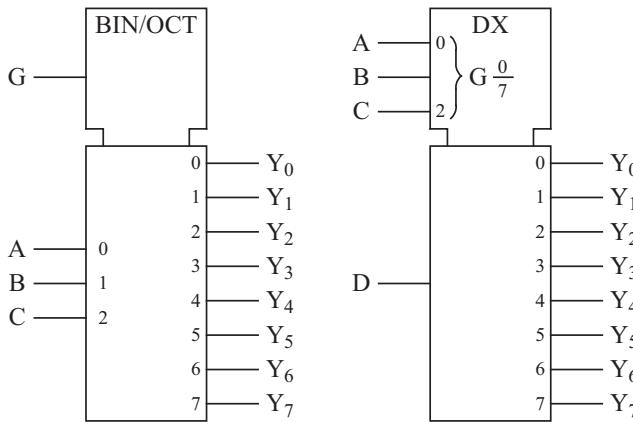


Bild 5.13 Schalsymbole eines Adressdecoders und eines Demultiplexers

Tabelle 5.7 Wahrheitstabelle des Adressdecoders 74 138

$\overline{g_{2B}}$	$\overline{g_{2A}}$	g_1	c	b	a	$\overline{y_7}$	$\overline{y_6}$	$\overline{y_5}$	$\overline{y_4}$	$\overline{y_3}$	$\overline{y_2}$	$\overline{y_1}$	$\overline{y_0}$
1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
-	-	1	-	-	-	1	1	1	1	1	1	1	1
-	0	-	-	-	-	1	1	1	1	1	1	1	1
0	-	-	-	-	-	1	1	1	1	1	1	1	1

74 138 zeigt Tabelle 5.7 und Bild 5.14 das zugehörige Logik und Hardwaresymbol.

$$g = g_1 \wedge \overline{g_{2A}} \wedge \overline{g_{2B}} \quad (5.11)$$

Die Hardwareschaltung bestehend aus den Grundelementen zeigt Bild 5.15. Aus Platzgründen sind nur die ersten drei Ausgänge Y₀ bis Y₂ dargestellt.

Die Eingänge G₁, $\overline{G_{2A}}$ und $\overline{G_{2B}}$ dienen zur einfachen Erweiterung, falls z. B. mehr als 8 Ausgänge benötigt werden. Um den Baustein immer aktiv zu halten, sind die 0-aktiven Eingänge $\overline{g_{2A}}$ und g_{2B} auf Masse zu legen (GND) und der 1-aktive Eingang g_1 auf die Versorgungsspannung (U_V).

Steuereingänge (z. B. für Schreib- und Lesesignal) sind häufig 0-aktive Signale. Werden diese auf einen 0-aktiven Eingang geschaltet (z. B. $\overline{G_{2A}}$), so wird das hier anliegende Signal auf den über a , b und c ausgewählten Ausgang durchgeschaltet. Hiermit erfolgt z. B. die Verteilung von Steuersignalen eines Mikrorechners.

Zur Verdoppelung der Anzahl benötigter Ausgänge können zwei Bausteine verwendet werden. Die Signale a , b und c liegen an beiden Bausteinen parallel an und das zusätzliche Adresssignal d wird bei dem niedrigerwertigen Baustein an $\overline{G_{2B}}$ angeschlossen (liefert die Signale $\overline{y_0}$ bis $\overline{y_7}$) und an dem höherwertigen Baustein an G₁ (liefert die Signale $\overline{y_8}$ bis $\overline{y_{15}}$).

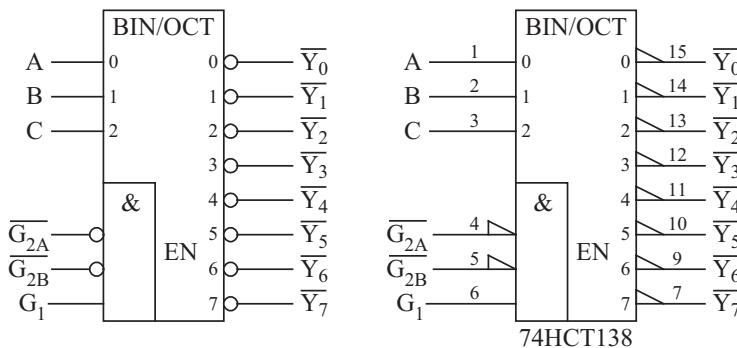


Bild 5.14 Symbole des Adressdecoders 74 138

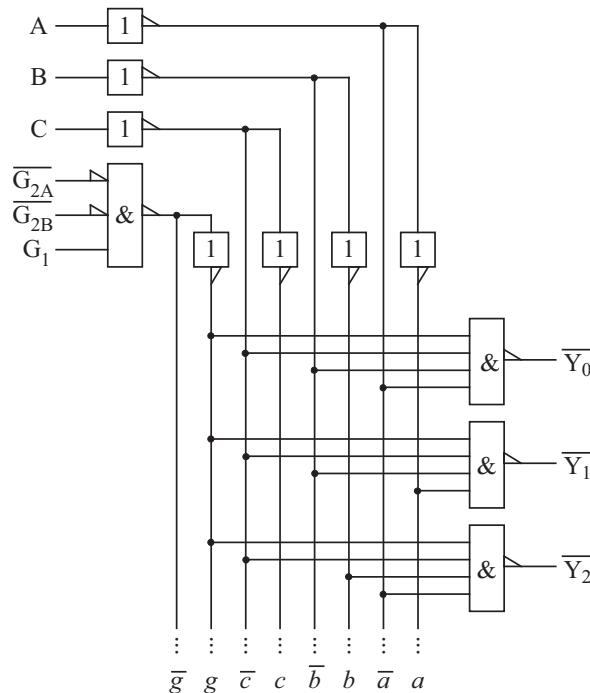


Bild 5.15 Interne Schaltung des Adressdecoders 74 138

Reicht die Anzahl der Ausgänge nicht aus, so kann ein 0-aktiver Eingang, z. B. $\overline{G_{2A}}$ zur Kaskadierung verwendet werden. Die anderen zwei Freigabe-Eingänge werden entsprechend der gewünschten Funktion beschaltet oder derart mit konstanten Eingangssignalen versorgt, dass die Freigabe-Funktion nicht blockiert wird. Aus Platzgründen wird beispielhaft eine Kaskadierung mit fünf 1-auf-4-Demultiplexern in Bild 5.16 gezeigt. Man erhält $4 \cdot 4 = 16$ Ausgangssignale. Bei der Verwendung von 1-auf-8-Demultiplexern (Adressdecoder) erhält man $8 \cdot 8 = 64$ Ausgangssignale mit einem negierten 1-aus-64-Code, der über 6 Anschlüsse gesteuert wird. Mit der o. a. parallelen Erweiterung erhält man mit diesem Adressdecoder 128 Ausgangssignale.

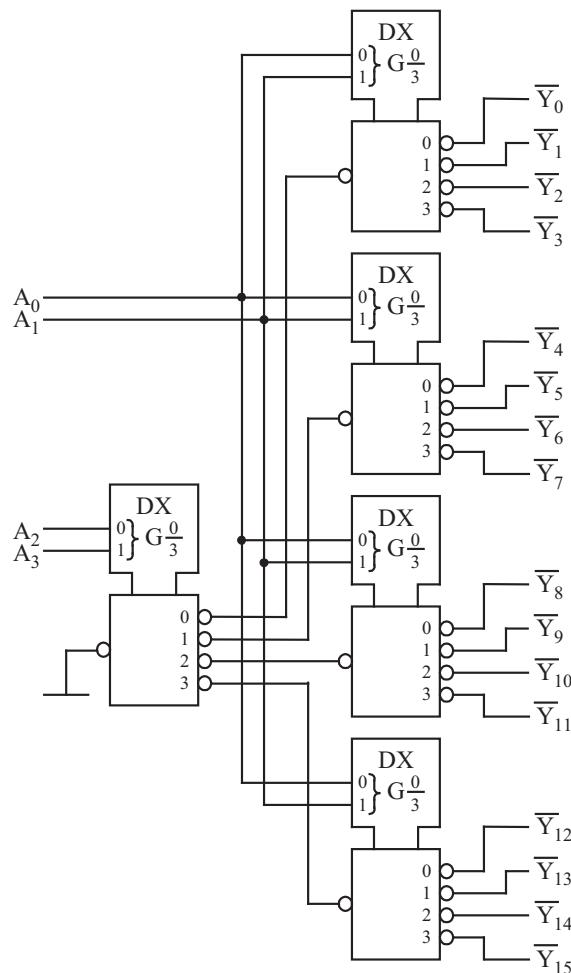


Bild 5.16 Kaskadierung von 1-auf-4-Demultiplexer für 16 Ausgangssignale

■ 5.6 Addierer

5.6.1 Halbaddierer

Ein wichtiges Schaltnetz ist der **Addierer**. Die Addition von Binärzahlen wurde bereits in Kapitel 1 angewendet. Für eine schaltungstechnische Realisierung zeigt Tabelle 5.8 die Wahrheitstabelle eines 1-Bit-Addierers mit den Ausgangssignalen c (Übertrag bzw. Carry) und s (Summe oder Sum). Für die KDNF ergeben sich die Gleichungen 5.12 und 5.13.

$$c = ab \quad (5.12)$$

$$s = a\bar{b} \vee \bar{a}b \quad (5.13)$$

Für den Übertrag c wird die UND-Verknüpfung benötigt und für die Summe s die XOR-Verknüpfung. Eine schaltungstechnische Realisierung zeigt Bild 5.17.

b	a	c	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Tabelle 5.8 1-Bit-Addierer

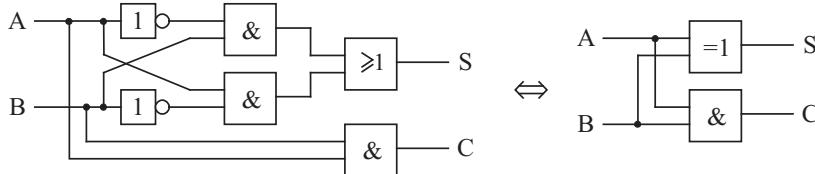


Bild 5.17 Schaltung eines Halbaddierers

Für Hardwarerealisierungen waren NAND-Verknüpfungen sehr beliebt. Bild 5.18 zeigt eine einfache Schaltung eines Halbaddierers aus NAND-Bausteinen mit je zwei Eingängen. Der untere NAND-Baustein ist als einfaches NICHT-Glied geschaltet und führt keine Verknüpfung durch.

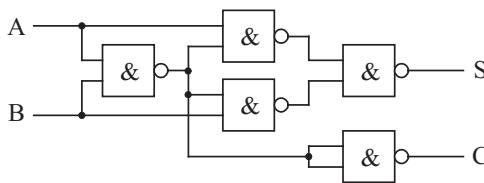


Bild 5.18 Halbaddierer aus NAND-Bausteinen

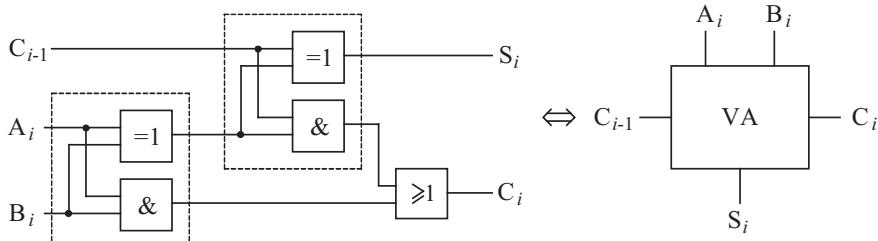
Der **Halbaddierer** eignet sich für die Verknüpfung von zwei 1-Bit-Werten. Um die anderen Bitstellen einer Dualzahl berechnen zu können, ist es notwendig, den jeweiligen Übertrag der nächstniedrigeren Stelle in die Addition mit einzubeziehen. Erst mit dieser Verknüpfung erhält man den Volladdierer für eine beliebige Bitstelle.

5.6.2 Volladdierer

Der **Volladdierer** berechnet die Werte der Bitstelle i und verwendet den Übertrag der Bitstelle $i-1$. Die Wahrheitstabelle zeigt Tabelle 5.9.

c_{i-1}	b_i	a_i	c_i	s_i
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Tabelle 5.9 Volladdierer

Bild 5.19 Schaltung eines Volladdierers für Bitstelle i

Für die Realisierung eines Volladdierers können zwei Halbaddierer und ein ODER-Gatter verwendet werden. Die Schaltung zeigt Bild 5.19.

Hiermit hat man eine Lösung, die für jede Bitstelle einer Addition verwendet werden kann. Die Lösung verwendet die **Bit-Slice-Technik**. Die gesuchte allgemeine Verknüpfung wird als Kette gleichartiger Elemente (Kettenglieder) aufgefasst und man ermittelt die Lösung für ein Kettenglied und den Anfang der Kette. Durch Verwendung dieser Lösung ist dann die Gesamtaufgabe lösbar. Die Schaltung ist ebenso skalierbar, da sie für beliebige Längen relativ problemlos angepasst werden kann. Bild 5.20 zeigt die Lösung eines 4-Bit-Addierers. Für die Verknüpfung der niederwertigsten Bitstelle ist hier ein Volladdierer verwendet worden, dessen Eingang C_{i-1} auf Masse liegt. An dieser Bitstelle könnte auch ein Halbaddierer eingesetzt werden.

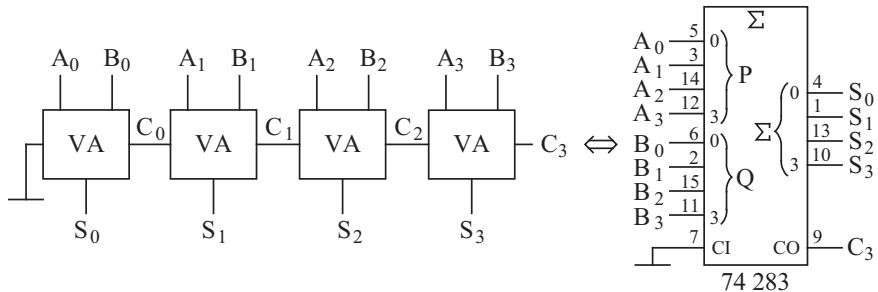


Bild 5.20 4-Bit-Addierer mit seriellem Übertrag und zugehöriges Schaltsymbol

Mit dem Grundelement Volladdierer kann eine beliebige Bitlänge realisiert werden. Nachteil dieser Kette ist jedoch, dass das höchstwertige Bit von dem Übertrag der niederwertigsten Bitstelle abhängen kann. Für die Bearbeitungszeit ist somit die Verzögerungszeit der gesamten Kette zu verwenden. Aus diesem Grund ist der Eingang C_{i-1} an dem oberen Halbaddierer angeschlossen, um dessen Durchlaufzeit (Bearbeitungszeit) minimal zu halten (ansonsten könnten die Eingänge beliebig vertauscht werden, da sie gleichwertig sind). Bei sehr langen Addierschaltungen werden Beschleuniger eingesetzt, die den Übertrag einer Bitgruppe separat bestimmen und damit die gesamte Durchlaufzeit reduzieren. Dieser Optimierungsvorgang soll hier nicht weiter vertieft werden.

■ 5.7 Komparator

Ein **Komparator** vergleicht zwei Werte. Im reellen Zahlenraum reicht hierfür eine Ausgangsgröße aus, um das Ergebnis größer oder kleiner anzuzeigen. Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei reelle Werte aus dem Zahlenraum \mathbb{R} wirklich gleich sind, geht gegen null und dessen Detektion kann somit vernachlässigt werden. Dies ist bei binären Größen nicht der Fall. Es werden mindestens zwei Bit für das Ausgangssignal benötigt. Von den vier Kombinationsmöglichkeiten werden jedoch nur drei verwendet. Aus Gründen der Übersichtlichkeit verwendet man häufig sogar drei Ausgangsgrößen (3 Bit). Tabelle 5.10 zeigt eine entsprechende Aufstellung. Die Lösung für eine Breite von 1 Bit zeigt Tabelle 5.11.

Eingangsbedingungen	x	y	z
$a < b \Rightarrow a \text{ kleiner } b$	1	0	0
$a = b \Rightarrow a \text{ gleich } b$	0	1	0
$a > b \Rightarrow a \text{ größer } b$	0	0	1

Tabelle 5.10 Komparator

b	a	x	y	z
0	0	0	1	0
0	1	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0

Tabelle 5.11 Wahrheitstabelle eines 1-Bit-Vergleichers

$$x = \overline{a}b \quad (5.14)$$

$$y = ab \vee \overline{a}\overline{b} = \overline{\overline{a}b \vee a\overline{b}} = \overline{x \vee z} \quad (5.15)$$

$$z = a\overline{b} \quad (5.16)$$

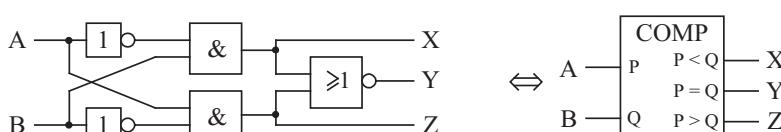


Bild 5.21 Schaltung eines 1-Bit-Vergleichers

Bei der Erweiterung auf mehrere Bit bietet sich wieder die Bit-Slice-Technik an. Bei einem manuellen Vergleich beginnt man mit dem höchstwertigen Bit. Wird hier kein Unterschied gefunden, so vergleicht man das nächstniedrigere Bit. Wird hier auch kein Unterschied festgestellt, so benötigt man wiederum das nächstniedrigere Bit. Man beginnt also bei dem Höchstwertigen und geht bei Bedarf die Bitfolge durch bis zum Niederwertigsten. Werden

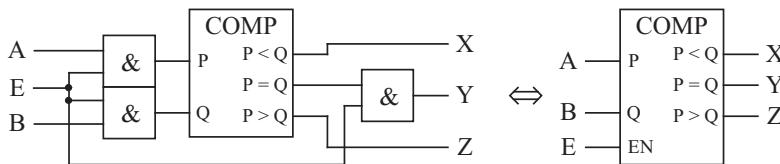


Bild 5.22 Schaltung eines 1-Bit-Vergleichers mit Enable-Eingang E

bei allen Bitstellen keine Unterschiede gefunden, so ist das Ergebnis $y = 1$. Um nicht benötigte Vergleiche auszublenden, kann die Schaltung mit einem Freigabe- bzw. Enable-Eingang erweitert werden. Bild 5.22 zeigt eine entsprechende Schaltung. Für $e = 1$ wird der Vergleich durchgeführt, während bei $e = 0$ alle Ausgänge auf 0 gesetzt werden.

Mit diesem Element können Vergleicher für beliebig lange Bitzahlen aufgebaut werden. Nachteil ist wie bei dem Addierer die steigende Bearbeitungszeit bei langen Ketten. Die Realisierung eines 3-Bit-Vergleichers zeigt Bild 5.23.

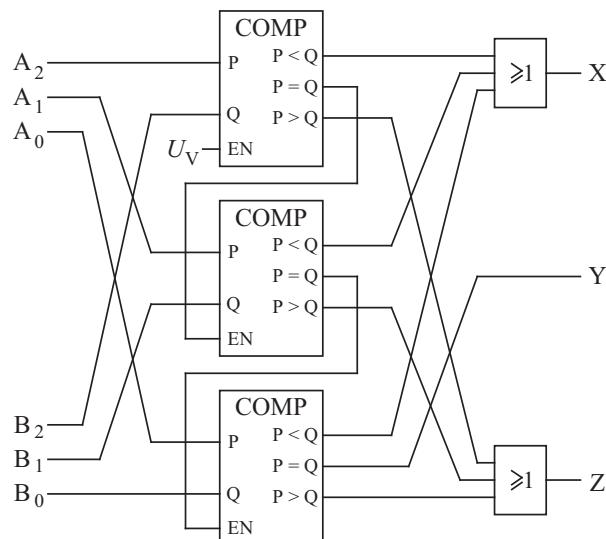


Bild 5.23 Kaskadierter Vergleicher für 3 Bit

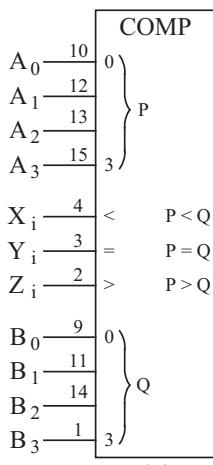
Die höchste Priorität hat Bitstelle 3 (a_2 verglichen mit b_2). Der 1-aktive Enable-Eingang dieses Komparators ist mit der Versorgungsspannung (U_V) verbunden und damit aktiviert. Wird hier ein Unterschied festgestellt, so werden alle folgenden Komparatoren ausgeblendet (deaktiviert) und deren Ausgangssignale sind 0. Wird kein Unterschied festgestellt, so haben x_2 und z_2 den Wert 0 und die nächste Bitstufe, hier Bitstelle 2, wird freigegeben. Hier erfolgt die gleiche Bewertung. Werden bei allen Bitstellen keine Unterschiede festgestellt, so erscheint an dem Ausgang $P = Q$ der niedrigerwertigsten Stelle die Ausgangsgröße $y = 1$. Wird in der Kette ein Unterschied festgestellt, so hat lediglich ein Ausgang der Komparatoren den Wert 1. Durch die ODER-Verknüpfungen wird dieser Wert auf Ausgang X bzw. Z ausgegeben.

Es existieren unterschiedliche Realisierungen kaskadierbarer Vergleicher. Ein häufig zu findender Baustein ist der 74 85, dessen Funktion in der Wahrheitstabelle (Tabelle 5.12) angegeben ist. Bild 5.24 zeigt den Baustein in der Logikdarstellung.

Tabelle 5.12 Wahrheitstabelle des 74 85 (Logikdarstellung mit 0 und 1)

2 ³				2 ²				2 ¹				2 ⁰				<			=			>			a < b			a = b			a > b		
b_3	a_3	b_2	a_2	b_1	a_1	b_0	a_0	x_i	y_i	z_i	x_o	y_o	z_o	x_o	y_o	z_o	x_o	y_o	z_o	x_o	y_o	z_o	x_o	y_o	z_o								
1	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1								
0	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1								
$b_3 = a_3$	1 0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0								
$b_3 = a_3$	0 1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1								
$b_3 = a_3$	$b_2 = a_2$	1 0	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0								
$b_3 = a_3$	$b_2 = a_2$	0 1	-	-	-	-	-	-	-	-	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1								
$b_3 = a_3$	$b_2 = a_2$	$b_1 = a_1$	1 0	-	-	-	-	-	-	-	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0								
$b_3 = a_3$	$b_2 = a_2$	$b_1 = a_1$	0 1	-	-	-	-	-	-	-	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1								
$b_3 = a_3$	$b_2 = a_2$	$b_1 = a_1$	$b_0 = a_0$	1	0	0	0	-	1	-	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0								
$b_3 = a_3$	$b_2 = a_2$	$b_1 = a_1$	$b_0 = a_0$	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0								
$b_3 = a_3$	$b_2 = a_2$	$b_1 = a_1$	$b_0 = a_0$	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1								
$b_3 = a_3$	$b_2 = a_2$	$b_1 = a_1$	$b_0 = a_0$	-	1	-	-	-	0	-	0	1	-	-	-	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0								
$b_3 = a_3$	$b_2 = a_2$	$b_1 = a_1$	$b_0 = a_0$	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
$b_3 = a_3$	$b_2 = a_2$	$b_1 = a_1$	$b_0 = a_0$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1								

Der Baustein verfügt über 11 Eingangssignale, wodurch sich eine vollständige Wahrheitstabelle mit $2^{11} = 2048$ Zeilen ergibt. Diese Darstellung ist unübersichtlich und nicht handhabbar. In Tabelle 5.12 ist sie anschaulich zusammengefasst. Die höchste Priorität haben die Eingänge mit der Wertigkeit 2^3 . Diese entscheiden über den Zustand der Ausgangsgrößen x_o , y_o und z_o . Jede Zeile deckt $2^9 = 512$ Zeilen der vollständigen Darstellung ab. Wird bei dieser Wertigkeit kein Unterschied festgestellt, weil die Eingangssignale b_3 und a_3 beide ein 1-Signal oder ein 0-Signal führen, so wird die nächstniedrigere Prioritätsstufe aktiviert. Nun entscheiden die Eingänge der Wertigkeit 2^2 . Jede Zeile deckt $2^7 = 128$ Zeilen der vollständigen Wahrheitstabelle ab. Wird auch hier kein Unterschied festgestellt, dann folgt die Wertigkeit 2^1 und bleibt dies erfolglos, dann folgt Wertigkeit 2^0 . Sollte auch hier kein Unterschied festgestellt werden, so sind die Datenleitungen a und b an allen verglichenen Stellen identisch

**Bild 5.24** Logikdarstellung des 74 85 (IEC logic symbol)

und es wird die Bitkombination der Eingangssignale x_i , y_i und z_i durchgereicht. Sie stellen das Vergleichsergebnis einer untergeordneten Vergleichsstufe dar.

Bis zu dieser Stelle der Wahrheitstabelle sind alle sinnvollen Eingangssignale abgedeckt. Das Verhalten des Bausteins muss jedoch auch für unsinnige Eingangssignale definiert sein. Unsinnig wären u. a. Eingangssignale eines untergeordneten Vergleichers an den Eingängen X_i , Y_i und Z_i mit einer Bitdarstellung, die sowohl „kleiner“ als auch „größer“ angibt. Die Bitkombination ist möglich, aber deren Interpretation entsprechend der Bedeutung der Signalleitungen widerspricht der Logik. Ein Vergleich kann nicht gleichzeitig „kleiner“ und „größer“ als Ergebnis ausgeben (beide Signale 1). Es können jedoch beide Signale inaktiv sein (beide Signale 0), dies entspricht der Gleichheit. Die unteren drei Zeilen der Wahrheitstabelle decken diese noch fehlenden Bitkombinationen ab.

Wird ein Vergleich mit mehr als 4 Bit benötigt, so kann dieser Baustein kaskadiert werden. Bild 5.25 zeigt die serielle Kaskadierung für 12 Bit, bei der die Bausteine hintereinander geschaltet werden. Die höchstwertigen Bitstellen werden von dem rechten Baustein verglichen. Kann hier keine Entscheidung getroffen werden, so verwendet dieser die Bitkombination der Eingänge „<“, „=“ und „>“. Der mittlere Baustein vergleicht die mittleren Bitstellen und der linke Baustein die niederwertigsten Bitstellen. Wird bei allen 12 Bitstellen Gleichheit festgestellt, so ist die Bitkombination der Gleichheit an den Anschlüssen „<“, „=“ und „>“ des linken Bausteins zu verwenden. Eingezeichnet ist der logisch sinnvolle Wert 0, 1, 0. Aufgrund des Bausteinverhaltens ist jedoch nur das 1-Signal an dem Eingang „=“ notwendig, da alle weiteren Kombinationen an dem Ausgang des linken Bausteins die Signale 0, 1, 0 erzeugen. Bei einer sehr großen Bitstellenzahl hat man wieder die hohen Verarbeitungszeiten, die sich aus der Summe der in der Kette befindlichen Komponenten ergeben (s. Addierer).

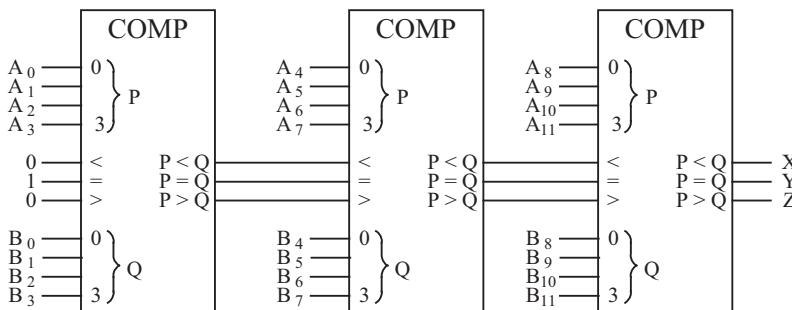


Bild 5.25 Serielle Erweiterung einer Komparatorschaltung

Eine andere Erweiterung ist die parallele Erweiterung, die in Bild 5.26 dargestellt ist. Hier liegen lediglich zwei Bausteine in Reihe und es könnten mit dieser Struktur bis zu 20 Bit verglichen werden. Die niederwertigsten Bit sind entsprechend einer seriellen Erweiterung angeschlossen (unterer Komparator). Die Gruppe der höchstwertigen Bitstellen und der mittleren Bitstellen werden jeweils von einem Baustein verglichen. Wird z. B. bei der höchstwertigen Bitgruppe festgestellt, dass $a < b$ ist, so liefert dieser Baustein an den Ausgängen die Kombination 1, 0, 0. Die hierin steckende Information muss von dem rechten Komparator richtig interpretiert werden, damit die Ausgangsgrößen x , y und z ebenfalls die Bitkombination 1, 0, 0 ausgeben. Hierzu ist es notwendig, dass die 1, die $(p < q)$ anzeigt, an den höchstwertigen Anschluss Q und die 0, die für $(p > q)$ zuständig ist, an den höchswertigen Anschluss P angeschlossen werden. Hiermit wird die ermittelte Information des Unterschieds richtig wei-

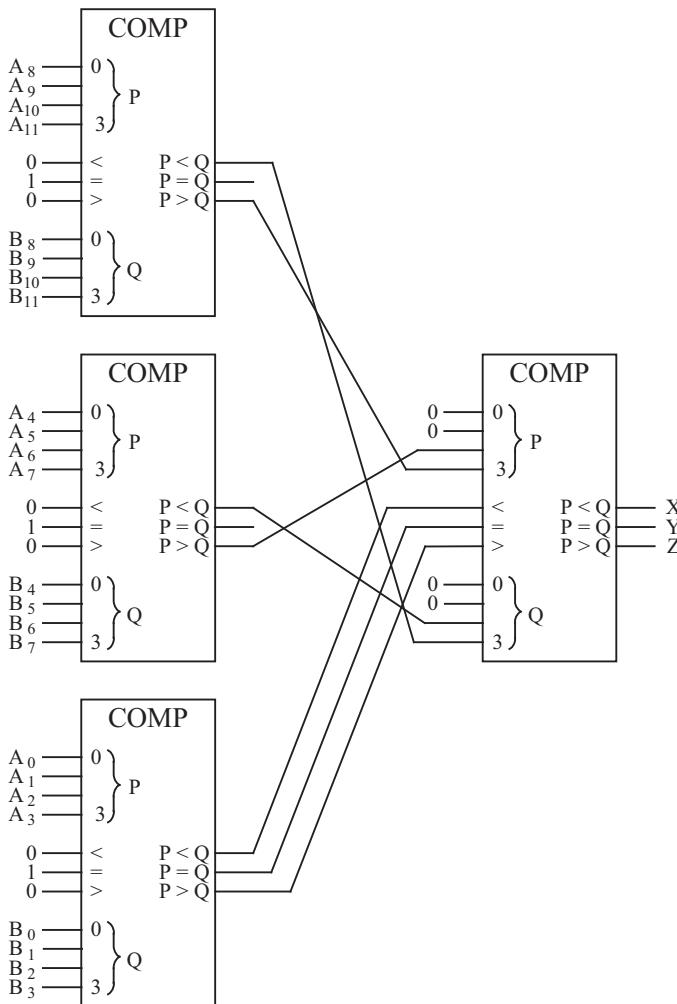


Bild 5.26 Parallele Erweiterung einer Komparatorschaltung

tergegeben. Bei Gleichheit haben beide weitergereichten Ausgänge den Wert 0, was auch als Gleichheit interpretiert wird. Das gleiche Vorgehen trifft für die mittleren Bitstellen zu. Die Ausgangssignale sind an den Eingängen P und Q mit gleicher Wertigkeit anzuschließen. Hier-nach sind an den Eingängen für P und Q des rechten Bausteins jeweils zwei Eingänge offen. Diese müssen so beschaltet werden, dass sie als identisch interpretiert werden und damit als Ergebnis des Vergleichs das Ergebnis der niederwertigsten Gruppe verwendet wird.

■ 5.8 Aufgaben

1. Ermitteln Sie eine Schaltung, die bei viersteligen Dualzahlen (Signale: d, c, b und a für die Wertigkeiten 8, 4, 2 und 1) das Vorhandensein einer Primzahl mit $y = 1$ anzeigt.

2. Erstellen Sie die Gleichungen zur Umcodierung eines vierstelligen Dualcodes für die Signale zur Ansteuerung einer 7-Segment-Anzeige für die Darstellung der Werte 0, 1, ..., 9, A, b, c, d, E, F. Die Eingangssignale seien a, b, c und d und die Ausgangssignale y_0, y_1, \dots, y_6 zur Ansteuerung der Segmente A, B, ..., G. Die Ansteuerung soll mit 0-aktiven-Signalen erfolgen (0 für leuchtend, 1 für nicht leuchtend).

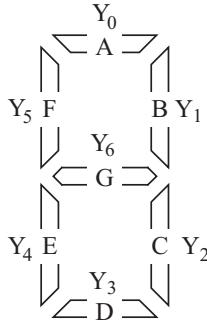


Bild 5.27 7-Segment-Anzeige

3. Es ist ein Windrichtungsanzeigesystem zu vervollständigen. Die Windrichtung wird mit einem direkt messenden optischen System erfasst. Die Werte stehen als 3-Bit-Gray-Code zur Verfügung (Signale: c, b und a , Nord $\hat{=} 000$). Die Anzeige erfolgt über vier Segmente, die die Hauptrichtungen Nord, Ost, Süd und West repräsentieren (Signale: n, o, s und w). Bei der Windrichtung Nordost sollen die Segmente für Nord und Ost aktiviert sein. Die anderen Zwischenwerte sind entsprechend darzustellen. Das Anzeigesystem arbeitet mit 0-aktiven-Signalen (0 für aktiviert). Erstellen Sie die Wahrheitstabelle und bestimmen Sie die minimierten Gleichungen.
4. Verändern Sie die Schaltung des 1-aus-4-Multiplexers (Bild 5.9), sodass dieser nur aus NAND-Bausteinen (mit beliebig vielen Eingängen) aufgebaut werden kann.
5. Zur Realisierung der Wahrheitstabelle in Tabelle 5.13 stehen nur Datenselektoren mit vier

d	c	b	a	y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Tabelle 5.13 Wahrheitstabelle

Dateneingänge (und zwei Steuereingänge) zur Verfügung. Zeichnen Sie einen kaskadierten Aufbau mit fünf dieser Datenselektoren zur Realisierung einer LUT.

6. Zur Realisierung der Wahrheitstabelle in Tabelle 5.13 steht nur ein Datenselektor mit acht Dateneingängen (und drei Steuereingängen) zur Verfügung. Ermitteln Sie die günstigste Ansteuerung und zeichnen Sie die Schaltung. Drei Eingänge können direkt mit den Steuereingängen verbunden werden (z. B. die Signale d, c, b). Die jeweilige Auswahl verwendet dann ein Signal aus der Menge $\{1, \bar{a}, a, 0\}$.
7. Belegen Sie die funktionale Gleichheit der in Bild 5.17 (Schaltung eines Halbaddierers) und Bild 5.18 (Halbaddierer aus NAND-Bausteinen) angegebenen Schaltung mithilfe der Wahrheitstabelle und durch algebraische Umformung der Gleichungen.
8. Ermitteln Sie eine Schaltung des Volladdierers entsprechend Bild 5.19, der nur aus NAND-Gattern mit je 2 Eingängen besteht (siehe hierzu Bild 5.18).

6

Zeitabhängige binäre Schaltungen

■ 6.1 Übersicht

Digital arbeitende Schaltungen unterscheidet man aufgrund ihrer hardwaremäßigen Realisierung in **kombinatorische Schaltungen (Schaltnetze)** und **sequenzielle Schaltungen (Schaltwerke)**.

Kombinatorische Schaltungen (Schaltnetze) sind aus UND, ODER, NAND, NOR und NEGATION zusammengesetzte Schaltungen **ohne Rückführungen**. Hieraus ergeben sich folgende Eigenschaften:

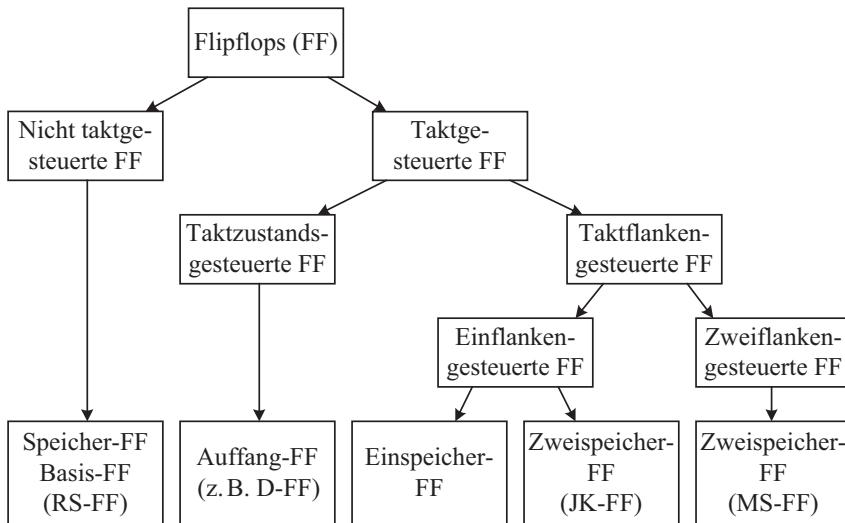
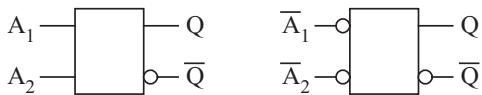
- Der Zustand der Ausgangsgrößen hängt nur vom aktuellen Zustand der Eingangsgrößen ab. Gleiche Eingangsgrößen führen immer zu den gleichen Ausgangsgrößen.
- Änderungen führen unmittelbar zu Änderungen am Ausgang (nur durch Reaktionszeiten der Bausteine verzögert).
- Es existiert nur eine Signalflussrichtung.

Sequenzielle Schaltungen (Schaltwerke) bestehen aus zusammengesetzten Gattern **mit Rückführungen**, die als Speicher für mindestens ein binäres Signal (1 Bit) dienen können. Die kleinste sequenzielle Schaltung speichert ein Bit und wird als **Flipflop (FF)**, **bistabile Kippstufe** oder **bistabiler Multivibrator** bezeichnet. Es ergeben sich folgende Eigenschaften:

- Der Zustand der Ausgangsgrößen hängt vom aktuellen Zustand und vorher vorhandenen Zuständen der Eingangsgrößen ab. Das Speicherelement kann das Eingangssignal (oder Zwischengrößen) speichern und auf Anforderung wieder ausgeben oder mit neuen Eingangssignalen verknüpfen.
- Aufgrund der Rückführung von Gatterausgängen auf davorliegende Gattereingänge treten zwei Signalflussrichtungen auf.

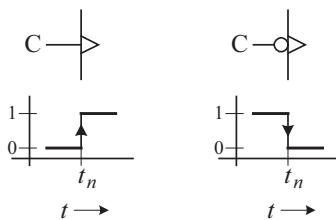
Es existieren viele verschiedene Arten von Flipflops. Bild 6.1 zeigt eine Übersicht der in diesem Abschnitt behandelten Arten. Basierend auf dem Grundelement werden hieraus alle weiteren Flipflop-Arten Schritt für Schritt entwickelt.

Zur Vorbereitung und leichteren Lesbarkeit dieses Abschnittes zunächst eine Übersicht der verwendeten Darstellungsmöglichkeiten. Bild 6.2 zeigt einen Funktionsblock, der z. B. auch ein Flipflop sein kann. Die Ausgangssignale stehen in der Grundvariante in nicht negierter

**Bild 6.1** Übersicht gebräuchlicher Flipflop-Arten**Bild 6.2** FF mit statischen Eingängen (links 1-aktiv, rechts 0-aktiv)

und negierter Form zur Verfügung und werden häufig mit der Bezeichnung Q gekennzeichnet. In der linken Darstellung werden 1-aktive Signale verwendet, während in der rechten Darstellung 0-aktive Signale den Funktionsblock ansteuern. Die Negation ist sowohl an dem Negationskreis am Funktionsblock zu erkennen als auch an dem Negationsstrich oberhalb der Eingangsbezeichnung. **Statische Signale** führen die Funktion aus (sind aktiv), wenn ihr Zustand dem logischen Wert 1 entspricht, bei negierten Signalen ist es der Wert 0.

In diesem Kapitel werden auch **dynamische Eingänge** verwendet. Die Funktion wird bei diesen Eingängen ausgeführt, wenn sich der Logikwert ändert. In der Grundvariante wird die Funktion ausgeführt, wenn ein Signalwechsel von 0 nach 1 vorliegt, also eine ansteigende Flanke oder ein positiver Signalwechsel (nach 1 wechselnd) vorliegt. Bild 6.3 zeigt die Kennzeichnung dynamischer Eingänge im Logiksymbol als auch den funktionsausführenden Flankenwechsel. Durch den Negationskreis am Eingang wird die aktive Phase auf eine fallende Flanke, also einen Logikwechsel von 1 nach 0 bzw. einen negativen Signalwechsel (nach 0 wechselnd) verändert.

**Bild 6.3** Kennzeichnung dynamischer Eingänge (links ohne Negationskreis für steigende Flanke und rechts mit Negationskreis für fallende Flanke)

Zur übersichtlichen Darstellung können einfache Logikverknüpfungen in das Symbol des Funktionsblocks hineingezogen werden. Dieses wurde bereits im vorherigen Abschnitt bei dem Adressdecoder angewendet. Bild 6.4 zeigt ein Beispiel gemäß DIN EN 60617-12.

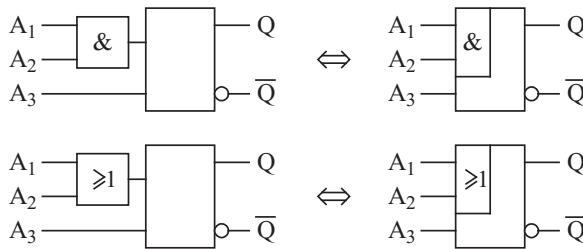


Bild 6.4 Darstellung verknüpfter Eingänge

Die Logikverknüpfungen oder genauer gesagt häufig vorkommende Abhängigkeiten werden durch einen Kennbuchstaben angegeben. Eine Übersicht gemäß DIN EN 60617-12 zeigt Tabelle 6.1. Gebräuchliche Zeichen, die auch in diesem Kapitel behandelt werden, sind S und R für Setz- und Rücksetzeingänge, mit denen der im Speicher vorhandene Logikwert beeinflusst werden kann, G als Freigabesignal (manchmal auch als Tor oder Gate-Eingang bezeichnet), C für eine allgemeine Steuerfunktion (Control) und M für die Kennzeichnung einer Funktionsweise (Function Mode).

Tabelle 6.1 Abhängigkeitsarten (nach DIN EN 60617-12)

Buchstabe	Funktion	1-Zustand	0-Zustand
A	Adresse	erlaubt Aktion (Adresse)	verhindert Aktion (Adresse)
C	Steuerung	erlaubt Aktion	verhindert Aktion
EN	Freigabe	erlaubt Aktion	verhindert Aktion (verschiedene Möglichkeiten)
G	UND	erlaubt Aktion	bewirkt 0-Zustand
M	Modus	erlaubt Aktion (Modus ausgewählt)	verhindert Aktion (Modus nicht ausgewählt)
N	Negation	komplementiert den Zustand	keine Wirkung
R	Rücksetz	Ausgang reagiert gemäß $s = 0, r = 1$	keine Wirkung
S	Setz	Ausgang reagiert gemäß $s = 1, r = 0$	keine Wirkung
V	ODER	bewirkt 1-Zustand	erlaubt Aktion
X	Transmission	Weg durchgeschaltet	kein Weg durchgeschaltet
Z	Verbindung	bewirkt 1-Zustand	bewirkt 0-Zustand

Die Kennzeichnung für eine UND-Verknüpfung, die in den Funktionsblock hineingezogen wurde, ist das G. Der steuernde Eingang wird mit G gekennzeichnet gefolgt von einer Nummer, die lediglich der Zuordnung dient. In Bild 6.5 ist G die erste (und einzige) steuernde Funktion und wird mit 1 gekennzeichnet. Gesteuert werden alle Eingänge, deren Bezeichnungen mit einer 1 beginnen. In diesem Beispiel ist es der Setz- und der Rücksetzeingang, die deswegen mit 1S und 1R gekennzeichnet sind.

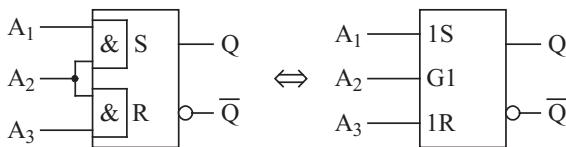


Bild 6.5 Bezeichnung verknüpfter Eingänge

Weitere Beispiele entsprechend der DIN EN 60617-12 sind auszugsweise in den folgenden Bildern dargestellt. Bild 6.6 zeigt Möglichkeiten einer UND-Verknüpfung, Bild 6.7 einer ODER-Verknüpfung und Bild 6.8 einer über den Eingang schaltbaren NEGATION.

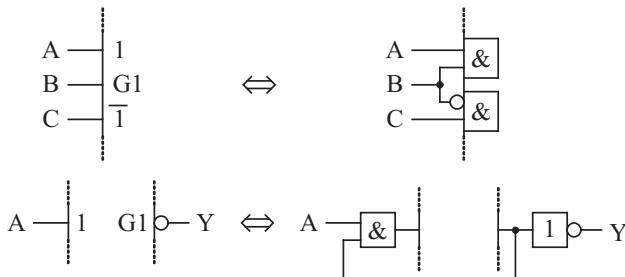


Bild 6.6 G-Abhängigkeit (UND)

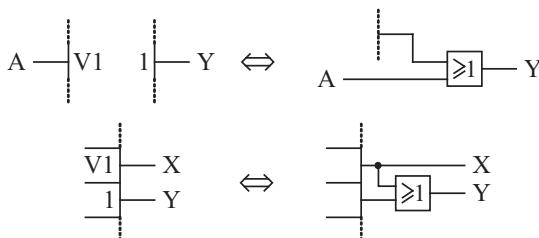


Bild 6.7 V-Abhängigkeit (ODER)

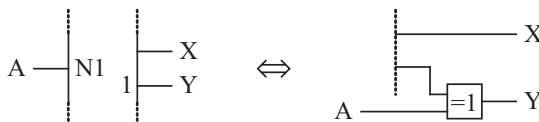


Bild 6.8 N-Abhängigkeit (schaltbare NEGATION)

Im Weiteren werden Zeitdiagramme verwendet. Hier gibt es je nach Bedeutung verschiedene Darstellungsmöglichkeiten, die in Bild 6.9 auszugsweise aufgeführt sind. Alle stellen einen Verstärker bzw. zwei hintereinander geschaltete Inverter dar. Die erste Darstellung zeigt die

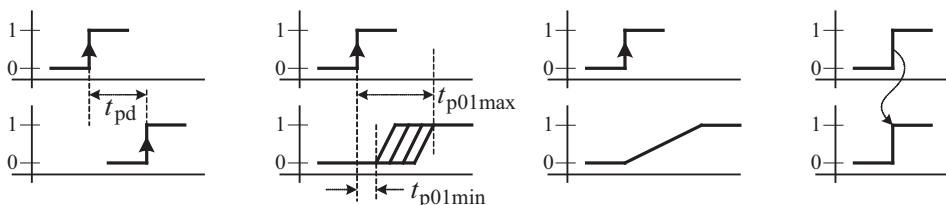


Bild 6.9 Beispiel für die Darstellung von Verzögerungszeiten (Reaktionszeiten)

mittlere Verzögerungszeit des Bauelementes (des Schaltungsabschnittes). Die Reaktionszeit des Bausteins ist mit t_{pd} (Propagation Delay) gekennzeichnet. Normalerweise sind die Reaktionszeiten bei steigender und fallender Flanke unterschiedlich. Wenn dies von Bedeutung ist, müsste der Übergang z. B. mit t_{p01} oder hardwarebezogen (positive Logik) t_{pLH} für einen LOW-HIGH-Wechsel angegeben werden. Eine detailliertere Darstellung zeigt das zweite Bild. Da die Reaktionszeiten realer Bauelemente nicht alle gleich sind, gibt es eine kürzeste Reaktionszeit (t_{p01min}) und eine längste Reaktionszeit (t_{p01max}). Die nach rechts steigende Schraffur gibt diesen Zeitbereich an in dem der Logikwechsel von 0 nach 1 stattfindet. Zeitbereiche mit nach rechts abfallend gezeichneter Schraffur geben einen Zeitbereich an, in dem ein Wechsel von 1 nach 0 erfolgt. Zeitbereiche unbedeutender Abschritte könnten mit dieser Darstellungsart durch Überlagerung beider Schraffuren dargestellt werden (0-1- als auch 1-0-Wechsel sind möglich). Die folgende Darstellung gibt z. B. den Zeitbereich der längsten Reaktionszeit durch eine Rampenfunktion an. Häufig wird diese Darstellung verwendet, um lediglich die Abhängigkeit der Signale zu kennzeichnen. Die Rampenlänge entspricht dann nicht der realen Reaktionszeit sondern deutet an, dass sich dieses Signal unmittelbar nach dem Wechsel des Eingangssignals ändert. Letzteres kann auch durch einen Pfeil, wie in der rechten Darstellung gezeigt, angegeben werden.

In diesem Abschnitt werden sich ändernde Signale betrachtet. Der aktuelle Zeitpunkt ist t mit den Signalen a_t , b_t , a_{t1} oder q_t . Bezieht man sich auf den Zeitpunkt nach dem zum Zeitpunkt t vorhandenen Signalzustand, genauer gesagt, auf den stabilen Zustand der Signale nach Abklingen aller Ausgleichsvorgänge (z. B. Reaktionszeiten der Bausteine), dann ändert sich der Index auf $t+1$ und die Signale haben z. B. die Bezeichnung q_{t+1} oder y_{t+1} . Bezieht man sich auf einen Signalzustand, der vor der letzten Aktion vorhanden war, so lautet der Index $t-1$ und die Bezeichnung lautet z. B. q_{t-1} oder y_{t-1} . Werden die entsprechenden Übergänge über einen Takt gesteuert, so hat der aktuelle Takt den Wert n und die zeitlich zugehörigen Signale z. B. die Bezeichnung a_n , b_n , a_{1n} oder q_n . Die Signalbezeichnung nach der nächsten Taktflanke (und den resultierenden Ausgleichsvorgängen) werden mit $n+1$ gekennzeichnet und könnten z. B. q_{n+1} oder y_{n+1} lauten. Taktflankengesteuerte Signale vor dem aktuellen Zeitpunkt werden entsprechend mit $n-1$ gekennzeichnet, gemäß q_{n-1} oder y_{n-1} . Es ist auch möglich, auf weitere Vorgänger zurückzugreifen. Der Index ändert sich dann auf $n-2$, $n-3$ und $n-4$ für den zwei, drei oder vier Taktflanken zurückliegenden Wert. Eine Übersicht zeigt Tabelle 6.2.

vorher	jetzt	nachher	Bezeichnung
q_{t-1}	q_t	q_{t+1}	üblich bei Zeitbezug
q_{n-1}	q_n	q_{n+1}	üblich bei Taktbezug

Tabelle 6.2 Kennzeichnung aufeinanderfolgender Zustände

■ 6.2 RS-Flipflop (RS-FF)

6.2.1 Realisierung mit NOR-Gatter

Das einfachste Flipflop ist das Reset-Set-Flipflop (**RS-FF**). Die einfachste Realisierung ist die Zusammenschaltung von zwei NOR-Gattern. Bild 6.10 zeigt die Schaltung. Jeweils ein Ein-

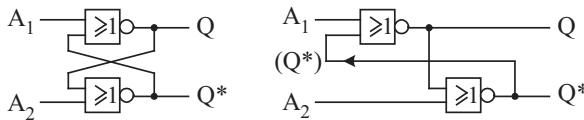


Bild 6.10 RS-FF aus NOR-Gattern

gang der NOR-Gatter dient als Eingang der Flipflop-Schaltung. Der jeweils andere Eingang wird mit dem Ausgangssignal des anderen NOR-Gatters versorgt. Beide Ausgangssignale dienen als Ausgang des RS-FF. In der üblichen Darstellung, Bild 6.10 links, hat es den Eindruck, dass zwei Rückführungen vorhanden sind. In der rechten Darstellung ist zu erkennen, dass es nur eine gibt. Je nach Zeichnung könnte man sich auch für eine Rückführung des Signals q entscheiden. Für die Verhaltensbeschreibung wird hier, wie im Bild dargestellt, das Signal q^* verwendet und bei der Diskussion des Verhaltens als bekannt angenommen sowie für beide binären Möglichkeiten betrachtet.

Die Schaltung hat zwei Eingangssignale, die z. Zt. mit a_1 und a_2 gekennzeichnet sind. Zur Verhaltensbeschreibung wird q^* auch als Eingang betrachtet. Hierdurch lässt sich das Verhalten entsprechend der Betrachtung von Schaltnetzen herleiten. Tabelle 6.3 zeigt die Wahrheitstabelle mit den Eingangssignalen a_2 , a_1 und q^* .

Tabelle 6.3 Wahrheitstabelle eines RS-FF aus NOR-Gatter (erweitert)

a_2	a_1	q_t^*	q_{t+1}	q_{t+1}^*	Bezeichnung
0	0	0	1	0	Speichern
0	0	1	0	1	Speichern
0	1	0	0	1	Rücksetzen
0	1	1	0	1	Rücksetzen
1	0	0	1	0	Setzen
1	0	1	1	0	Setzen
1	1	0	0	0	„verbotener Zustand“
1	1	1	0	0	„verbotener Zustand“

In den ersten zwei Zeilen sind die Eingangssignale a_2 und a_1 auf 0 gelegt. In der ersten Zeile hat q_t^* zum Zeitpunkt t den angenommenen Zustand 0. Hiermit liegen zwei 0-Signale am Eingang des oberen NOR-Gatters an. Dieses generiert hieraus ein 1-Signal am Ausgang q . Dieses 1-Signal liegt am Eingang des unteren NOR-Gatters an. Eine 1 am Eingang eines NOR-Gatters erzwingt eine 0 am Ausgang. Dieses Signal wurde zu Beginn der Betrachtung dieser Zeile der Wahrheitstabelle bereits angenommen. Es ergeben sich somit keine Signaländerungen und der stabile Zustand dieser angenommenen Eingangssignale ist $q_{t+1} = 1$ und $q_{t+1}^* = 0$.

In der zweiten Zeile wird q_t^* zum Zeitpunkt t mit 1 angenommen. Hierdurch hat q den Wert 0 und die beiden 0-Signale am Eingang des unteren NOR-Gatters erzeugen ein 1-Signal am Ausgang q^* . Dies ist der bereits angenommene Zustand und es ergeben sich keine weiteren Signaländerungen. Der stabile Zustand dieses angenommenen Bitmusters (Zeile 2) ist $q_{t+1} = 0$ und $q_{t+1}^* = 1$.

In der dritten Zeile hat a_2 den Wert 0, a_1 den Wert 1 und q_t^* den Wert 0. Die 1 an dem oberen NOR-Gatter erzwingt eine 0 an q . An dem unteren Gatter liegen somit zwei 0-Signale an. Hierdurch erscheint eine 1 an q^* . Aufgrund der Rückführung ändert sich das angenommene Startbitmuster q^* zu einer 1. An dem oberen Gatter liegen nun zwei 1-Signale an. Das Signal q

behält den Wert 0. Somit sind alle Signalübergänge abgeschlossen und wir haben den stabilen Zustand erreicht mit $q_{t+1} = 0$ und $q_{t+1}^* = 1$.

In der vierten Zeile hat a_2 den Wert 0, a_1 den Wert 1 und q_t^* den angenommenen Wert 1. Die 1 am oberen NOR-Gatter erzwingt eine 0 für das Signal q . Hiermit liegen zwei 0-Signale an dem unteren Gatter an und generieren eine 1 für q^* . Dies ist das bereits angenommene Signal. Es ergeben sich keine weiteren Änderungen und wir haben den stabilen Zustand mit $q_{t+1} = 0$ und $q_{t+1}^* = 1$ erreicht.

In der fünften und sechsten Zeile haben wir nur die Signale a_2 mit a_1 getauscht. Aufgrund der Symmetrie der Schaltung müssen sich inverse Signale zu Zeile drei und vier ergeben und wir erhalten $q_{t+1} = 1$ und $q_{t+1}^* = 0$. Das Vorgehen kann entsprechend der o. a. Betrachtung übungshalber vom Leser durchgeführt werden.

In der siebten und achten Zeile haben a_2 und a_1 jeweils ein 1-Signal. Diese erzwingen bei beiden NOR-Gattern jeweils ein Ausgangssignal mit dem Wert 0. Der stabile Ausgangszustand wird von den beiden Eingangssignalen erzwungen zu $q_{t+1} = 0$ und $q_{t+1}^* = 0$.

Die Signale q und q^* sollen im Normalbetrieb invers sein. Dies ist aufgrund der Eingangssignale in den letzten beiden Zeilen nicht gegeben. Das Verhalten aus diesem Zustand heraus ist nicht vorhersagbar und deshalb gilt es, diesen Zustand zu vermeiden, was zu der Bezeichnung „verbotener Zustand“ geführt hat. In einigen Erläuterungen wird auch bei dieser Realisierung (RS-FF aus NOR-Gatter) der zweite Ausgang mit \bar{q} angegeben, was bei diesem Eingangszustand ($a_2 = a_1 = 1$) einen logischen Widerspruch ergibt, da q und \bar{q} (im stabilen Zustand nach den Reaktionszeiten der Bausteine) nicht invers zueinander sind. Auch hieraus kann der „verbotene Zustand“ abgeleitet werden.

Das Verhalten des RS-FF aus NOR-Gatter kann in einer übersichtlicheren Tabelle angegeben werden (s. Tabelle 6.4). Die Funktion des Speicherns wird hier durch $q_{t+1} = q_t$ angegeben, was bedeutet, dass der vorhandene Zustand (0 oder 1) nicht verändert wird.

Tabelle 6.4 Wahrheitstabelle eines RS-FF aus NOR-Gatter

a_2 s	a_1 r	q_{t+1}	q_{t+1}^*	Bezeichnung
0	0	q_t	\bar{q}_t	Speichern
0	1	0	1	Rücksetzen
1	0	1	0	Setzen
1	1	0	0	„verbotener Zustand“

Den Eingängen können entsprechend der Funktion Namen zugeordnet werden. A_2 erhält die Bezeichnung S für Setzen, da hiermit der Ausgang Q auf den Wert 1 gesetzt wird. A_1 erhält die Bezeichnung R für Rücksetzen, da hiermit der Ausgang Q auf 0 (zurück-)gesetzt wird. Der „verbotene Zustand“ ergibt sich aus der nicht realisierbaren Anweisung, Setzen und Rücksetzen gleichzeitig durchzuführen.

Unter der Voraussetzung, dass der verbotene Zustand nicht verwendet wird, kann das Verhalten des RS-FF für den Arbeitsbereich in einem Zustandsdiagramm dargestellt werden. Die beiden Kreise, die mit 0 und 1 gekennzeichnet sind, stellen den Ausgangszustand des FF dar. Entweder ist dieser 0 und man befindet sich in dem linken Kreis oder er ist 1 und man befindet sich in dem rechten Kreis. Die Funktion Speichern wird durch einen Zeiger auf den aktuellen Zustand gekennzeichnet. Für den Zustand 0 ist dies $s = 0$ und $r = x$. Die Bezeichnung $r = x$

deckt die beiden Kombinationen $r = 0$ und $r = 1$ ab (ist unabhängig von r). Man verweilt so lange im Zustand 0 wie der Eingang S den Wert 0 behält. Vergleichbares gilt für den Zustand 1, bei dem der Eingang R den Wert 0 haben muss. Die Bitmuster für den Wechsel zwischen den Zuständen sind an den Übergängen (Zeigern) angegeben.

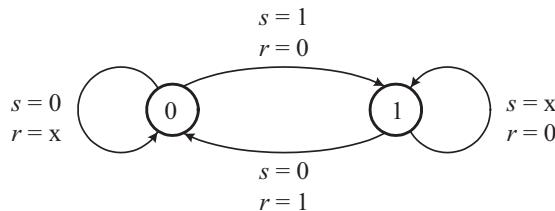


Bild 6.11 Zustandsdiagramm eines RS-FF

Eine weitere Darstellung liefert das (Impuls-)Zeit-Diagramm (s. Bild 6.12). Hier werden die Signalabläufe unter Vorgabe der Eingangssignale in einem Diagramm dargestellt, das einen zeitlichen Ablauf nachbildet und in ähnlicher Form mit einem Oszilloskop aufgenommen werden könnte. Für Übungszwecke werden z. B. die Eingangs-(zeit-)verläufe von s und r angegeben und entsprechend des zu betrachtenden FF sind die weiteren Zeitverläufe zu ermitteln und in das Diagramm einzuzeichnen. Die Darstellung in Bild 6.12 ist bereits vollständig.

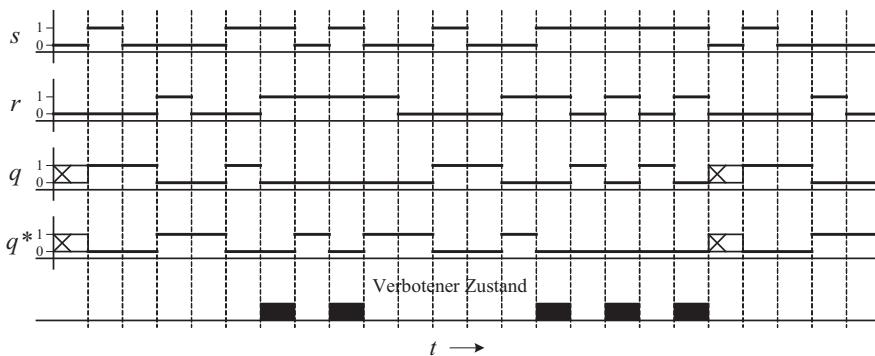


Bild 6.12 Impuls-Zeit-Diagramm eines RS-FF (NOR-Gatter)

In der Darstellung hat r und s zu Beginn des Zeitverlaufs jeweils den Zustand 0. Dies beschreibt die Funktion „Speichern“. Der gespeicherte Zustand ist jedoch nicht bekannt. Das Diagramm startet deshalb mit dem unbekannten Anfangszustand $q = X$, welcher durch die beiden Signalangaben bei 0 und bei 1 mit der zusätzlichen Bezeichnung X (liegendes Kreuz im Zeitverlauf) für den entsprechenden Zeitabschnitt gekennzeichnet ist.

Um die Verhaltensbeschreibung des RS-FF aus NOR-Gattern vollständig zu halten, wird der verbotene Zustand nicht ausgespart. In dem Diagramm ist dies durch die zusätzliche Zeile „verbotener Zustand“ gekennzeichnet. Hiermit werden die problembehafteten Zeitbereiche hervorgehoben.

6.2.2 Realisierung mit NAND-Gatter

Eine weitere Möglichkeit zur Realisierung eines RS-FF sind zwei NAND-Gatter. Bild 6.13 zeigt eine Schaltung, die gegenüber der in Bild 6.12 gezeigten Schaltung lediglich NAND-Gatter statt NOR-Gatter enthält. Die Verdrahtung ist identisch.

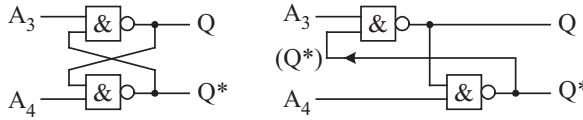


Bild 6.13 RS-FF aus NAND-Gattern

Entsprechend der Vorgehensweise bei der NOR-Realisierung kann auch hier das Verhalten durch Anlegen einer Bitkombination (Startwert für q_t^* wird auch vorgegeben) diskutiert und ermittelt werden. Man erhält damit das in Tabelle 6.5 aufgeführte Verhalten. Aufgrund des logischen Widerspruchs repräsentieren die ersten beiden Zeilen den „verbotenen Zustand“. Die Speicherfunktion wird durch die letzten beiden Zeilen erfüllt.

Tabelle 6.5 Wahrheitstabelle eines RS-FF aus NAND-Gatter (erweitert)

a_4	a_3	q_t^*	q_{t+1}	q_{t+1}^*	Bezeichnung
0	0	0	1	1	„verbotener Zustand“
0	0	1	1	1	„verbotener Zustand“
0	1	0	0	1	Rücksetzen
0	1	1	0	1	Rücksetzen
1	0	0	1	0	Setzen
1	0	1	1	0	Setzen
1	1	0	1	0	Speichern
1	1	1	0	1	Speichern

Bei der Zuordnung der Funktionsbezeichnungen S für Setzen und R für Rücksetzen wird es unübersichtlich. Ordnet man A_3 dem R-Eingang und A_4 dem Setz-Eingang zu, so passt es mit den Funktionen „Setzen“ und „Rücksetzen“, aber nicht mit „Speichern“ und dem „verbotenen Zustand“. Die Lösung gelingt mit 0-aktiven Signalen. Ordnet man A_3 dem 0-aktiven Setz-Eingang und A_4 dem 0-aktiven Rücksetz-Eingang zu, dann gibt es keinen logischen Widerspruch. Tabelle 6.6 zeigt eine übersichtliche Darstellung (Reihenfolge a_3 und a_4 sind gegenüber Tabelle 6.5 vertauscht) ähnlich wie Tabelle 6.4. Für das Basis-FF bietet es sich an, durch Negation der Eingangssignale 1-aktive Steuersignale verwenden zu können. Die Schaltung zeigt Bild 6.14. Hiermit ist das Verhalten der NOR- und der NAND-Realisierung für den Arbeitsbereich identisch. Die Darstellung des Zustandsdiagramms Bild 6.11 gilt auch für die NAND-Realisierung.

Tabelle 6.6 Wahrheitstabelle eines RS-FF aus NOR-Gatter

s	r	$a_3 = \bar{s}$	$a_4 = \bar{r}$	q_{t+1}	q_{t+1}^*	Bezeichnung
0	0	1	1	q_t	q_t^*	Speichern
0	1	1	0	0	1	Rücksetzen
1	0	0	1	1	0	Setzen
1	1	0	0	1	1	„verbotener Zustand“

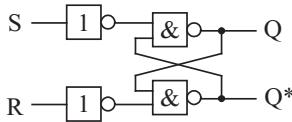


Bild 6.14 RS-FF aus NAND-Gattern (erweitert)

Als Unterschied bleibt der „verbotene Zustand“, der bei der NOR-Realisierung an beiden Ausgängen 0-Signale ausgibt und bei der NAND-Realisierung an beiden Ausgängen 1-Signale.

Bild 6.15 zeigt das Impuls-Zeit-Diagramm einer NAND-Realisierung. Bis auf die verbotenen Zustände ist das Verhalten beider Realisierungen gleich. Im Weiteren wird die NAND-Realisierung als Basis-Element verwendet.

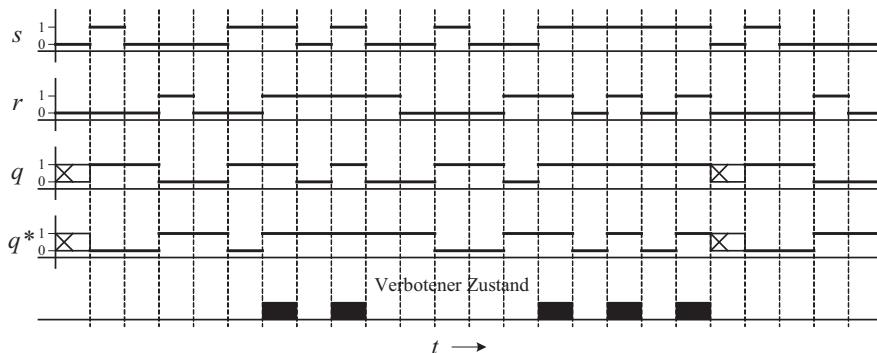


Bild 6.15 Impuls-Zeit-Diagramm eines RS-FF (NAND-Realisierung)

■ 6.3 Taktzustandsgesteuerte Flipflops

6.3.1 RS-FF (taktzustandsgesteuert)

In der taktzustandsgesteuerten Variante werden die Steuereingänge des Basis-FF mit dem Takt signal UND-verknüpft. Führt das Takt signal eine 1, so sind die S- und R-Eingänge freigegeben und können das Basis-FF beeinflussen, führt es eine 0, dann sind die Signale blockiert und das Basis-FF ist im Speicherbetrieb.

Bild 6.16 zeigt die Schaltung, deren Komponenten in die Takaufbereitung (Takt-Tor) und dem Basis-FF unterschieden werden. Das Takt-Tor kann mit NAND-Gattern aufgebaut werden. Die

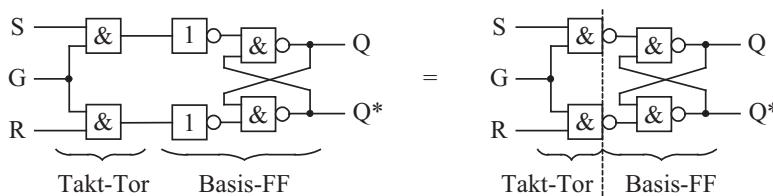


Bild 6.16 Taktzustandsgesteuertes RS-FF

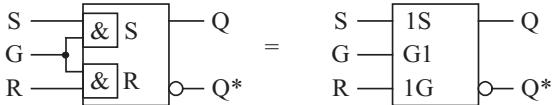


Bild 6.17 Logiksymbol eines taktzustandsgesteuerten RS-FF

am Ausgang dieser Verknüpfung vorhandenen Inverter liefern automatisch die 0-aktiven Signale für die NAND-Realisierung des Basis-FF. Die Trennung zwischen Takt-Tor und Basis-FF sind wie in Bild 6.16 gezeigt, die Signale vor der Negation. Das Logiksymbol ist in Bild 6.17 dargestellt. Aufgrund der Bezeichnung G in dem Symbol (für UND-Verknüpfung) wird im Weiteren der Buchstabe G für zustandsgesteuerte Taktsignale verwendet. Gebräuchlich sind auch C, CK oder CLK (Clock) bzw. T (Takt).

Das Impuls-Zeit-Diagramm vereinfacht sich, da in den Zeitbereichen, in denen das Takt-Signal g den Logikwert 0 hat, das Flipflop im Speicherbetrieb ist. Bild 6.18 zeigt das Verhalten des taktzustandsgesteuerten RS-FF in einem Impuls-Zeit-Diagramm. Eingezeichnet sind die verbotenen Bereiche, in denen die Eingangssignale Zustände aufweisen, die zu einem nicht inversen Verhalten der Ausgänge Q und Q^* führen. Die ausgefüllten Bereiche liegen in der aktiven Phase des Flipflops. Bei dem Impuls-Zeit-Diagramm wurde eine NAND-Realisierung vorausgesetzt, dadurch haben die Ausgangssignale in diesen Zeitbereichen beide den Wert 1. Würde man als Basis-FF eine NOR-Realisierung voraussetzen, dann würden beide Ausgangssignale den Wert 0 haben. Ist die Realisierung unbekannt, was meistens der Fall ist, dann sind diese Zeitbereiche mit X für unbekannt zu kennzeichnen. Die Bezeichnung X deckt allerdings nicht nur die Werte $(q, q^*) = (0, 0)$ und $(1, 1)$ ab, sondern auch die Kombinationen $(1, 0)$ und $(0, 1)$. Dies wird jedoch nicht weiter berücksichtigt.

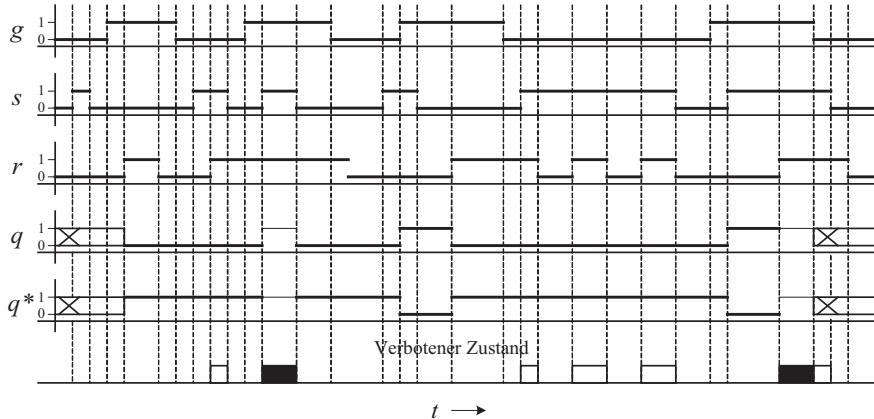


Bild 6.18 Impuls-Zeit-Diagramm eines taktzustandsgesteuerten RS-FF (NAND-Realisierung)

Der verbotene Zustand ist sehr ungünstig, da nicht vorhersagbares Verhalten auftreten kann. Ein Effekt ist in Bild 6.18 im rechten Bereich gezeigt. Das Flipflop ist freigegeben ($g = 1$), beide Eingangssignale haben den Wert 1 ($s = r = 1$). Aus diesem Zustand wird durch die negative Flanke am Takteingang G aus dem aktiven Bereich in den Speicherbetrieb umgeschaltet. Leider ist der Ausgangszustand $(1, 1)$ instabil. Durch die Rückführung wechseln beide Gatter gleichzeitig auf den Ausgangszustand $(0, 0)$. Dieses wird zurückgeführt und beide wechseln wieder gleichzeitig nach $(1, 1)$. Wenn die Reaktionszeiten der Gatter gleich sind, dann müsste

dieses Rechtecksignal permanent ausgegeben werden. Reale Bausteine weisen geringe Unterschiede in den Reaktionszeiten auf. Dies führt dazu, dass nach ein paar Impulsen an einem Ausgang der Wert 1 und an dem anderen Ausgang der Wert 0 ausgegeben wird. Damit ist der stabile Zustand erreicht. Bei mehreren Versuchen mit dem gleichen Versuchsaufbau wird sich immer der gleiche stabile Zustand einstellen. Vertauscht man S mit R und Q mit Q^* (die Schaltung ist symmetrisch), dann erhält man immer das inverse Bitmuster. Bei einer neuen Realisierung ist der Ausgangswert nicht vorhersagbar. Es ist z. B. auch möglich, dass die Ausgangssignale im undefinierten Bereich zwischen 0 und 1 für eine gewisse Zeit „hängen“ bleiben. Aufgrund dieser Problematik ist der Zustand zu vermeiden bzw. verboten.

Eine Möglichkeit, den verbotenen Zustand hardwaremäßig zu umgehen, ist eine entsprechende Vorbereitung der Steuersignale. In der in Bild 6.19 gezeigten Schaltung wird das S-Signal negiert und mit dem R-Signal UND-verknüpft. Sollen S- und R-Eingang aktiviert sein, so wird durch diese Verknüpfung das R-Signal unterdrückt. Der „verbotene Zustand“ ist durch Setzen ersetzt worden. Damit gibt es nur noch inverse Ausgangssignale und Q^* geht über in \bar{Q} . Der S-Eingang erhält hiermit eine steuernde Funktion, die in dem Symbol mit der 2 gekennzeichnet wurde (1S2). Die 2 an den Ausgangssignalen zeigt das S-dominierende Verhalten.

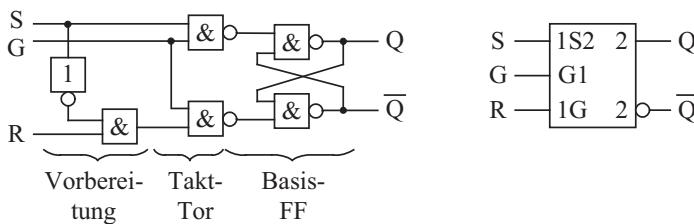


Bild 6.19 Taktzustandsgesteuertes RS-FF mit S-dominierendem Eingang

Bild 6.20 zeigt das Verhalten des taktzustandsgesteuerten RS-FF mit S-dominierendem Eingang. Die Signale des normalen Arbeitsbereiches (Speichern, Rücksetzen, Setzen) sind unverändert. Der „verbotene Zustand“ hat jetzt keinen Einfluss mehr auf das Basis-FF und es wird

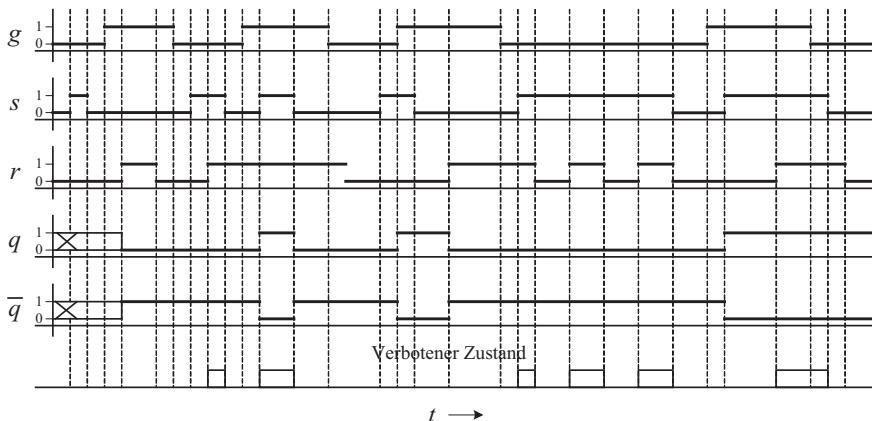


Bild 6.20 Impuls-Zeit-Diagramm eines taktzustandsgesteuerten RS-FF (S-dominierend)

die Setz-Funktion ausgeführt. Die Problematik, die am Ende des Zeitverlaufs in Bild 6.18 auftrat, existiert bei dieser Realisierung nicht mehr.

Eine weitere Möglichkeit ist eine Erweiterung des RS-FF mit einem dominierenden R-Eingang. Hierbei wird das R-Signal negiert und mit dem S-Signal UND-verknüpft. Aufgrund der Symmetrie entspricht dies einem Tausch der Eingangssignale S mit R und Q mit \bar{Q} aus Bild 6.19.

Kombiniert man beide Varianten, sodass das R-Signal das S-Signal und das S-Signal das R-Signal unterdrückt, so wird der „verbotene Zustand“ durch Speichern ersetzt.

6.3.2 D-FF (taktzustandsgesteuert)

Ein sehr beliebtes Flipflop ist das D-FF, das hier in der zustandsgesteuerten Variante vertieft wird. Für die Ansteuerung eines Speichers, der 1 Bit speichern kann, reicht eine Datenleitung aus. Beginnt man mit dem S-dominierenden RS-FF, so kann hier der R-Eingang dauernd aktiviert werden. Ist das Flipflop aktiviert ($g = 1$), dann ist bei $s = 1$ das Ausgangssignal $q = 1$, da sich das Setz-Signal durchsetzt. Hat das S-Signal den Wert $s = 0$, dann wird der Ausgangswert auf $q = 0$ gehalten. Im deaktivierten Zustand ($g = 0$) wird der zuletzt im aktiven Zustand ausgebogene Wert gespeichert (eingefroren). Der Setz-Eingang wird mit D gekennzeichnet und der R-Eingang entfällt. Bild 6.21 zeigt in der linken Darstellung das beschaltete S-dominierende RS-FF und in der rechten Darstellung das zustandsgesteuerte D-FF. Bild 6.22 stellt die zugehörigen Logiksymbole dar.

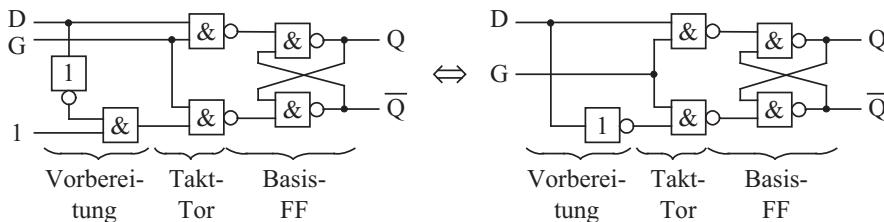


Bild 6.21 Schaltung eines D-FF

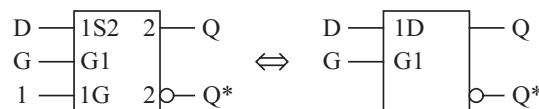


Bild 6.22 Logiksymbol eines D-FF

In der aktiven Phase spricht man auch von dem **Transparent-Mode**, da jeder Signalwechsel am Eingang D sofort auf den Ausgang Q durchgereicht wird. Bei einem Wechsel in den Speicher-Mode wird der zuletzt durchgereichte Wert gespeichert. Bei dieser Betrachtungsweise bietet sich die Funktion eines Multiplexers an, der mit dem Auswahlsignal G bei $g = 1$ das Eingangssignal d am Anschluss D auf den Ausgang Q durchschaltet ($q = d$) und bei $g = 0$ das zurückgeführte Signal q am Anschluss Q mit der Funktion einer „Selbsthaltung“ verstärkt auf den gleichen Ausgang wieder ausgibt ($q_{t+1} = q_t$). Bild 6.23 zeigt die Beschaltung des Multiplexers und die sich daraus ergebende Schaltung. Unter Verzicht auf den negierten Ausgang und unter Berücksichtigung zeitkritischer Umschaltvorgänge (z. B. Speichern einer 1) entspricht das Verhalten einem D-FF.

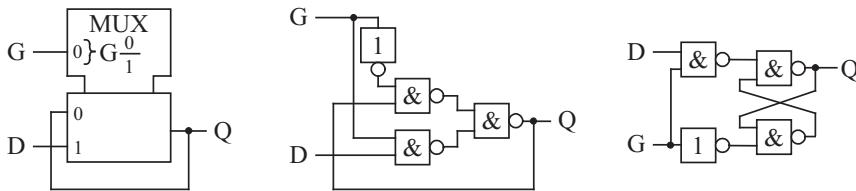


Bild 6.23 Schaltung eines D-FF basierend auf einem 1-aus-2-Multiplexer

Für die Erstellung des Impuls-Zeit-Diagramms bietet es sich an, zuerst die im Transparent-Mode durchgereichten Signalanteile einzuzeichnen (fett markiert) um diese dann mit den gespeicherten Bitmustern zu ergänzen (dünn markiert). Bild 6.24 zeigt ein Impuls-Zeit-Diagramm eines D-FF.

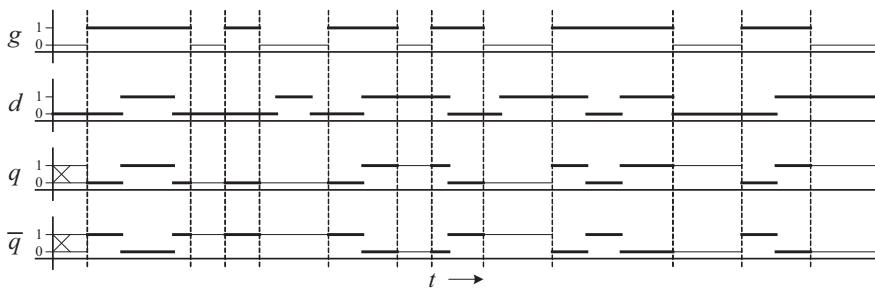


Bild 6.24 Impuls-Zeit-Diagramm eines D-FF

Aus diesen Grundelementen lässt sich eine Kette aufbauen, die abwechselnd mit nicht überlappenden Taktsignalen (zu keinem Zeitpunkt haben beide Taktsignale den Logikwert 1) versorgt werden. Bild 6.25 zeigt eine Kette von vier zustandsgesteuerten D-FF, die abwechselnd über die Taktsignale g_A und g_B in den aktiven Zustand (Transparent-Mode) versetzt werden. Hiermit wird das Eingangssignal nach jeweils einer Periode des Taktsignals um zwei D-FF weitergereicht. Diese Struktur bildet ein einfaches Schieberegister, bei dem das Eingangssignal für eine gewisse Zeit zwischengespeichert wird. Die Gesamtzeit der Verzögerung ist die Periodendauer des Taktsignals multipliziert mit der Anzahl der D-FF-Paare (je zwei Speicher bilden eine Speicherstufe).

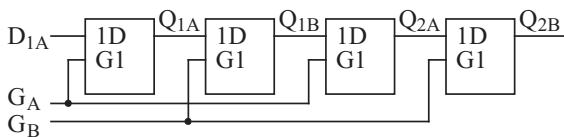


Bild 6.25 Kette von D-FF

Das Zeitverhalten zeigt Bild 6.26. Die Zeitbereiche des Transparent-Modes für die Generierung der Ausgangssignale sind fett eingezeichnet. Es ist zu erkennen, dass Signalwerte um jeweils eine halbe Periodendauer verzögert am Ausgang des nächsten FF ausgegeben werden (der eingezeichnete Pfeil hebt die Verzögerung hervor). Das erste FF definiert die zu übertragenden Datenwerte mit der abfallenden Flanke seines Taktsignals. Durch diese Quantisierung können nur taktsynchrone Signalanteile weitergegeben werden. Im letzten Teil des Diagramms ist zu erkennen, dass die hohe Impulsdichte des Eingangssignals nicht übernommen wird.

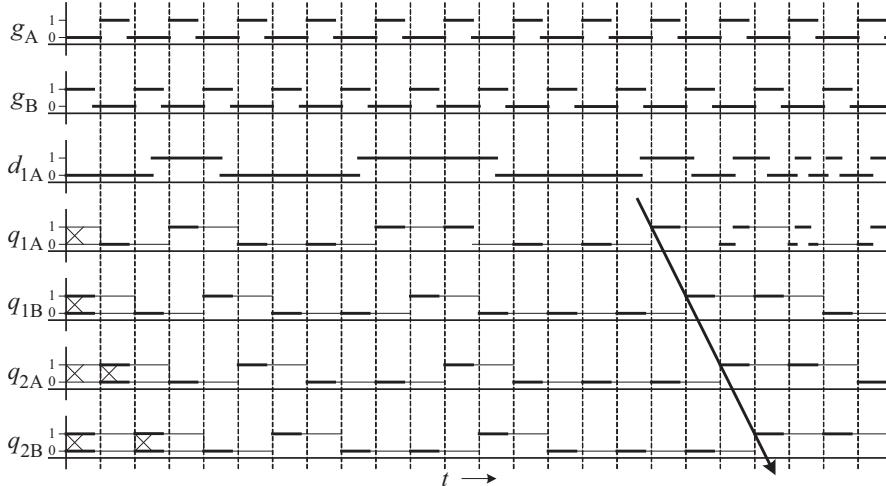


Bild 6.26 Impuls-Zeit-Diagramm eines Schieberegisters aus zustandsgesteuerten D-FF

Ein wichtiges Kriterium sind die nicht überlappenden Taktperioden. Sollten diese überlappen, so gibt es Zeitbereiche, in denen die gesamte Kette im Transparent-Mode ist und das Eingangsbitmuster sofort durch alle FF durchgereicht wird und der Verzögerungseffekt nicht auftritt.

6.3.3 JK-FF (taktzustandsgesteuert)

Eine interessante Idee ist, dass bei der Bitkombination des verbotenen Zustandes bei jedem Taktignal das Ausgangssignal seinen Zustand ändert (Toggle-Funktion). Die Funktion des Toggelns ist von einem über Taster ein- und auszuschaltenden Licht bekannt. Dieses kann erfüllt werden, wenn nur das interne Setz- und Rücksetzsignal freigegeben ist, das das FF in den jeweils anderen Zustand überführt. Ein gesetztes FF kann dann nur zurückgesetzt und ein rückgesetztes FF nur gesetzt werden. Das Freigeben bzw. Blockieren der Eingangssignale s und r erfolgt hierbei mit den Ausgangssignalen des FF. Das Signal q gibt das Rücksetzsignal r frei und das Signal \bar{q} das Setzsignal s . Die Schaltung und das Schaltsymbol sind in Bild 6.27 dargestellt. Die Bezeichnungen S und R werden dabei umbenannt in J und K . Die Interpretation der Bezeichnung J mit Jump (für Setzen) und K für Kill (für Rücksetzen) ist verbreitet.

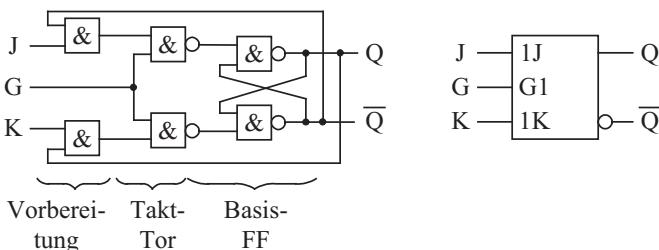


Bild 6.27 Schaltung und Symbol eines taktzustandsgesteuerten JK-FF

Die Funktion ist im Impuls-Zeit-Diagramm in Bild 6.28 dargestellt. Das Diagramm startet mit dem uns unbekannten Anfangszustand X. Nachdem g auf 1 gewechselt hat, ist für einen kurzen Zeitraum die Speicherfunktion vorhanden, bevor der Zustand des FF über Eingangssignal k in den rückgesetzten Zustand versetzt wird. Dieser Übergang birgt ein Problem, das einige Simulationsprogramme haben. Ist das FF gesetzt, so ist das Rücksetzsignal durch die Rückführung freigegeben und das FF wird zurückgesetzt. Ist das FF bereits im zurückgesetzten Zustand, so wird das Rücksetzsignal blockiert und das FF verbleibt im zurückgesetzten Zustand. Es ist also egal, ob das FF gesetzt oder nicht gesetzt ist, mit dem Eingangsbitmuster $g = 1, j = 0$ und $k = 1$ bleibt das FF im zurückgesetzten Zustand oder es wird in diesen Zustand versetzt. Der Ausgangszustand ist bei diesen Eingangssignalen eindeutig $q = 0$. Der unbekannte Anfangszustand bleibt bei einigen Simulationsprogrammen trotz dieses eindeutigen Verhaltens weiterhin unbekannt.

Der zweite Impuls hat den Ablauf: setzen ($j = 1, k = 0$), speichern ($j = 0, k = 0$), rücksetzen ($j = 0, k = 1$) und speichern ($j = 0, k = 0$). Der letzte Zustand wird wiederum während der Pulspause an G gespeichert.

Der dritte Impuls an Eingang G beginnt mit dem blockierten Rücksetzen des bereits zurückgesetzten FF ($q = 0$). Mit dem Wechsel von j auf 1 wird die Toggle-Funktion aktiviert und das FF wechselt in den Zustand $q = 1$. Nun ist die Rücksetzfunktion freigegeben und das FF wechselt nach $q = 0$, was wiederum das Setzsignal freigibt und dieses nach $q = 1$ umschaltet. Das Problem ist, dass die Umschaltfunktion sofort ausgeführt wird und durch die sofortige Rückführung des sich ändernden Ausgangssignals die erneute Umschaltung in den anderen Ausgangszustand erfolgt. Diese Umschaltung erfolgt mit der höchsten Geschwindigkeit, die der Baustein realisieren kann. Das Ausgangssignal arbeitet als Taktgenerator, was durch das ausgefüllte Rechteck für die Ausgangssignale q und \bar{q} angezeigt wird. Dieser Funktion folgt in dieser Pulsdauer noch Rücksetzen und Speichern.

Der vierte Impuls beginnt mit Speichern und Setzen, um dann wieder in das permanente Umschalten zu gelangen. Diese Funktion wird am Ende des Freigabeimpulses angehalten. Der gespeicherte Zustand ist nicht vorhersagbar und durch ein X (durchkreuzter Wertebereich) gekennzeichnet.

Der fünfte Impuls startet mit permanentem Toggeln, gefolgt von Rücksetzen und Speichern. Der letzte Impuls in Bild 6.28 hat die Sequenz: rücksetzen, speichern, setzen und speichern.

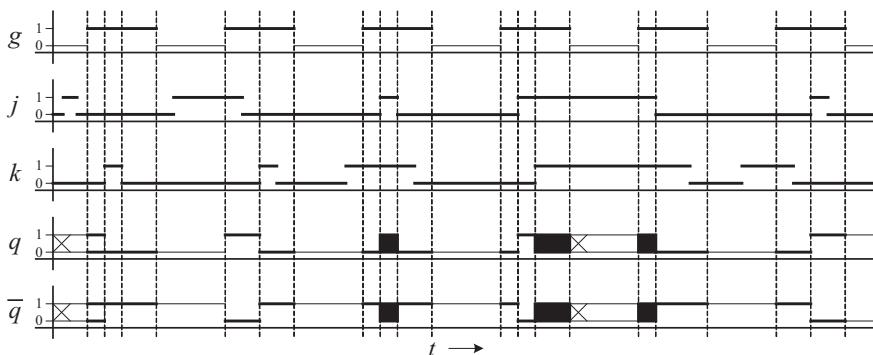


Bild 6.28 Impuls-Zeit-Diagramm eines einfachen taktzustandsgesteuerten JK-FF

Aufgrund des permanenten Umschaltens bei der Ausführung der Toggle-Funktion als Ersatz des „verbotenen Zustandes“ ist das einfache zustandsgesteuerte JK-FF nicht einsetzbar.

6.3.4 JK-MS-FF (taktzustandsgesteuert)

Das permanente Umschalten bei der Toggle-Funktion des einfachen taktzustandsgesteuerten JK-FF begründet sich in der sofortigen Rückführung der sich ändernden Ausgangssignale. Dieses kann durch einen Zusatzspeicher, wie er bereits in der Kette geschalteter D-FF realisiert wurde, gelöst werden. Es werden zwei Basis-FF hintereinander geschaltet, deren Takt-Tore mit nicht überlappenden Taktsignalen angesteuert werden. Die Ansteuerung der Eingangssignale ist jeweils nur für einen der Speicher freigegeben, während der andere im Speicher-Mode ist. Das Schaltbild und das Schaltsymbol zeigt Bild 6.29. Das erste FF wird als **Master-FF** und das zweite als **Slave-FF** bezeichnet. Im Symbol ist diese Struktur an den Haken neben den Ausgängen innerhalb des Funktionsblockes zu erkennen. Ein entsprechend gekennzeichneter Ausgang wird als **Retardierter Ausgang** bezeichnet, was bedeutet, dass sich das Signal an diesen Anschlüssen erst dann ändert, wenn das Steuersignal (hier das Taktsignal g) auf seinem Ruhepegel (den vor der Aktion vorhandenen Logik-Wert) zurückgekehrt ist (hier $g = 0$).

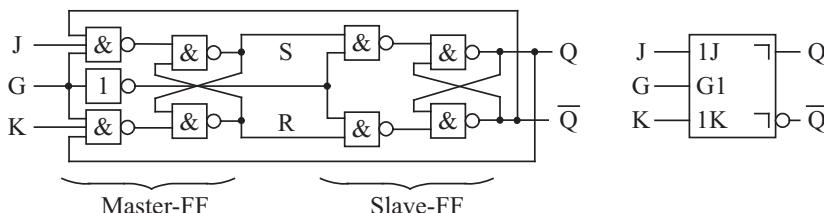


Bild 6.29 Schaltung und Symbol eines taktzustandsgesteuerten JK-MS-FF

Häufig werden die Schaltzeiten mithilfe des analogen Eingangssignals erläutert. Bild 6.30 zeigt einen Impuls des Taktsignals g . Die Flanken (Signalwechsel) sind eingezzeichnet. Aufgrund des analogen Charakters wird bei einem 0-1-Wechsel erst der LOW-Pegel (bei positiver Logik der Bereich für die 0) verlassen, dann der „verbotene Bereich“ (Sicherheitsabstand zwischen LOW und HIGH) durchlaufen, um schließlich in den HIGH-Pegel (bei positiver Logik der Bereich für die 1) zu gelangen. Ein 1-0-Wechsel erfolgt in ähnlicher Form. Aufgrund der zwei Spannungswerte ergeben sich vier Zeitpunkte, die folgende Reaktion hervorrufen:

- t_1 Slave vom Master trennen (RS-Signale blockieren)
- t_2 Eingänge vom Master freigeben (JK-Signale freigeben)
- t_3 Eingänge vom Master sperren (JK-Signale blockieren)
- t_4 Slave und Master koppeln (RS-Signale freigeben)

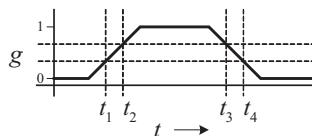


Bild 6.30 Steuerfunktion des Taktsignals

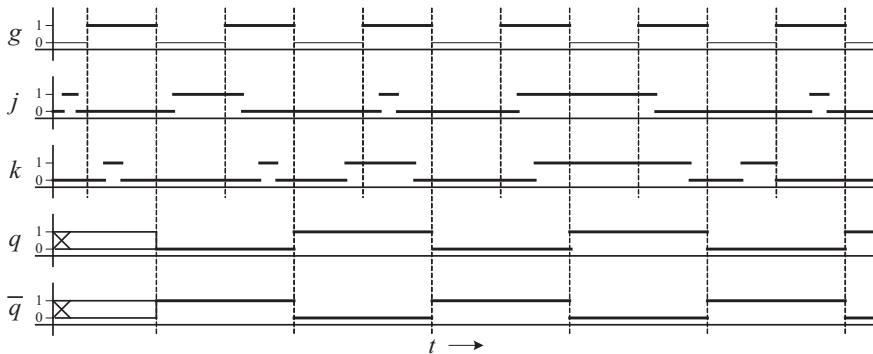


Bild 6.31 Impuls-Zeit-Diagramm eines taktzustandsgesteuerten JK-MS-FF

Das Zeitverhalten des JK-MS-FF ist in Bild 6.31 dargestellt. Während des ersten Impulses ist das Signal $j = 0$ und k hat während der Freigabe des Masters den Wert 1. Entweder verbleibt das FF in dem Zustand 0 (k ist über $q = 0$ blockiert) oder es wird in den Zustand 0 versetzt (k ist über $q = 1$ freigegeben). Durch den Wechsel des Taktsignals von 1 nach 0 wird das Master-FF in den Speicherbetrieb überführt und das Slave-FF freigegeben. Hier wird nun das im Master gespeicherte Bitmuster übernommen und erscheint am Ausgang ($q = 0$). Im zweiten Impuls ist das Eingangssignal k blockiert und das Master FF wird gesetzt. Das Ergebnis erscheint nach dem 1-0-Wechsel von g an q . Im dritten Impuls ist das Eingangssignal j blockiert und das Master-FF wird über $k = 1$ innerhalb der Pulsbreite von g (Freigabe des Master-FF) zurückgesetzt. Das Ergebnis erscheint nach dem 1-0-Wechsel am Ausgang des Bausteins. Diese Toggle-Funktion wiederholt sich bei jedem weiteren Impuls.

Für die Toggle-Funktion ist nur entscheidend, ob das freigegebene Eingangssignal innerhalb der Pulsdauer aktiv war. Das Master-FF kann nur in den jeweils anderen Zustand versetzt werden. Ein Zurückschalten innerhalb einer Pulsdauer ist aufgrund des blockierten Eingangs nicht möglich. Ist in der Pulsdauer keines der beiden Eingangssignale (j und k) aktiv, so haben wir die Funktion „Speichern“. Ist nur das Signal j aktiv, so haben wir „Setzen“, ist nur das Signal k aktiv, so haben wir „Rücksetzen“ und sind beide Signale aktiv, dann haben wir die Toggle-Funktion. Es ist dabei nicht entscheidend, wann und in welcher Reihenfolge die Eingangssignale aktiv waren.

Eine häufig zu findende Variante ist das JK-MS-FF mit zusätzlichen separaten 0-aktiven RS-Anschlüssen. Eine schaltungstechnische Variante zeigt Bild 6.32. Mit den separaten Eingängen \bar{S} und \bar{R} ist es möglich, die Flipflops definiert und unabhängig von dem Taktsignal zu setzen

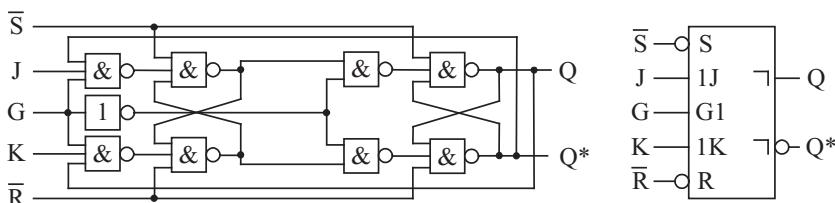


Bild 6.32 Schaltung und Symbol eines taktzustandsgesteuerten JK-MS-FF mit separaten 0-aktiven RS-Anschlüssen

(auf $q = 1$ oder $q = 0$). Dies erfolgt üblicherweise durch eine zusätzliche Schaltung automatisch nach dem Einschalten (die Zustände sind nach dem Einschalten normalerweise unbestimmt) oder durch eine RESET-Taste, die einen bestimmten Anfangszustand erzwingt. Durch die zusätzlichen Anschlüsse können die Basis-FF wieder in den „verbotenen Zustand“ versetzt werden.

Die Funktion des Master-Slave-Flipflops kann für die taktzustandsgesteuerte Variante mit allen anderen Eingangsbeschaltungen kombiniert werden. Es gibt also RS-MS-FF, D-MS-FF und das in diesem Abschnitt beschriebene JK-MS-FF.

■ 6.4 Taktflankengesteuerte Flipflops

Die Synchronisation von Flipflops, speziell in größeren Schaltungen zur Realisierung von Zählern oder Automaten, wird deutlich vereinfacht, wenn die speichernde Aktion nicht von dem statischen Wert des Taktsignals abhängt, sondern von einer z. B. ansteigenden Flanke des Taktsignals abgeleitet wird. Dadurch ist es möglich, mehrere Flipflops gleichzeitig zu schalten. Der Zeitraum der aktiven Eingänge wird auf ein Minimum reduziert und die in Reihe geschalteten D-FF zur Realisierung eines Schieberegisters können auf die Hälfte reduziert werden.

Damit die Schaltung auf eine Flanke reagiert, werden Laufzeiten ausgenutzt. Jedes Gatter benötigt eine Reaktionszeit, die vereinfacht mit t_{pd} (Propagation Delay) angegeben werden kann. Bild 6.33 zeigt eine Schaltung, die das Signal c dreimal negiert und dieses Signal mit dem Eingangssignal UND-verknüpft. Bei einer statischen Betrachtung liefert diese Schaltung immer den Wert 0. Berücksichtigt man die Reaktionszeiten der Bausteine, insbesondere die der Inverter, so ist das Signal a nicht nur invers zu dem Eingangssignal, sondern auch um drei t_{pd} verzögert. Die UND-Verknüpfung von a und c liefert einen Impuls g mit einer Pulsdauer von $3 \cdot t_{pd}$. Weil die UND-Verknüpfung auch eine Verzögerung hat, so ist dieser Impuls um t_{pd} verzögert. Mit Schaltungen dieser Art wird aus einem Signalwechsel ein kurzer Impuls generiert, der die Eingangssignale der damit versorgten Flipflops kurzzeitig freigibt und die ausgewählte Funktion flankensensitiv macht. Die benötigte Impulsbreite kann durch die Anzahl und die Reaktionszeiten der Inverter den Anforderungen entsprechend angepasst werden. In dem Schaltsymbol wird der dynamische Eingang mit einem Dreieck gekennzeichnet.

Die Kennzeichnung einer positiven Flanke kann in der Funktionstabelle u. a. mit einem Symbol erfolgen, das dem Zeitverlauf angenähert ist. Zur Verdeutlichung empfiehlt es sich, die

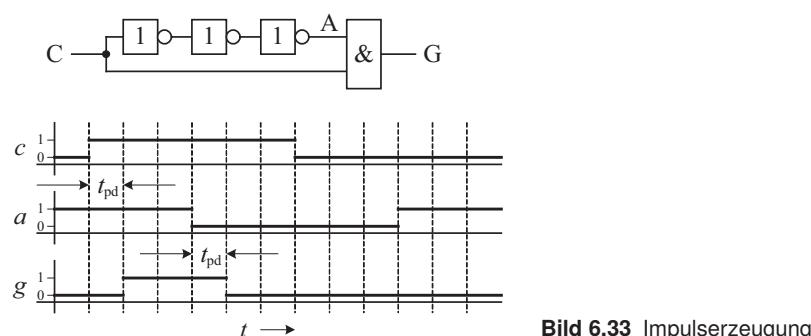


Bild 6.33 Impulserzeugung



Bild 6.34 Beispiele der Kennzeichnung einer positiven Flanke

senkrechte Hilfslinie mit mindestens der gleichen Strichstärke wie die des Signalverlaufs zu kennzeichnen. Um die Bedeutung der ansteigenden Flanke weiter hervorzuheben wird häufig der Signalwechsel durch einen Pfeil ergänzt bzw. der Signalwechsel wird nur durch einen Pfeil gekennzeichnet. Bild 6.34 zeigt Beispiele für die Kennzeichnung eines positiven Signalwechsels.

6.4.1 RS-FF (einflankengesteuert)

Das einfachste flankengesteuerte Flipflop ist das RS-FF bestehend aus Basis-FF, Takt-Tor und der beschriebenen Impulserzeugung. Bild 6.35 zeigt das Schaltbild und das Schaltsymbol. Der dynamische auf eine 0-1-Flanke (ansteigende Flanken) reagierende Eingang wird mit einem nicht ausgefüllten Dreieck gekennzeichnet. Die Steuerfunktion erhält den Buchstaben C (Control) und ist in diesem Baustein die erste steuernde Funktion und hat damit die Bezeichnung C1. Die gesteuerten Setz- und Rücksetz-Eingänge werden wie in den vorangehenden Abschnitten mit 1S und 1R gekennzeichnet. Es bietet sich an, im Weiteren C als Eingang taktflankenbezogener Bausteine zu verwenden.

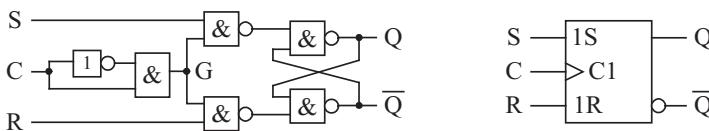


Bild 6.35 Positiv flankengesteuertes RS-FF

Das Verhalten ist in Tabelle 6.7 dargestellt. Statische Signale an dem Takteingang haben keine Wirkung. Es ist daher notwendig den funktionsaktivierenden Signalwechsel anzugeben. Da dieser für alle Zeilen der Tabelle gilt, kann er auch separat angegeben werden. Die Tabelle ohne Taktangabe ist zudem universell für alle RS-FF anwendbar (unvollständige Angabe bei zustandsgesteuerten FF, es werden die Ergebnisse angegeben, bei denen sich die Eingangssignale während der Taktimpulsdauer nicht ändern).

Der „verbotene Zustand“ tritt nicht mehr statisch auf, sodass in der Grundversion des RS-FF Impulse am Ausgang ausgegeben werden und sich ein vorher nicht vorhersagbarer Zustand einstellen wird. Dieses Verhalten gilt es wieder zu vermeiden und deshalb bleibt der „verbotene Zustand“ als Eingangsbitmuster erhalten. Aufwendigere Schaltungen verwenden die gegenseitige Verriegelung.

Tabelle 6.7 Funktionstabelle eines einflankengesteuerten RS-FF

c	s	r	q_{t+1}	$\overline{q_{t+1}}$	Bezeichnung
↑	0	0	q_t	$\overline{q_t}$	Speichern
↑	0	1	0	1	Rücksetzen
↑	1	0	1	0	Setzen
↑	1	1	X	X	„verbotener Zustand“

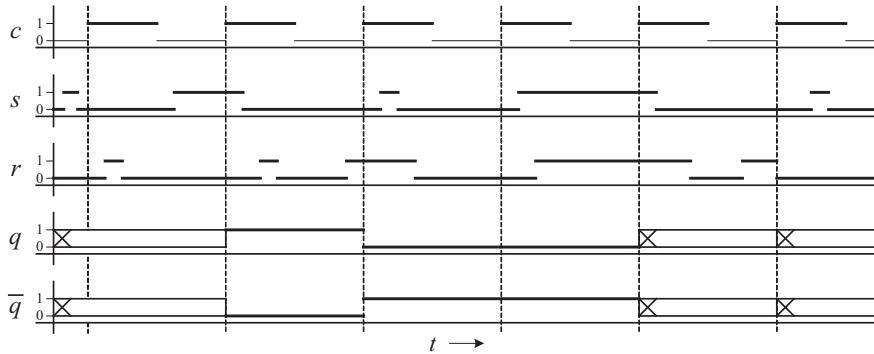


Bild 6.36 Impuls-Zeit-Diagramm eines taktflankengesteuerten RS-FF

Die Wirkungsweise wird in Bild 6.36 aufgezeigt. Für das Zeitverhalten brauchen nur die Eingangssignale zu den Zeitpunkten der sechs ansteigenden Flanken des Taktsignals c betrachtet werden. Das Ausgangssignal startet mit dem uns unbekannten Anfangszustand X. Bei der ersten Taktflanke sind $s = 0$ und $r = 0$ (Speichern), sodass sich keine Änderung des Ausgangswertes ergibt. Bei der zweiten ansteigenden Flanke haben wir eindeutig den Setz-Vorgang ($s = 1$ und $r = 0$) und ab hier ein definiertes Ausgangssignal. Bei der dritten Flanke wird das RS-FF zurückgesetzt und bei der vierten Flanke haben wir wieder die Funktion „Speichern“. Zum Zeitpunkt der fünften ansteigenden Flanke ist mit $s = 1$ und $r = 1$ die Bedingung des „verbotenen Zustandes“ gegeben, wodurch sich ein unbekannter Ausgangswert X ergibt. Bei der sechsten Flanke gibt es ein Problem bei der Verhaltensvorhersage. Zum Zeitpunkt der ansteigenden Flanke des Steuersignals c ändert sich der Wert des Eingangssignals r von 1 nach 0. Hätten wir ein gesetztes FF, so könnte am Rücksetzeingang noch die 1 oder schon die 0 verwendet werden. Hierdurch ist nicht bekannt, ob ein gesetztes FF weiterhin gesetzt bleibt. Deshalb ist der letzte gezeigte Zeitabschnitt auch mit einem X als unbekannt gekennzeichnet.

6.4.2 D-FF (einflankengesteuert)

Im Bereich der Zähler, Steuerwerke und Mikroprozessoren werden häufig einflankengesteuerte D-FF verwendet. Hierbei wird für ein Bit nur ein Datenanschluss benötigt. Die Generierung der internen Setz- und Rücksetzsignale erfolgt wie bei dem zustandsgesteuerten D-FF. Die Schaltung und das Schaltsymbol zeigt Bild 6.37.

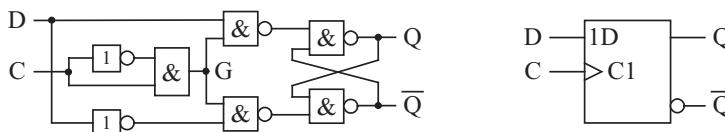


Bild 6.37 Positiv flankengesteuertes D-FF

Das Verhalten stellt Bild 6.38 dar. Wiederum braucht man nur die Zeitpunkte zu betrachten, die durch die ansteigende Flanke des Taktsignals c aktiviert werden. Der unbekannte Anfangszustand wird unmittelbar nach der ersten ansteigenden Flanke des Taktsignals auf 0 gesetzt.

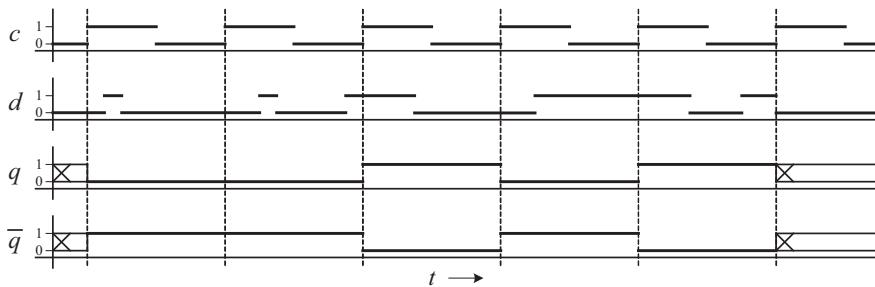


Bild 6.38 Impuls-Zeit-Diagramm eines taktflankengesteuerten D-FF

Bei der zweiten Flanke wird ebenfalls eine 0 übernommen, bei der dritten Flanke ist es eine 1, bei der vierten eine 0 und bei der fünften wieder eine 1. Die sechste Flanke beinhaltet einen Konflikt. Der Signalwechsel am Eingang D soll gleichzeitig mit der ansteigenden Flanke des Taktsignals c übereinstimmen. Es ist unklar, ob noch die 1 oder schon die 0 gespeichert wird. Das Ausgangsbitmuster ist deshalb wieder mit X gekennzeichnet.

Für eine sichere Funktion ist es notwendig, dass die Eingangssignale während der aktiven Taktflanke c eindeutig sind. In den Datenblättern sind die benötigten Vorbereitungs- (Set-up Time t_s) und Haltezeiten (Hold Time t_h) angegeben (s. Bild 6.39). Außerdem ist eine Mindestpulspause (t_{W0}) und Mindestpulsdauer (t_{W1}) einzuhalten mit der eine fehlerfreie Funktion sichergestellt ist. In dem Bild 6.39 ist auch die Reaktionszeit t_{pd} skizziert, die länger ist als die benötigte Haltezeit t_h .

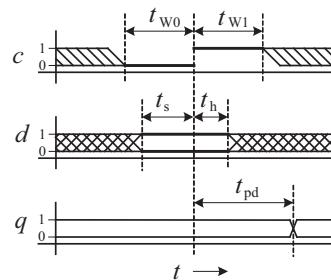


Bild 6.39 Zeitkriterien von Takt- und Eingangssignalen

Aus diesen Bausteinen lassen sich sehr leicht Schieberegister aufbauen. Bild 6.40 zeigt die Schaltung und Bild 6.41 das Impuls-Zeit-Diagramm mit flankengesteuerten D-FF, die Realisierung ist vergleichbar mit Bild 6.25 und 6.26. Der Aufwand reduziert sich deutlich. In dem Impuls-Zeit-Diagramm sind die Verzögerungszeiten t_{pd} durch schräge Übergänge der Ausgangssignale in den jeweils neuen Ausgangszustand eingezeichnet. Hiermit soll hervorgehoben werden, dass zum Zeitpunkt der ansteigenden Flanke das alte Bitmuster am Eingang

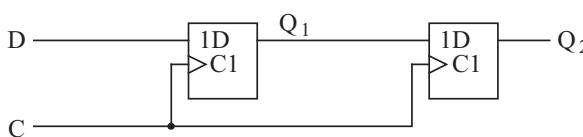


Bild 6.40 Kette von D-FF

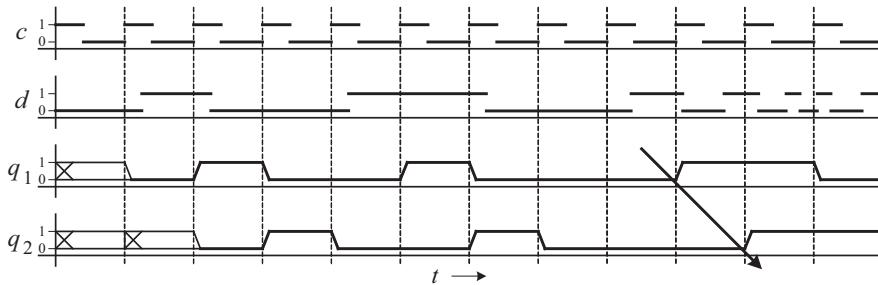


Bild 6.41 Impuls-Zeit-Diagramm eines Schieberegisters aus flankengesteuerten D-FF

des nachfolgenden FF anliegt. Erst nach der Flanke (und der Haltezeit) verändern sich die Ausgangssignale.

Hier ein Hinweis für den Aufbau schneller Digitalschaltungen. Es wird in den Grundlagen davon ausgegangen, dass der Spannungswert an einer Verbindungsleitung an allen Stellen zum gleichen Zeitpunkt seinen Logikwert ändert. Für langsame Logik-Gatter und kurze Verbindungsleitungen kann dies zur Vereinfachung angenommen werden. Bei schnellen Logik-Gattern liegen die Verarbeitungszeiten im Bereich 1 ns. Dies entspricht einer Strecke von 30 cm bei Lichtgeschwindigkeit. Bei einem isolierten Leiter beträgt die Strecke elektrischer Signale nur ca. 20 cm. Sollten bei einer Verdrahtung einer Reihenschaltung (Kette) schneller flankengesteuerter D-FF ($t_{pd} = 1\text{ns}$) die verbindenden Takteitungen um mehr als 20 cm länger sein als die Datenleitungen, so überholt das Datensignal das Taktsignal und die oben angegebene Annahme ist nicht mehr gültig. Hier bietet sich eine andere Verdrahtung an, die in Bild 6.42 aufgezeigt wird. Das Taktsignal beginnt bei dem letzten FF und führt entgegen der Datenflussrichtung zum ersten FF. Damit unterstützt die (häufig vernachlässigte) Laufzeit der Signale auf den Leitungen die zeitlichen Sicherheitsabstände für Setup- und Haltezeit flankengesteuerter FF.

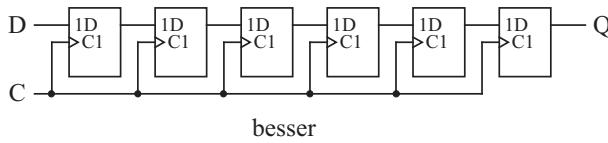


Bild 6.42 Taktversorgung bei einer Kette einflankengesteuerten DFF

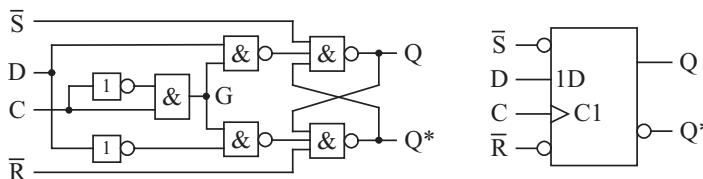


Bild 6.43 Schaltung (Grundvariante) und Symbol eines einflankengesteuerten D-FF

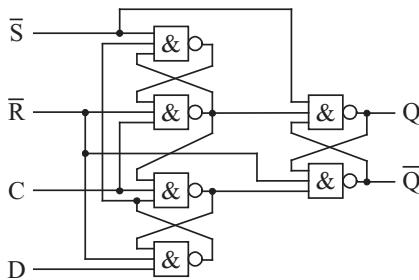


Bild 6.44 Schaltung eines einflankengesteuerten D-FF (74LS74)

In den gezeigten Beispielen werden „Grundschaltungen“ verwendet, die das Verhalten nachvollziehbar beschreiben. Die im Baustein verwendeten Realisierungen sind aufwendiger. Bild 6.43 zeigt die Schaltung und das Symbol eines flankengesteuerten RS-FF mit separaten Setz- und Rücksetzeingängen (s. auch Bild 6.32). Die Struktur beruht auf den hier verwendeten Grundschaltungen. Bild 6.44 zeigt die Schaltung des gleichen FF (z. B. 74LS74); bestehend aus Gattern aufgebaut aus Bipolar-Transistoren (TTL-Technik). Bild 6.45 zeigt die etwas vereinfachte Schaltung (Zusammenfassung von Inverter-Ketten) einer Realisierung (z. B. 74HCT74) basierend auf Unipolar-Transistoren (CMOS). Mit der CMOS-Technik sind Transmissionsgatter realisierbar. Dies sind elektronische analoge Schalter und vergleichbar mit nicht potenzialgetrennten Relaischaltkontakte (Verbindung niederohmig bzw. geschlossen oder Verbindung hochohmig bzw. offen). Es ist zu erkennen, dass diese Transmissionsgatter in dem Schaltbild nur paarweise auftreten und invers angesteuert werden (Steueranschluss T und \bar{T}). Die entsprechenden Schaltungsbereiche arbeiten als 1-aus-2-Datenselektoren. Der Takteingang C hat zudem eine zusätzliche Aufbereitung der Taktflanke (Schmitt-Trigger-Eingang), auf die in einem späteren Kapitel eingegangen wird.

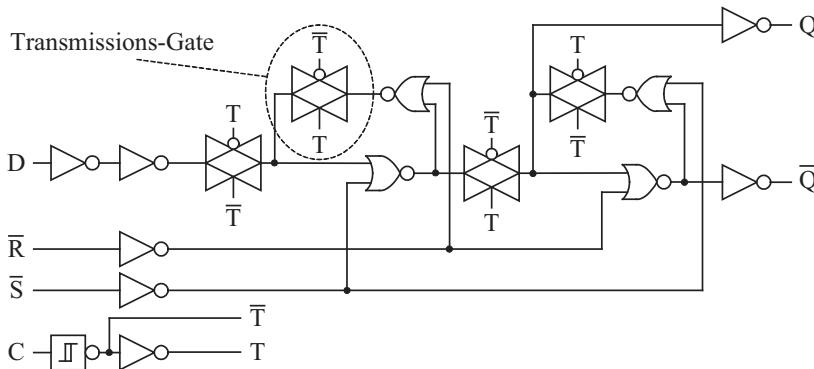


Bild 6.45 Schaltung eines einflankengesteuerten D-FF (74HCT74)

6.4.3 JK-FF (einflankengesteuert)

Das einfache JK-FF existiert in der flankengesteuerten Version. Bei der zustandsgesteuerten Variante entstand ein Problem. Im „verbotenen Zustand“ wurde das sich ändernde Ausgangssignal sofort zurückgeführt und deshalb erfolgte die wiederholte Umschaltung in den jeweils

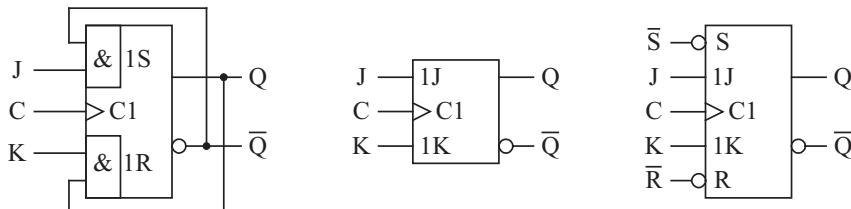


Bild 6.46 Schaltung eines einflankengesteuerten JK-FF

anderen Logikzustand. Solange das Taktsignal g den Wert 1 hat, würde ein zustandsgesteuertes JK-FF als Taktgenerator arbeiten. In der flankenbasierten Version ist das generierte Freigabesignal g , das aus der ansteigenden Flanke des Taktsignals c erzeugt wird, so kurz, dass die zurückgeführten Signale zu spät kommen, um erneut berücksichtigt zu werden. Somit schaltet das flankengesteuerte JK-FF bei $j = k = 1$ nur einmal in den entgegengesetzten Logikwert (es toggelt).

Bild 6.46 zeigt links die Realisierung eines JK-FF auf Basis eines RS-FF mit UND-verknüpften Eingangssignalen. Die externe Rückführung ist in den Bausteinen in der Mitte und der rechten Darstellung bereits enthalten. Auf der rechten Seite ist das Symbol mit zusätzlichen taktunabhängigen 0-aktiven Setz- und Rücksetzeingängen dargestellt.

6.4.4 T-FF (einflankengesteuert)

Eine Reduzierung des JK-FF ist das Toggle-FF (T-FF). Durch Parallelschalten der Eingänge J und K verzichtet man auf die Funktionen „Setzen“ und „Rücksetzen“. Es bleiben die Funktionen „Speichern“ und „Toggeln“. Bild 6.47 zeigt in der linken Darstellung ein auf RS-FF basierendes Toggle-FF, das bei jeder ansteigenden Flanke des Taktsignals c in den jeweils anderen Zustand umschaltet. Dies entspricht der mittleren und rechten Darstellung mit $e = 1$. Bei diesen Realisierungen kann über Steuereingang E die Umschaltfunktion freigegeben (Toggeln wird ausgewählt) oder gesperrt (Speichern wird ausgewählt) werden.

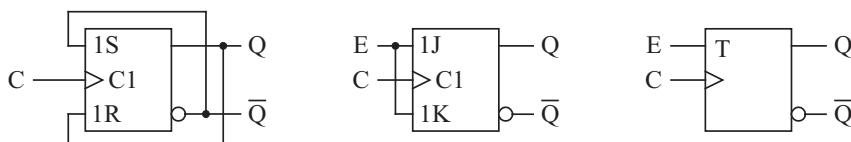


Bild 6.47 Schaltung eines einflankengesteuerten T-FF

6.4.5 RS-MS-FF (zweiflankengesteuert)

Die flankengesteuerten RS-FF gibt es auch in der Zweiflanken-Version. Wie bei den zustandsgesteuerten FF werden zwei FF hintereinander geschaltet. Das erste FF, Master-Flipflop genannt, reagiert auf die ansteigende Flanke (Grundvariante ohne Negationskreis am Takteingang) und das zweite FF, Slave-Flipflop genannt, auf die inverse Flanke. Erst mit der Über-

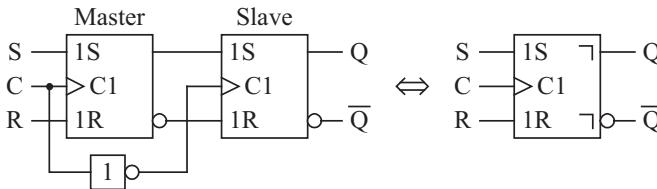


Bild 6.48 Schaltung eines zweiflankengesteuerten RS-MS-FF

nahme des Bitmusters vom Master in den Slave erscheint es am Ausgang. Zur Kennzeichnung der retardierten Ausgänge werden Haken an den Ausgängen des Symbols gezeichnet. Bild 6.48 zeigt die Zusammenschaltung von zwei einflankengesteuerten FF und das Symbol eines zweiflankengesteuerten RS-MS-FF.

Die Funktion wird in dem Impuls-Zeit-Diagramm im Bild 6.49 verdeutlicht. Die Ausgangswerte starten mit dem unbekannten Zustand X. Zum Zeitpunkt der ersten Taktflanke von c wird das Master-FF zurückgesetzt. Mit der abfallenden Flanke wird dieses Bitmuster an den Slave übergeben und erscheint am Ausgang (Zeitverschiebung ist hervorgehoben durch den schrägen Pfeil). Mit der nächsten Taktflanke wird das FF gesetzt, beim nächsten Impuls haben wir die Funktion „Speichern“ gefolgt von „Rücksetzen“. Zu den Zeitpunkten der dargestellten fünften und sechsten ansteigenden Flanke liegt an den Eingängen der „verbottene Zustand“ an, der vermutlich durch interne Verriegelung zu der Funktion „Speichern“ führt und damit das Ausgangssignal unverändert weitergeführt wird. In der Darstellung ist die ungünstigere Variante eingezeichnet, bei der der Master in einen nicht vorhersagbaren Zustand versetzt und dieser Wert mit der abfallenden Flanke an den Slave übergeben wird.

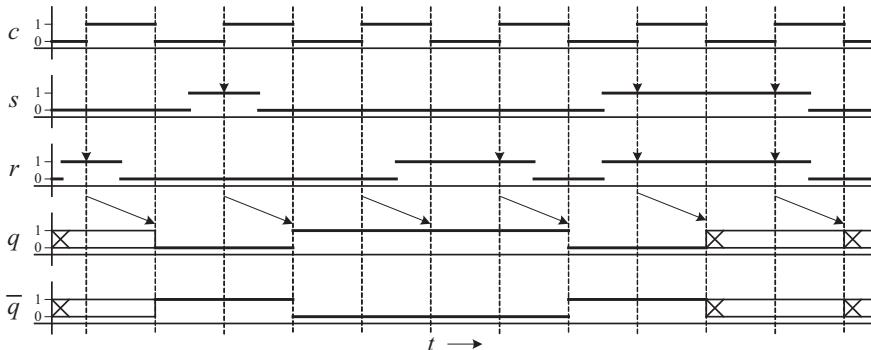


Bild 6.49 Impuls-Zeit-Diagramm eines zweiflankengesteuerten RS-MS-FF

6.4.6 JK-MS-FF (zweiflankengesteuert)

Von größerer Bedeutung ist das als Master-Slave-Flipflop zusammengeschaltete JK-MS-FF. Das erste FF muss ein JK-FF sein, während das zweite FF immer mit inversen Eingangssignalen versorgt wird und hier ein RS-FF ausreicht. Bild 6.50 zeigt die Schaltung mit den genannten FF und das Symbol eines JK-MS-FF mit den gekennzeichneten retardierten Ausgängen.

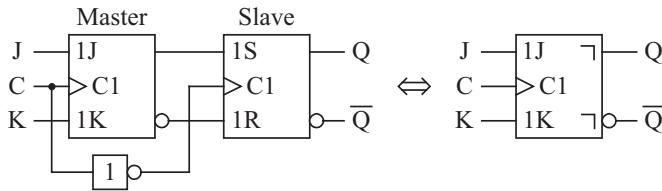


Bild 6.50 Schaltung eines zweiflankengesteuerten RS-MS-FF

Das Verhalten wird im Impuls-Zeit-Diagramm deutlich (Bild 6.51). Das Beispiel ist identisch mit den Zeitsignalen des RS-MS-FF, wodurch sich für die ersten vier Takte das gleiche Ausgangsverhalten ergibt. Bei dem fünften und sechsten Takt wird zu den Zeitpunkten der ansteigenden Flanke c das Master-FF getoggelt. Dieses Umschalten wird mit den abfallenden Flanken an das Slave-FF übergeben und erscheint am Ausgang.

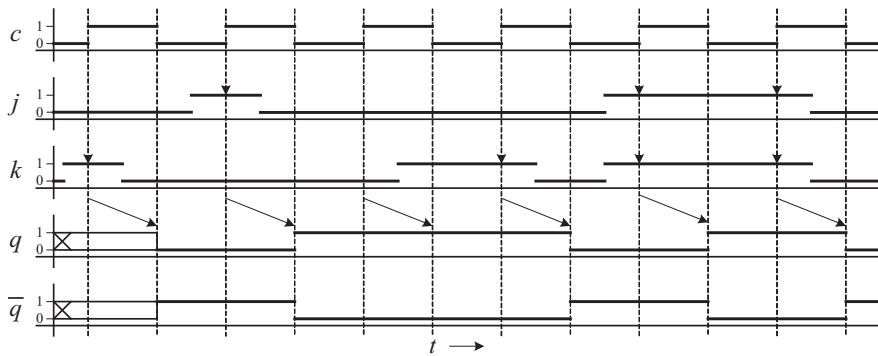


Bild 6.51 Impuls-Zeit-Diagramm eines (zwei-)flankengesteuerten RS-MS-FF

■ 6.5 Charakteristische Gleichung

Die behandelten Speicher wurden in ihrem Verhalten ausführlich beschrieben. Leider lässt sich das Verhalten aller FF-Variationen in beschreibenden Gleichungen nur in vereinfachter, allgemeiner Form wiedergeben. Die gleichungsmäßige Beschreibung wird jedoch häufig beim Entwurf von Zählern und Schaltwerken benötigt. Die Funktionsweise der Flipflop-Varianten wird durch die **Charakteristische Gleichung** ausgedrückt. Eine hierfür wichtige Randbedingung ist, dass sich die Eingangssignale während der aktiven Taktphase nicht verändern. Diese Randbedingung wurde bei den zustandsgesteuerten Flipflops bewusst missachtet, um das unterschiedliche Verhalten der jeweiligen Realisierungen aufzuzeigen (z. B. JK-FF mit nicht funktionierender Einzustands-Steuerung sowie den funktionierenden Zweizustands-, Einflanken- und Zweiflanken-Steuerungen). Verwendet man die charakteristische Gleichung, so ist diese Bedingung einzuhalten. Hierauf basiert der Vorteil flankengesteuerter Flipflops, bei denen dies automatisch erfüllt ist.

r	s	q_n	q_{n+1}
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	X
1	1	1	X

Tabelle 6.8 Wahrheitstabelle eines RS-FF

Für ein RS-FF setzt sich die benötigte Wahrheitstabelle aus den Eingangssignalen s und r und dem zurückgeführten Ausgangssignal q_n zusammen, die das Ausgangssignal q_{n+1} definieren (s. Tabelle 6.8). Unter der oben genannten Randbedingung gilt diese Beschreibung für jede Taktsteuerung.

Setzt man voraus, dass der „verbotene Zustand“ nicht auftritt, so ist das Verhalten in der KDNF durch Gleichung 6.1 beschreibbar.

$$q_{n+1} = \overline{r} \overline{s} q_n \vee \overline{r} s \overline{q_n} \vee \overline{r} s q_n \quad (6.1)$$

Bild 6.52 zeigt die Minimierung im KV-Diagramm. Je nach Berücksichtigung der mit X gekennzeichneten Felder sind die Gleichungen 6.2 und 6.3 möglich.

q_{n+1}	\overline{q}_n	q_n	\overline{q}_n
\overline{r}	(1)	(1)	(1)
r		X	X

q_{n+1}	\overline{q}_n	q_n	\overline{q}_n
\overline{r}	(1)	(1)	1
r		X	X

Bild 6.52 KV-Diagramm einer RS-FF-Ansteuerung

$$q_{n+1} = \overline{r} s \vee \overline{r} \overline{q_n} = \overline{r} (s \vee \overline{q_n}) \quad (6.2)$$

$$q_{n+1} = s \vee \overline{r} \overline{q_n} \quad (6.3)$$

Verbreitet sind JK-FF, deren Wahrheitstabelle für die Ermittlung der Charakteristischen Gleichung zeigt Tabelle 6.9. Dies führt mit dem in Bild 6.53 angegebenen KV-Diagramm zur Gleichung 6.4 (KDNF und minimierte Gleichung).

$$q_{n+1} = \overline{k} \overline{j} q_n \vee \overline{k} j \overline{q_n} \vee \overline{k} j q_n \vee k \overline{j} \overline{q_n} = j \overline{q_n} \vee \overline{k} q_n \quad (6.4)$$

k	j	q_n	q_{n+1}
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Tabelle 6.9 Wahrheitstabelle eines JK-FF

q_{n+1}	\bar{q}_n	q_n	\bar{q}_n
\bar{k}		(1 1)	(1)
k			(1)
	\bar{j}	j	

Bild 6.53 KV-Diagramm einer JK-FF-Ansteuerung

Gleichung 6.5 zeigt die Gleichung für ein T-FF. Der Ausgangszustand nimmt den Wert $q_{n+1} = 1$ an, wenn bei einem Zustand $q_n = 0$ die Toggelfunktion mit $e = 1$ freigegeben ist oder wenn bei dem Zustand $q_n = 1$ die Toggelfunktion mit $e = 0$ deaktiviert ist. Gleichung 6.6 beschreibt ein D-FF. Hier wird ungeachtet des vorhandenen Zustandes der Wert d übernommen.

$$q_{n+1} = e \bar{q}_n \vee \bar{e} q_n \quad (6.5)$$

$$q_{n+1} = d \quad (6.6)$$

Bei einem RS-FF mit dominierendem S-Eingang sind die mit X gekennzeichneten Zeilen in Tabelle 6.8 („verbotener Zustand“) mit 1 belegt. Die zugehörige charakteristische Gleichung entspricht Gleichung 6.3.

■ 6.6 Synthese-Tabellen

In den bisherigen Darstellungen wurde das Verhalten der Flipflops beschrieben, indem man die Eingangssignale vorgibt, um daraus das Ausgangsverhalten abzuleiten. Eine andere Verhaltensbeschreibung sind die **Synthese-Tabellen**. Sie werden wie die Charakteristischen Gleichungen für die Erstellung von Steuerwerken wie Zähler und Automaten verwendet. Bei den Synthese-Tabellen wird ein gewünschtes Ausgangsverhalten $q_n \rightarrow q_{n+1}$ vorgegeben und die Tabellen geben an, welche Belegung die Eingangssignale haben müssen, um das gewünschte Verhalten zu realisieren. Diese Eingangssignale stellen die Ausgangssignale eines vorbereitenden Netzwerkes dar, das sie aus den alten Zuständen der Flipflops und eventuellen Eingangssignalen des Steuerwerks generiert. Die Synthesetabellen werden in den nächsten beiden Kapiteln angewendet.

Wie bei den Gleichungen gelten diese Tabellen nur unter der Randbedingung, dass die Eingangssignale während der gesamten Taktphase ihren Zustand nicht ändern. Tabelle 6.10 zeigt die Synthese-Tabelle der RS-FF (Grundvarianten, ohne dominierende Eingänge). In der ersten Zeile ist das FF nicht gesetzt ($q_n = 0$). Nach der Taktsequenz soll es weiterhin nicht gesetzt sein ($q_{n+1} = 0$). Dieses wird durch „Speichern“ ($s = r = 0$) oder „Rücksetzen“ ($s = 0$ und $r = 1$) erreicht. Diese Kombinationen werden durch ($s = 0$ und $r = x$) abgedeckt. In der zweiten Zeile

Tabelle 6.10 Synthese-Tabelle der RS-FF

q_n	q_{n+1}	s	r
0	0	0	x
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	x	0

Tabelle 6.11 Synthese-Tabellen der JK-FF, D-FF und T-FF

q_n	q_{n+1}	j	k	q_n	q_{n+1}	d	q_n	q_{n+1}	e
0	0	0	x	0	0	0	0	0	0
0	1	1	x	0	1	1	0	1	1
1	0	x	1	1	0	0	1	0	1
1	1	x	0	1	1	1	1	1	0

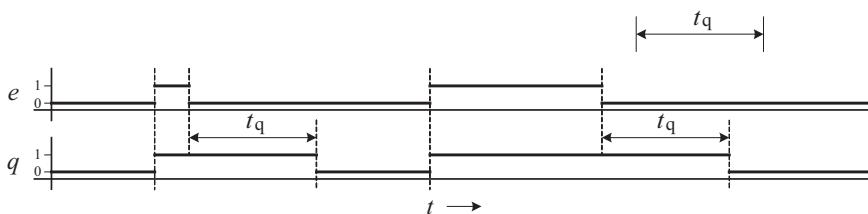
wird die Funktion „Setzen“ benötigt und in der dritten Zeile „Rücksetzen“. Die Realisierung der vierten Zeile kann durch „Speichern“ oder „Setzen“ erfolgen. Die Eingangskombination „verböter Zustand“ ist nicht vorhanden.

Die Tabelle 6.11 zeigt links die Synthese-Tabelle für die JK-FF. Sie entspricht der des RS-FF, wobei die mittleren zwei Zeilen auch durch die Toggle-Funktion realisiert werden können („Setzen“ oder „Toggeln“ bzw. „Rücksetzen“ oder „Toggeln“). Die mittlere Tabelle gilt für die D-FF, bei denen das Eingangsbitmuster übernommen wird und sie deshalb das Verhalten $q_{n+1} = d$ repräsentiert. Die rechte Tabelle gilt für die T-FF mit Steuereingang E, welches die Toggle-Funktion sperrt ($e = 0$) oder freigibt ($e = 1$).

■ 6.7 Monostabile Kippstufen

Eine weitere Variante zeitabhängiger Schaltungen ist die **Monostabile Kippstufe** bzw. der **Monoflop**, **Univibrator**, **One-Shot** oder allgemein das **Zeitglied**. Diese Schaltungen können ebenfalls zwei Zustände annehmen, von denen jedoch nur einer stabil ist. Man kennt diese Schaltungen z. B. von der Beleuchtungssteuerung in Treppenhäusern, bei denen das Licht nach einer gewissen Zeit nach der Anforderung automatisch ausgeschaltet wird. Einfache analoge RC-Schaltungen, wie sie auch zur RESET-Impulsformung verwendet werden, geben das Signal $q = 1$ aus, sobald das Eingangssignal den Wert 1 hat. Wird die Anforderung zurückgenommen, so schaltet das Ausgangssignal nach einer über RC-Komponenten vorgegebenen Verzögerungszeit auf den stabilen Ausgangswert $q = 0$ zurück. Bild 6.54 zeigt den Verlauf. Für das Treppenhauslicht würde es bedeuten, dass es leuchtet, solange man den Taster gedrückt hält und eine vorgegebene Zeit nach dem Loslassen des Tasters.

Dieses Verhalten entspricht einer Impulsverlängerung und ist kein Grundglied. Die Basislemente reagieren nur auf Taktflanken. Die Zeitspanne wird über externe RC-Beschaltungen

**Bild 6.54** Impuls-Zeit-Diagramm eines monostabilen Flipflops

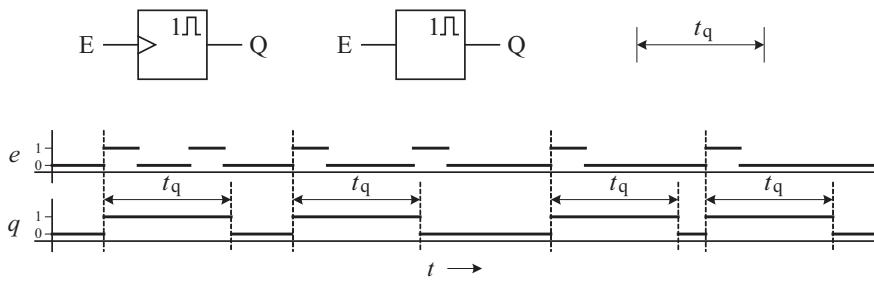


Bild 6.55 Impuls-Zeit-Diagramm eines monostabilen Flipflops (nicht nachtriggerbar)

realisiert und liegt im Bereich $t_q = 0,28 \dots 1,4 \cdot R_x \cdot C_x$. Bild 6.55 zeigt das Symbol und Impuls-Zeit-Diagramm eines nicht nachtriggerbaren Monoflops. Beide Symbole können nach DIN verwendet werden. Die ansteigende Flanke startet den Impuls am Ausgang. Eingangsimpulse während der aktiven Phase werden unterdrückt und bleiben unberücksichtigt.

Die andere Gruppe monostabiler Kippstufen sind die nachtriggerbaren Monoflops. Bild 6.56 zeigt die Symbole und das Impuls-Zeit-Diagramm. Erfolgt während der aktiven Phase eine erneute Anforderung, so startet der durch die externe RC-Beschaltung vorgegebene Zeitbereich t_q erneut. Das Ausgangssignal des Monoflops bleibt so lange auf dem Wert 1, bis die Periodendauer der Eingangsimpulse den Zeitbereich t_q überschreitet.

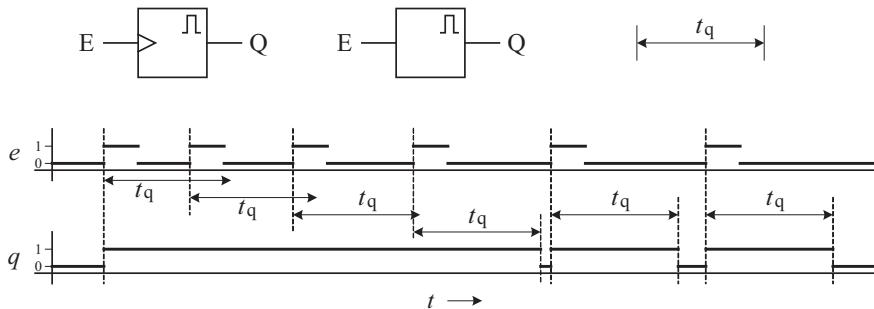


Bild 6.56 Impuls-Zeit-Diagramm eines monostabilen Flipflops (nachtriggerbar)

Nachtriggerbare Monoflops eignen sich z. B. zur Überwachung einer Mindestfrequenz. Wird diese unterschritten, so ist die Periodendauer größer als die Zeitvorgabe t_q und der Ausgang liefert einen 0-Impuls, der für eine Anzeige in einem Flipflop gespeichert werden kann.

Mit diesen Grundelementen lässt sich eine Einschaltverzögerung aufbauen. Bild 6.57 zeigt diese Schaltung. Das Freigabesignal e startet den Monoflop, der ein 0-aktives Ausgangssignal liefert. Die UND-Verknüpfung aus e und \bar{q} könnte das Ausgangssignal y liefern. Bei dieser einfachen Realisierung gibt es ein Problem, da der Monoflop eine Reaktionszeit t_{pd} hat. Für diese Zeitspanne nach dem 0-1-Wechsel von e liegen zwei 1-Signale an dem Eingang der UND-Verknüpfung an und generieren einen kurzen Ausgangsimpuls. Dies lässt sich vermeiden, wenn wie in Bild 6.57 dargestellt, das Signal e entsprechend verzögert wird. Die Aktivierung des Ausgangssignals y ist um die Pulsdauer (z. B. einige μ s oder ms) verzögert. Die kurzen Reaktionszeiten der Logikschaltungen (z. B. einige ns) sind dagegen vernachlässigbar. In der Darstellung wird dies nicht berücksichtigt.

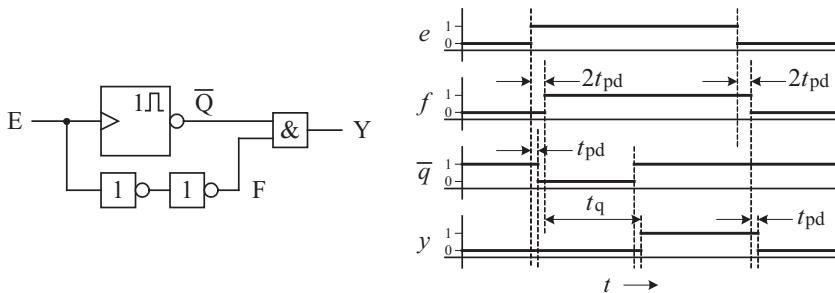


Bild 6.57 Einschaltverzögerung

Sehr ähnlich sieht die Realisierung einer Ausschaltverzögerung gemäß Bild 6.58 aus. Der Monoflop wird über die positive Flanke des Eingangssignals e gestartet und das Ausgangssignal y liefert eine ODER-Verknüpfung des Ausgangssignals q des Monoflops mit dem um Gatterlaufzeiten verzögerten Eingangssignal f . Ohne diese Verzögerung würde sich ein kurzer 0-Impuls unmittelbar nach der abfallenden Flanke von e ergeben.

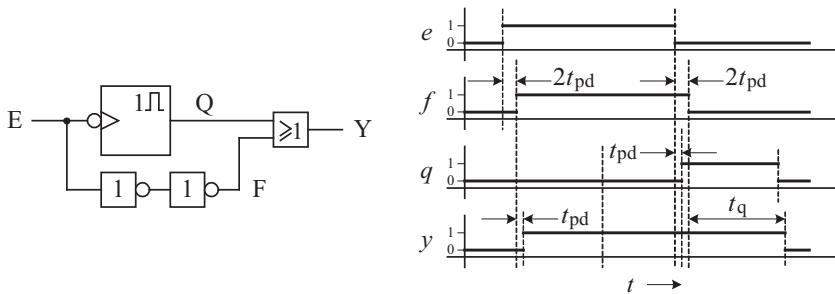


Bild 6.58 Ausschaltverzögerung

Eine Kombination aus Einschalt- und Ausschaltverzögerung zeigt Bild 6.59. Die Einschaltflanke wird in diesem Beispiel um 10 ms verzögert und die Ausschaltflanke um 5 ms. Durch Angabe eines Verzögerungswertes von 0 kann mit diesem Symbol auch eine Einschalt- oder eine Ausschaltverzögerung gekennzeichnet werden.

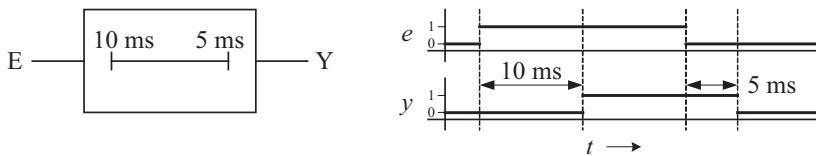


Bild 6.59 Verzögerungselement

Je nach Verzögerungszeit sind unterschiedliche Realisierungen möglich. Für sehr kurze Verzögerungszeiten (Ein- und Ausschaltverzögerungszeiten sind gleich) bieten sich Laufzeiten auf Leitungen an. Dieser häufig vernachlässigte Effekt kann hier genutzt werden. Beispielhaft wurde dies bei der Ansteuerung flankengesteuerter FF bereits genannt. Die Verstärker an der Ein- und Ausgangsseite dienen zur Signalformung (keine Rückwirkung der Leitung auf ange-

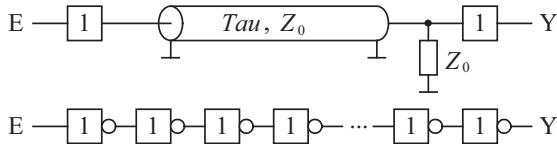


Bild 6.60 Verzögerungsschaltungen

schlossene Schaltungsteile). Die Verzögerungszeit ist $Tau + 2 \cdot t_{pd}$. Eine weitere Methode sind Ketten von Invertern. Jeder Baustein hat eine Reaktionszeit, die sich bei einer Kette addieren. Da die Zeiten für 0-1-Wechsel und 1-0-Wechsel nicht gleich sind, sollten Inverter verwendet werden, da sich diese Unterschiede nicht wie bei Verstärkern aufaddieren. Bei der Anzahl N ist die Verzögerungszeit $N \cdot t_{pd}$ (t_{pd} kann sehr stark streuen). Bild 6.60 zeigt entsprechende Schaltungen.

Eine vorgetäuschte Verzögerung ist die Realisierung mit Monoflops. Hier wird lediglich der Verzögerungsteil zu Beginn ausgeblendet und am Ende durch ein Rechtecksignal ergänzt. Würde die Verzögerung auf eine Impulsfolge wirken, so ginge die darin enthaltene Information verloren. Die Impulsdauer muss hierbei länger sein als die Verzögerungszeit. Bild 6.61 zeigt eine Schaltung für eine 2-ms-Verzögerung basierend auf den bereits genannten Verzögerungsschaltungen.

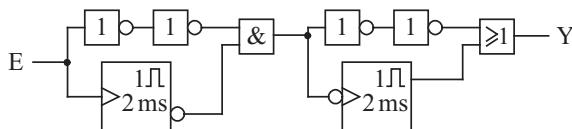


Bild 6.61 Verzögerungsschaltung

■ 6.8 Taktgeneratoren

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, Taktgeneratoren aufzubauen. Häufig werden dazu spezielle Eigenschaften der Gatter in Verbindung mit rückgekoppelten Signalen verwendet. Eine Möglichkeit sind zwei hintereinandergeschaltete Monoflops. Nach einer Start-Flanke ist der erste Monoflop für die vorgegebene Pulsdauer aktiv. Die Flanke am Ende dieses Impulses startet den zweiten Monoflop für dessen Pulsdauer. Die abschließende Flanke dieses Monoflops wird zurückgeführt und startet den ersten. Der Ablauf wiederholt sich und es entsteht eine Taktsequenz, bei der die Pulspause vom ersten Monoflop und die Pulsdauer vom zweiten Monoflop vorgegeben wird (Ausgang Q_1). Wichtig ist, dass der Takt über eine Flanke gestartet und die Rückkopplung nicht blockiert wird.

Bild 6.62 zeigt einen über Steuereingang E ein- und ausschaltbaren Taktgenerator. Die ansteigende Flanke des Steuersignals E startet mit einer abfallenden Flanke am Anschluss F den ersten Monoflop. Mit seiner abfallenden Flanke am Anschluss Q_0 startet dieser den zweiten Monoflop und mit der abfallenden Flanke an Anschluss Q_1 wird der erste wieder gestartet. In der ersten dargestellten Sequenz wird das Steuersignal E während der Pulsdauer an Q_2 zurückgenommen und dadurch die Rückkopplung blockiert und der Taktgenerator gestoppt. In der zweiten Sequenz wird das Steuersignal E während der Pulsdauer an Q_1 zurückgenommen. Die

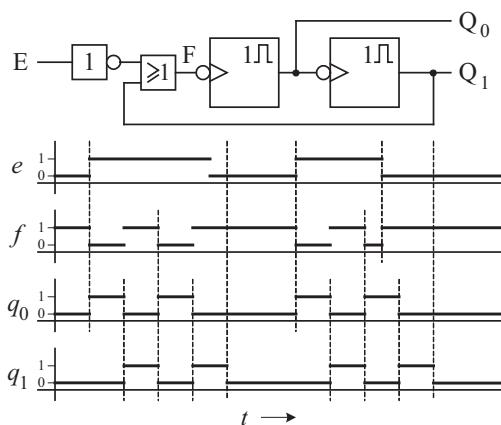


Bild 6.62 Steuerbarer Taktgenerator

abfallende Flanke an Q_0 startet noch den Puls an Q_1 , der jedoch aufgrund des ODER-Gatters nicht mehr den ersten Monoflop starten kann.

Eine gestartete Puls-Sequenz wird immer vollständig ausgeführt. Damit ist sichergestellt, dass eine vorgegebene Mindestpulsdauer oder -pause nicht unterschritten wird. Nachteil sind die relativ ungenau einstellbaren Zeitspannen für Puls und Pause über die externen RC-Beschaltungen der Monoflops.

■ 6.9 Aufgaben

1. Wie unterscheidet sich ein (zwei)zustandsgesteuertes JK-MS-FF von einem (zwei)flankengesteuerten JK-MS-FF? Wie kann die Taktsteuerung bei einem Testaufbau kontrolliert werden (Eingangssignale j , k und c bzw. g können z. B. über entprellte Schalter unabhängig vorgegeben werden).
2. Bestimmen Sie die Synthese-Tabelle eines S-dominierenden RS-FF.
3. Bild 6.63 zeigt Symbole für unterschiedliche Flipflops. Erweitern Sie wenn möglich die Schaltung durch wenige Logikgatter derart, dass D-FF gemäß $q_{n+1} = d$ entstehen.
4. Bild 6.63 zeigt Symbole für unterschiedliche Flipflops. Erweitern Sie wenn möglich die Schaltung durch wenige Logikgatter derart, dass über Anschluss E steuerbare T-FF gemäß $q_{n+1} = (e \wedge \bar{q}_n) \vee (\bar{e} \wedge q_n)$ entstehen.
5. Die in Bild 6.44 dargestellte Schaltung eines (ein)flankengesteuerten D-FF mit separaten 0-aktiven Setz- und Rücksetzeingängen ist sehr verbreitet. Untersuchen Sie das Verhalten unter Vernachlässigung der taktunabhängigen, externen Setz- und Rücksetzleitungen. Bild 6.64 zeigt die zentrale Schaltung. Zeichnen Sie hierzu das Impuls-Zeit-Diagramm mit den internen Setz- und Rücksetzsignalen \bar{s} und \bar{r} des Basis-FF und den Hilfssignalen a und b . Starten Sie mit $c = 0$ und $d = 1$. Die Startbedingung für \bar{s} und \bar{r} ist 1 (aufgrund des Taktsignals c), des Weiteren ist $a = 0$ und $b = 1$. Zeichnen Sie das Verhalten für einen Taktimpuls mit $d = 0$ gefolgt von einem Taktimpuls mit $d = 1$.

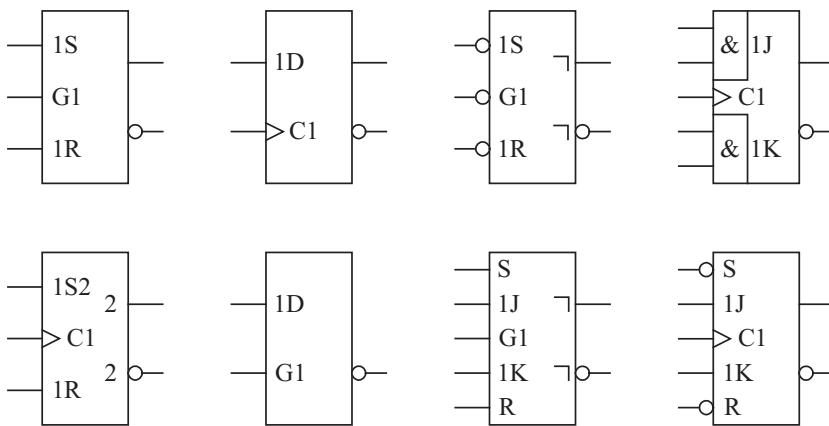


Bild 6.63 Flipflops (Übung)

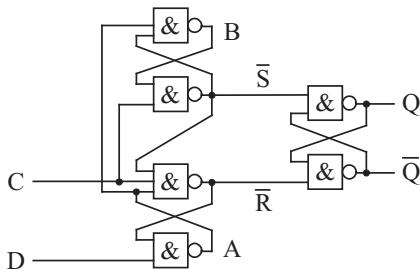


Bild 6.64 Flankengesteuertes D-FF

6. Die Realisierung in Bild 6.65 zeigt ein D-FF. Welchen Vorteil hat diese Realisierung gegenüber der Realisierung in Bild 6.23. Vergleichen Sie hierzu die Impuls-Zeit-Diagramme.

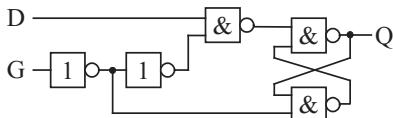


Bild 6.65 Zustandsgesteuertes D-FF

7. Bild 6.66 zeigt eine kleine Testschaltung. Analysieren Sie diese Schaltung.

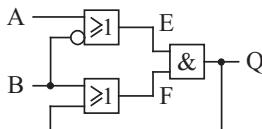


Bild 6.66 Testschaltung

7

Einfache sequenzielle Schaltungen

■ 7.1 Zählerschaltungen

Das „Zählen“ erfolgt in Codes mit einer entsprechenden Wertzuweisung. Es wird als fortlaufendes Erhöhen (Vorwärtszählen) oder Erniedrigen (Rückwärtszählen) des aktuellen Wertes um jeweils eine Wertstufe verstanden. Zeichnet man alle Bitkombinationen (Zustände) auf und verbindet benachbarte Bitkombinationen, so ergibt sich eine geschlossene Kette, die als Kreis (oder Ähnliches) dargestellt werden kann. Wichtig ist die geschlossene Kette, die die Reihenfolge der Zustände verdeutlicht. Standardmäßig werden den Zuständen die Bitkombinationen des Dualcodes zugeordnet. Es sind jedoch alle beliebigen Bitkombinationen möglich (solange keine mehrfach erscheint). Neben dem Dualcode könnte man auch im BCD-Code oder im Gray-Code zählen. Eine vollkommen frei gewählte Reihenfolge von sich nicht wiederholenden Bitmustern ist auch möglich, solange der Vorgänger und der Nachfolger definiert ist. Bild 7.1 zeigt links einen **Vorwärtszähler**, der die Zahlendarstellung in steigender Richtung mit der Schrittweite 1 durchläuft. Nach dem höchsten Wert folgt der niedrigste. In der mittleren Darstellung werden die Zahlenwerte entsprechend dem Dualcode dargestellt. In der rechten Darstellung ist es ein etwas zufälliger Gray-Code.

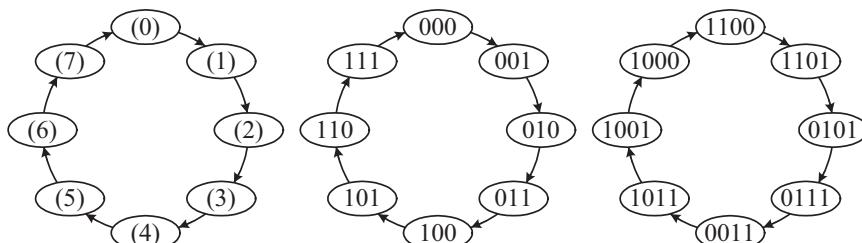


Bild 7.1 Vorwärtszähler (0 bis 7)

Zählschaltungen geben also eine definierte Reihenfolge von Bitmustern aus. Der Bitmusterwechsel wird durch ein Taktsignal initiiert (Zähltakt). Bezuglich der Übergänge unterscheidet man zwischen **synchrone Zählern** (alle Bit-Wechsel finden gleichzeitig statt) und **asynchronen Zählern** (nicht alle Bit-Wechsel finden gleichzeitig statt, es gibt einen kleinen zeitlichen Versatz).

Bei der schaltungstechnischen Realisierung unterscheidet man den Schaltungsbereich ohne Speicher und die Speicher. Wie bei den Synthese-Tabellen bereits erwähnt, verwendet man ein Schaltnetz, dessen Eingangssignale aus den Ausgangssignalen der Speicher und den Eingangssignalen des Zählers bestehen. Die Ausgangssignale dieses Schaltnetzes sind die Ausgangs-

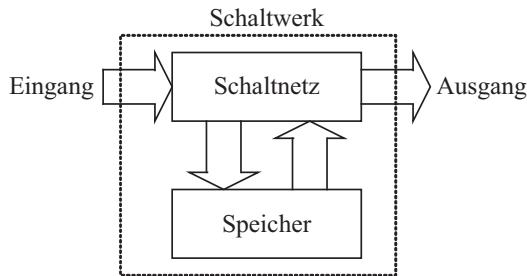


Bild 7.2 Aufbau eines Schaltwerkes

signale des Zählers und die Steuersignale für die Speicher zur Ansteuerung der verwendeten Flipflops. Das Schaltnetz besteht im einfachsten Fall aus einer einfachen „Durchschaltung“ der Signale (ohne weitere Verknüpfung). Bild 7.2 zeigt das **Schaltnetz**, das mit den Methoden aus Kapitel 4 erstellt und optimiert wird, den Speicher, bestehend aus den erläuterten Flipflops aus Kapitel 6, sowie deren Zusammenschaltung zu einem **Schaltwerk** mit den nach außen vorhandenen Ein- und Ausgangssignalen. Die breiten Pfeile bedeuten, dass diese Verbindung aus mehreren gleichartigen Leitungen (mehrere Eingänge, mehrere Ausgänge etc.) bestehen.

Zuerst wird das Schaltwerk zur Realisierung von Zählern, wie am Anfang dieses Kapitels beschrieben, verwendet. Im nächsten Kapitel erfolgt eine Erweiterung der Funktionsweise zu den allgemeinen Schaltwerken, Steuerwerken oder Automaten.

7.1.1 Asynchronzähler

Zähler haben eine feste Sequenz der auszugebenden Bitmuster. Übliche Bitmuster sind z. B. der Dualcode. **Asynchronzähler** eignen sich hierzu aufgrund des einfachen Aufbaus. Eine Kette hintereinandergeschalteter Toggle-Flipflops (ohne Enable-Eingang) ergibt bereits einen entsprechenden Zähler. Bild 7.3 zeigt eine Kette von drei negativ flankengesteuerten T-FF und das zugehörige Logiksymbol.

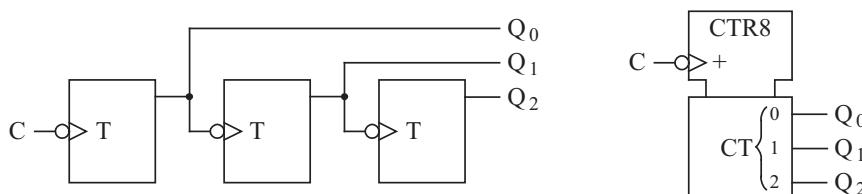


Bild 7.3 Schaltung und Symbol eines asynchronen 3-Bit-Vorwärtszählers

Mit jeder negativen Taktflanke ändert das T-FF seinen Ausgangswert. Der Ausgang des ersten T-FF wirkt auf den Takteingang des nachfolgenden T-FF das mit der negativen Flanke dieses Signals seinen Ausgangszustand ändert. Das zweite FF liefert das Taktsignal des Dritten. Bild 7.4 zeigt das Impuls-Zeit-Diagramm dieser Schaltung. Die Abhängigkeiten der Flanken sind durch Pfeile gekennzeichnet. Ordnet man dem linken FF die geringste Wertigkeit, in diesem Beispiel $2^0 = 1$ und dem rechten die höchste Wertigkeit, in diesem Beispiel $2^2 = 4$, zu, dann erhält man einen 3-Bit-Zähler, der den Dualcode in positiver Zählrichtung mit einem Zählbe-

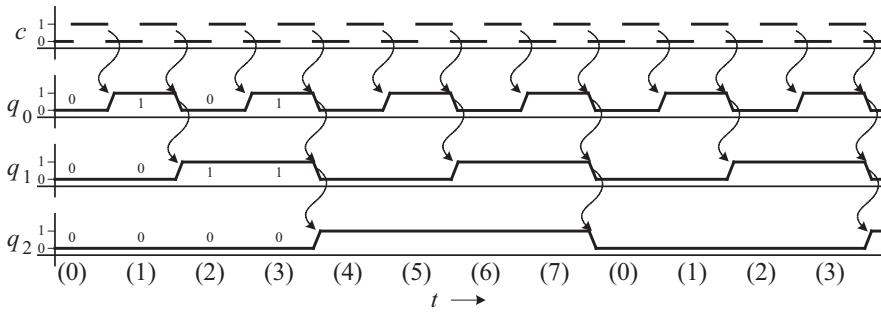


Bild 7.4 Impuls-Zeit-Diagramm eines asynchronen Dualzählers

reich von 0 bis 7 repräsentiert. Die Wertigkeiten des jeweiligen Bitmusters (Dualcode) sind in Klammern unterhalb der Zeidarstellung angegeben.

Der asynchrone Charakter dieser Zähler wird besonders bei dem Übergang von der Bitmusterkombination für die Sieben auf die Bitmusterkombination für die Null deutlich. Die Bausteine sind sehr schnell, benötigen aber immer noch eine Reaktionszeit, die mit t_{pd} (Propagation Delay) angegeben werden kann. Das erste FF erhält die negative Flanke des Taktsignals c . Nach seiner Reaktionszeit wechselt das Ausgangssignal q_0 nach 0 und ruft hiermit einen Zustandswechsel am mittleren FF hervor. Nach wiederum einer Reaktionszeit von t_{pd} ändert sich dessen Ausgangssignal, welches das rechte FF ansteuert und nach wiederum einer Reaktionszeit liefert auch das rechte FF den Wert 0. Es entstehen bei diesem asynchronen Übergang Zwischenwerte mit den Bitmusterkombinationen für die 6 und die 4 mit jeweils einer Gültigkeitsdauer der Reaktionszeit t_{pd} . Bild 7.5 zeigt diesen Übergang. Führen die Ausgangssignale dieses Zählers auf eine nachfolgende Schaltung, die z. B. auf den Wert 6 oder 4 reagieren soll, so können hierdurch Störsignale, sogenannte **Glitches** (durch Signallaufzeiten verursachte temporär auftretende „fehlerhafte“ Bitmuster), entstehen.

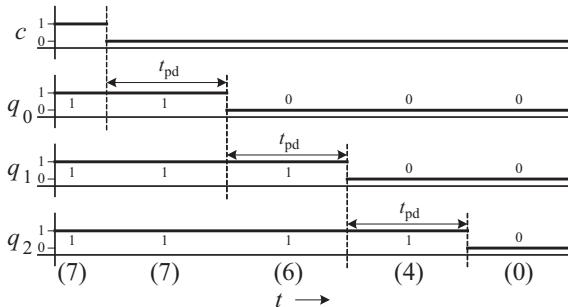


Bild 7.5 Umschaltvorgang eines Asynchronzählers

Um die Zählrichtung umzudrehen, gibt es verschiedene Möglichkeiten. Eine häufig erwähnte Realisierung ist die Umschaltung der Takte signale auf den negierten Ausgang des vorgelagerten FF. Bild 7.6 zeigt eine entsprechend angepasste Schaltung. Hierdurch schaltet das höherwertige FF unmittelbar nach der ansteigenden Flanke des ausgegebenen Signals. Neben der Schaltung ist ein Teil des Impuls-Zeit-Diagrammes angegeben, um diesen Einfluss zu verdeutlichen.

Aufgrund dieses Ansatzes bietet es sich an, die Zählrichtung durch einen Multiplexer zwischen den FF vorzugeben. Bild 7.7 zeigt eine entsprechende Schaltung. Mit dem Eingangs-

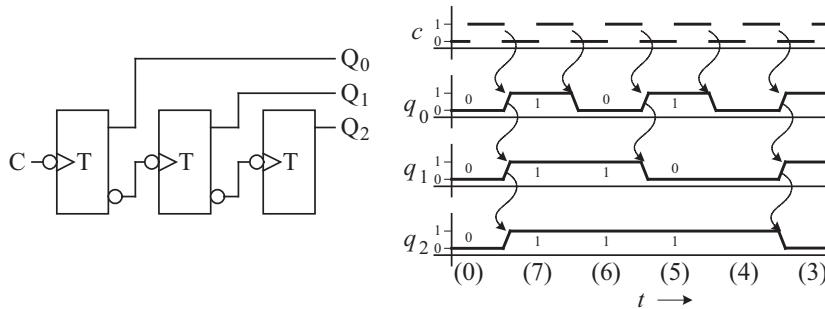


Bild 7.6 Schaltung und Impuls-Zeit-Diagramm eines 3-Bit-Rückwärtszählers

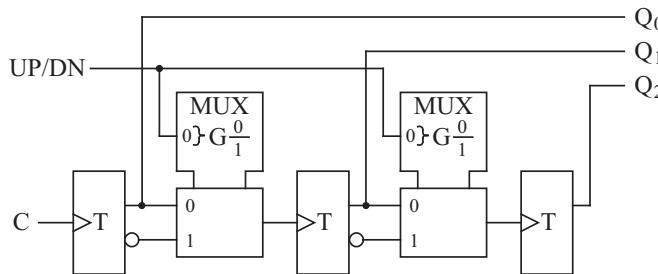


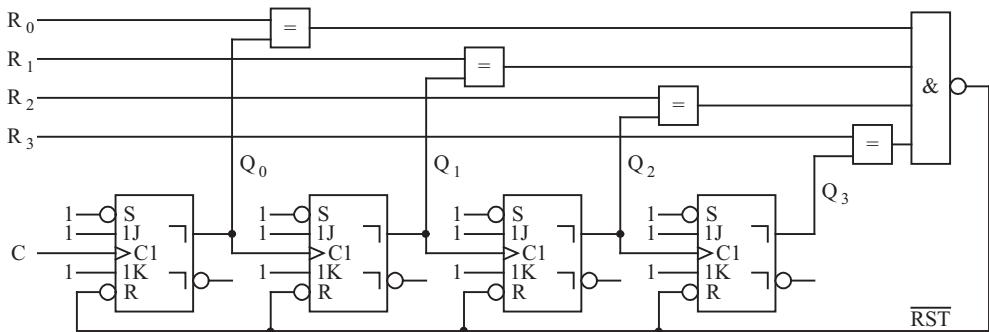
Bild 7.7 Umschaltbarer Vorwärts-/Rückwärtszähler

signal $up/dn = 0$ wird das nicht negierte Ausgangssignal als Taktsignal verwendet. Hiermit schaltet das in dieser Schaltung auf positive Flanken reagierende T-FF bei einer ansteigenden Flanke des Ausgangssignals der jeweils niederwertigeren Stufe, was einem Rückwärtszähler entspricht. Mit dem Eingangssignal $up/dn = 1$ wird das negierte Ausgangssignal als Taktsignal verwendet und das FF reagiert damit indirekt auf die negative Flanke des ausgegebenen Signals, wodurch sich ein Vorwärtszähler ergibt.

Probleme ergeben sich, wenn z. B. bei einem Zählerstand die Zählrichtung geändert werden soll, ohne den Zählerstand zu ändern. Durch die Umschaltung kann an einem Takteingang ein Signalwechsel von 0 nach 1 erfolgen und das entsprechende FF toggelt.

Die Zählrichtungsänderung von im Dualcode zählenden Asynchronzählern kann auf unterschiedliche Weise erfolgen. Häufig ist es eine Negation im Taktsignal, z. B. durch den Wechsel auf den negierten Ausgang der niederwertigeren Stufe oder permanent durch die Wahl eines anderen T-FF (positiv oder negativ flankengesteuert) oder durch die Verwendung von MS-FF, wodurch sich der Signalwechsel ebenfalls auf die andere Taktflanke verschiebt. Eine weitere Möglichkeit ist die Negation der Ausgangssignale. Durch die Ausgabe des B-Komplements ergibt sich ebenfalls eine Umkehr der Zählrichtung.

Häufig muss der Zählumfang begrenzt werden. Soll zum Beispiel ein BCD-Zähler erstellt werden, so muss nach der Neun mit der Bitkombination 1001 die Bitkombination der Null entsprechend 0000 folgen. Dies kann durch ein Rücksetzen der FF erfolgen. Der Zähler wird wie bereits beschrieben aufgebaut. Nach dem Zählerwert der Neun folgt der Zählerwert 10 mit der Bitkombination 1010. Diese Bitkombination wird über eine UND-Verknüpfung erfasst und hieraus ein Rücksetzsignal generiert, das alle Flipflops auf den Wert Null zurücksetzt. Der nach der Neun folgende stabile Zustandswert ist die Null. Während des Überganges steht nur für einen sehr kurzen Zeitraum der Wert 10 entsprechend 1010 an. Für einen BCD-Zähler kann

Bild 7.8 Asynchroner Modulo- n -Zähler

eine feste Verdrahtung verwendet werden. Eine UND-Verknüpfung von q_1 und q_3 reicht hierfür aus, da die ebenso detektierten Kombinationen für 11, 14 und 15 außerhalb des Zählbereiches liegen. Soll der Endwert variabel sein, so kann dies mit der Schaltung entsprechend Bild 7.8 erfolgen. Alle Ausgangswerte werden über Komparatoren (Äquivalenz-Verknüpfung) mit einem Vergleichswert (RESET-Wert mit r_3, r_2, r_1 und r_0) verglichen und wenn Gleichheit festgestellt wird, dann erscheint am Ausgang der NAND-Verknüpfung das 0-aktive Signal für die 0-aktiven Rücksetzanschlüsse der Flipflops. Für einen Modulo- n -Zähler muss der Zahlenwert für den Vergleich (RESET-Wert) $n+1$ betragen. Es ist der erste Zahlenwert, der nicht mehr zum Zählumfang gehört und aus dem der Rücksetzvorgang mit dem stabilen Zahlenwert für die Null entsteht. Das Zeitverhalten ist im Bild 7.9 für einen Modulo-10-Zähler mit einem Reset-Bitmuster von $\{r_3, r_2, r_1, r_0\} = 1010$ dargestellt. Der Rücksetzvorgang erfolgt zu Beginn des stabilen Zählwertes Null.

Der Zählbereich dieser Schaltung reicht von der 0 bis zur 14. Der Zahlenwert 15 kann nicht mehr als stabiler Zählwert verwendet werden. Asynchrone Übergangsbereiche sind bei dieser Realisierung ohne Belang für die Generierung des Rücksetzsignals, da die kurzzeitig auftretenden Zahlenwerte kleiner sind als der Endwert des Zählbereiches und damit kleiner als der zu detektierende Wert.

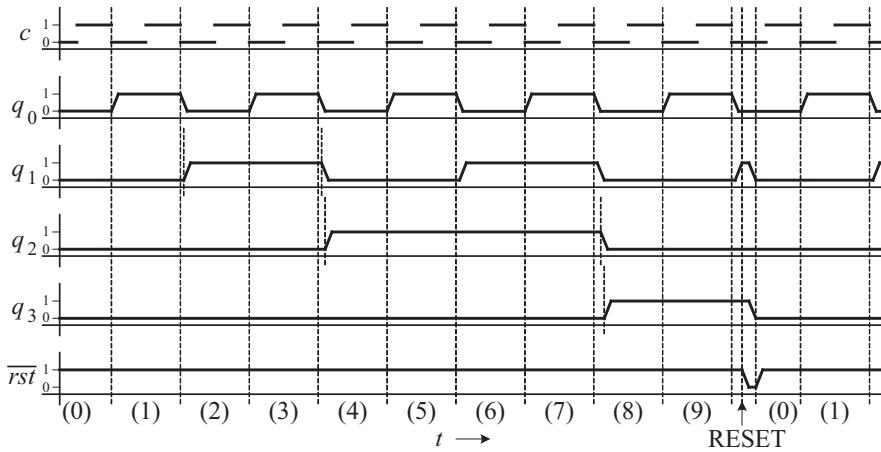


Bild 7.9 Impuls-Zeit-Diagramm eines asynchronen Modulo-10-Zählers

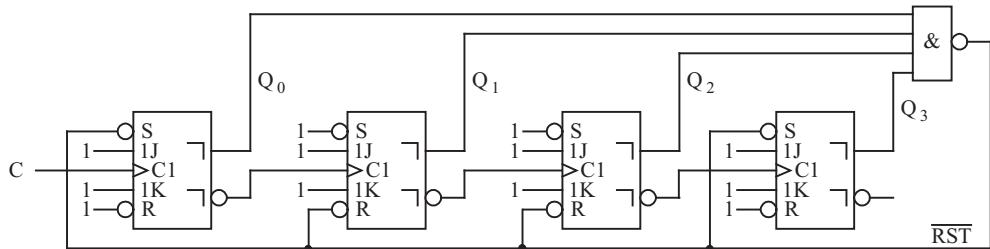


Bild 7.10 Schaltung eines asynchronen Modulo-10-Rückwärtszählers

Eine weitere Ergänzung ist ein definierter Startwert für einen Zählvorgang. Fest verdrahtet, kann die Rücksetzleitung mit der Signalbezeichnung \overline{rst} auf den Setz- oder Rücksetzeingang des jeweiligen Flipflops wirken. Hiermit ist eine fest vorgegebene Bitkombination für den Startwert möglich. Bild 7.10 zeigt einen Modulo-10-Rückwärtszähler. Die MS-FF ändern ihren Ausgangswert nach der positiven Flanke an den Ausgangssignalen (die negative Flanke am negierten Ausgang des FF überträgt das Bitmuster im nachfolgenden FF an den Slave) und ist somit ein Rückwärtszähler. Nach dem Zählerwert 0000 folgt 1111. Dieses Bitmuster wird durch die NAND-Verknüpfung erkannt und es generiert das 0-aktive Rücksetzsignal. Entsprechend der Verdrahtung wird der Zählerwert 1001 eingestellt. Das Rücksetzsignal wird zurückgenommen und der stabile Zählerwert 1001 nach der 0000 ist vorhanden (siehe auch Aufgabe 2).

Eine weitere Variante ist, dass z. B. mit einem externen Setzimpuls ein vorgegebenes Bitmuster in die Flipflop-Kette übertragen wird. Mit dem Setz-Impuls sind die entsprechenden Signale für das Setzen bzw. das Rücksetzen zu generieren. Bild 7.11 zeigt eine entsprechende Schaltung. In der linken Darstellung erfolgt eine separate Erzeugung dieser Signale für beide taktunabhängige Eingänge. In der rechten Darstellung kann auf den Inverter verzichtet werden.

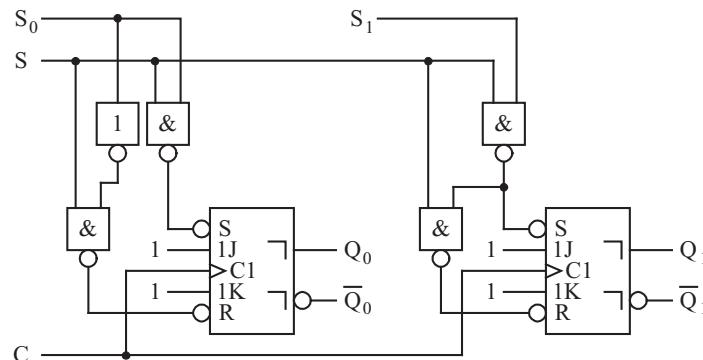


Bild 7.11 Schaltung zum Setzen bzw. Rücksetzen der Flipflops

7.1.2 Synchronzähler

Die Speicher bei synchron arbeitenden Zählern werden alle mit dem gleichen Takt angesteuert. Dadurch schalten alle Flipflops gleichzeitig, eben synchron. Die zeitlichen Differenzen der ausgegebenen Flanken reduzieren sich auf die unterschiedlichen Reaktionszeiten der ver-

\vec{q}_n	\vec{q}_{n+1}	Beschreibung
0 0 0 0	0 0 0 1	0 → 1
0 0 0 1	0 0 1 0	1 → 2
0 0 1 0	0 0 1 1	2 → 3
0 0 1 1	0 1 0 0	3 → 4
0 1 0 0	0 1 0 1	4 → 5
0 1 0 1	0 1 1 0	5 → 6
0 1 1 0	0 1 1 1	6 → 7
0 1 1 1	1 0 0 0	7 → 8
1 0 0 0	1 0 0 1	8 → 9
1 0 0 1	1 0 1 0	9 → 10
1 0 1 0	1 0 1 1	10 → 11
1 0 1 1	1 1 0 0	11 → 12
1 1 0 0	1 1 0 1	12 → 13
1 1 0 1	1 1 1 0	13 → 14
1 1 1 0	1 1 1 1	14 → 15
1 1 1 1	0 0 0 0	15 → 0

Tabelle 7.1 Wahrheits- bzw. Übergangstabelle eines Vorwärtzählers

wendeten Flipflops anstelle der Summe mehrerer Reaktionszeiten bei den asynchronen Realisierungen. Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Spikes und resultierenden Glitches ist auf ein Minimum reduziert. Die Information, ob ein Flipflop mit der nächsten Taktsequenz schalten soll oder nicht, erfolgt über die Ansteuerung der taktgebundenen Eingänge, je nach Flipflop über die R-, S-, D-, J-, K- oder E-Eingänge.

Als Beispiel soll ein Vorwärtzähler realisiert werden. Tabelle 7.1 gibt auf der linken Seite den aktuellen Zustandswert $\vec{q}_n = \{q_{3n}, q_{2n}, q_{1n}, q_{0n}\}$ an. Hierbei werden mehrere Leitungen als Vektor zusammengefasst. Hierdurch vereinfacht sich die Beschreibung. Diese Schaltung hat keine weiteren Eingangssignale, sodass nur diese vier Eingangsgrößen für das steuernde Schaltnetz existieren. In der mittleren Spalte steht der zugeordnete nachfolgende Zustand $\vec{q}_{n+1} = \{q_{3n+1}, q_{2n+1}, q_{1n+1}, q_{0n+1}\}$. In der rechten Spalte wird der durch diese Zeile vorgegebene Übergang kurz beschrieben. Die Reihenfolge der Zeilen ist beliebig. Jede Zeile repräsentiert einen Zustand \vec{q}_n der in Bild 7.1 als Beispiel angegebenen Kette mit dessen Nachfolger \vec{q}_{n+1} . Aus Gründen der Übersicht bietet es sich an, die Reihenfolge der Zählsequenz zu verwenden oder die Zeilen entsprechend des Dualcodes zu sortieren. Da ein im Dualcode vorwärtzährender Zähler realisiert werden soll, ergibt sich nach beiden Kriterien die gleiche Reihenfolge.

Dieser Übergang ist gleichungsmäßig darzustellen. Die Gleichungen werden hierbei mithilfe des KV-Diagramms minimiert. Für einen Koeffizientenvergleich zur Bestimmung der Ansteuerung der FF-Eingänge benötigen wir die Struktur, die häufig in der Charakteristischen Gleichung zu finden ist. Es gibt hierbei zwei Terme, einer ist mit der negierten eigenen Ausgangsgröße $\overline{q_{xn}}$ und einer mit der nicht negierten eigenen Ausgangsgröße q_{xn} UND-verknüpft. Beide verknüpften Terme werden über ODER zusammengefasst und repräsentieren den Folgezustand q_{xn+1} . Gesucht sind diese beiden Terme, die die Ansteuerung der Eingangssignale repräsentieren.

Es ist bei der Minimierung zu berücksichtigen, dass wir die jeweils eigene Ausgangsgröße nicht „wegoptimieren“. Hierzu könnten z. B. für die Ausgangsgröße q_{3n+1} (linke Spalte der Ausgangssignale \vec{q}_{n+1}) zwei KV-Diagramme mit je drei Eingängen verwendet werden. Eins für den

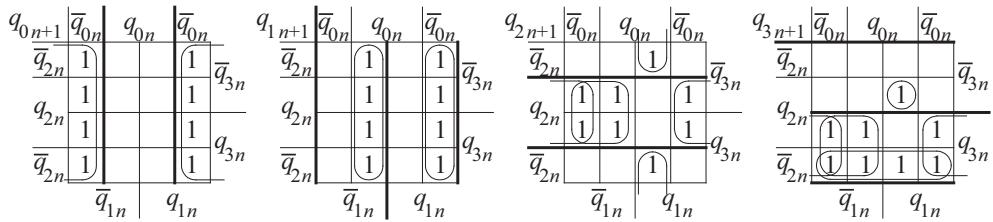


Bild 7.12 KV-Diagramm

Ausgangszustand $q_{3n} = 0$ und eins für $q_{3n} = 1$. Alternativ kann auch ein KV-Diagramm für vier Variablen verwendet werden, wenn nicht über die Grenze der eigenen Ausgangsgröße zusammengefasst wird. Die Darstellung ist dadurch etwas kompakter. Bild 7.12 zeigt die Minimierung. Die Trennlinien der eigenen Ausgangsgröße, über die nicht zusammengefasst werden darf, sind fett eingezeichnet.

Die Minimierung im KV-Diagramm liefert die Gleichungen 7.1 bis 7.4.

$$q_{0n+1} = \overline{q_{0n}} \quad (7.1)$$

$$q_{1n+1} = q_{0n} \wedge \overline{q_{1n}} \vee \overline{q_{0n}} \wedge q_{1n} \quad (7.2)$$

$$q_{2n+1} = q_{0n} \wedge q_{1n} \wedge \overline{q_{2n}} \vee \overline{q_{0n}} \wedge q_{2n} \vee \overline{q_{1n}} \wedge q_{2n} \quad (7.3)$$

$$q_{3n+1} = q_{0n} \wedge q_{1n} \wedge q_{2n} \wedge \overline{q_{3n}} \vee \overline{q_{0n}} \wedge q_{3n} \vee \overline{q_{1n}} \wedge q_{3n} \vee \overline{q_{2n}} \wedge q_{3n} \quad (7.4)$$

Die Bestimmung der Eingangssignale erfolgt durch Koeffizientenvergleich. Für eine Realisierung mit JK-FF ist ein Koeffizientenvergleich mit der Charakteristischen Gleichung dieses FF durchzuführen. Die Charakteristische Gleichung zeigt Gleichung 7.5.

$$q_{xn+1} = j_{xn} \wedge \overline{q_{xn}} \vee \overline{k_{xn}} \wedge q_{xn} \quad (7.5)$$

$$q_{xn+1} = (\text{Ansteuerung } J_x) \wedge \overline{q_{xn}} \vee (\overline{\text{Ansteuerung } K_x}) \wedge q_{xn}$$

Hierzu sind die Gleichungen in die entsprechende Form umzuwandeln. Die gesuchten Terme, die mit der eigenen Ausgangsgröße UND-verknüpft sind, sind durch Klammern hervorgehoben.

$$q_{0n+1} = 1 \wedge \overline{q_{0n}} \vee 0 \wedge q_{0n} = (1) \wedge \overline{q_{0n}} \vee (\overline{1}) \wedge q_{0n} \quad (7.6)$$

$$q_{1n+1} = (q_{0n}) \wedge \overline{q_{1n}} \vee (\overline{q_{0n}}) \wedge q_{1n} \quad (7.7)$$

$$q_{2n+1} = (q_{0n} \wedge q_{1n}) \wedge \overline{q_{2n}} \vee (\overline{q_{0n} \wedge q_{1n}}) \wedge q_{2n} \quad (7.8)$$

$$q_{3n+1} = (q_{0n} \wedge q_{1n} \wedge q_{2n}) \wedge \overline{q_{3n}} \vee (\overline{q_{0n} \wedge q_{1n} \wedge q_{2n}}) \wedge q_{3n} \quad (7.9)$$

Die Gleichungsterme an der x -ten Stelle für j_{xn} und k_{xn} (k ist negiert), sind für alle FF gleich, somit sind alle FF als T-FF geschaltet. Es ergibt sich die in Tabelle 7.2 angegebene Ansteuerung

FF ₀	FF ₁	FF ₂	FF ₃
$j_0 = 1$	$j_1 = q_0$	$j_2 = q_0 \wedge q_1$	$j_3 = (q_0 \wedge q_1) \wedge q_2$
$k_0 = 1$	$k_1 = q_0$	$k_2 = q_0 \wedge q_1$	$k_3 = (q_0 \wedge q_1) \wedge q_2$

Tabelle 7.2 Beschaltung der JK-FF bei einem Vorwärtszähler

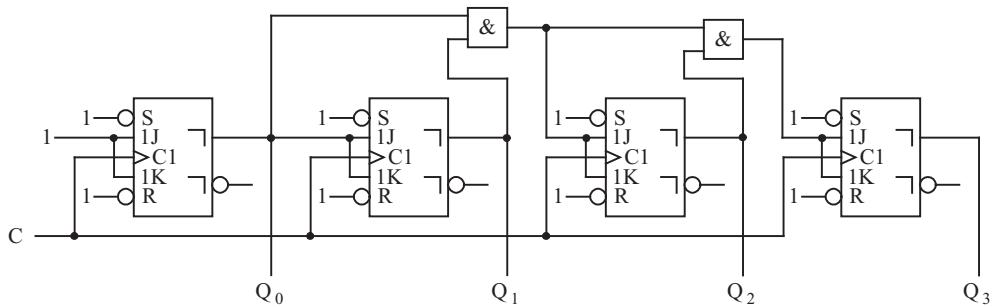


Bild 7.13 Synchroner 4-Bit-Vorwärtszähler (Dualcode)

der J- und K-Eingänge. Die Schaltung des ermittelten synchronen 4-Bit-Vorwärtszählers zeigt Bild 7.13.

Das Verhalten des Zählers ist vollständig definiert. Die Darstellung als Zustandsdiagramm zeigt Bild 7.14.

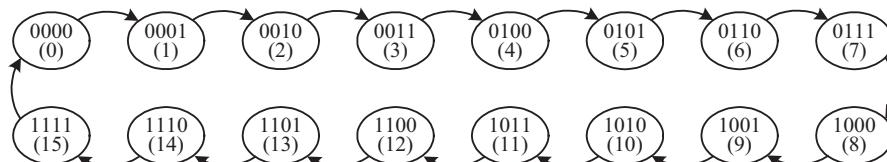


Bild 7.14 Zustandsdiagramm eines synchronen 4-Bit-Vorwärtszählers (Dualcode)

Nach diesem einfachen Beispiel als Einführung nun die Realisierung eines im BCD-Code zählenden Rückwärtszählers. Das Verhalten wird in Tabelle 7.3 definiert. Die nachfolgenden Bitmuster für die nicht zum Zählumfang gehörenden Bitkombinationen sind mit X (Don't

\vec{q}_n	\vec{q}_{n+1}	Beschreibung
0 0 0 0	1 0 0 1	0 → 9
0 0 0 1	0 0 0 0	1 → 0
0 0 1 0	0 0 0 1	2 → 1
0 0 1 1	0 0 1 0	3 → 2
0 1 0 0	0 0 1 1	4 → 3
0 1 0 1	0 1 0 0	5 → 4
0 1 1 0	0 1 0 1	6 → 5
0 1 1 1	0 1 1 0	7 → 6
1 0 0 0	0 1 1 1	8 → 7
1 0 0 1	1 0 0 0	9 → 8
1 0 1 0	XXXX	10 → X
1 0 1 1	XXXX	11 → X
1 1 0 0	XXXX	12 → X
1 1 0 1	XXXX	13 → X
1 1 1 0	XXXX	14 → X
1 1 1 1	XXXX	15 → X

Tabelle 7.3 Wahrheits- bzw. Übergangstabelle eines BCD-Rückwärtszählers

q_{0n+1}	\bar{q}_{0n}	q_{0n}	\bar{q}_{0n}	q_{1n+1}	\bar{q}_{0n}	q_{0n}	\bar{q}_{0n}	q_{2n+1}	\bar{q}_{0n}	q_{0n}	\bar{q}_{0n}	q_{3n+1}	\bar{q}_{0n}	q_{0n}	\bar{q}_{0n}
\bar{q}_{2n}	1			\bar{q}_{2n}		1		\bar{q}_{2n}		1		\bar{q}_{2n}	1		
q_{2n}		1		\bar{q}_{2n}	1			\bar{q}_{2n}	1			\bar{q}_{2n}	1		
X	X	X	X	X				X	X	X	X	X	X	X	X
\bar{q}_{2n}	1			\bar{q}_{2n}	1			\bar{q}_{2n}	1			\bar{q}_{2n}	1		

Bild 7.15 KV-Diagramm

Care) vorgegeben. Die Zeilen der Tabelle sind entsprechend des Dualcodes sortiert. Durch die gewohnte Reihenfolge wird die Übertragung in das KV-Diagramm einfacher.

Bild 7.15 zeigt das KV-Diagramm zur Minimierung der Gleichungen unter Berücksichtigung der eigenen Ausgangsgröße. Dies führt zu den Gleichungen 7.10 bis 7.13.

$$q_{0n+1} = \overline{q_{0n}} \quad (7.10)$$

$$q_{1n+1} = (\overline{q_{0n}} \wedge q_{2n} \wedge \overline{q_{1n}} \vee \overline{q_{0n}} \wedge q_{3n} \wedge \overline{q_{1n}}) \vee (q_{0n} \wedge q_{1n}) \quad (7.11)$$

$$q_{2n+1} = (\overline{q_{0n}} \wedge q_{3n} \wedge \overline{q_{2n}}) \vee (q_{0n} \wedge q_{2n} \vee q_{1n} \wedge q_{2n}) \quad (7.12)$$

$$q_{3n+1} = (\overline{q_{0n}} \wedge \overline{q_{1n}} \wedge \overline{q_{2n}} \wedge \overline{q_{3n}}) \vee q_{0n} \wedge q_{3n} \quad (7.13)$$

Die vollständige Funktion des Zählers, auch für den nicht vorgegebenen Bereich, wird bei der Gleichungsermittlung (Minimierung) entschieden. Hier entscheidet sich, ob die mit X gekennzeichneten Positionen als 1 oder 0 verwendet werden. Die Freiheitsgrade sind nach der Bestimmung der minimierten Gleichungen ausgenutzt und alle Kombinationen sind eindeutig definiert. Trägt man die Werte aus dem KV-Diagramm in die Wahrheitstabelle ein, so ergibt sich die in Tabelle 7.4 dargestellte Verteilung (es ist nur die untere Hälfte der Wahrheitstabelle angegeben, da die obere Hälfte bereits vollständig vorgegeben war).

\vec{q}_n	\vec{q}_{n+1}	Beschreibung
...
1 0 0 0	0 1 1 1	8 → 7
1 0 0 1	1 0 0 0	9 → 8
1 0 1 0	0 1 0 1	10 → 5
1 0 1 1	1 0 1 0	11 → 10
1 1 0 0	0 0 1 1	12 → 3
1 1 0 1	1 1 0 0	13 → 12
1 1 1 0	0 1 0 1	14 → 5
1 1 1 1	1 1 1 0	15 → 14

Tabelle 7.4 Wahrheits- bzw. Übergangstabelle eines BCD-Rückwärtszählers (Ergänzung)

Hiermit lässt sich das vollständige Zustandsdiagramm zeichnen (Bild 7.16). An dem vollständigen Diagramm ist zu erkennen, welche Zustände durchlaufen werden, wenn, wie auch immer, nicht zum Zählbereich gehörende Bitkombinationen auftreten. Dieses kann z. B. nach dem Einschalten (ohne RESET), durch Spannungseinbrüche der Versorgungsspannung, durch elektromagnetische Störungen oder durch Spikes auf der Taktleitung entstehen.

Für den Koeffizientenvergleich müssen die ermittelten Gleichungen in die geeignete Form gebracht werden. Dieses führt zu den Gleichungen 7.14 bis 7.17 (gesuchte Terme sind durch

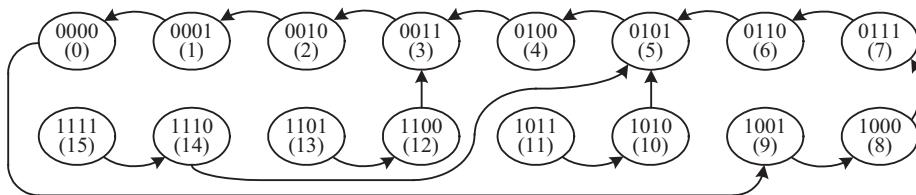


Bild 7.16 Vollständiges Zustandsdiagramm eines synchronen BCD-Rückwärtszählers

Klammern hervorgehoben).

$$q_{0n+1} = (1) \wedge \overline{q_{0n}} \vee (\overline{1}) \wedge q_{0n} \quad (7.14)$$

$$q_{1n+1} = (\overline{q_{0n}} \wedge (q_{2n} \vee q_{3n})) \wedge \overline{q_{1n}} \vee (q_{0n}) \wedge q_{1n} \quad (7.15)$$

$$q_{2n+1} = (\overline{q_{0n}} \wedge q_{3n}) \wedge \overline{q_{2n}} \vee (q_{0n} \vee q_{1n}) \wedge q_{2n} \quad (7.16)$$

$$q_{3n+1} = (\overline{q_{0n}} \wedge \overline{q_{1n}} \wedge \overline{q_{2n}}) \wedge \overline{q_{3n}} \vee (q_{0n}) \wedge q_{3n} \quad (7.17)$$

Der Koeffizientenvergleich führt zu den in Tabelle 7.5 angegebenen Gleichungen für die Ansteuerung der J- und K-Eingänge der verwendeten JK-FF.

Tabelle 7.5 Beschaltung der JK-FF bei einem BCD-Rückwärtszähler

FF ₀	FF ₁	FF ₂	FF ₃
$j_0 = 1$	$j_1 = \overline{q_{0n}} \wedge (q_{2n} \vee q_{3n})$	$j_2 = \overline{q_{0n}} \wedge q_{3n}$	$j_3 = \overline{q_{0n}} \wedge \overline{q_{1n}} \wedge \overline{q_{2n}}$
$k_0 = 1$	$k_1 = \overline{q_{0n}}$	$k_2 = \overline{q_{0n}} \vee q_{1n}$	$k_3 = \overline{q_{0n}}$

Durch den Koeffizientenvergleich mit den Charakteristischen Gleichungen der anderen Flip-flops kann der Rückwärtszähler auch mit anderen FF-Typen aufgebaut werden. Das Verhalten wird definiert durch Gleichungen 7.10 bis 7.13 und damit zeigen alle hierauf basierenden Realisierungen das gleiche Verhalten für die nicht zum Zählumfang gehörenden Bitkombinationen. Aufgrund der Gleichungsumstellung etc. ist dieses Verfahren nicht sehr komfortabel.

Eine weitere Möglichkeit der Schaltungserstellung ist die Ermittlung der Gleichungen mithilfe der bereits beschriebenen **Synthese-Tabellen**. Hier können die Eigenschaften der verschiedenen FF-Typen besser genutzt werden. Am einfachsten ist die Realisierung für D-FF. Tabelle 7.3 zeigt das Verhalten des vorgegebenen, im BCD-Code zählenden Rückwärtszählers. Aus diesen Übergängen muss zuerst die Ansteuerung für die Eingangssignale d_3, d_2, d_1 und d_0 erfolgen. Da das FF die Gleichung $q_{x+1} = d_x$ hat, entspricht die Spalte \tilde{q}_{n+1} bereits der Ansteuerung mit $\tilde{d} = \{d_3, d_2, d_1, d_0\}$. Da kein Koeffizientenvergleich durchgeführt werden muss, bestehen auch keine Einschränkungen bezüglich der Minimierung. Das KV-Diagramm zeigt Bild 7.17 und das Ergebnis die Gleichungen 7.18 bis 7.21. Mit diesen Verknüpfungen werden die D-Eingänge beschaltet.

$$d_0 = \overline{q_{0n}} \quad (7.18)$$

$$d_1 = \overline{q_{0n}} \overline{q_{1n}} q_{2n} \vee \overline{q_{0n}} q_{3n} \vee q_{0n} q_{1n} \quad (7.19)$$

$$d_2 = \overline{q_{0n}} q_{3n} \vee q_{0n} q_{2n} \vee q_{1n} q_{2n} \quad (7.20)$$

$$d_3 = \overline{q_{0n}} \overline{q_{1n}} \overline{q_{2n}} \overline{q_{3n}} \vee q_{0n} q_{3n} \quad (7.21)$$

d_0	\bar{q}_{0n}	q_{0n}	\bar{q}_{0n}	d_1	\bar{q}_{0n}	q_{0n}	\bar{q}_{0n}	d_2	\bar{q}_{0n}	q_{0n}	\bar{q}_{0n}	d_3	\bar{q}_{0n}	q_{0n}	\bar{q}_{0n}
\bar{q}_{2n}	1			\bar{q}_{2n}	1			\bar{q}_{2n}	1			\bar{q}_{2n}	1		
q_{2n}	1			q_{2n}	1			q_{2n}	1			q_{2n}	1		
X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
\bar{q}_{2n}	1			\bar{q}_{2n}	1			\bar{q}_{2n}	1			\bar{q}_{2n}	1		
	\bar{q}_{1n}				\bar{q}_{1n}				\bar{q}_{1n}				\bar{q}_{1n}		

Bild 7.17 KV-Diagramm

\vec{q}_n	\vec{q}_{n+1}	Beschreibung
...
1 0 0 0	0 1 1 1	8 → 7
1 0 0 1	1 0 0 0	9 → 8
1 0 1 0	0 1 1 1	10 → 7
1 0 1 1	1 0 1 0	11 → 10
1 1 0 0	0 1 1 1	12 → 7
1 1 0 1	1 1 0 0	13 → 12
1 1 1 0	0 1 1 1	14 → 7
1 1 1 1	1 1 1 0	15 → 14

Tabelle 7.6 Wahrheits- bzw. Übergangstabelle eines BCD-Rückwärtszählers (Ergänzung)

Die Funktion des Zählers wird auch hier bei der Gleichungsermittlung (Minimierung) entschieden. Die Freiheitsgrade sind nach der Bestimmung der minimierten Gleichungen genutzt und alle Kombinationen sind eindeutig für diesen FF-Typ definiert. Trägt man die Werte aus dem KV-Diagramm in die Wahrheitstabelle ein, so ergibt sich die in Tabelle 7.6 dargestellte Verteilung (es ist nur die untere Hälfte der Wahrheitstabelle angegeben, da die obere Hälfte bereits vollständig vorgegeben war). Das vollständige Zustandsdiagramm zeigt Bild 7.18.

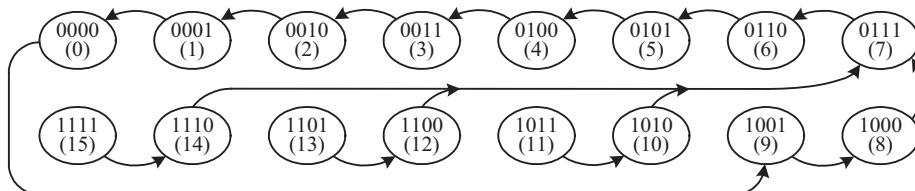


Bild 7.18 Vollständiges Zustandsdiagramm eines synchronen BCD-Rückwärtszählers (D-FF)

Die Realisierung mit T-FF gestaltet sich bei der Bestimmung mit der Charakteristischen Gleichung als schwierig. Mit der Synthese-Tabelle ist es vergleichsweise einfach. Wir starten wieder mit der Aufgabenstellung nach Tabelle 7.3. Diese muss jetzt um die Eingangswerte für $\vec{e} = \{e_3, e_2, e_1, e_0\}$ erweitert werden, die nach der Synthese-Tabelle für T-FF das gewünschte Verhalten realisieren. Tabelle 7.7 zeigt die Synthese-Tabelle für vorgegebene Änderungen der

q_n	q_{n+1}	e
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabelle 7.7 Synthese-Tabelle T-FF

\vec{q}_n	\vec{q}_{n+1}	\vec{e}	Beschreibung
0 0 0 0	1 0 0 1	1 0 0 1	0 → 9
0 0 0 1	0 0 0 0	0 0 0 1	1 → 0
0 0 1 0	0 0 0 1	0 0 1 1	2 → 1
0 0 1 1	0 0 1 0	0 0 0 1	3 → 2
0 1 0 0	0 0 1 1	0 1 1 1	4 → 3
0 1 0 1	0 1 0 0	0 0 0 1	5 → 4
0 1 1 0	0 1 0 1	0 0 1 1	6 → 5
0 1 1 1	0 1 1 0	0 0 0 1	7 → 6
1 0 0 0	0 1 1 1	1 1 1 1	8 → 7
1 0 0 1	1 0 0 0	0 0 0 1	9 → 8
1 0 1 0	XXXX	XXXX	10 → X
1 0 1 1	XXXX	XXXX	11 → X
1 1 0 0	XXXX	XXXX	12 → X
1 1 0 1	XXXX	XXXX	13 → X
1 1 1 0	XXXX	XXXX	14 → X
1 1 1 1	XXXX	XXXX	15 → X

Tabelle 7.8 Wahrheits- bzw. Übergangstabelle eines BCD-Rückwärtszählers (T-FF)

Ausgangssignale. Tabelle 7.8 zeigt die Aufgabenstellung erweitert um die benötigten Eingangssignale \vec{e} .

Zur Bestimmung der Eingangssignale werden die Eingangswerte für e_x minimiert. Bild 7.19 zeigt die KV-Diagramme und die Ergebnisse sind durch die Gleichungen 7.22 bis 7.25 dargestellt. Die Ergänzung der Wahrheits- oder Übergangstabelle zeigt Tabelle 7.9 (zuerst ergänzen der Spalte \vec{e} , daraus das nachfolgende Bitmuster \vec{q}_{n+1} und die Beschreibung) und das vollständige Zustandsdiagramm Bild 7.20.

$$e_0 = 1 \quad (7.22)$$

$$e_1 = \overline{q_{0n}} q_{1n} \vee \overline{q_{0n}} q_{2n} \vee \overline{q_{0n}} q_{3n} = \overline{q_{0n}} (q_{1n} \vee q_{2n} \vee q_{3n}) \quad (7.23)$$

$$e_2 = \overline{q_{0n}} \overline{q_{1n}} q_{2n} \vee \overline{q_{0n}} q_{3n} = \overline{q_{0n}} (\overline{q_{1n}} q_{2n} \vee q_{3n}) \quad (7.24)$$

$$e_3 = \overline{q_{0n}} \overline{q_{1n}} \overline{q_{2n}} \quad (7.25)$$

Das vollständige Zustandsdiagramm zeigt das Verhalten der nicht von Anfang an definierten Zustandsübergänge außerhalb des Zählbereichs. Die Bitkombinationen für 15 und 14 gehen in den normalen Zählbereich über, während die Werte für 13 bis 10 in einer geschlossenen Kette vorliegen und, falls eine dieser Kombinationen auftaucht, normal nicht wieder verlassen wird.

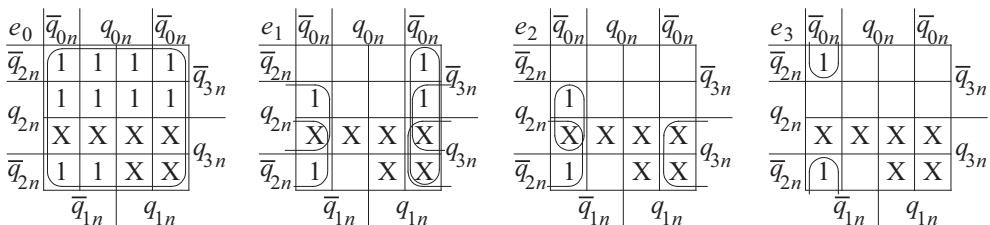


Bild 7.19 KV-Diagramm

\vec{q}_n	\vec{q}_{n+1}	\vec{e}	Beschreibung
...
1 0 0 0	0 1 1 1	1 1 1 1	8 \rightarrow 7
1 0 0 1	1 0 0 0	0 0 0 1	9 \rightarrow 8
1 0 1 0	1 1 0 1	0 1 1 1	10 \rightarrow 13
1 0 1 1	1 0 1 0	0 0 0 1	11 \rightarrow 10
1 1 0 0	1 0 1 1	0 1 1 1	12 \rightarrow 11
1 1 0 1	1 1 0 0	0 0 0 1	13 \rightarrow 12
1 1 1 0	1 0 0 1	0 1 1 1	14 \rightarrow 9
1 1 1 1	1 1 1 0	0 0 0 1	15 \rightarrow 14

Tabelle 7.9 Wahrheits- bzw. Übergangstabelle eines BCD-Rückwärtszählers

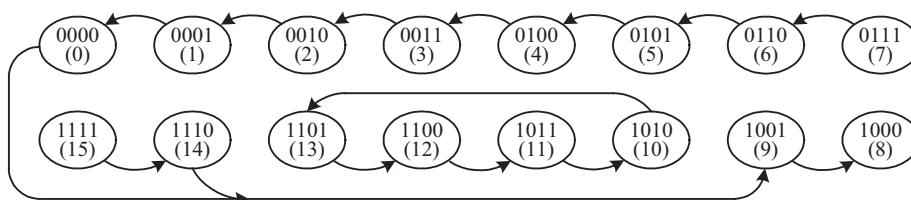


Bild 7.20 Vollständiges Zustandsdiagramm eines synchronen BCD-Rückwärtszählers (T-FF)

Eine Realisierung ohne RESET hat eine 4/16 Chance in dieser Kette außerhalb des Zählbereichs zu starten und zu verbleiben. Bild 7.21 zeigt die Schaltung des aus T-FF aufgebauten BCD-Rückwärtszählers.

Werden für den Aufbau RS-FF oder JK-FF eingesetzt, so ergeben sich bei einem 4-Bit-Zähler acht Eingangssignale (zwei je FF). Das JK-FF hat Vorteile, da die Synthese-Tabelle sehr viele x-Positionen aufweist (Ausgangsverhalten ist von diesem Logikzustand unabhängig und dies führt zu einem X im KV-Diagramm) und damit eine gute Minimierung möglich sein müsste. Bei den RS-FF sollte nach der Minimierung überprüft werden, ob bei den nicht definierten Zuständen der „verbotene Zustand“ auftreten könnte (durch Vergleich der Positionen im KV-Diagramm für r und s eines FF, mindestens ein Signal muss 0 sein). Bei einem guten

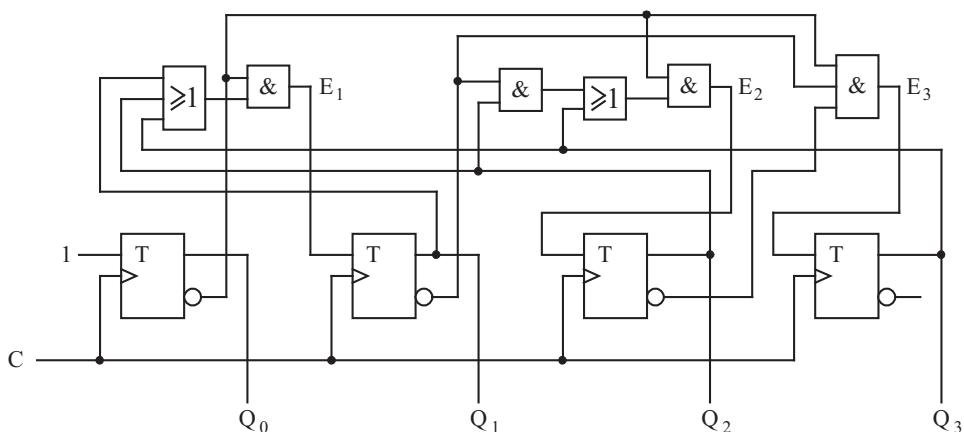


Bild 7.21 Synchroner 4-Bit-BCD-Rückwärtszähler (ohne RESET)

Design ist auch in diesem Bitmusterbereich diese Kombination zu vermeiden. Um dem entgegenzuwirken kann auch ein bestimmter Folgewert, z. B. die Null, vorgegeben werden. Ebenso könnte vorgegeben werden, dass die nicht zum Zählumfang gehörenden Bitkombinationen ebenfalls eine geschlossene Kette bilden oder eine andere unabhängige Struktur. Hierdurch kann festgestellt werden, ob der Zähler seinen Arbeitsbereich verlassen hat. Durch die fehlende „Selbstheilung“ ist eine Störung nach dem Auftreten permanent vorhanden und kann zu einem späteren Zeitpunkt erkannt werden.

■ 7.2 Frequenzteiler

Ein Anwendungsbereich von Zählern sind Frequenzteiler. Hier werden nicht die am Ausgang anstehenden Bitkombinationen verwendet, sondern es sind nur die am Ausgang ausgegebenen Frequenzwerte interessant, die in einem festen Verhältnis zu der Eingangsfrequenz stehen. Betrachtet man die drei in Reihe geschalteten T-FF aus Bild 7.3 und das zugehörige funktionsbeschreibende Impuls-Zeit-Diagramm aus Bild 7.4, so haben wir den Aufbau eines Frequenzteilers. Am Eingang liegt eine feste Frequenz von z. B. 1 kHz an, so haben die Signale am Ausgang Q_0 500 Hz, am Ausgang Q_1 250 Hz und am Ausgang Q_3 125 Hz. Jedes T-FF ändert sein Ausgangssignal mit der aktiven Taktflanke und teilt somit die Frequenz um den Faktor 2 bei einem resultierenden Puls-/Pause-Verhältnis von 1:1 (jede Zeitspanne hat die Länge entsprechend der Taktperiode des Eingangssignals).

Für eine Frequenzteilung ist es egal, ob der Zähler in positiver oder in negativer Richtung zählt. Hierdurch unterscheiden sich lediglich die Phasenlagen der ausgegebenen Signale. Aufgrund der nicht vorhandenen Rückführungen sind Frequenzteiler basierend auf einer Reihenschaltung aus T-FF die schnellsten Schaltungen. Bei nicht zeitkritischen Frequenzen ist es dagegen egal, ob asynchrone oder synchrone Teiler verwendet werden. Ausnahmen gibt es jedoch, wenn bestimmte zeitliche Zuordnungen bei unterschiedlich getakteten Steuerwerken genutzt werden (Synchronisationsprobleme).

Für eine stabile Frequenz als Signalquelle werden Schwingquarze eingesetzt. Schwingquarze sind mechanisch auf die gewünschte Frequenz abgestimmt (Resonanzfrequenz). Sie sind sehr frequenzstabil und aufgrund der baulichen Gegebenheiten (mechanische Größe) im MHz-Bereich zu finden. Für Uhren gibt es spezielle Quarze, deren Frequenz 32768 kHz beträgt. Mit 15 in Reihe geschalteten T-FF erreicht man eine Frequenzteilung mit dem Wert $2^{15} = 32768$ und erhält somit einen 1 kHz Referenztakt für den Aufbau von Uhren.

Bild 7.22 zeigt eine Kette von vier T-FF, deren Ausgangssignale q_0 bis q_3 über einen Multiplexer ausgewählt und an Ausgang Y ausgegeben werden. Hierdurch ist über die Steuereingänge A und B das Teilungsverhältnis zwischen Ein- und Ausgangssignal einstellbar (Tabelle 7.10).

b	a	f_C/f_Y
0	0	2
0	1	4
1	0	8
1	1	16

Tabelle 7.10 Wählbare Frequenzverhältnisse

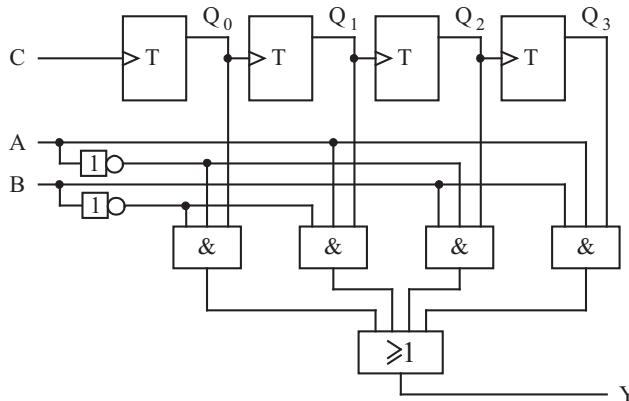


Bild 7.22 Frequenzteiler mit einstellbarem Teilverhältnis

Betrachtet wird bei der Verhaltensbeschreibung die Eingangsfrequenz f_C und die Ausgangsfrequenz f_Y .

Für Frequenzverhältnisse, die von dem Faktor 2 oder dessen Potenzwerte (2, 4, 8, 16, ...) abweichen, sind andere Schaltungen zu verwenden. Um z. B. eine Frequenz um den Faktor drei zu teilen kann ein asynchron aufgebauter Modulo-3-Zähler, wie in Bild 7.23 dargestellt, verwendet werden. Bei dem Zählerstand $(q_1, q_0) = (1, 1)$ wird der Zähler zurückgesetzt. Hierdurch entsteht am Ausgang Q_0 ein Spike während des Rücksetzvorganges. Das Signal an Ausgang Q_1 enthält keinen Spike (die 1-0-Flanke ist um die Rücksetzzeit geringfügig verlängert) und liefert, wie in Bild 7.23 ebenfalls dargestellt, ein Puls-/Pausen-Verhältnis (Reaktionszeiten vernachlässigt) von 1:2 bzw. ein Puls-/Perioden-Verhältnis von 1:3.

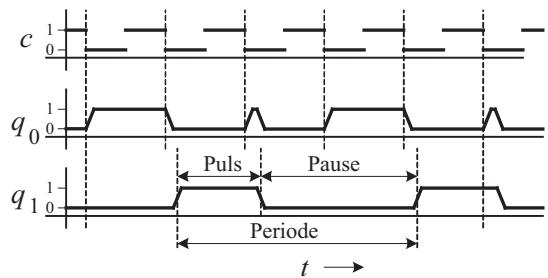
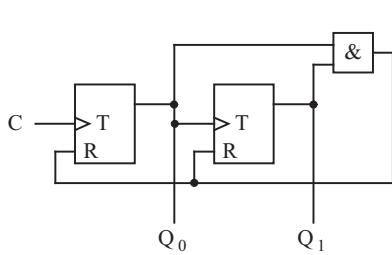


Bild 7.23 Frequenzteiler mit einem Teilungsverhältnis von 3

Ein Standardbeispiel im Bereich Frequenzteiler ist der Frequenzteiler mit dem Faktor 10 bei einem geforderten Puls-/Pausen-Verhältnis des Ausgangssignals von 1:1 (Periodendauer von 50%). Das geforderte Puls-/Pausen-Verhältnis kann durch ein nachgeschaltetes T-FF (Modulo-2-Zähler, DIV2) realisiert werden. Hierzu wird ein Verteiler mit dem Teilungsfaktor 5 benötigt. Ein Modulo-5-Zähler (DIV5) der einen Ausgangsimpuls während der gesamten Zählsequenz ausgibt, ist geeignet. Bild 7.24 zeigt die Schaltung mit den zwei Modulo- n -Zählern und das zugehörige Impuls-Zeit-Diagramm. Die Symbole geben an, dass das Ausgangssignal den Wert 1 annimmt, wenn der interne Zählerstand (Counter, ct) den Wert 0 repräsentiert ($ct = 0$). Dadurch entspricht die Pulsbreite des jeweiligen Ausgangssignals der Periodendauer des jeweiligen Eingangssignals.

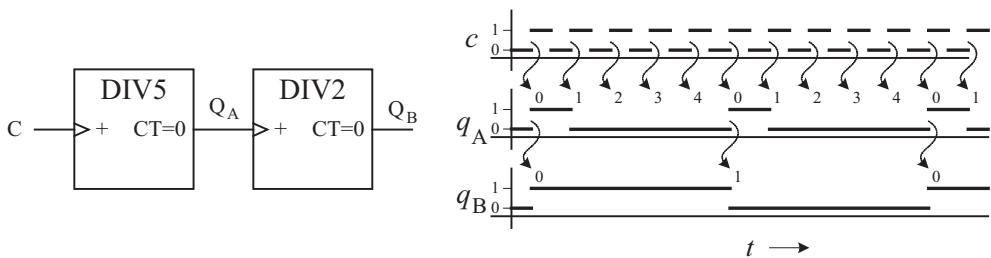


Bild 7.24 Frequenzteiler mit einem Teilungsverhältnis von 10 bei einem Puls-/Pausen-Verhältnis von 1:1

Realisierungen dieser Art werden aufwendig, wenn spezielle Puls-/Pausen-Verhältnisse benötigt werden. Soll z. B. ein Teilungsfaktor von fünf bei einem Puls-/Pausen-Verhältnis von 3:2 realisiert werden, dann sind asynchrone Realisierungen problembehaftet. Hier bietet sich an, einen angepassten Frequenzteiler basierend auf einem synchronen Zähler zu verwenden. Bild 7.25 zeigt ein Zustandsdiagramm mit fünf Zuständen in einer Kette. Wird dieser durchlaufen, so erhält man bei einem Impuls je Umlauf einen Frequenzteiler mit dem Faktor fünf. Stellt man sicher, dass dieser Impuls über drei zusammenhängende Perioden des Taktsignals den Wert 1 und über zwei Perioden den Wert 0 hat, so erhält man automatisch das gewünschte Puls-/Pausen-Verhältnis. In Bild 7.25 sind diese Werte in Fettdruck eingetragen. Die Zustände im Zustandsdiagramm müssen sich unterscheiden, sodass während der Pulsdauer und der Pulspause ein Zähler mitgeführt wird. Für drei Eingangsimpulse reicht ein 2-Bit-Zähler. Diese Zählerwerte sind ebenfalls in dem Zustandsdiagramm eingetragen (nicht fett).

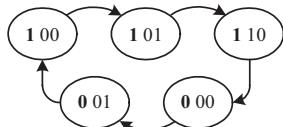


Bild 7.25 Zustandsdiagramm eines Frequenzteilers mit einem Teilungsverhältnis von 5 bei einem Puls-/Pausen-Verhältnis von 3:2

Hierdurch erhält man die in Tabelle 7.11 angegebene Übergangstabelle (linke Spalten) und unter Verwendung von D-FF mit dem in Bild 7.26 angegebenen KV-Diagramm die Gleichungen 7.26 bis 7.28 (die für die Minimierung verwendeten Bitkombinationen sind in der rechten Spalte in Tabelle 7.11 angegeben) und hieraus wiederum die in Bild 7.27 angegebene Schaltung

\vec{q}_n	$\vec{d} = \vec{q}_{n+1}$	Beschreibung	$\vec{d} = \vec{q}_{n+1}$
0 0 0	0 0 1	Pause, Teil 1	0 0 1
0 0 1	1 0 0	Pause, Teil 2	1 0 0
0 1 0	XXX		0 0 0
0 1 1	XXX		1 0 0
1 0 0	1 0 1	Puls, Teil 1	1 0 1
1 0 1	1 1 0	Puls, Teil 2	1 1 0
1 1 0	0 0 0	Puls, Teil 3	0 0 0
1 1 1	XXX		1 1 0

Tabelle 7.11 Wahrheits- bzw. Übergangstabelle eines Frequenzteilers

d_0	\bar{q}_{0n}	q_{0n}	\bar{q}_{0n}
\bar{q}_{2n}	1	X	X
q_{2n}	1	X	
	\bar{q}_{1n}	q_{1n}	

d_1	\bar{q}_{0n}	q_{0n}	\bar{q}_{0n}
\bar{q}_{2n}	1	X	X
q_{2n}	1	X	
	\bar{q}_{1n}	q_{1n}	

d_2	\bar{q}_{0n}	q_{0n}	\bar{q}_{0n}
\bar{q}_{2n}	1	X	X
q_{2n}	1	X	
	\bar{q}_{1n}	q_{1n}	

Bild 7.26 KV-Diagramm

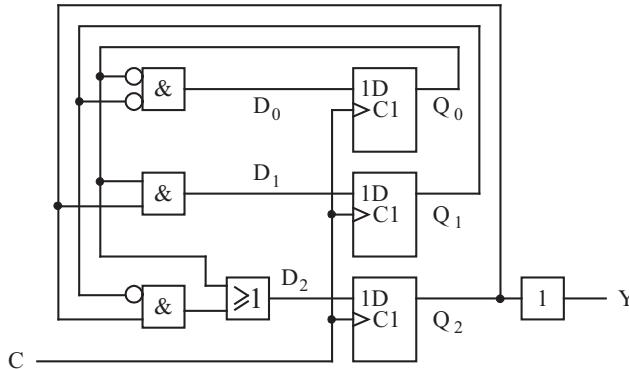


Bild 7.27 Schaltung des Frequenzteilers

sowie das vollständige Zustandsdiagramm in Bild 7.28.

$$d_0 = \bar{q}_{0n} \bar{q}_{1n} \quad (7.26)$$

$$d_1 = q_{0n} q_{2n} \quad (7.27)$$

$$d_2 = q_{0n} \vee \bar{q}_{1n} q_{2n} \quad (7.28)$$

Eine weitere Anwendung für Frequenzteiler sind **Frequenzvervielfacher**. Hierzu sind analoge Komponenten erforderlich. Bild 7.29 zeigt einen spannungsgesteuerten Oszillator (Voltage Controlled Oscillator, VCO). Dieser liefert ein über den analogen Spannungseingang einstellbares Taktsignal. Dieses Signal steht als digitales Taktsignal zur Verfügung oder wird entsprechend aufbereitet. Über einen Frequenzteiler im Rückkopplungszweig wird diese Frequenz heruntergeteilt. Das heruntergeteilte Taktsignal wird über einen Phasenvergleicher mit einem festen Taktsignal verglichen. Ist die Flanke des zurückgekoppelten Signals zu spät, so wird

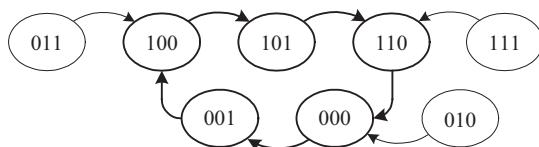


Bild 7.28 Vollständiges Zustandsdiagramm des Frequenzteilers

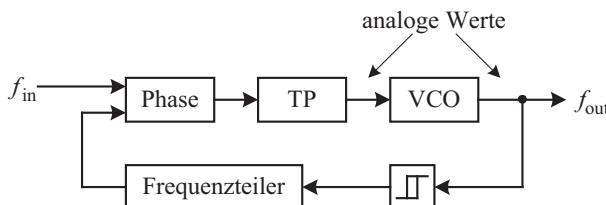


Bild 7.29 Frequenzvervielfacher-Schaltung (PLL)

über den Tiefpass (TP) die Taktfrequenz des VCO erhöht, ist die Flanke zu früh, so wird die Frequenz verringert. Die analogen Komponenten müssen so eingestellt sein, dass diese Rückführung für den Arbeitsbereich stabil arbeitet. Nach dem Einschwingvorgang sind nur kleine Frequenzkorrekturen notwendig und die Regelschleife wird als „eingerastet“ bezeichnet. Die Ausgangsfrequenz ist im eingerasteten Zustand um den Teilungsfaktor höher als die des Eingangssignals. Diese Schaltungen werden als „Phasenregelschleife“ (Phase Locked Loop, PLL) bezeichnet. Für die Frequenzstabilität ist neben den Regeleigenschaften nur die Eingangsfrequenz entscheidend.

■ 7.3 Schieberegister

Die Struktur eines Schieberegisters wurde bereits bei der Herleitung der Master-Slave-Flipflops verwendet. Schieberegister dienen allgemein zur **Seriell-Parallel-Umsetzung** (Serial In – Parallel Out, SIPO) und zur **Parallel-Seriell-Umsetzung** (Parallel In – Serial Out, PISO). Die serielle Datenübertragung ist aufgrund der geringen Anzahl an Verbindungsleitungen vorteilhaft, während die parallele Bearbeitung eine leistungsstärkere Datenverarbeitung gewährleistet. Für eine schnelle Datenübertragung bedient man sich symmetrischer Signale auf abgeschlossenem (Abschlusswiderstand entspricht dem Wellenwiderstand der Leitung), verdrilltem Leitungspaar (z. B. Universal Serial Bus, USB), bei denen das Signal in negierter und nicht negierter Form parallel übertragen wird. Die Signalerkennung verwendet die Spannungsdifferenz zwischen diesen Leitungen, sodass additive Überlagerungen (z. B. durch Störeinflüsse) keinen Einfluss haben. Dadurch ist diese Übertragung unempfindlicher als die hier behandelten unsymmetrischen Signale auf Einzelleitungen. Die für die Erläuterung schneller Signalübertragung benötigten Grundlagen über analoge Eigenschaften wie Ausbreitungsgeschwindigkeit, magnetische und kapazitive Kopplung von Leitern, Wellenwiderstand von Leitungen, Reflexion an Inhomogenitäten etc. sind nicht Gegenstand dieses Buches. Auf diese Effekte räumlich ausgedehnter Schaltungen kann hier nicht weiter eingegangen werden, lediglich Probleme durch Laufzeiten werden an einigen Stellen erwähnt.

Schieberegister sind in Reihe geschaltete Flipflops, aus Gründen der einfachen Ansteuerung eine Reihe von D-FF. Da jeder Ausgang der FF zugänglich ist, stehen die Daten parallel zur Verfügung. Falls mehr als ein Schiebetakt verwendet wird, benötigt man die Information, die das Ende des Schiebevorgangs kennzeichnet. Die Eingabe bzw. das Setzen der FF kann durch einen separaten Takt, wie bereits in Bild 7.11 dargestellt, erfolgen. Eine andere, mit dem Takt-Signal gekoppelte Eingabe erfolgt mit einem vorgeschalteten Multiplexer. Hierüber wird das zu speichernde Signal ausgewählt, welches im einfachsten Fall das des vorgelagerten FF oder ein separates Eingangssignal sein kann. Erweitert man diese Schaltung auf 1-aus-4-Bit-Multiplexer, so können vier Funktionen realisiert werden. Dieses sind „Speichern“ (der alte Wert wird gespeichert, keine Änderungen), „Schieben nach rechts“ (Shift right, SR, der Wert des linken, niedrigerwertigen FF wird übernommen), „Schieben nach links“ (Shift left, SL, der Wert des rechten, höherwertigen FF wird übernommen) und „Einlesen“ eines extern angelegten Signals. Bei dieser Beschreibung wird LSB auf der linken Seite und MSB auf der rechten Seite vorausgesetzt. Bei der Zahlendarstellung im Dualcode ist MSB links und LSB rechts. Tabelle 7.12 zeigt diese Funktion erweitert mit einem 0-aktiven Rücksetzsignal \bar{T} . Die Schaltung ist

c	\bar{r}	sl	sr	q_{xn+1}
x	0	x	x	0
x	1	0	0	q_{xn}
\uparrow	1	0	1	q_{x-1n}
\uparrow	1	1	0	q_{x+1n}
\uparrow	1	1	1	d_x

Tabelle 7.12 Funktionstabelle

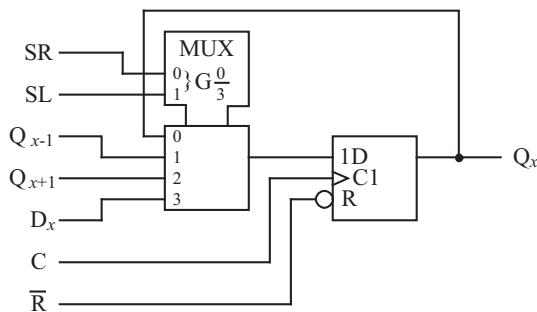


Bild 7.30 Modul eines universell einsetzbaren Schieberegisters (Bit-Slice-Technik)

in Bild 7.30 zu sehen. Sie entspricht der Bitstelle x . Durch einfache Reihenschaltung kann hiermit entsprechend der Bit-Slice-Technik ein Schieberegister beliebiger Länge realisiert werden.

Dieses Schieberegister gibt es in Gruppen mit vier Bit zu kaufen. Der Schaltkreis 74 194 hat in der HC- und HCT-Variante dieses Modul als Grundelement. Für die Verbindung zwischen den Schaltkreisen trägt Q_{x-1} für $x = 0$ die Bezeichnung D_{SR} und Q_{x+1} für $x = 3$ die Bezeichnung D_{SL} . Bild 7.31 zeigt den Baustein in der Logikdarstellung. Der Takt arbeitet mit der positiven Flanke und hat die Steuernummer 4 (C4). Über SR und SL wird der Mode des Bausteins ausgewählt (Mode 0 bis 3). Mode 0 hat keine Wirkung (Speichern), Mode 1 verwendet D_{SR} als Eingangssignal (1,4D) und es erfolgt mit der ansteigenden Flanke an C (C4) der Schiebevorgang nach rechts (1 \rightarrow), Mode 2 verwendet D_{SL} als Eingangssignal (2,4D) und es erfolgt mit der ansteigenden Flanke an C (C4) der Schiebevorgang nach links (2 \leftarrow). Im Mode 3 werden über die Eingänge D_0 bis D_3 (3,4D) die Daten eingelesen und mit der ansteigenden Flanke an C (C4) in die D-FF übernommen.

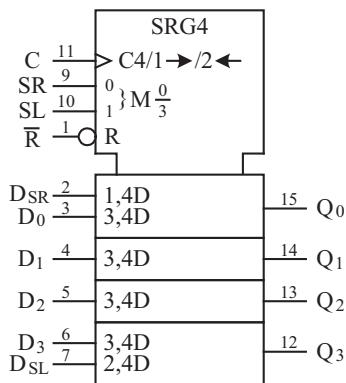


Bild 7.31 Universell einsetzbares Schieberegister (74HCT194)

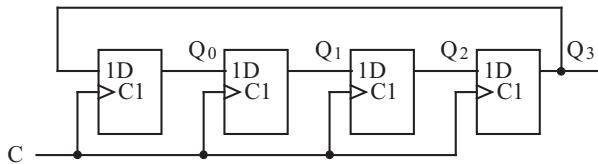


Bild 7.32 Schieberegister als 4-Bit-Ring-Register

Die in dem Schieberegister gespeicherten Inhalte können durch Rückführung des Ausgangs auf den Eingang ohne Datenverlust in dem aufgebauten „Ring“ verschoben werden. Bild 7.32 zeigt die Schaltung für ein entsprechendes 4-Bit-Schieberegister. Das Bitmuster kann in diesem einfachen Beispiel nur nach rechts geschoben werden. Je nach Anfangsbedingung (oder gezieltes Setzen, entsprechende Schaltungserweiterungen sind nicht eingezeichnet) ergeben sich zwei stabile Bitkombinationen und vier unabhängige Ketten in der Zustandsdarstellung (s. Bild 7.33).

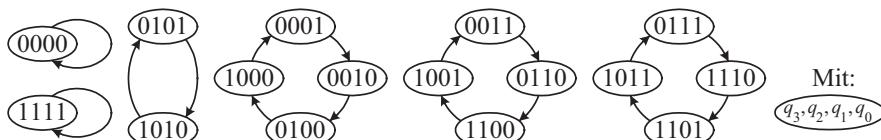


Bild 7.33 Zustandsdiagramm eines 4-Bit-Ring-Registers

Verwendet man zwei örtlich getrennte (zwei Geräte) Schieberegister gleicher Länge, die als Ring aufgebaut werden, so können mit dem Schiebetalakt die Daten zwischen diesen beiden räumlich getrennten Objekten ausgetauscht werden. Als Verbindung werden lediglich Leitungen für den Takt (CK), den Datenstrom nach rechts (Data In, DI) und den Datenstrom nach links für die Rückführung (Data Out, DO) benötigt. Hinzu kommen der Masseanschluss (GND) und eventuell die Versorgungsspannung (U_V oder Vcc). Als Beispiel in Bild 7.34 dient wieder ein stilistisches 4-Bit-Schieberegister (eine den Anforderungen angepasste Schieberegisterlänge erhöht lediglich die Anzahl benötigter Schiebetalakte). Für den Datenaustausch können in jedem Register die FF gesetzt bzw. ausgelesen werden. Nach vier Schiebetalakten sind die Daten Q_{10}, \dots, Q_{13} und Q_{20}, \dots, Q_{23} ausgetauscht. Strukturen dieser Art sind in vielen nicht zeitkritischen Steuerungen zu finden.

Für einige Anwendungen werden Signale des Schieberegisters zurückgekoppelt und hieraus das einzulesende Bitmuster generiert. Die einfachste Variante ist, wenn das Signal des letzten FF invertiert auf den Eingang des ersten FF zurückgeführt wird. Dieser Aufbau heißt

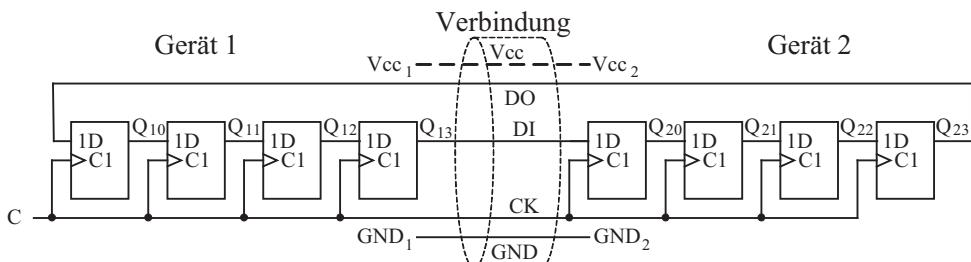


Bild 7.34 Als Ring geschaltete 4-Bit-Schieberegister zum Datenaustausch zwischen zwei Geräten

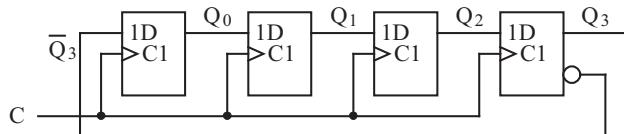


Bild 7.35 4-Bit-Johnson-Zähler

Johnson-Zähler oder Möbius-Zähler. Bild 7.35 zeigt einen 4-Bit-Johnson-Zähler. Durch die Rückführung ergeben sich je nach Anfangszustand zwei Bitmusterfolgen (zwei Kreise im Zustandsdiagramm) mit je acht Zuständen (s. Bild 7.36).

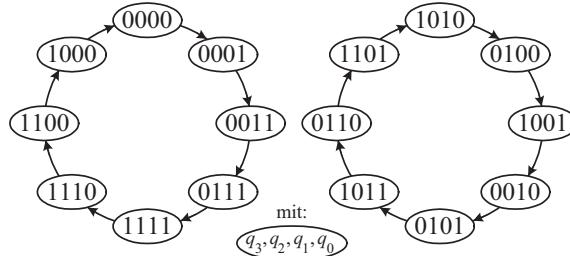


Bild 7.36 Zustandsdiagramm eines 4-Bit-Johnson-Zählers

Ein einfaches Schaltnetz für die Rückführung ist die NOR-Verknüpfung aller Ausgänge, ausgenommen das letzte der Kette. Hierdurch wird eine durchlaufende 1 realisiert. Alle Speicher haben den Wert 0, bis auf eines. Wenn das letzte FF der Kette eine 1 ausgibt (alle anderen haben den Wert 0), dann wird wieder eine 1 an das erste FF angelegt. Diese Repräsentation des 1-aus- n -Code wird auch „One Hot“ genannt. Bild 7.37 zeigt die entsprechende Schaltung und Bild 7.38 das vollständige Zustandsdiagramm.

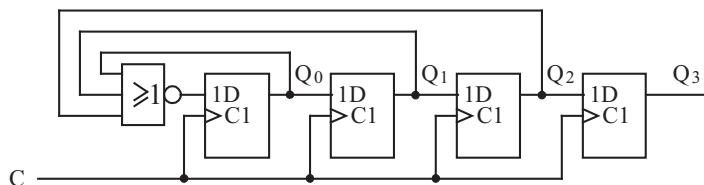


Bild 7.37 Zähler mit einem 1-aus-4-Code

Eine wichtige Gruppe der Rückführungen wird mit XOR-Verknüpfungen (Binäre Addition) erstellt. Hiermit sind spezielle Verhaltensweisen möglich. Von besonderer Bedeutung sind Rückführungen, bei denen sich alle Zustände bis auf einen Zustand in einer langen Kette be-

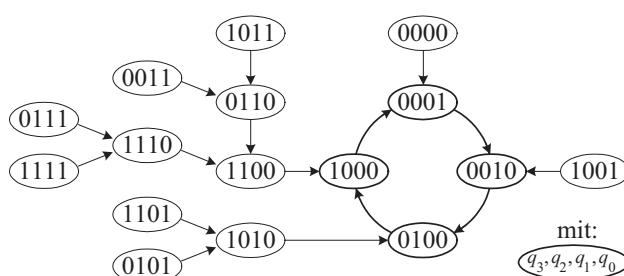


Bild 7.38 Zustandsdiagramm eines Zählers (1-aus-4-Code)

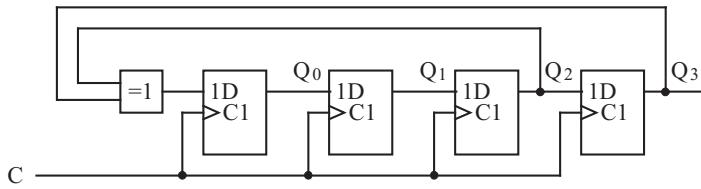


Bild 7.39 Zähler (4-Bit-Pseudorandom)

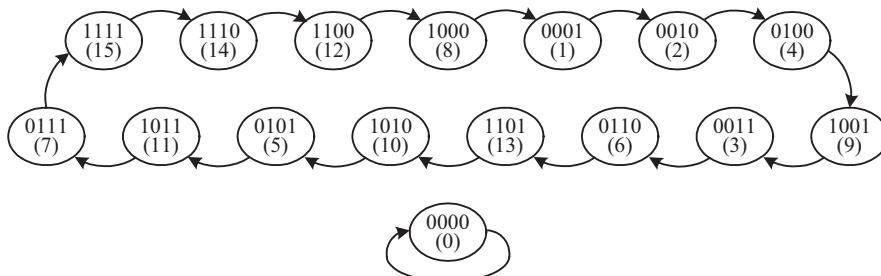


Bild 7.40 Zustandsdiagramm eines Zählers (4-Bit-Pseudorandom)

finden. Bild 7.39 zeigt eine entsprechende Schaltung und Bild 7.40 das vollständige Zustandsdiagramm.

Solange die FF nicht alle den Wert 0 haben, erhalten wir eine festgelegte Folge an Bitmustern. Werden diese Muster nach der Reihe des Auftretens nummeriert, so haben wir einen Zähler. Werden die Bitmuster entsprechend dem Dualcode interpretiert, so haben wir eine als Zufallsfolge erscheinende Sequenz. Schaltungen dieser Art werden deshalb als Bitmusterquelle von Zufallszahlen verwendet. Da die Sequenz jedoch fest ist, nennt man sie Pseudorandom-Schieberegister oder Pseudorandom-Generator.

Ein Pseudorandom-Schieberegister, dessen Eingangssignal zusätzlich mit einem Datenstrom (mit dem Taktsignal synchrone Bitmusterfolge fester Länge) XOR-verknüpft wird, nennt man Signatur-Register, das eine Prüfsumme von Bitmusterfolgen liefert (Cyclic Redundancy Check, CRC). Eine gebräuchliche Länge des Schieberegisters sind 16 Bit (CRC16).

■ 7.4 Aufgaben

1. Bild 7.10 zeigt einen Modulo-10-Rückwärtszähler. Welches Problem kann bei dieser Realisierung auftreten (prüfen Sie die Möglichkeit entstehender Glitches durch asynchrones Verhalten)?
2. Bild 7.10 zeigt einen Modulo-10-Rückwärtszähler mit den Zählwerten 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 und 0. Wie kann diese Schaltung vereinfacht werden (NAND-Gatter mit 2 Eingängen und Reduzierung der nicht taktgebundenen Setz- und Rücksetzeingänge)?
3. Bild 7.11 zeigt zwei Varianten zum Setzen bzw. Rücksetzen eines FF. Überprüfen Sie die Äquivalenz der beiden Realisierungen.
4. Analysieren Sie den in Bild 7.41 dargestellten Zähler. Zeichnen Sie das Impuls-Zeit-Diagramm (für alle Bitkombinationen) und das vollständige Zustandsdiagramm.

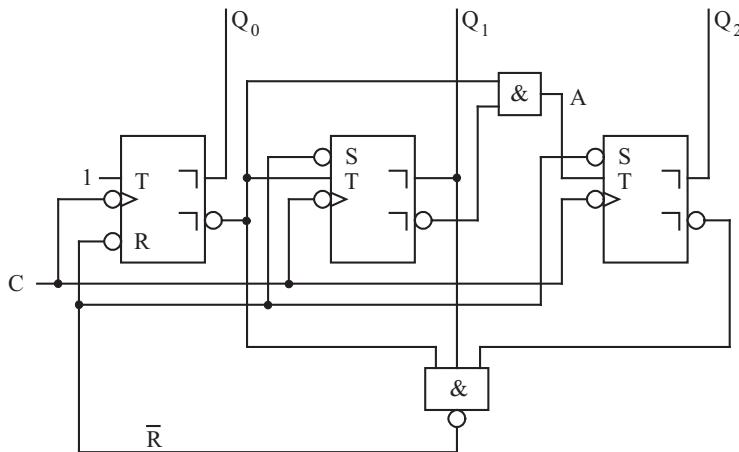


Bild 7.41 Synchroner Zähler (Beispiel A)

5. Analysieren Sie den in Bild 7.42 dargestellten Zähler. Zeichnen Sie das Impuls-Zeit-Diagramm (für alle Bitkombinationen) und das vollständige Zustandsdiagramm.

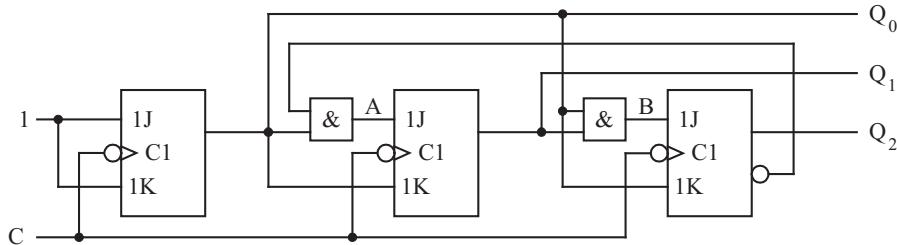


Bild 7.42 Synchroner Zähler (Beispiel B)

6. Entwerfen Sie einen mit JK-FF und einen mit T-FF aufgebauten Zähler, die in der in Bild 7.1 rechts angegebenen Bitkombinationen zählen. Zeichnen Sie die Schaltungen und die vollständigen Zustandsdiagramme. Vergleichen Sie das Verhalten der Zähler, die Sie durch den Koeffizientenvergleich (z. B. JK-FF) bzw. mithilfe der Synthese-Tabelle (z. B. T-FF) entwickelt haben.
7. Analysieren Sie den in Bild 7.43 dargestellten Frequenzteiler. Zeichnen Sie das Impuls-Zeit-Diagramm (für alle internen Bitkombinationen).

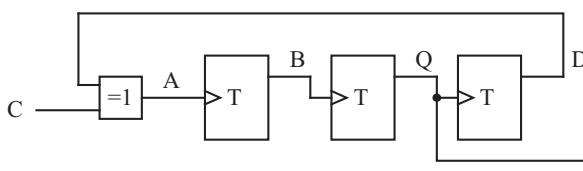


Bild 7.43 Frequenzteiler

8. Zeichnen Sie die Schaltung eines 5-Bit-Johnson-Zählers oder Möbius-Zählers und bestimmen Sie das vollständige Zustandsdiagramm.

8

Getaktete Schaltwerke

■ 8.1 Einführung

Schaltwerke oder **Steuerwerke** bzw. **Automaten** sind ebenfalls sequenzielle Schaltungen. Sie dienen zur Steuerung eines Ablaufes. Die Grundstruktur entspricht der eines Zählers (s. Bild 7.2), jedoch ist das Zustandsdiagramm wesentlich komplexer. Vorteil dieser hardwaremäßigen Steuerungen ist die sehr hohe Geschwindigkeit. Sie liegt in der Größenordnung weniger Gatterlaufzeiten. Schaltwerke haben bereits die externe Anforderung verarbeitet, bevor ein Mikrocontroller einen Befehl eingelesen hat, der ihn eventuell auffordert, das extern anliegende Bitmuster mit einem erneuten Lesevorgang abzufragen, um es dann anschließend auszuwerten. Dieses Kapitel erläutert die Grundstrukturen von getakteten Schaltwerken, die auch als Deterministische Endliche Automaten bezeichnet werden; Schaltwerke, deren Speicherabläufe aus den Datensignalen ohne synchronisierenden Takt ablaufen (ungetaktete Schaltwerke), werden hier nicht behandelt.

Zuerst eine Beschreibung von Schaltwerken. Bild 8.1 zeigt ein allgemeines Schaltwerk mit mehreren Ein- und Ausgängen. An den I Eingängen $\vec{E} = \{E_1, \dots, E_i, \dots, E_2, E_1, E_0\}$ liegen die externen Signale $\vec{e} = \{e_1, \dots, e_i, \dots, e_2, e_1, e_0\}$ an. Die J Ausgänge $\vec{A} = \{A_j, \dots, A_j, \dots, A_2, A_1, A_0\}$ führen die Signale $\vec{a} = \{a_j, \dots, a_j, \dots, a_2, a_1, a_0\}$. Diese sind von den aktuellen Eingangssignalen \vec{e}_n , aber auch von den vorhergehenden Eingangssignalen $\vec{e}_{n-1}, \vec{e}_{n-2}, \vec{e}_{n-3}, \dots, \vec{e}_0$ und dem Anfangszustand \vec{z}_0 abhängig. Das Gedächtnis des Schaltwerkes sind die K internen Zustandsspeicher mit den Anschlüssen $\vec{Z} = \{Z_K, \dots, Z_k, \dots, Z_2, Z_1, Z_0\}$ und den zugehörigen Signalen $\vec{z}_n = \{z_{Kn}, \dots, z_{kn}, \dots, z_{2n}, z_{1n}, z_{0n}\}$.

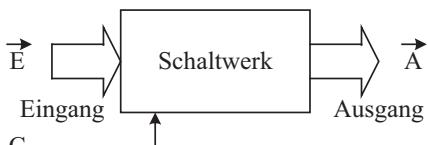


Bild 8.1 Getaktetes Schaltwerk (allgemein)

Die Funktion soll an einem einfachen Bonbonautomaten erläutert werden.¹ Dieser Automat, genauer gesagt die Steuerung (wird auch als Automat bezeichnet), soll zwei Größen an Bonbontüten ausgeben. Der Ablauf wird in Bild 8.2 dargestellt. Nach dem Start wartet der Automat auf Eingaben (Warteschleife). Als aktive Eingaben stehen der Einwurf einer 1-€-Münze (1 €), einer 2-€-Münze (2 €) oder das Drücken der Ausgabetaste (AT) zur Verfügung. Aktive Ausgaben sind die Ausgabe einer Standardpackung (STD), die Ausgabe einer Doppelpackung (DBL), die Ausgabe einer eingeworfenen 1-€-Münze (1 €) oder die Ausgabe einer eingeworfenen 2-€-Münze (2 €).

¹ Eine vergleichbare Darstellung dieses Beispiels findet sich in: Pernards, P.: Digitaltechnik 1, 2. 2001.

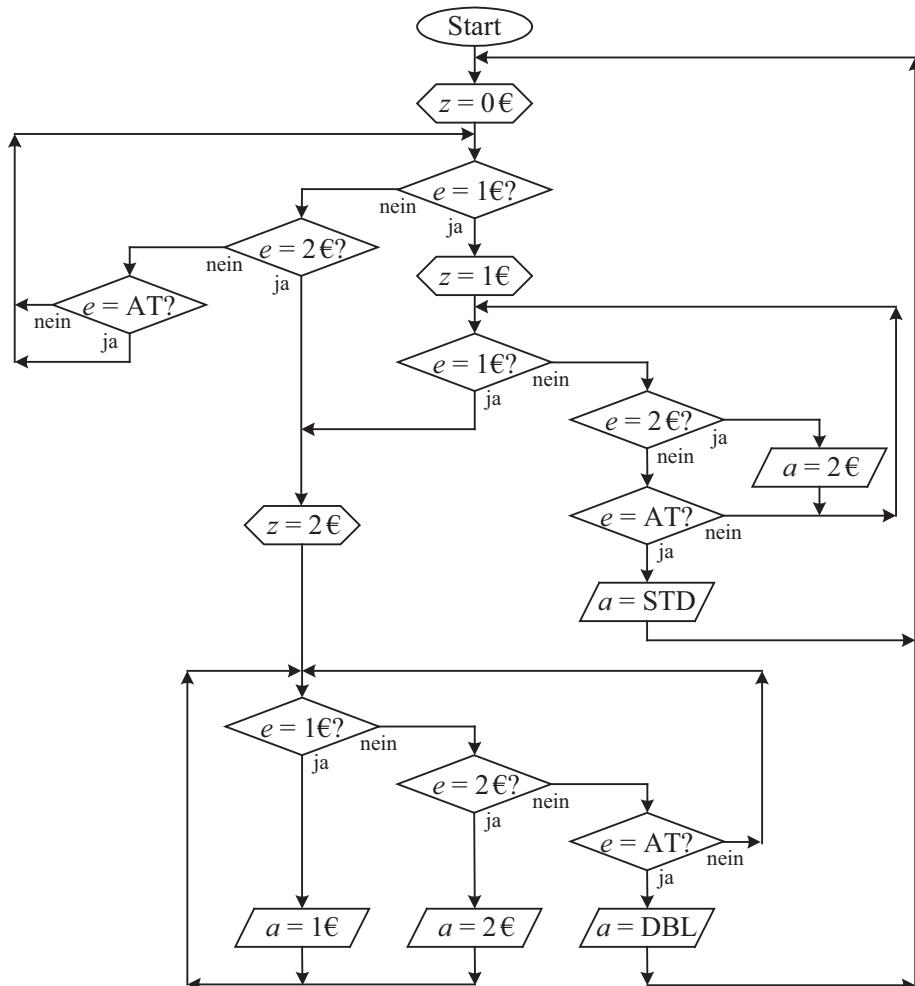


Bild 8.2 Flussdiagramm eines Bonbonautomaten (Übersicht)

Nach dem Start ist der Zustand $z = 0 \text{ €}$ (keine Schulden). Wird eine $1\text{-}\text{€}$ -Münze eingeworfen, so ändert sich der interne Zustand auf $z = 1 \text{ €}$ ($1\text{-}\text{€}$ Schulden). Wird eine weitere $1\text{-}\text{€}$ -Münze eingeworfen, so erhöht sich der interne Zustand auf $z = 2 \text{ €}$ ($2\text{-}\text{€}$ Schulden). Es kann kein höherer Wert als 2 € bearbeitet werden. Wird in dem Start-Zustand ($z = 0 \text{ €}$) eine $2\text{-}\text{€}$ -Münze eingeworfen ($e = 1 \text{ €}$: nein; $e = 2 \text{ €}$: ja), so wechselt der Zustand direkt auf $z = 2 \text{ €}$. Wird im Start-Zustand ($z = 0 \text{ €}$) die Ausgabetaste gedrückt, so erfolgt keine Reaktion (Warteschleife, ein Durchlauf besteht aus den Abfragen der Eingangsbedingungen 1 € , 2 € und AT).

Wird im Zustand $z = 1 \text{ €}$ eine $2\text{-}\text{€}$ -Münze eingeworfen, so kann diese nicht verarbeitet werden und es wird die $2\text{-}\text{€}$ -Münze wieder ausgegeben ($a = 2 \text{ €}$). Der Zustand z bleibt unverändert. Wird keine Ausgabetaste gedrückt, so haben wir hier die Warteschleife. Wird bei $z = 1 \text{ €}$ die Ausgabetaste (AT) gedrückt, so wird die Standardpackung (STD) ausgegeben. Der Zustand wechselt dann nach $z = 0 \text{ €}$.

Wird im Zustand $z = 2 \text{ €}$ eine Münze eingeworfen, so wird diese ausgegeben. Wird die Ausgabetaste nicht gedrückt, so haben wir hier die Warteschleife (keine 1-€-Münze, keine 2-€-Münze und keine Ausgabetaste). Wird die Ausgabetaste gedrückt, so wird die Doppelpackung (DBL) ausgegeben.

Der Ablauf soll ein einfaches Beispiel symbolisieren. Die Möglichkeit von mehreren Eingangs-werten während eines Schleifendurchlaufes wird ausgeschlossen (gleichzeitiger Einwurf einer Münze mit dem Drücken der Ausgabetaste etc.).

Der Ablauf kann übersichtlich in einem Zustandsdiagramm dargestellt werden. Bild 8.3 zeigt das Diagramm. Die Kreise symbolisieren den Zustand z (0 €, 1 €, und 2 €) und an den Pfeilen sind die für diesen Übergang notwendigen Eingangsbedingungen e (keine Eingabe kE, 1 €, 2 € und gedrückte Ausgabetaste AT) und die hiermit gekoppelten Ausgangswerte a (keine Ausgabe kA, STD, DBL, 1 € und 2 €) benannt.

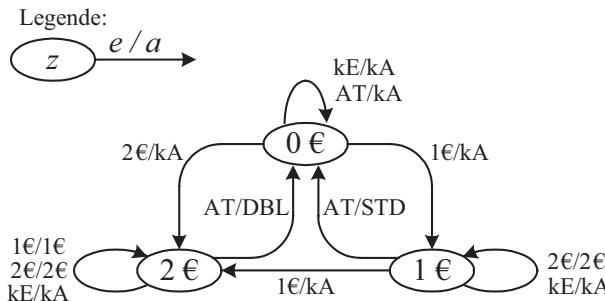


Bild 8.3 Zustandsdiagramm des Bonbonautomaten (symbolisch)

Ein auf Digitalwerte, genauer gesagt auf binären Größen basierendes Steuerwerk kann die genannten Angaben nicht verarbeiten. Es ist notwendig, den verwendeten Symbolen Bitmuster zuzuordnen. Die Tabelle 8.1 gibt ein Beispiel für die Codierung der Eingangsgrößen, Tabelle 8.2 für die Codierung der Ausgangsgrößen und Tabelle 8.3 für die Codierung der internen Zustände an. Das Beispiel wird mit diesen Codierungen durchgeführt. Je nach Anforderung (Aufbau, Sensor-Signale und Aktor-Steuerung etc.) sind beliebige andere Bitmuster möglich. Ein Bitmuster in einer Tabelle darf jedoch nur einmal vorkommen (Codierungswerte müssen sich unterscheiden).

Tabelle 8.1 Eingangszustände des Bonbonautomaten

Bezeichnung	Beschreibung	e_1	e_0
kE	keine Eingabe	0	0
1 €	Einwurf einer 1-€-Münze	0	1
2 €	Einwurf einer 2-€-Münze	1	0
AT	Drücken der Ausgabe-Taste	1	1

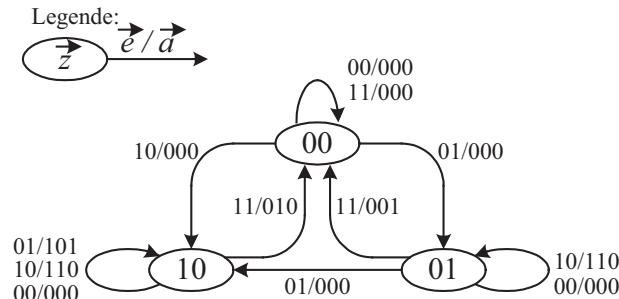
Tabelle 8.2 Ausgangszustände des Bonbonautomaten

Bezeichnung	Beschreibung	a_2	a_1	a_0
kA	keine Ausgabe	0	0	0
STD	Ausgabe der Standardpackung	0	0	1
DBL	Ausgabe der Doppelpackung	0	1	0
1 €	Ausgabe einer 1-€-Münze	1	0	1
2 €	Ausgabe einer 2-€-Münze	1	1	0

Tabelle 8.3 Interne Zustände des Bonbonautomaten

Bezeichnung	Beschreibung	z_1	z_0
0 €	keine Schulden	0	0
1 €	1 € wurde eingeworfen	0	1
2 €	2 € wurden eingeworfen	1	0

Mit diesen Codierungen lässt sich das Verhalten in die geeignete Form umsetzen. Bild 8.4 zeigt das Zustandsdiagramm mit binären Größen in der Logikdarstellung.

**Bild 8.4** Zustandsdiagramm des Bonbonautomaten

Zur Lösung der Aufgabe wird diese Darstellung in eine Tabelle umgeformt. Tabelle 8.4 zeigt das Verhalten in Form einer Wahrheitstabelle (Übergangstabelle). Das Schaltnetz (UND-, ODER-Verknüpfungen etc.), das für die Bestimmung des neuen Zustandswertes benötigt wird, leitet seine Ausgangswerte von dem alten Zustand (s. Zähler) und den Eingangswerten ab. Wir haben also für das Schaltnetz vier Eingangsgrößen (z_{1n} , z_{0n} , e_1 , e_0). Der entsprechende Folgezustand mit den Größen z_{1n+1} und z_{0n+1} wird hieraus abgeleitet. Des Weiteren werden aus den gleichen Eingangsgrößen die Ausgangsgrößen a_2 , a_1 , a_0 abgeleitet. Die Realisierung des Schaltwerkes erfolgt mit D-FF, sodass zur Ansteuerung der Flipflops direkt die Signale z_{1n+1} und z_{0n+1} verwendet werden können. Eine Umcodierung mit den Synthese-Tabellen auf die

z_{1n}	z_{0n}	e_1	e_0	z_{1n+1}	z_{0n+1}	a_2	a_1	a_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	X	X	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X	X	X
1	1	1	0	X	X	X	X	X
1	1	1	1	X	X	X	X	X

Tabelle 8.4 Übergangs- und Ausgangstabelle des Bonbonautomaten

FF-Eingangssignale, wie sie für andere FF-Realisierungen notwendig wären (wie beim Zählerentwurf erläutert) entfällt.

Wir starten im Zustand 00 (oberer Kreis). Mit der Eingangskombination 00 (erste Zeile der Tabelle, entspricht kE) wird auf den Folgezustand 00 (auf den alten Zustand, keine Änderung) verwiesen. Die Ausgangswerte sind 000 entsprechend des Zustandsdiagramms. Die zweite Zeile der Tabelle beschreibt für den Zustand 00 den Einwurf 01 (Einwurf einer 1-€-Münze). Der Folgezustand ist somit 01 bei einem Ausgangsbitmuster von 000. Die dritte Zeile beschreibt für den Zustand 00 die Eingabe 10 (2-€-Münze) mit dem Folgebitmuster 10 und dem Ausgangswert 000. Die vierte Zeile deckt die letzte Eingangskombination dieses Zustandes ab. Es ist die Eingangskombination 11 (Drücken der Ausgabetaste). Diese hat keine Auswirkung, welches durch das Folgebitmuster 00 und den Ausgangswert 000 angegeben ist.

Die nächsten zwei Blöcke (je vier Zeilen) in der Tabelle beschreiben das Verhalten entsprechend des Zustandsdiagramms. Der zweite Block (Zeile 5 bis 8) startet in dem Zustand 01 und beschreibt das Folgebitmuster und den Ausgangswert für alle Kombinationen der Eingangsgrößen (00, 01, 10 und 11). Der dritte Block startet in dem Zustand 10 und deckt wiederum alle Eingangskombinationen ab. Hiermit ist das Zustandsdiagramm vollständig abgebildet. Die zwei Werte z_1 und z_0 zur Repräsentation des Zustandes können jedoch vier Zustände darstellen. Um eine vollständige Wahrheitstabelle zu erhalten, ist der vierte Block (Zeile 13 bis 16) angefügt, dessen Folgezustands- und Ausgangswerte mit X (Don't care) belegt sind.

Mit dieser Tabelle können wie gewohnt die zwei Gleichungen für den Folgezustand und die drei Gleichungen für den Ausgangswert unter Verwendung des KV-Diagramms bestimmt werden. Bild 8.5 zeigt die KV-Diagramme und die formelmäßige Beschreibung ist in den Gleichungen 8.1 bis 8.5 angegeben.

$$z_{1n+1} = \overline{e_1}z_{1n} \vee e_0\overline{e_1}z_{0n} \vee \overline{e_0}e_1\overline{z_{0n}} \quad (8.1)$$

$$z_{0n+1} = \overline{e_0}z_{0n} \vee e_0\overline{e_1} \overline{z_{0n}} \overline{z_{1n}} \quad (8.2)$$

$$a_2 = e_0\overline{e_1}z_{1n} \vee \overline{e_0}e_1z_{0n} \vee \overline{e_0}e_1z_{1n} \quad (8.3)$$

$$a_1 = e_1 z_{1n} \vee \overline{e_0} e_1 z_{0n} \quad (8.4)$$

$$a_0 = e_0 e_1 z_{0n} \vee e_0 \overline{e_1} z_{1n} \quad (8.5)$$

Für die Realisierung bietet es sich an, eine feste Struktur zu verwenden. Alle Eingangssignale werden z. B. auf die linke Seite gezeichnet. Die Gleichungen zur Ansteuerung des Speichers werden durch ein **Übergangsschaltnetz** realisiert, das neben den Eingangssignalen gezeichnet wird. Die hiermit erzeugten Signale steuern die Speicher der Schaltung an, den **Zustandsspeicher**. Die Ausgangssignale des Zustandsspeichers sind wieder Eingangssignale des Übergangsnetzwerkes. Sie werden deshalb zurückgeführt und neben die Eingangssignale des Steuerwerks gezeichnet. Hiermit ist die Ansteuerung des internen Speichers zur Zustandsrepräsentation abgeschlossen. Aus den gleichen Eingangssignalen (Eingangssignale des Steuerwerks und die zurückgeführten Zustandswerte) werden die Ausgangswerte abgeleitet. Dieses **Ausgangsschaltnetz** kann neben dem Übergangsschaltnetz gezeichnet werden. Die Schaltung des als Beispiel verwendeten Bonbonautomaten zeigt Bild 8.6. Die Grundstruktur des Aufbaus bleibt gleich. Eine variable Größe ist die Anzahl der Flipflops. Die Funktion des Steuerwerks wird nur durch die zwei Schaltnetze bestimmt.

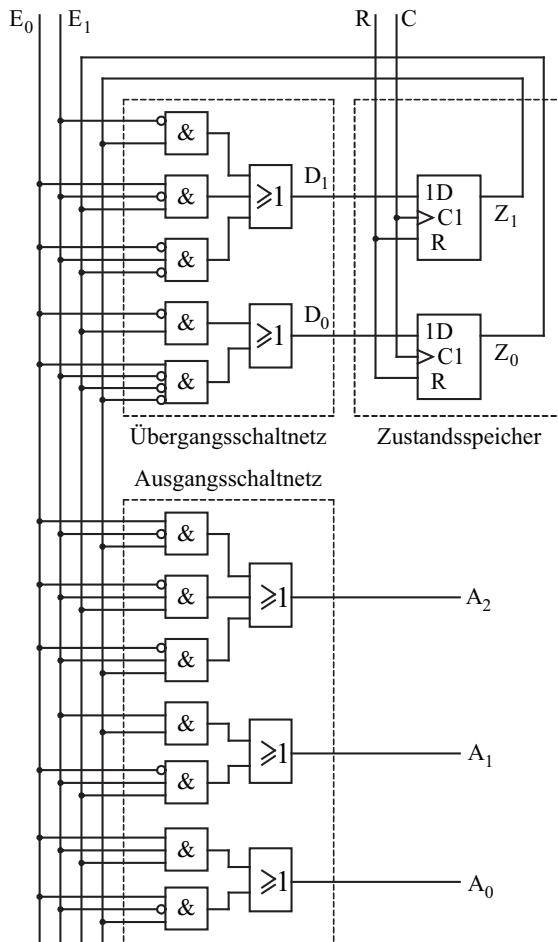


Bild 8.6 Schaltung des Bonbonautomaten

■ 8.2 Mealy-Automat

Der Mealy-Automat ist die allgemeine Form der Automatenbeschreibung (endliche Automaten). Die Struktur des Bonbonautomaten entspricht dem Mealy-Automat. Bild 8.7 zeigt die Struktur. Das interne Gedächtnis ist der Zustandsspeicher. Die Anzahl der Speicherstellen ist bei einer hardwaremäßigen Realisierung fest. Dadurch ergibt sich eine maximal mögliche Anzahl an Bitmusterkombinationen und dies ist eine endliche Anzahl. Der Zustandsspeicher legt die Anzahl speicherbarer Zustände fest. Das Verhalten des Automaten ergibt sich durch die Schaltnetze (Übergangsschaltnetz und Ausgangsschaltnetz). Die ausgegebenen Signale \vec{a} hängen vom Zustand \vec{z}_n des Automaten und den Eingangsgrößen \vec{e} ab. Diese Abhängigkeit ist ein wichtiges Kennzeichen des Mealy-Automaten. Der interne Zustand \vec{z}_{n+1} wird aus dem vorhandenen Zustand \vec{z}_n und den Eingangsgrößen \vec{e} abgeleitet.

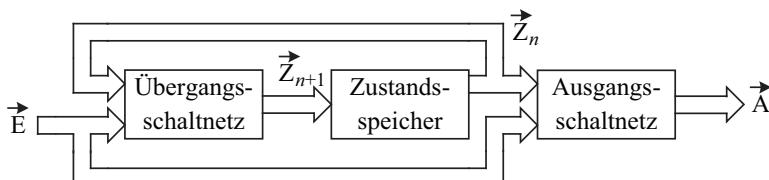


Bild 8.7 Mealy-Automat (Struktur)

Das Verhalten des Automaten wird übersichtlich in einem Zustandsdiagramm dargestellt. Jede verwendete Bitmusterkombination (jede mögliche in der vollständigen Darstellung) wird durch einen Kreis repräsentiert. Die Kennzeichnung \vec{z}_n kann symbolisch (1, 2, 3, ...) oder aus, 1 €, oben, ...) oder durch die verwendete Bitmusterkombination (000, 010, 111, ...) angegeben werden. Die Übergänge zwischen diesen Zuständen stellen gerichtete Kanten (Pfeile) dar. Diese Übergänge hängen von den Eingangswerten \vec{e} ab und stehen deshalb an den zugehörigen Übergängen. Bei einer aktiven Taktphase (z. B. positive Flanke bei positiv flankengesteuerten FF) wird dieser Übergang ausgeführt und der Zustand \vec{z}_n wechselt in den Folgezustand \vec{z}_{n+1} . Das Ausgangsbitmuster \vec{a} ist ebenso vom Zustand \vec{z}_n und den Eingangsgrößen \vec{e} abhängig. Sie werden, getrennt von einem Schrägstrich, hinter den Eingangsgrößen angegeben. Bild 8.8 zeigt die Beschreibung eines Zustands. Es werden in dieser Darstellung drei Übergänge beschrieben, die von den Eingangsgrößen \vec{e}_i , \vec{e}_j und \vec{e}_k abhängen. Gekoppelt mit dem Zustand \vec{z}_n und den Eingangswerten \vec{e} sind die Ausgangswerte \vec{a} , also \vec{z}_n mit \vec{e}_i generiert \vec{a}_u , \vec{z}_n mit \vec{e}_j generiert \vec{a}_v und \vec{z}_n mit \vec{e}_k generiert \vec{a}_w .

Die Funktionsweise des Mealy-Automaten soll an einem einfachen Beispiel verdeutlicht werden. Es ist eine Schaltung zur Signalaufbereitung. Im Anfangszustand (Ruhezustand, nach

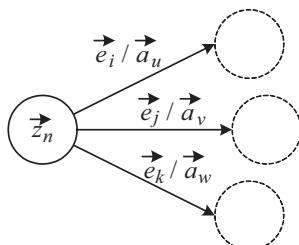


Bild 8.8 Zustandsdarstellung Mealy-Automat

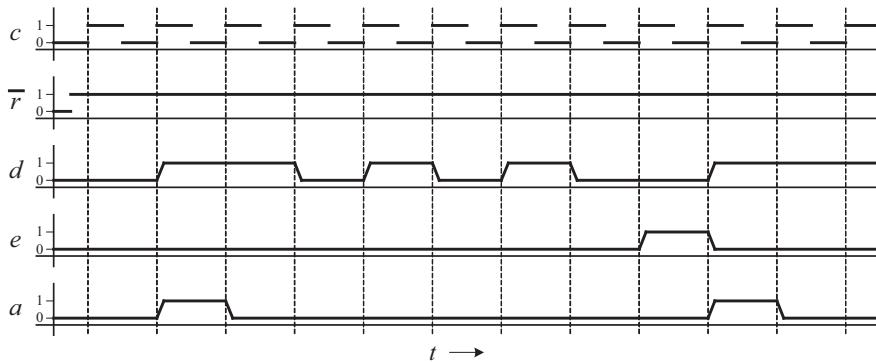


Bild 8.9 Impuls-Zeit-Diagramm einer Impulsaufbereitung

dem RESET) wird ein an D anliegendes Signal bis zum Ende der Taktperiode am Ausgang A ausgegeben. Hierauf wird die Weitergabe gesperrt, sodass längere Signale gekürzt und weitere Signale an diesem Eingang blockiert werden. Erst mit einem Quittierungssignal am Eingang E wird die Signalaufbereitung wieder freigegeben. Bild 8.9 zeigt das Impuls-Zeit-Diagramm dieser Aufgabenstellung. Die Eingangssignale d und e ändern sich unmittelbar nach der ansteigenden Taktflanke von c , sind also synchron zu den Taktignalen.

Das Verhalten dieser Schaltung wird im Zustandsdiagramm deutlich (Bild 8.10). Für die Realisierung reicht ein FF aus, sodass wir nur die zwei Zustände 0 und 1 haben. Das Zustandsdiagramm hat somit zwei Kreise, gekennzeichnet mit 0 und 1. Nach dem RESET befinden wir uns im Zustand 0. Mit dem Eingangssignal $d = 0$ (e ist beliebig) bleibt dieser Zustand erhalten. Im Zustandsdiagramm wird dies durch den linken Pfeil mit der Beschreibung $0x/0$ dargestellt ($d = 0$, e beliebig, $a = 0$). Ändert sich das Eingangssignal d auf den Wert 1, dann ist der Pfeil, gekennzeichnet mit $1x/1$, zum Zustand 1 gültig. Der Ausgangswert ändert sich mit diesem Übergangswechsel auf $a = 1$. Der Zustandswechsel wird jedoch erst mit der nächsten positiven Taktflanke (positiv flankengesteuertes D-FF) durchgeführt. Während dieser „Wartezeit“ hat a den Wert 1. Mit der Taktflanke wechselt der Zustand auf den Wert 1. Nun sind die Übergänge (Pfeile) dieses Zustandes gültig. Bei dem Wert $e = 0$ (d ist beliebig) bleibt dieser Zustandswert mit dem Ausgangswert $a = 0$ erhalten. Erst wenn dieser Zustandswert mit $e = 1$ gelöscht werden soll, wird auf den Zustand 0 (mit dem Ausgangswert $a = 0$) verwiesen. Die Ausführung des Zustandswechsels erfolgt mit der nächsten positiven Taktflanke des Taktsignals c .

Das Zustandsdiagramm beschreibt das Verhalten in übersichtlicher Form. Bei der Interpretation des Impuls-Zeit-Diagramms aus Bild 8.9 ist bei der Erstellung des Zustandsdiagramms z. B.

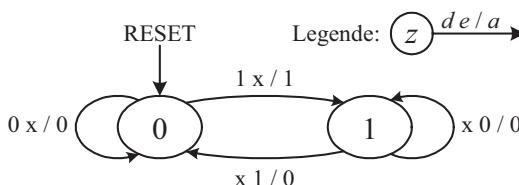


Bild 8.10 Zustandsdiagramm einer Impulsaufbereitung

z_n/de	00	01	10	11
0	0	0	1	1
1	1	0	1	0

Tabelle 8.5 Übergangstabelle für z_{n+1}

z_n/de	00	01	10	11
0	0	0	1	1
1	0	0	0	0

Tabelle 8.6 Ausgangstabelle für a

z_n/de	00	01	10	11
0	0/0	0/0	1/1	1/1
1	1/0	0/0	1/0	0/0

Tabelle 8.7 Schaltwerktafel für z_{n+1}/a

entschieden worden, was die Schaltung ausgibt, wenn d und e für mehrere Taktflanken den Wert 1 aufweisen. Zeitdiagramme sind vergleichsweise unübersichtlich und häufig unvollständig. Bei einer Verhaltensbeschreibung können durch Flüchtigkeitsfehler sogar widersprüchliche Vorgaben entstehen, die erst bei der Umsetzung in ein Zustandsdiagramm auffallen. Im Zustandsdiagramm müssen alle zum Arbeitsbereich gehörenden Zustände und das Verhalten jedes Zustandes bei allen Eingangskombinationen dargestellt sein. Empfehlenswert ist es, auch das Verhalten für die im geplanten Einsatz nicht beabsichtigten Eingangskombinationen abzudecken.

Das Verhalten kann in unterschiedlicher Form angegeben werden. Eine Möglichkeit ist die getrennte Darstellung für das Übergangsschaltnetz (Tabelle 8.5) und das Ausgangsschaltnetz (Tabelle 8.6). Die Zeilen decken die Zustandskombinationen ab und die Spalten die Kombinationen der Eingangssignale. In der hiermit definierten Zelle steht der zugehörige Folgezustand bzw. der zugehörige Ausgangszustand.

Die Kombination aus beiden Tabellen ist die Schaltwerktafel (Tabelle 8.7).

Betrachtet man die Schaltnetze, so kann die Beschreibung auch in der bekannten Form der Wahrheitstabelle erfolgen (Tabelle 8.8).

z_n	d	e	z_{n+1}	a
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0

Tabelle 8.8 Übergangs- und Ausgangstabelle der Impuls- aufbereitung

z_{n+1}	\bar{e}	e	\bar{e}
\bar{z}_n			
z_n	1		1
	\bar{d}	d	

a	\bar{e}	e	\bar{e}
\bar{z}_n			
z_n			
	\bar{d}	d	

Bild 8.11 KV-Diagramm

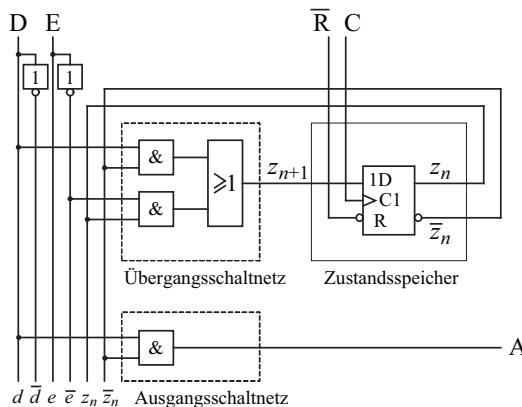


Bild 8.12 Schaltung der Impulsaufbereitung

Mit den in Bild 8.11 angegebenen KV-Diagrammen erhält man die Gleichungen 8.6 und 8.7. Diese definieren das Verhalten des Übergangs- und Ausgangsschaltnetzes. Die Schaltung dieser entwickelten Impulsaufbereitung zeigt Bild 8.12.

$$z_{n+1} = d\bar{z}_n \vee \bar{e}z_n \quad (8.6)$$

$$a = d\bar{z}_n \quad (8.7)$$

Untersucht man diese Schaltung, so ergibt sich bei synchronen Signalen (Eingangssignale ändern sich unmittelbar nach der aktiven Taktflanke) das in Bild 8.13 angegebene Verhalten. Diese Darstellung umfasst alle Übergänge des Zustandsdiagramms, also auch einen Zeitbereich, in dem d und e den Wert 1 haben.

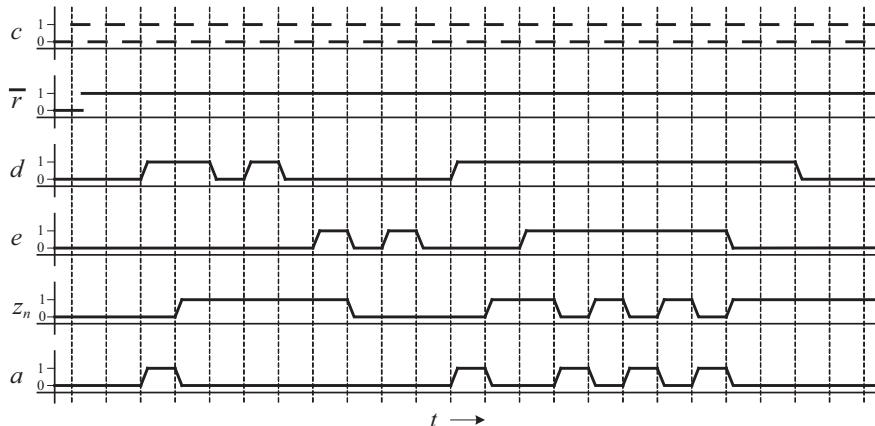


Bild 8.13 Impuls-Zeit-Diagramm der Impulsaufbereitung (synchrone Signale)

Bei asynchronen Signalen können jedoch Probleme entstehen. Bild 8.14 zeigt das Verhalten der entwickelten Impulsaufbereitung. Das Problem 1 (Kreis mit der Kennung 1) charakterisiert kurze Eingangsimpulse, die kürzer sind als die periodische Dauer des Taktsignals c . Hierdurch ergibt sich eine Signaländerung am Ausgang. Dieser Impuls wird von der Aufbereitungsschaltung nicht registriert und dies führt zu einem nicht beabsichtigten Verhalten.

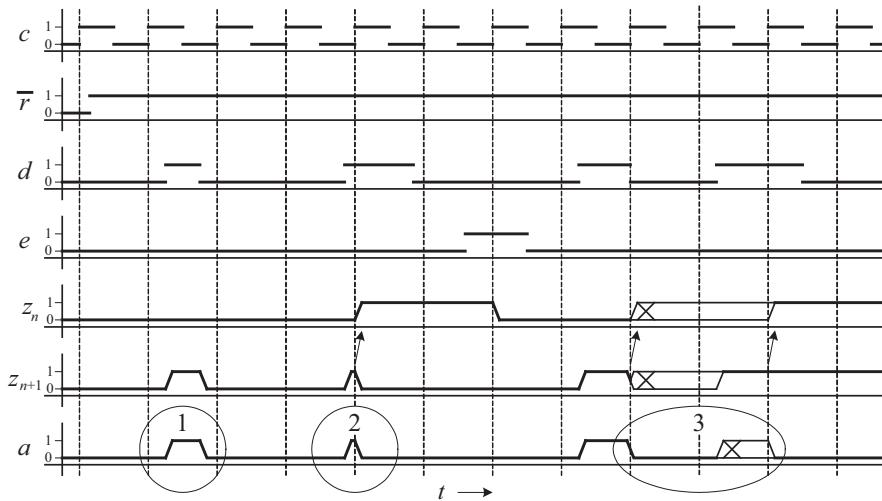


Bild 8.14 Impuls-Zeit-Diagramm der Impulsaufbereitung (asynchrone Signale)

Ist die Eingangsimpulsdauer vorgegeben (nicht beeinflussbar), so könnte die Taktrate der Impulsaufbereitung erhöht werden. Alternativ wäre auch eine Verlängerung des Eingangs-impulses (s. Kapitel 6, Ausschaltverzögerung) möglich. Sind die Impulse durch Spikes verursachte Störungen, so sollten diese eliminiert werden.

Das Problem 2 (Kreis mit der Kennung 2) entsteht durch das asynchrone Verhalten. Es kann passieren, dass der Signalwechsel von d unmittelbar vor der aktiven Taktflanke auftritt, sodass ein sehr kurzer Impuls am Ausgang erscheint. Dieser Impuls wird erkannt und durch den Zustandswechsel von 0 nach 1 registriert. In diesem Zustand wird das Signal d ausgeblendet. Das Ausgangssignal kann dadurch beliebig kurz und für nachfolgende Schaltungen unbrauchbar werden. Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens dieser Problematik kann durch eine niedrigere Taktrate verringert, aber nicht vermieden werden.

Das Problem 3 ist eine Kombination aus den beiden. Es wird ein Impuls ausgegeben, aber zum Zeitpunkt des Speicherns haben wir einen Signalwechsel. Es ist damit zufällig, ob dieser Impuls registriert wird (Zustandswert 1) oder nicht (Zustandswert 0). Davon abhängig ist, ob der nachfolgende Impuls ausgeblendet oder ausgegeben wird.

Die drei genannten Problemfälle sind typisch für den Mealy-Automaten. Eine Lösungsmöglichkeit sind Ausgangsspeicher, die dafür sorgen, dass die Signale synchron mit dem Taktsignal ausgegeben werden. Bild 8.15 zeigt den Mealy-Automaten mit der Erweiterung von Ausgangsspeichern.

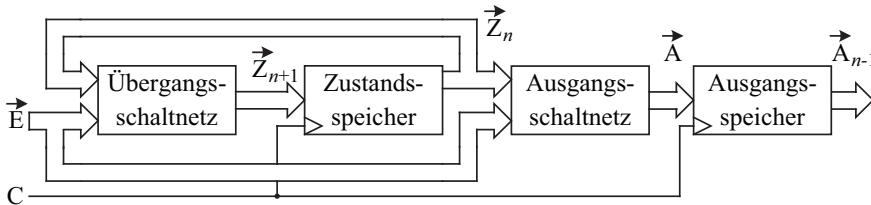


Bild 8.15 Mealy-Automat mit Ausgangsspeicher (Struktur)

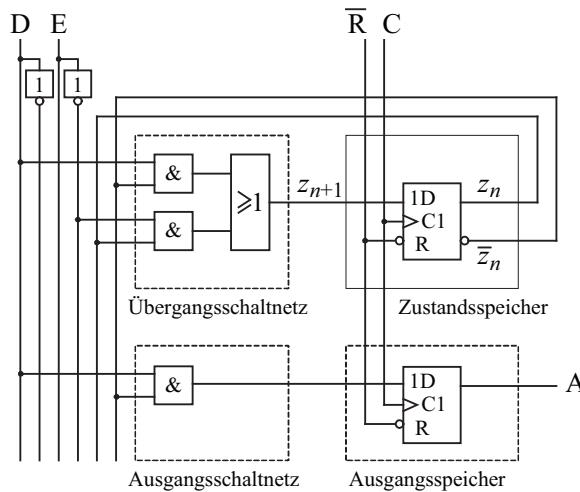


Bild 8.16 Schaltung der Impulsaufbereitung (Mealy-Automat mit Ausgangsspeicher)

Bild 8.16 stellt die Erweiterung in der Schaltung dar. Vorteil dieser Realisierung ist die Reihenschaltung von UND-Verknüpfung, ODER-Verknüpfung und abschließendem D-FF wie sie in vielen programmierbaren Bausteinen zu finden ist. Das hieraus entstehende Impuls-Zeit-Diagramm zeigt Bild 8.17. Der nicht registrierte Impuls (Problem 1) wird nicht ausgegeben. Das zu kurze Ausgangssignal (Problem 2) führt aufgrund der Speicherung zu einem Ausgangsimpuls, der über eine vollständige Periodendauer des Taktsignals vorhanden ist. Der zeitkritische Übergang (Problem 3) wird nicht vollständig gelöst. Entweder wird der erste Impuls ausgegeben und der zweite ausgeblendet oder der erste wird nicht ausgegeben und nicht regis-

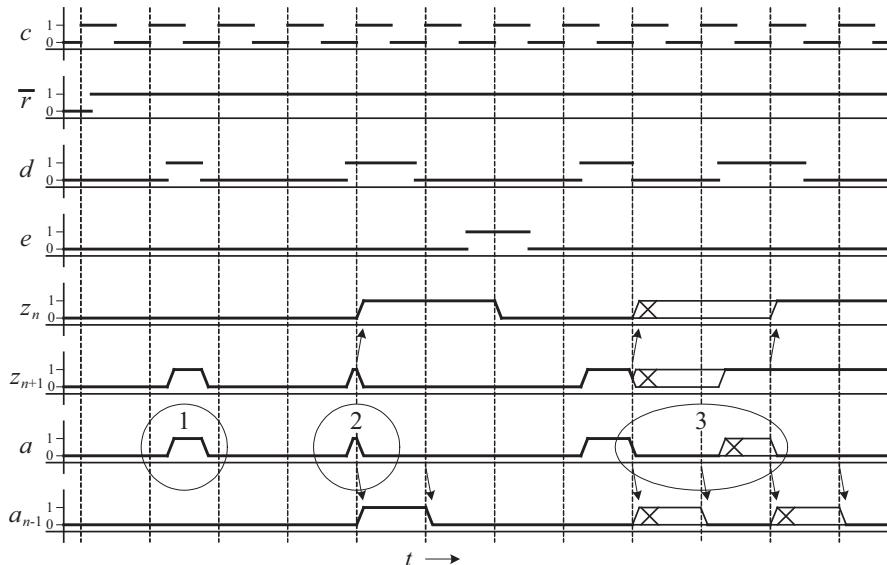


Bild 8.17 Impuls-Zeit-Diagramm der Impulsaufbereitung (asynchrone Signale, Mealy-Automat mit Ausgangsspeicher)

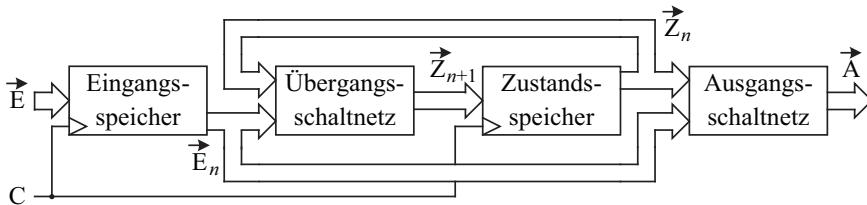


Bild 8.18 Mealy-Automat mit Eingangsspeicher (Struktur)

triert und stattdessen der zweite Impuls ausgegeben und registriert. Das zeitkritische Verhalten birgt noch ein nicht zu vermeidendes Risiko. Aufgrund von Abweichungen in den Verarbeitungszeiten der Verknüpfungsschaltungen kann es mit einer sehr geringen Wahrscheinlichkeit passieren, dass z. B. das Ausgangssignal ausgegeben wird (Ausgangsschaltnetz war schneller) und der Impuls nicht registriert wird (Übergangsschaltnetz war langsamer, z. B. aufgrund des ODER-Gatters oder allgemein durch Toleranzen in der Reaktionszeit der Bausteine). Bei mehreren sich ändernden Ausgangssignalen sind alle Kombinationsmöglichkeiten gegeben (die schnelleren Signalwechsel werden berücksichtigt, die langsameren werden nicht berücksichtigt). Dieses Problem wurde längen- bzw. winkelbezogen (mechanischer Übergang der Leseköpfe bei einzulesenden Bitmusterwerten) bereits in Kapitel 1, Bild 1.10, bei der Herleitung des Gray-Codes behandelt. In der Problemstellung 3 basiert das mögliche Fehlverhalten auf zeitbezogenen Übergängen der letztendlich analogen Spannungsverläufe. Aus vergleichbaren Gründen ist es, wie bei dem Gray-Code, günstig, einschrittige Übergänge zu verwenden.

Eine alternative Möglichkeit zur Lösung der Probleme bieten Eingangsspeicher. Die Eingangssignale der Zeitverläufe in der Problemläuterung waren takt synchron. Das Verhalten zeigte keine Probleme. Bild 8.18 zeigt die entsprechende Struktur. Die Eingangssignale werden mit Hilfe von zusätzlichen D-FF zwischengespeichert und dabei automatisch mit dem Takt signal des Steuerwerks synchronisiert.

Die schaltungstechnische Realisierung zeigt Bild 8.19. Die Speicher befinden sich jetzt auf der linken Seite des Schaltplans. Das zugehörige Impuls-Zeit-Diagramm ist in Bild 8.20 dargestellt.

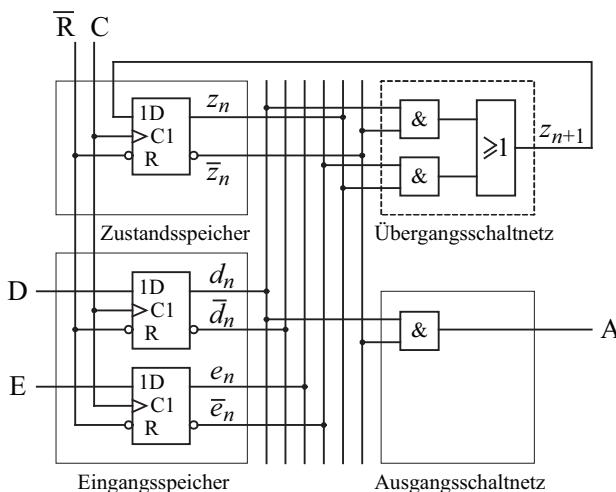


Bild 8.19 Schaltung der Impuls- aufbereitung (Mealy-Automat mit Eingangsspeicher)

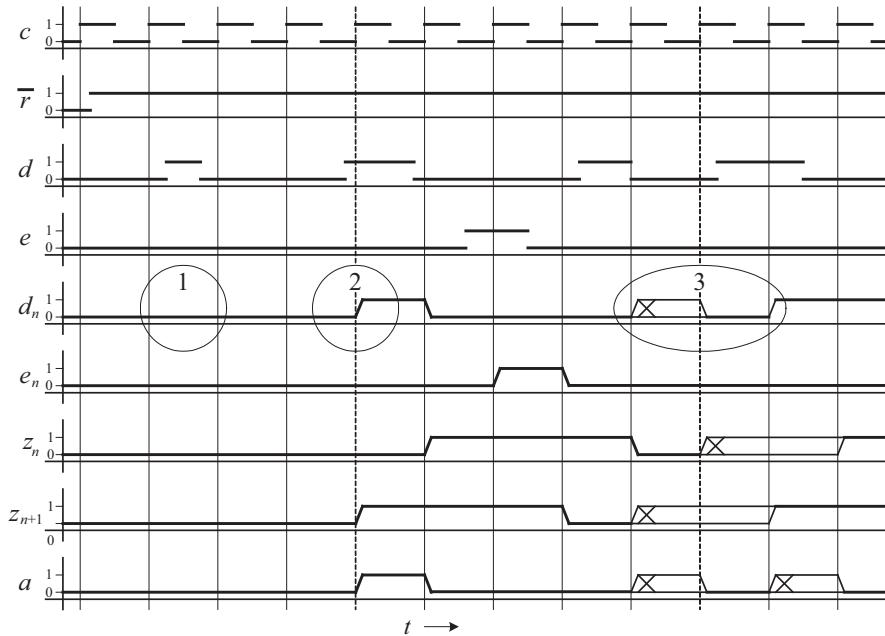


Bild 8.20 Impuls-Zeit-Diagramm der Impulsaufbereitung (asynchrone Signale, Mealy-Automat mit Eingangsspeicher)

Die Probleme 1 und 2 sind damit gelöst. Das Problem 3 bleibt weiterhin bestehen, tritt aber nun bei dem Synchronisieren des Eingangssignals d auf. Die Laufzeittoleranzen der Schalt- netze haben hier keinen Einfluss (die Verknüpfung erfolgt nach der Synchronisation), aber das Problem ist nicht vollständig eliminiert.

■ 8.3 Moore-Automat

Die Probleme des Mealy-Automaten bei asynchronen Eingangssignalen basieren auf deren direkter Kopplung zu den Ausgangssignalen. Lösungsansätze sind Erweiterungen mit Ausgangs- oder Eingangsspeichern. Verzichtet man auf die direkte Beeinflussung der Eingangs- signale auf die Ausgangssignale, so erhält man den Moore-Automaten. Bild 8.21 zeigt die allgemeine Struktur. Jeder Wechsel im Ausgangssignal muss über einen Zustandswechsel im Zustandsspeicher erfolgen.



Bild 8.21 Moore-Automat (Struktur)

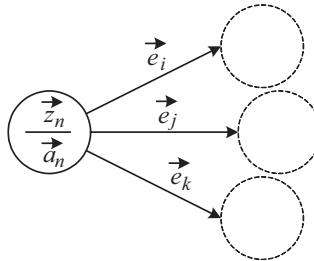


Bild 8.22 Zustandsdarstellung Moore-Automat

In der Zustandsdarstellung ist dieses Verhalten daran zu erkennen, dass alle Ausgangssignale gleich sind. Bei dem Mealy-Automaten (Bild 8.8) stehen diese Werte hinter dem Schrägstrich an den Übergängen. Da diese nur von den Zuständen abhängen, kann das Moore-Verhalten verdeutlicht werden, indem man die Ausgangswerte in die Darstellung des jeweiligen Zustandes (in das kreisförmige Symbol) übernimmt. Bild 8.22 zeigt beispielhaft einen Zustandsknoten mit den drei, von den Eingangsbitkombinationen \vec{e}_i , \vec{e}_j und \vec{e}_k abhängigen Übergängen. Der Ausgangszustand \vec{a}_n ist direkt mit dem Zustandswert \vec{z}_n gekoppelt und steht deshalb mit in der Zustandsdarstellung.

Wendet man diese Beschreibung auf die Impulsaufbereitung an, so werden drei Zustände benötigt und damit zwei Zustandsspeicher. Bild 8.23 zeigt das Zustandsdiagramm. Nach dem RESET haben wir den Zustand 00 mit dem Ausgangswert $a = 0$. Solange am Eingang D der Wert $d = 0$ anliegt, wird die Warteschleife mit der Bezeichnung 0x durchlaufen. Erst mit dem Wert $d = 1$ wird auf den Folgezustand 01 verwiesen und mit der nächsten positiven Taktflanke an C der Zustandswechsel ausgeführt. Mit dem Zustand 01 ändert sich das Ausgangssignal auf den Wert $a = 1$. Dieser Wert soll nur eine Taktperiode ausgegeben werden, deshalb wird eine Warteschleife benötigt, die erst mit dem Eingangswert $e = 1$ in den RESET-Zustand zurückkehrt. Dies ist der dritte Zustand mit der Kombination 10 mit dem Ausgangswert $a = 0$. Hat das Quittungssignal e bereits im Zustand 01 den Wert $e = 1$, so wird direkt in den RESET-Zustand gewechselt (ohne Warteschleife).

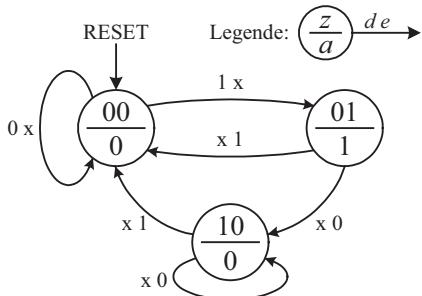


Bild 8.23 Zustandsdiagramm der Impulsaufbereitung

Das Verhalten dieser Zustandsbeschreibung wird in der Schaltwerktafel (Tabelle 8.9) dargestellt. Das Moore-Verhalten ist daran zu erkennen, dass in den jeweiligen Zeilen die Ausgangswerte gleich sind. In unserem einfachen Beispiel sind die Ausgangswerte in Zeile eins und drei $a = 0$. In der zweiten Zeile ist $a = 1$ und in der vierten, die nicht zum Arbeitsbereich gehörenden Zustandskombination, $a = X$. Die gleiche Information für den Zustandswechsel enthält die Wahrheitstabelle (Tabelle 8.10) mit den zwei Eingangsgrößen des alten Zustandswertes \vec{z}_n und den zwei Eingangssignalen d und e . Die Beschreibung der Ausgangsgröße hängt nur von dem Zustandswert \vec{z}_n ab und wird in Tabelle 8.11 dargestellt.

\vec{z}_n/de	00	01	10	11
00	00/0	00/0	01/0	01/0
01	10/1	00/1	10/1	00/1
10	10/0	00/0	10/0	00/0
11	XX/X	XX/X	XX/X	XX/X

Tabelle 8.9 Schaltwerktabelle für \vec{z}_{n+1}/a

\vec{z}_n	d	e	\vec{z}_{n+1}
0 0	0	0	0 0
0 0	0	1	0 0
0 0	1	0	0 1
0 0	1	1	0 1
0 1	0	0	1 0
0 1	0	1	0 0
0 1	1	0	1 0
0 1	1	1	0 0
1 0	0	0	1 0
1 0	0	1	0 0
1 0	1	0	1 0
1 0	1	1	0 0
1 1	0	0	XX
1 1	0	1	XX
1 1	1	0	XX
1 1	1	1	XX

Tabelle 8.10 Wahrheitstabelle für das Übergangsschaltnetz der Impulsaufbereitung

\vec{z}_n	a
0 0	0
0 1	1
1 0	0
1 1	X

Tabelle 8.11 Wahrheitstabelle für das Ausgangsschaltnetz der Impulsaufbereitung

Die Gleichungen des Übergangsschaltnetzes können mithilfe des KV-Diagramms (Bild 8.24) bestimmt werden. Dies führt zu den Gleichungen 8.8 bis 8.9. Die Bestimmung der Ausgangsgleichung für a ist trivial (Gleichung 8.10)

$$z_{1n+1} = \bar{e} z_{0n} \vee \bar{e} z_{1n} \quad (8.8)$$

$$z_{0n+1} = d \overline{z_{0n}} \overline{z_{1n}} \quad (8.9)$$

$$a = z_{0n} \quad (8.10)$$

Bei der Minimierung im KV-Diagramm wurden die nicht zum Arbeitsbereich gehörenden Übergänge definiert (die Freiheitsgrade ausgenutzt). Tabelle 8.12 zeigt die für die Minimierung verwendeten Bitkombinationen und Bild 8.25 das hierdurch entstandene vollständige Zustandsdiagramm.

Die Schaltung unserer Impulsaufbereitung zeigt Bild 8.26 mit den Bereichen Übergangsschaltnetz, Zustandsspeicher und dem trivialen Ausgangsschaltnetz (keine Verknüpfung). Die Leitungen der Eingangssignale stehen nur für das Übergangsschaltnetz zur Verfügung und sind deshalb gekürzt.

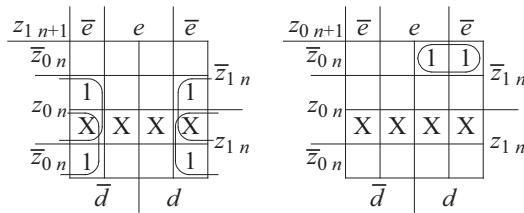


Bild 8.24 KV-Diagramm

\vec{z}_n	d	e	\vec{z}_{n+1}
...
1 0	1	0	1 0
1 0	1	1	0 0
1 1	0	0	1 0
1 1	0	1	0 0
1 1	1	0	1 0
1 1	1	1	0 0

Tabelle 8.12 Übergangstabelle der Impulsaufbereitung (Ergänzung)

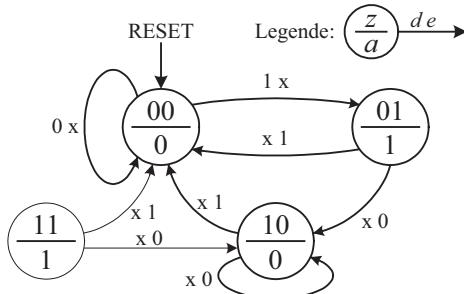


Bild 8.25 Vollständiges Zustandsdiagramm der Impulsaufbereitung

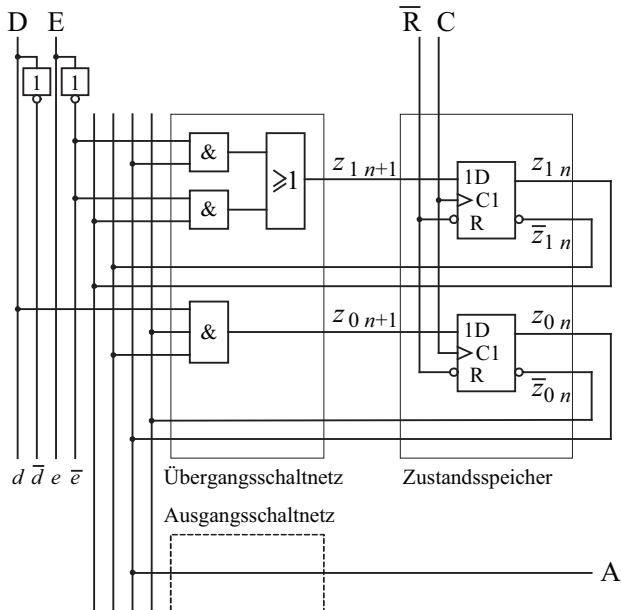


Bild 8.26 Schaltung der Impulsaufbereitung

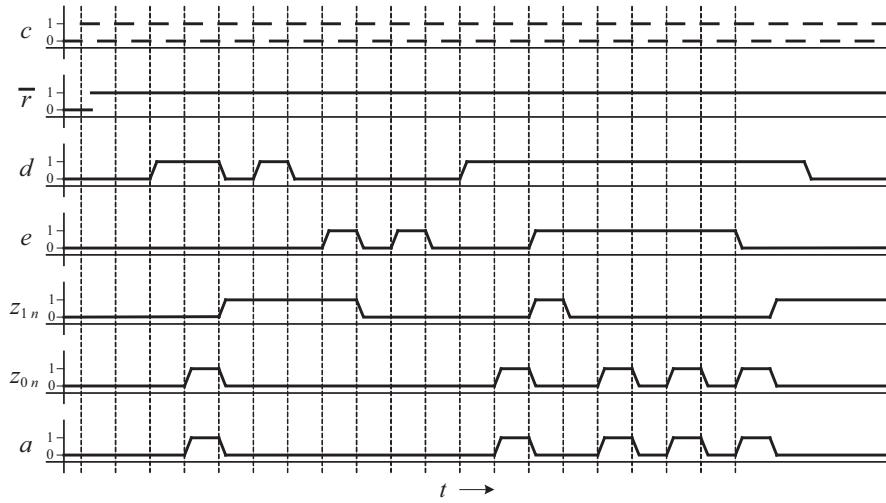


Bild 8.27 Impuls-Zeit-Diagramm der Impulsaufbereitung (synchrone Signale)

Das Zeitverhalten dieser Realisierung mit synchronen Eingangssignalen zeigt Bild 8.27. Die Eingangssignale sind identisch mit denen in Bild 8.13 für den Mealy-Automaten. Es ist zu erkennen, dass die Ausgangssignale des Moore-Automaten im Vergleich zu der Mealy-Realisierung eine Verzögerung um eine Taktperiode aufweisen. Dies ist darin begründet, dass zuerst der Zustandswert beeinflusst werden muss und erst nach der gespeicherten Änderung der Ausgangswert aktualisiert wird.

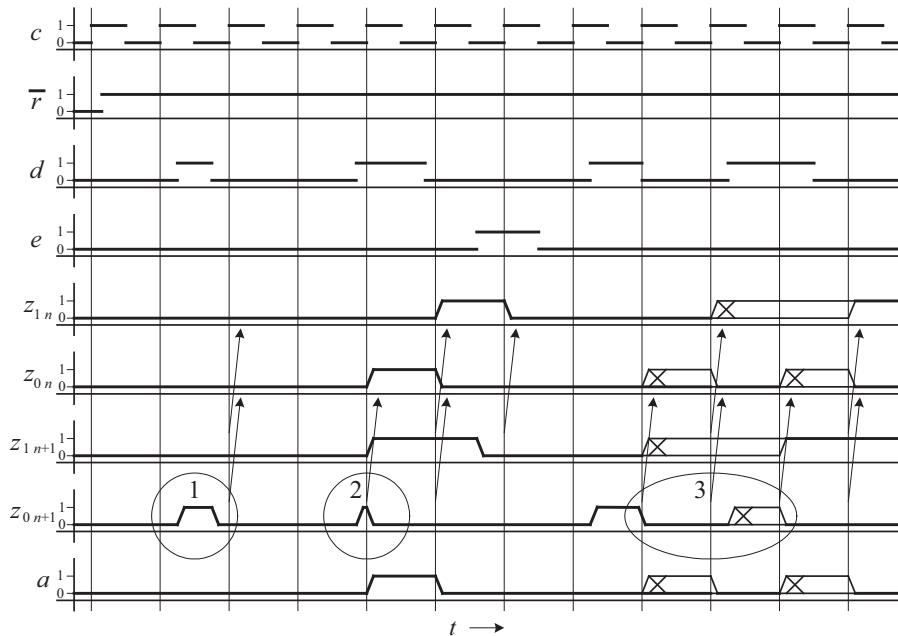


Bild 8.28 Impuls-Zeit-Diagramm der Impulsaufbereitung (asynchrone Signale)

Bild 8.28 zeigt das Verhalten des Moore-Automaten bei nicht synchronen Eingangssignalen. Die Probleme des Mealy-Automaten finden wir bei der Ansteuerung des Zustandsspeichers wieder. Aufgrund der trivialen Gleichung für das Ausgangssignal ist dies deutlich an dem Signal z_{n+1} zu erkennen. Der Zustandsspeicher erfüllt hier die Funktion des Ausgangsspeichers bei der erweiterten Mealy-Realisierung. Die Eingangssignale entsprechen der Ansteuerung in den Bildern 8.14 (Mealy-Automat), 8.17 (Mealy-Automat mit Ausgangsspeicher) und 8.20 (Mealy-Automat mit Eingangsspeicher). Das Zeitverhalten ist identisch mit den erweiterten Mealy-Realisierungen, die aufgrund der Erweiterung Moore-Verhalten aufweisen.

Der Moore-Automat hat, wie der Vergleich der Bilder 8.13 und 8.27 zeigt, eine Verzögerung um eine Taktperiode. Möchte man dieses vermeiden und verwendet statt des gespeicherten aktuellen Zustandes \bar{z}_n den ebenfalls vorhandenen Folgezustand \bar{z}_{n+1} , so erhält man die in Bild 8.29 dargestellte Struktur. Bei unserer Impulsaufbereitung würden wir als Ausgangssignal das Signal z_{n+1} verwenden. Ein Vergleich mit Bild 8.14 zeigt, dass wir in diesem Fall wieder Mealy-Verhalten haben.

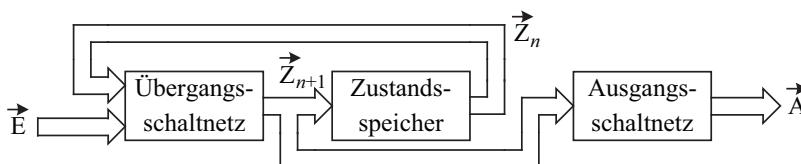


Bild 8.29 Beschleunigter Moore-Automat (Struktur)

■ 8.4 Aufgaben

1. Bild 8.6 zeigt die Schaltung eines einfachen Bonbonautomaten, basierend auf der Minimierung des KV-Diagramms gemäß Bild 8.5. Bestimmen und zeichnen Sie das vollständige Zustandsdiagramm dieser Schaltung.
2. Bestimmen Sie die Schaltung der Impulsaufbereitung (Tabelle 8.8 bzw. Tabelle 8.10) unter Verwendung von Toggle-Flipflops (T-FF) mit Steuereingang EN (Mealy- und Moore-Automat).
3. Bild 8.30 zeigt das Impuls-Zeit-Diagramm einer synchron vorliegenden Sequenz. Es ist eine Schaltung mit D-FF zu entwickeln, die diese Sequenz erkennt und durch $a = 1$ anzeigt.

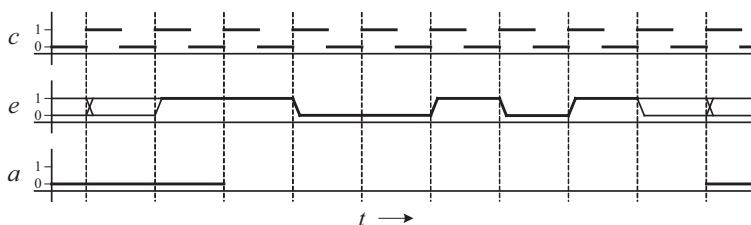


Bild 8.30 Unvollständiges Impuls-Zeit-Diagramm einer Sequenzerkennung

Als Basis soll das unvollständige Zustandsdiagramm (Bild 8.31) dienen. Vervollständigen Sie das Zustandsdiagramm (Bild 8.31) und das zugehörige Ausgangssignal der Schaltung (Bild 8.30).

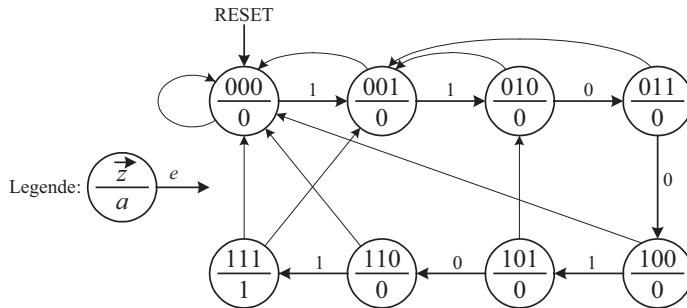


Bild 8.31 Unvollständiges Zustandsdiagramm einer Sequenzerkennung

4. Bild 8.32 zeigt das Zustandsdiagramm und Bild 8.33 die Schaltung eines 2-Bit-Schiebe-registers mit $\vec{a} = \vec{z}_n$ (**Medwedew**-Automat, Moore-Automat ohne Ausgangsschaltnetz) mit $\vec{z}_n = \{z_{0n}, z_{1n}\}$. Eingangssignale sind r (0: schieben links; 1: schieben rechts) und d (neuer Bit-Wert). Erstellen Sie die zugehörige Wahrheitstabelle und bestimmen Sie die Gleichungen für den Folgezustand \vec{z}_{n+1} .

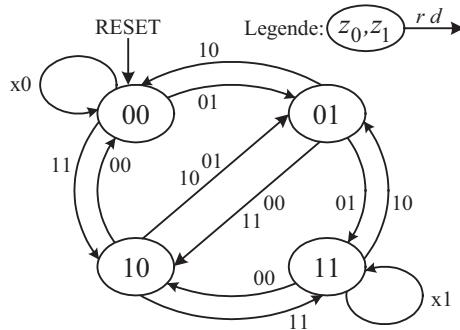


Bild 8.32 Zustandsdiagramm eines Schiebe-registers

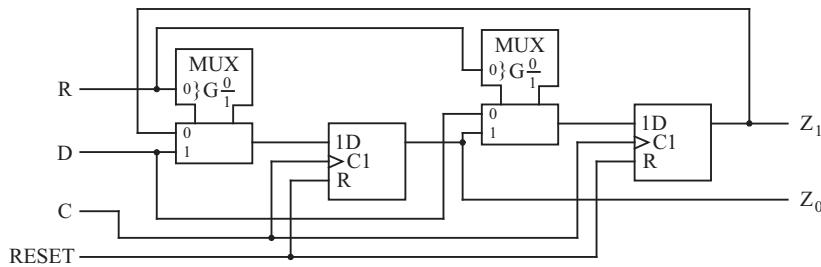


Bild 8.33 Schaltung eines Schieberegisters

9

Hardware

■ 9.1 Einführung

Die behandelten Logikverknüpfungen müssen durch Hardware realisiert werden. In diesem Kapitel sollen der Aufbau und die Funktion durch teilweise vereinfachte Darstellungen in verständlicher Form erläutert werden. Als Grundelemente dienen die in Bild 9.1 dargestellten Komponenten wie Widerstand (R), Diode (D) und Transistor (T). Des Weiteren werden eine Versorgungsspannung U_V sowie idealisierte Schalter zur Generierung der Eingangssignale verwendet.

Die **ohmschen Widerstände** begrenzen den Stromfluss. Das Verhältnis zwischen Spannung U über dem Bauteil und Strom I durch das Bauteil entspricht dem Widerstandswert R .

Die **Diode** kann als Ventil angesehen werden, die einen Stromfluss in Durchlassrichtung von Anode (A) zur Kathode (K) zulässt und einen Stromfluss in der entgegengesetzten Richtung (von K nach A) verhindert. In Durchlassrichtung tritt eine geringe, meist vernachlässigbare Spannungsdifferenz von $U_D = 0,3 \dots 0,6$ V zwischen A und K auf. Zur Anzeige von Logikwerten dient in einigen Beispielen eine **Leuchtdiode**. Wird diese in Durchlassrichtung von A nach K von einem Strom durchflossen, so gibt sie Licht ab. Je nach Lichtfarbe (bauartbedingt) beträgt der Spannungsunterschied zwischen den Anschlüssen A und K ca. 1,8 V (rot) bis 3,3 V (blau).

	Ohmscher Widerstand
	Diode
	Leuchtdiode
	(Bipolar-)Transistor (npn)
	(Bipolar-)Transistor (pnp)
	(Unipolar-)Transistor (n-Kanal, selbstsperrend)
	(Unipolar-)Transistor (p-Kanal, selbstsperrend)

Bild 9.1 Einige Komponenten der analogen Schaltungstechnik (Übersicht)

Die **Transistoren** werden digital betrieben. Dies bedeutet, dass nur zwei Arbeitspunkte oder Betriebszustände verwendet werden. In Bild 9.1 sind Bipolar-Transistoren in positiver Ansteuerung (npn) und negativer Ansteuerung (pnp) sowie selbstsperrende (sperren bei einer Gate-Source-Spannung von 0 V) Unipolar-Transistoren für positive Ansteuerung (n-Kanal)

und negative Ansteuerung (p-Kanal) angegeben. Über den Basisanschluss (B) bzw. den Gate-Anschluss (G) wird der Transistor derart angesteuert, dass er entweder gut sperrt und als eine sehr hochohmige Verbindung zwischen Kollektor (C) und Emitter (E) bzw. Drain (D) und Source (S) oder gut leitet und als niederohmige Verbindung zwischen C und E bzw. D und S angesehen werden kann. Die Arbeitsweise wird sicher bei den Erläuterungen der ersten Schaltungen deutlich. Ein analoger Betrieb, bei dem der Arbeitspunkt zwischen diesen beiden extremen Grenzwerten liegt, wird möglichst nicht verwendet.

Bei der Beschreibung wird von der üblich verwendeten positiven Logik ausgegangen, bei der eine logische 1 durch einen H-Pegel und eine logische 0 durch einen L-Pegel repräsentiert wird. Ein hoher Spannungswert (H-Pegel) ist bei den betrachteten Schaltungen ein Wert in der Nähe der Versorgungsspannung, die gefahrlose 5 V beträgt. Ein niedriger Spannungswert (L-Pegel) ist ein Spannungswert nahe des Bezugspunktes (GND).

■ 9.2 Schaltkreisentwicklung

Die einfachste Art, Logikverknüpfungen zu realisieren, ist ein Widerstands-Dioden-Netzwerk. Bild 9.2 zeigt zwei Schaltungen. Die linke realisiert eine UND- und die rechte eine ODER-Verknüpfung. Bei der UND-Verknüpfung wird, solange über die Dioden kein Strom fließt, der Spannungswert U_{Y1} am Anschluss Y_1 über den Widerstand auf das Potenzial von U_V gehalten. Liegen an beiden Eingängen hohe Spannungswerte (H-Pegel) an, so ist das Potenzial U_{Y1} ebenfalls hoch (H-Pegel). Die Ausgangsspannung ist bis zur Durchlassspannung U_D höher als die Eingangsspannung. Sollte einer der beiden Eingänge, oder beide, einen niedrigen Spannungswert annehmen (L-Pegel), so wird die Diode, oder beide, leitend und der Spannungswert U_{Y1} wird ebenfalls einen niedrigen Spannungswert annehmen. Der Stromfluss durch den Widerstand wird über die Dioden abgeleitet. U_{Y1} ist um die Dioden-Durchlassspannung höher, führt aber ebenfalls ein niedriges Spannungspotenzial (L-Pegel).

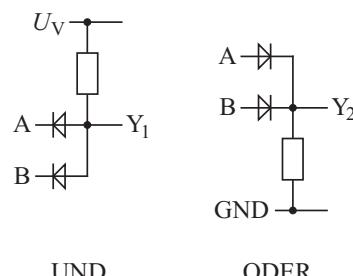


Bild 9.2 Logikrealisierung mit Widerstands-Dioden-Netzwerken

Bei der ODER-Verknüpfung ist es umgekehrt. Haben die Eingänge niedrige Spannungswerte (L-Pegel), so erfolgt kein Stromfluss durch die Dioden und das Ausgangspotenzial U_{Y2} am Anschluss Y_2 ist nahe dem Bezugspotenzial (L-Pegel). Verändert sich der Spannungswert eines Einganges, oder beide, auf einen hohen Spannungswert (H-Pegel), so findet über den Dioden ein Stromfluss statt, der über dem Widerstand einen Spannungswert hervorruft und am Ausgang Y_1 ebenfalls einen hohen Spannungswert (H-Pegel) hervorruft.

Die angegebenen Schaltungen realisieren die Logikverknüpfung, jedoch ist das Ausgangssignal um die Dioden-Durchlassspannung etwas verschoben. Bei der UND-Verknüpfung ist es höher und bei der ODER-Verknüpfung niedriger als die Eingangsspannungen. Eine mehrstufige Verknüpfung ist mit dieser Realisierung nicht möglich.

Nachteil der beschriebenen Logikverknüpfung ist eine fehlende Signalverstärkung. Diese Funktion soll an einer kleinen Schaltung verdeutlicht werden. Der Aufbau entspricht einer Invertierung (NICHT-Glied), basierend auf der Dioden-Transistor-Logik (diode transistor logic, DTL) In der linken Darstellung in Bild 9.3 wird das Ausgangssignal über eine einfache Transistorschaltung realisiert. Wird der Transistor nicht angesteuert, der Spannungswert an der Basis hat nahezu das Potenzial des Emitters und es fließt kein Basisstrom in den Transistor hinein, so ist dieser hochohmig und der Spannungswert des Ausgangs Y wird über den Widerstand auf den Spannungswert der Versorgungsspannung gehalten (solange kein nennenswerter Stromfluss über den Anschluss Y und den Widerstand nach außen erzwungen wird). In diesem Fall haben wir H-Pegel am Ausgang Y. Wird der Transistor angesteuert und es fließt ein Basisstrom in den Transistor hinein (der Spannungswert zwischen Basis und Emitter hat den Spannungswert der Dioden-Durchlassspannung), so ist die Verbindung Kollektor zum Emitter niederohmig und das Spannungspotenzial am Ausgang Y wird auf nahezu dem Bezugspotenzial (GND) gehalten. Der Stromfluss durch den Widerstand wird über den Transistor abgeführt. In diesem Fall haben wir L-Pegel am Ausgang Y. Die Ansteuerung erfolgt über das vorgeschaltete Netzwerk aus einem Widerstand und drei Dioden. Haben wir am Eingang A hohes Potenzial (H-Pegel), so wird die erste Diode in Sperrrichtung betrieben und es kann ein Stromfluss über den Widerstand und die beiden Dioden in die Basis des Transistors erfolgen. Dies führt zu dem L-Pegel am Ausgang. Haben wir am Eingang einen niedrigen Spannungswert (L-Pegel), so fließt der Strom über den Widerstand durch die in Durchlassrichtung betriebene Diode über Eingang A ab. Der Transistor wird nicht angesteuert und ist damit hochohmig, was zu einem H-Pegel am Ausgang führt. Die zwei in Reihe geschalteten Dioden dienen zur Sicherung des digitalen Verhaltens. Der Spannungswert, bei dem der Transistor zwischen den beiden Zuständen wechselt, beträgt ca. 1,5 V. Die Spannungswerte kleiner 0,8 V führen zu einem sicheren Sperren und ein Spannungswert größer 2 V zu einem sicheren Leiten des Transistors. Im Bereich von 1,5 V haben wir den zu vermeidenden analogen Übergang zwischen den zu verwendenden Logikzuständen. Dieser Spannungsbereich sollte für eine sichere Funktion vermieden und möglichst schnell durchlaufen werden. Aufgrund der Verstärkung

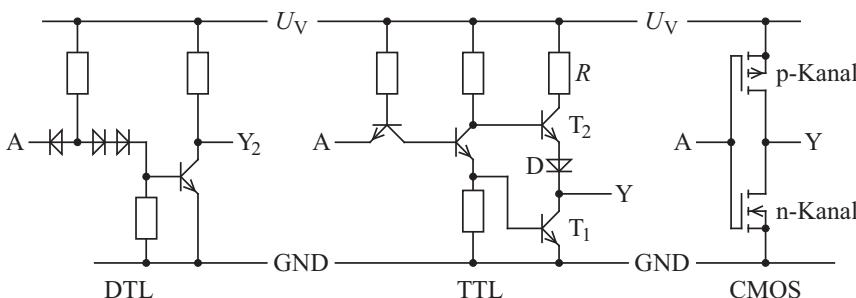


Bild 9.3 Grundschaltung eines Inverters als Dioden-Transistor-Logik (DTL), Transistor-Transistor-Logik (TTL) und aus komplementären Metalloxid-Halbleitern (Complementary Metal Oxide Semiconductor, CMOS)

hat der Logikwert am Ausgang einen geringeren Abstand zu den Werten der Versorgungsspannung (U_V und 0 V an GND) als es für das Eingangssignal nötig wäre. Hierdurch findet neben der Negation auch eine Signalverbesserung statt. Die Funktion der Verstärkung fehlt bei der Logikrealisierung in Bild 9.2. Würde man zu der ersten Diode mit dem Eingang A weitere Dioden parallel schalten, so hätte man hier eine UND-Verknüpfung gemäß Bild 9.2 und die so erweiterte Schaltung hätte NAND-Verhalten.

Ein Problem dieser Realisierung ist der Stromfluss in der Ausgangsschaltung bei einem L-Pegel. Eine Verbesserung stellt die mittlere Schaltung dar. Der linke Transistor wird als Dioden-Netzwerk verwendet. Der Strom über den Basisanschluss fließt entweder über den Emitteranschluss ab (L-Pegel an A) oder über den Kollektor (H-Pegel an A). Dadurch wird der Transistor im mittleren Zweig entweder leitend oder sperrend. Im leitenden Zustand fließt ein Basisstrom in den unteren Transistor des Ausgangszweiges, was einen L-Pegel erzeugt. Der L-Pegel ist relativ kräftig, da der Strom, der in die Schaltung hineinfließt, nur über die niederohmig geschaltete Kollektor-Emitter-Strecke des unteren Transistors nach Masse (GND) geleitet wird. Ist hingegen der Transistor im mittleren Zweig sperrend, so kann der Strom über den Widerstand des mittleren Zweiges in die Basis des oberen Transistors der Ausgangsschaltung hineinfließen und diesen niederohmig steuern. Dies ist der Fall, wenn der Ausgang belastet wird. Der Spannungswert am Ausgang wird (innerhalb der zulässigen Belastung) über einen Spannungswert von 2,4 V gehalten. Fließt ein Strom aus der Schaltung heraus, so wird dieser verwendet, um den oberen Transistor im leitenden Zustand zu steuern. Der erzeugte H-Pegel ist nicht so kräftig (kann weniger Strom liefern) im Vergleich zum L-Pegel (kann mehr Strom aufnehmen). In dieser Ausgangsschaltung ist nur ein Transistor leitend und es fließt kein statischer Strom durch diese Ausgangsstruktur. Diese Realisierung wird als **Totem-Pole-Ausgang** (benannt nach der Struktur der übereinander angeordneten Transistoren) oder **Gegentakt-Ausgang** (benannt nach der entgegengesetzten Ansteuerung der Transistoren) bezeichnet. Für den L-Pegel wird ein geringer interner Stromfluss durch den mittleren Zweig benötigt. Der Strom für den H-Pegel richtet sich nach der Anforderung des Ausgangs, zuzüglich eines geringen Strombedarfs über den Eingangsanschluss A. Diese Realisierung ist, mit den Widerstandswerten der ursprünglichen Realisierung, die häufig als Referenz verwendete Transistor-Transistor-Logik (TTL).

Die Realisierung von Logikgattern wurde einfacher mit den über isolierten Eingängen steuerbaren Unipolar-Transistoren. Hier ist in dem Transistor ein Kanal vorhanden, durch den ein Stromfluss stattfinden kann. Dieser Stromfluss richtet sich nach der Anzahl zur Verfügung stehender Ladungsträger. Die Anzahl dieser Ladungsträger ist über ein elektrisches Feld steuerbar. Bei einem n-Kanal wird die Leitfähigkeit über eine positive Spannung erhöht und bei einem p-Kanal wird die Leitfähigkeit über eine negative Spannung erhöht (der Widerstandswert wird kleiner). In der in Bild 9.3 angegebenen rechten Schaltung sind zwei Transistoren in Reihe geschaltet. Bei einem H-Pegel am Eingang A wird der untere Transistor leitend gesteuert (U_A ist deutlich höher als die Spannung des Bezugsknotens GND, also niederohmig) und der obere sperrend (U_A ist nahe der Versorgungsspannung U_V , also hochohmig). Dies erzeugt einen L-Pegel am Ausgang. Bei einem L-Pegel am Eingang ist der untere Transistor sperrend (hochohmig) und der obere leitend (niederohmig), was einen H-Pegel am Ausgang bedeutet. Werden diese Zustände statisch, also unverändert über einen Zeitraum ausgegeben, so fließt kein interner Strom. Während des Übergangs vom L-Pegel zum H-Pegel und umgekehrt sind in dem Übergangsbereich beide Transistoren irgendwo zwischen niederohmig und hochohmig. In diesem Fall fließt ein geringer Strom, der durch die Anzahl der in den nicht

ganz geöffneten Kanälen befindlichen Ladungsträger begrenzt wird. Bei einem Schaltvorgang fließt ein geringer impulsartiger Strom, der durch die Versorgungsspannung zur Verfügung gestellt werden muss. Der Strombedarf derartiger Schaltungen hängt damit von der Anzahl der Schaltvorgänge ab. Der Spannungswert, der L-Pegel und H-Pegel unterscheidet (bei dem der Stromfluss im Ausgangszweig am größten ist), liegt bei der halben Versorgungsspannung. Die Belastbarkeit des Ausgangs ist für L-Pegel und H-Pegel identisch. Die zur Verfügung stehenden Ladungsträger in den Kanälen realisieren zusätzlich eine Strombegrenzung, sodass der Ausgang im Kurzschlussfall (Ausgang Y ist fehlerhafterweise mit GND oder U_V verbunden) nicht gefährdet ist. Anfangs waren die Eingänge aufgrund ihrer hochohmigen internen Verbindung empfindlich für statische Aufladungen (entstehen z. B. durch Unachtsamkeit beim Handling), was inzwischen durch interne Schutzschaltungen nicht mehr kritisch ist.

Mithilfe der CMOS-Transistoren lassen sich Logikverknüpfungen vergleichbar mit Relaiskontakte aufbauen. Bei den Netzwerken liefert eine niederohmige Verbindung nach U_V einen H-Pegel und eine niederohmige Verbindung nach GND einen L-Pegel. Es dürfen nicht beide Pfade niederohmig sein. Werden beide Pfade hochohmig geschaltet, so ist hierüber der dritte Zustand (**Tri-State** oder 3-State) realisierbar. Hierauf wird später nochmals eingegangen. Die Verbindungen nach U_V können durch Öffner (p-Kanal-Transistor) dargestellt werden und die Verbindungen nach GND durch Schließer (n-Kanal-Transistor). Die Ansteuerung muss durch eine vorgelagerte Schaltung entsprechend aufbereitet werden (Ansteuerungssignal nicht negiert oder negiert). Bild 9.4 zeigt die NAND, NOR und XOR-Verknüpfung durch vergleichbare Relaiserschaltungen. Negierte Ansteuersignale sind z. B. bei der XOR-Verknüpfung notwendig.

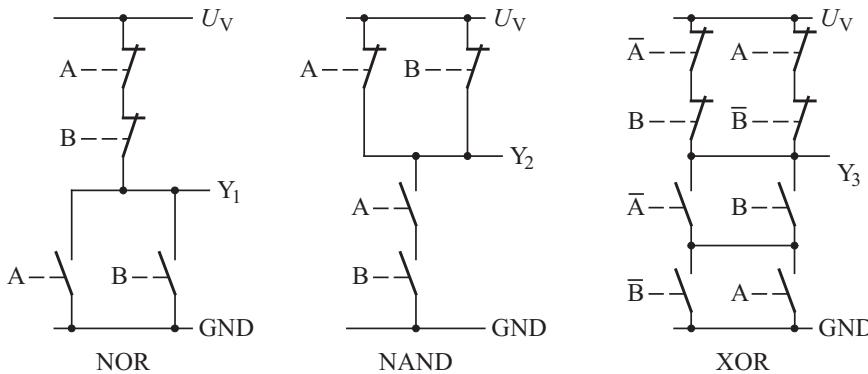


Bild 9.4 Darstellung von Logikverknüpfungen mit Relaiskontakte (Öffner in den oberen Zweigen, Schließer in den unteren Zweigen, nicht negierte bzw. negierte Ansteuerung)

Bild 9.5 zeigt eine UND-Schaltung, realisiert durch eine NAND-Verknüpfung mit nachfolgender NEGATION. Die abschließende Negation beinhaltet auch eine Signalverstärkung und erzeugt ein höher belastbares Ausgangssignal (jeweils nur ein Transistor-Kanal bis zur Spannungsversorgung). Dadurch ist diese Realisierung günstiger als eine NOR-Verknüpfung negierter Eingangssignale. Für eine Logikverknüpfung sind verschiedene hardwaremäßige Realisierungen möglich. Eine UND-Verknüpfung kann durchaus mit einer ODER-Verknüpfung und signalverstärkenden Negationen an den Eingängen und am Ausgang realisiert werden.

Mit diesen Transistoren sind weitere Realisierungen möglich. Werden n-Kanal- und p-Kanal-Transistoren parallel geschaltet und beide leitend gesteuert, so würde für ein Signal nahe

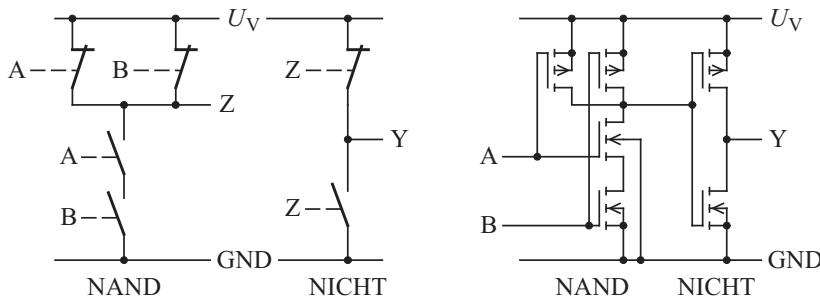


Bild 9.5 UND-Realisierung (Relais-Darstellung und CMOS-Schaltung)

dem Bezugspotenzial der p-Kanal-Transistor und bei einem Signal nahe der Versorgungsspannung U_V der n-Kanal-Transistor die niederohmige Verbindung realisieren. Im Zwischenbereich liegen beide Kanäle parallel. Bild 9.6 zeigt eine entsprechende Schaltung. Diese schaltbare analoge Verbindung zwischen U_1 und U_2 wird **Transmissionsglied** genannt und repräsentiert für Signale innerhalb der Versorgungsspannung (GND bis U_V) einen nicht galvanisch getrennten Relaiskontakt. Hierdurch lassen sich z. B. Multiplexer in Anlehnung der Schaltkontakt-Darstellung realisieren. Ein Beispiel wurde bei dem taktflankengesteuerten D-FF bereits genannt.

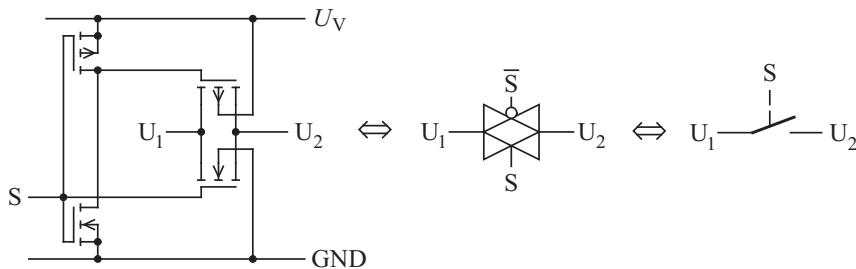


Bild 9.6 Transmission Gate (CMOS)

■ 9.3 Physikalische Randbedingungen

9.3.1 Spannungsbereiche

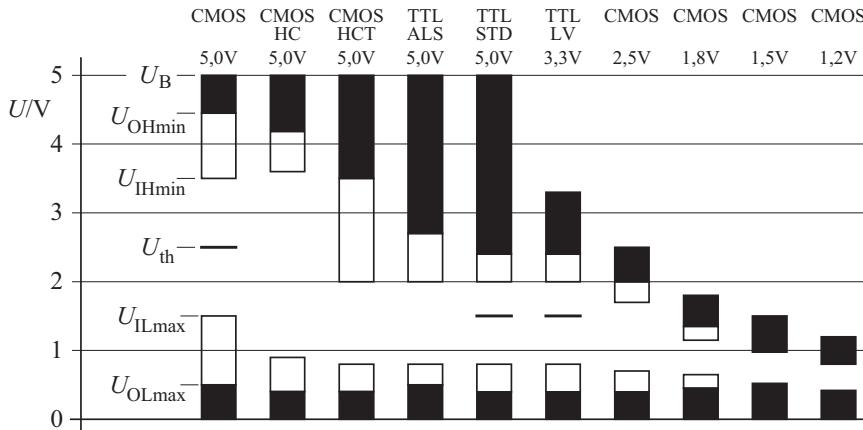
Wichtige Fragen für eine schaltungstechnische Realisierung sind Leistungsbedarf, Störungsempfindlichkeit und Geschwindigkeit. In den vergangenen Jahren war die +5 V-Versorgungsspannung eine Art Standard (Ausnahme: stromsparende bzw. batteriebetriebene Schaltungen). Die Referenzschaltung war die klassische TTL-Logik mit den in Tabelle 9.1 angegebenen Spannungswerten. Der Spannungsbereich für den Eingang hatte unter allen angegebenen Randbedingungen (Versorgungsspannung, Temperatur, ...) eine Art Sicherheitsabstand von 0,4 V. Störungen bis zu dieser Spannungsänderung hatten keinen Einfluss. Die eigentliche

Tabelle 9.1 Spannungswerte der Standard-Transistor-Transistor-Logik (STD-TTL)

Pegel	Eingang	Ausgang	Statischer Störabstand	Schwellenspannung U_{th}
H	> 2,0V	> 2,4V	0,4V	1,5V
L	< 0,8V	< 0,4V	0,4V	1,5V

Schaltschwelle lag im „verbotenen Bereich“ zwischen H und L und ist abhängig von der Versorgungsspannung der Temperatur und zufälligen Einflüssen bei der Herstellung (Bauteiltoleranzen). Für Messgeräte die nur den L- und den H-Pegel verwenden (z. B. Logikanalysatoren) wird eine Schwellenspannung (Threshold voltage, U_{th}) von 1,5 V verwendet.

Eine Übersicht der Spannungswerte für verschiedene Logikrealisierungen (Logik-Familien) zeigt Bild 9.7. Die CMOS-Realisierungen haben üblicherweise eine Schwellenspannung von der halben Versorgungsspannung. Dadurch waren diese bei einer +5 V-Versorgungsspannung nicht kompatibel zu den TTL-Logik-Familien. Eine verbindende Logik-Familie, die CMOS-Ausgangsverhalten bei TTL-Eingangswerten aufweist ist die HCT-Familie. In den letzten Jahren wurden auf CMOS basierende Logikschaltkreise entwickelt, die eine geringere Versorgungsspannung benötigen, hierunter die 3,3 V- und die 2,5 V-Varianten, die aufgrund ihrer Logikpegel direkt mit den TTL-Pegel verwendenden Schaltkreisfamilien kombiniert werden können. Komplexe Schaltkreise verwenden für die interne Verarbeitung niedrigere Spannungen, die über Ein- und Ausgangstreiber auf die externen TTL-Spannungspegel bzw. TTL-LV (TTL-Low-Voltage) Spannungspegel angepasst werden.

**Bild 9.7** Spannungsbereiche verschiedener Logik-Familien

9.3.2 Strombereiche

Ein weiterer Gesichtspunkt ist die Strombelastbarkeit der Ausgänge. Hierbei werden zunächst elektrisch lange Leitungen und Probleme durch steile Flanken nicht betrachtet.

Tabelle 9.2 zeigt eine kleine Aufstellung von Logikschaltkreisen mit deren Versorgungsspannung und Ausgangsstromen, bei denen der Logikpegel für H und L noch eingehalten wird. Die

Tabelle 9.2 Versorgungsspannung

Baureihe	Baustein	Versorgungs spannung U_V	I_{OHmax} / I_{OLmax}	I_{IHmax} / I_{ILmax}
CMOS	HCF 4011	3,0 ... 15 V	-0,36 mA / 0,36 mA	$\pm 10^{-5}$ μ A
HC	74 HC 00	2,0 ... 6,0 V	-4 mA / +4 mA	± 1 μ A
HCT	74 HCT 00	4,5 ... 5,5 V	-4 mA / +4 mA	± 1 μ A
ALS	74 ALS 00	4,5 ... 5,5 V	-2 mA / +20 mA	20 μ A / -0,5 mA
LS	74 LS 00	4,75 ... 5,25 V	-0,4 mA / 8 mA	20 μ A / -0,4 mA

Schaltkreise der 4000er-Serie (z. B. HCF 4011) eignen sich für sehr stromsparende Anwendungen und unstabilisierte Versorgungsspannungen. Die Ausgangsströme sind mit 0,36 mA sehr gering und jegliche Ansteuerung von LEDs oder Relais bedarf einer zusätzlichen Verstärkung. Die nachfolgend aufgeführten Schaltungen eignen sich für einen Testaufbau. Die Schaltkreise können untereinander gemischt werden, ausgenommen TTL-Gatter vor HC-Bausteinen. Hier passt der H-Pegel nicht zueinander (s. Bild 9.7) und es bedarf zusätzlicher Maßnahmen. Bei gemischem Aufbau ist zu berücksichtigen, dass die statischen Strombelastungen für beide Logikpegel eingehalten werden. Am einfachsten ist es, das Mischen von Schaltkreisfamilien zu vermeiden. Innerhalb einer Schaltkreisfamilie können normalerweise mindestens 10 Eingänge von einem Ausgang angesteuert werden. Bei höheren Lasten sind Bausteine mit entsprechenden höheren Treiberleistungen zu verwenden.

Um Logikwerte anzuzeigen sind 0-aktive Signale sehr beliebt. Dies beruht auf den TTL-Schaltkreisen, die den L-Pegel deutlich kräftiger und mit geringerer Spannungsschwankung ausgeben können als den H-Pegel. Dies wird in Bild 9.8 dargestellt. In der linken Realisierung garantiert der Hersteller einen Spannungswert am Ausgang von maximal 0,4 V innerhalb der zulässigen Belastung (20 mA bei ALS-Bausteinen). Die Spannung über der Diode mit dem strombegrenzenden Widerstand beträgt im aktiven Zustand ca. 4,6 V bis 5,0 V. In der rechten Realisierung garantiert der Hersteller einen Spannungswert von mindestens 2,4 V innerhalb der zulässigen Strombelastung (2 mA bei ALS-Bausteinen). Die Spannung über der Diode mit dem strombegrenzenden Widerstand beträgt im aktiven Zustand ca. 2,4 V bis 4,0 V (höhere Spannungen sind aufgrund der internen Struktur der TTL-Gatter nicht nutzbar). Das Verhalten ist damit schlechter reproduzierbar (Bauteiltoleranzen etc. wirken sich stärker aus). Allein aufgrund des höheren Stromes sind bei TTL-Schaltkreisen 0-aktive Signale vorzuziehen.

Reicht die Strombelastbarkeit des Logikausgangs nicht aus, so ist eine zusätzliche Verstärkung notwendig. Dies könnten zusätzliche Treiberschaltungen sein oder eine mit diskreten Bau-

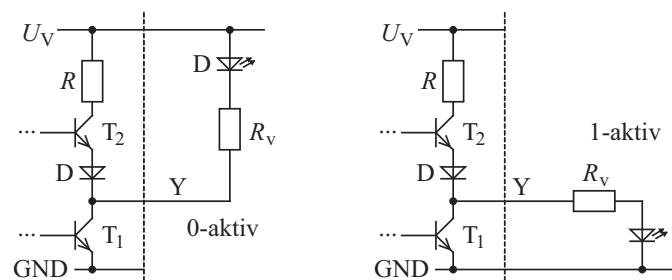


Bild 9.8 Belastung der Ausgangssignale bei 0-aktiven und 1-aktiven Ausgängen

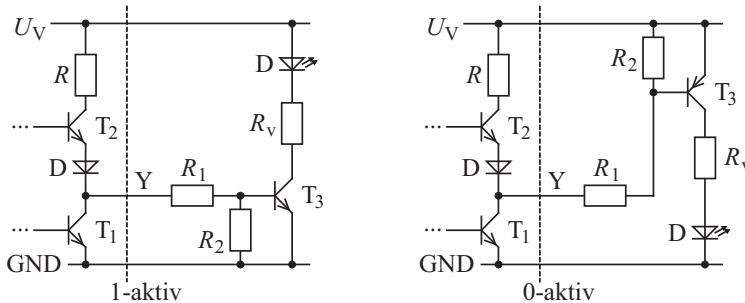


Bild 9.9 Ausgang mit separat aufgebautem invertierenden Verstärker

teilen aufgebaute Transistorschaltung. Bild 9.9 zeigt zwei Möglichkeiten einer klassischen Verstärkerstufe. Bei beiden Realisierungen wird das Logiksignal für den aktiven Zustand negiert.

9.3.3 Geschwindigkeitsbereiche

Die höchste bekannte Geschwindigkeit ist die Lichtgeschwindigkeit c . Elektromagnetische Signale können sich maximal mit dieser Geschwindigkeit ausbreiten. Auf Kabeln mit einer umgebenden Isolierung etc. beträgt die Ausbreitungsgeschwindigkeit ca. 2/3 der Lichtgeschwindigkeit. Zur Abschätzung der Signallaufzeiten auf Verbindungsleitungen kann somit eine Geschwindigkeit von 20 cm/ns angesetzt werden.

Wenn ein Ausgang eines Logikelementes (z. B. Gatter-Ausgang) seinen Ausgangszustand von L nach H wechselt oder umgekehrt, so ist die Geschwindigkeit dieses Signalwechsels entscheidend. Bild 9.10 zeigt die Verzögerungszeiten (der Signalwechsel am Ausgang ist für die Bezeichnung entscheidend) und die Signalwechselzeiten für einen L-H-Wechsel t_r und den H-L-Wechsel t_f (10% bis 90% des Signalwechselwertes).

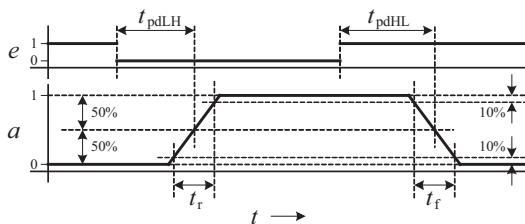


Bild 9.10 Darstellung der Verzögerungszeiten t_{pdLH} und t_{pdHL} sowie der Anstiegszeit t_r und Abfallzeit t_f eines Inverters

Die Änderung des Ausgangssignals muss über das angeschlossene Kabel übertragen werden. Auf dem Kabel finden Ausgleichsvorgänge statt. Ist das Kabel kurz genug, so sind die Ausgleichsvorgänge auf dem Kabel gegenüber der Signaländerung am Ausgang des Logikelementes vernachlässigbar. Ist jedoch die Signaländerung schneller als die Signalübertragung auf der Leitung, so sind diese Zeitverzögerungen zu berücksichtigen. Es finden Ausgleichsvorgänge statt, die sich durch Ausgangswiderstand des Senders, Wellenwiderstand der Leitung, Eingangswiderstand des Empfängers und Laufzeit der Leitungsübertragung ergeben. Zur Bestimmung dieser Ausgleichsvorgänge gibt es verschiedene Verfahren. Eine einfache klassische Methode ist das Bergeron-Verfahren (ein grafisches Verfahren unter Verwendung der nichtlinearen Ein- und Ausgangskennlinien bei einer homogenen Leitungsverbindung). Um

Baureihe	Impulsflanke
74 AC	1,3 ns
74 AS	1,8 ns
74 S	2,5 ns
74	5 ns
74 ALS	5 ns
74 LS	6 ns
74 HC	6 ns
74 H	7 ns
74 L	15 ns
CD4000B	60 ns

Tabelle 9.3 Richtwerte der Signalwechselzeiten (Impulsflanke)

dieser Problematik (und einigen anderen) aus dem Weg zu gehen, sollten nicht zu schnelle Logikschaltungen eingesetzt werden. Ist die Laufzeit τ auf der Leitung kleiner als die halbe Anstiegs- (t_r) bzw. Abfallzeit (t_f) des Logikausgangs, so kann die Leitung als elektrisch kurz angesehen werden. Die Belastung des Logikausgangs mit einer nicht räumlich ausgedehnten Ersatzkapazität ist für die Verhaltensbeschreibung geeignet. Die Ersatzkapazität ist der Kapazitätswert der räumlich ausgedehnten Leitung. Ist τ größer als t_r bzw. t_f , so ist es eine elektrisch lange Leitung und dies erfordert eine Betrachtung unter Berücksichtigung der räumlich ausgedehnten Struktur. Tabelle 9.3 gibt als Orientierung die Signalwechselzeiten für einige Schaltkreisfamilien an. Diese Werte unterliegen starken Exemplarstreuungen und können nur als Richtwerte verwendet werden.

Zur Bestimmung der kritischen Leitungslängen l_{\max} gibt es verschiedene Ansätze, die näherungsweise die gleichen Ergebnisse liefern. Aufgrund der Toleranzen (Verhalten des Signalausgangs und Materialspektrum der Leitungsisolierung) dürfte eine Näherung ausreichen.

Die kritischen Leitungslängen, bei denen Signalstörungen auftreten können, liegen mit einem angenommenen relativen Dielektrizitätswert der umgebenden Isolierung von $\epsilon_r \approx 4$ zwischen 5 cm und 7,5 cm je ns Signalwechselzeit (rise bzw. fall time).

$$l_{\max} = \frac{5 \text{ cm}}{\text{ns}} \cdot t_r \quad \text{bzw.} \quad l_{\max} = \frac{5 \text{ cm}}{\text{ns}} \cdot t_f \quad (9.1)$$

Bei den relativ langsamen Baureihen mit $t_r = 6$ bis 12 ns beträgt die kritische Leitungslänge 30 bis 60 cm. Es ist empfehlenswert nur die (sehr) schnellen Bausteine zu verwenden, wenn dies für die Anwendung erforderlich ist. Für deren Einsatz ergeben sich weitere zu berücksichtigende Randbedingungen wie z. B. Leitungsführung für Signale und Versorgungsspannungen, auf die hier nicht näher eingegangen wird.

Die verwendeten Minimierungsverfahren wurden eingesetzt, um die kürzeste Gleichung zu ermitteln. Dies bedeutet eine Gleichung zu ermitteln, die mit möglichst wenigen Logikelementen mit möglichst wenigen Eingangsanschlüssen auskommt, um die gestellte Aufgabe zu lösen. Durch Laufzeiten, oder genauer gesagt durch die Reaktionszeiten t_{pd} der Gatter, entstehen kurzzeitige Störungen, sodass das erzeugte Ausgangssignal eventuell Probleme bereitet, wenn es zum Beispiel als Taktsignal verwendet wird. Bild 9.11 zeigt die Minimierung mit dem KV-Diagramm.

Mit den Termen ac und $b\bar{c}$ sind alle mit 1 besetzten Felder abgedeckt und das Ergebnis lautet:

$$y = ac \vee b\bar{c} \quad (9.2)$$

y	\bar{a}	a	\bar{a}
\bar{c}			
c			

\bar{b}		b
-----------	--	-----

Bild 9.11 KV-Diagramm (Beispiel zur Laufzeitproblematik)

Bild 9.12 zeigt das Impuls-Zeit-Diagramm eines diskreten Aufbaus, bei dem jede Logikverknüpfung und der Inverter eine Reaktionszeit von t_{pd} aufweisen. Das Ausgangssignal müsste bei den eingezeichneten Signalen von a , b und c einen konstanten Wert von $y = 1$ ausgeben. Aufgrund der Verzögerung des Inverters zur Erzeugung des Signals \bar{c} ist dieses gegenüber dem Signal c um diese Reaktionszeit verzögert. Die Zwischengröße ac reagiert auf das Signal c und wird ebenfalls um ein t_{pd} verzögert ausgegeben. Die Zwischengröße $b\bar{c}$ reagiert auf das Signal \bar{c} und wird um ein weiteres t_{pd} verzögert. Hierdurch entsteht eine zeitliche Lücke zwischen den Eingangssignalen der ODER-Verknüpfung und dieses führt zu einem kurzen 0-Impuls, der wiederum um ein t_{pd} verzögert wird, bei einem Signalübergang von ac nach $b\bar{c}$ mit der Reaktionszeit des Inverters.

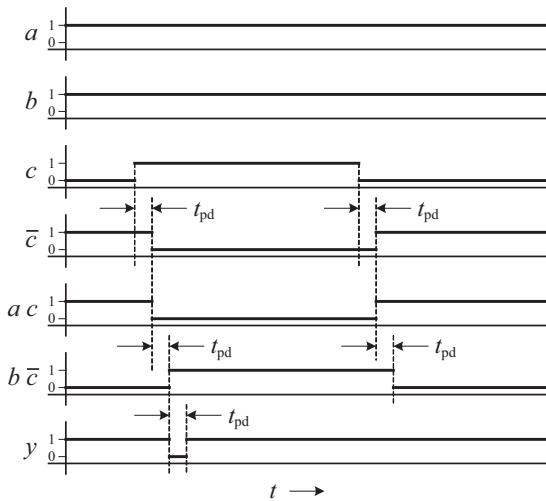


Bild 9.12 Impuls-Zeit-Diagramm (Beispiel zur Laufzeitproblematik)

Der kurze Impuls, der auch als Spike bezeichnet wird, kann bei kritischen Signalen einen Glitch (kurzzeitige fehlerbehaftete Bitdarstellung) und hierüber einen Hazzard (Fehlfunktion) hervorrufen. Um dies zu vermeiden, ist die Gleichung in diesem Fall um den Term ab zu erweitern. Bild 9.13 zeigt das zugehörige KV-Diagramm und Gleichung 9.3 die erweiterte Gleichung. Hierdurch wird über die ODER-Funktion das Ausgangssignal bei dem Signalwechsel, wie er in Bild 9.12 dargestellt ist, auf 1 gehalten und der Spike vermieden.

$$y = ac \vee b\bar{c} \vee ab \quad (9.3)$$

y	\bar{a}	a	\bar{a}
\bar{c}			
c			

\bar{b}		b
-----------	--	-----

Bild 9.13 Erweitertes KV-Diagramm (Beispiel zur Laufzeitproblematik)

In internen Logikverknüpfungen steht das Eingangssignal nach dem Eingangsverstärker in nicht negierter und negierter Form zur Verfügung. Die Zeitdifferenz ist vergleichsweise klein im Vergleich zu dem Inverter, da diese hauptsächlich durch Ein- und Ausgangsverstärker entstehen. Ist der Spike kleiner als die halbe Reaktionszeit nachfolgender Logikverknüpfungen, so können diese nicht darauf reagieren und er verschwindet aufgrund der Trägheit der Logikelemente.

9.3.4 Gehäuse

Die für den Schaltungsaufbau benötigten Komponenten sind in standardisierten Gehäusen untergebracht. Für Versuchszwecke, besonders wenn man sich mit diesem Gebiet vertraut machen möchte, eignen sich die klassischen **Through Hole Components** (für die Durchsteckmontage, **Through Hole Technology**, THT). Die Anschlüsse werden durch Löcher in der Platine gesteckt und auf der gegenüberliegenden Seite (Rückseite) verlötet. Für einen Testaufbau stehen z. B. Steckbretter ((Solderless-)Breadboards) und Lochrasterplatten zur Verfügung. Hier können die Logikschaltungen, erweitert mit analogen Bauelementen zur Spannungsstabilisierung etc., aufgebaut und getestet werden. Zu den Through Hole Components gehören u. a.:

Gehäuse mit bedrahteten Komponenten: Widerstände (Widerstandskennfarben, Anschlüsse beliebig), Dioden (Ringmarkierung auf der Kathodenseite), Kondensatoren (radial (bei gepolten Komponenten Minuspol am Gehäuse markiert und positiver Anschluss ist etwas länger), axial (am Gehäuse markiert)).

TO-Gehäuse: Klassisches Gehäuse für Einzeltransistoren. Normalerweise drei Anschlüsse an der Unterseite eines runden Metallgehäuses (kurzer Zylinder) bzw. in etwas kantiger Form in den Plastikvarianten. Für analoge Komponenten auch mit mehreren, im Kreis angeordneten Anschläßen (Metallgehäuse).

SIP-Gehäuse: Anschlüsse befinden sich in einer Reihe auf einer Seite des flachen Gehäuses. Häufig bei Widerstandsarrays zu finden (vorgefertigte Standard-Widerstandsnetzwerke). Normalerweise beträgt der Pin-Abstand 2,54 mm (1/10 Zoll).

Dual In-Line (DIL) bzw Dual In-Line Package (DIP): Klassisches Standardgehäuse für Integrierte Schaltungen (s. Bild 9.14). Der Pin-Abstand beträgt 2,54 mm (1/10 Zoll). Ideale Bauform für Versuche am Steckbrett (Breadboard). In Testaufbauten werden sie häufig über Sockel (eingelöteter Steckanschluss) kontaktiert.

Pin-Grid-Array (PGA): Auf der Unterseite des keramischen Gehäuses sind mehrere Reihen von Anschlusspins vorhanden. Häufig verwendet für steckbare kundenspezifische Schaltungen und Mikrorechner (Central Processing Unit, CPU).

In der automatisierten Fertigung sind diese Gehäuseformen nur noch sehr selten zu finden. Die Through Hole Components sind reduziert auf mechanisch beanspruchte Steckanschlüsse. Die Schaltung wird mit oberflächenmontierten Bauelementen (**Surface-Mounted Devices**, SMD) realisiert. Sie bieten aufgrund der kleinen Bauformen und der Platzierung auf Ober- und Unterseite der Baugruppe (beide Seiten der Platine können problemlos verwendet werden) eine höhere Packungsdichte. Dadurch können die Schaltungen auf einer kleineren Fläche realisiert werden. Der Aufwand bei einer automatisierten Fertigung ist inzwischen geringer (größere Stückzahl vorausgesetzt). Eine manuelle Fertigung von Prototypen für einen Testaufbau

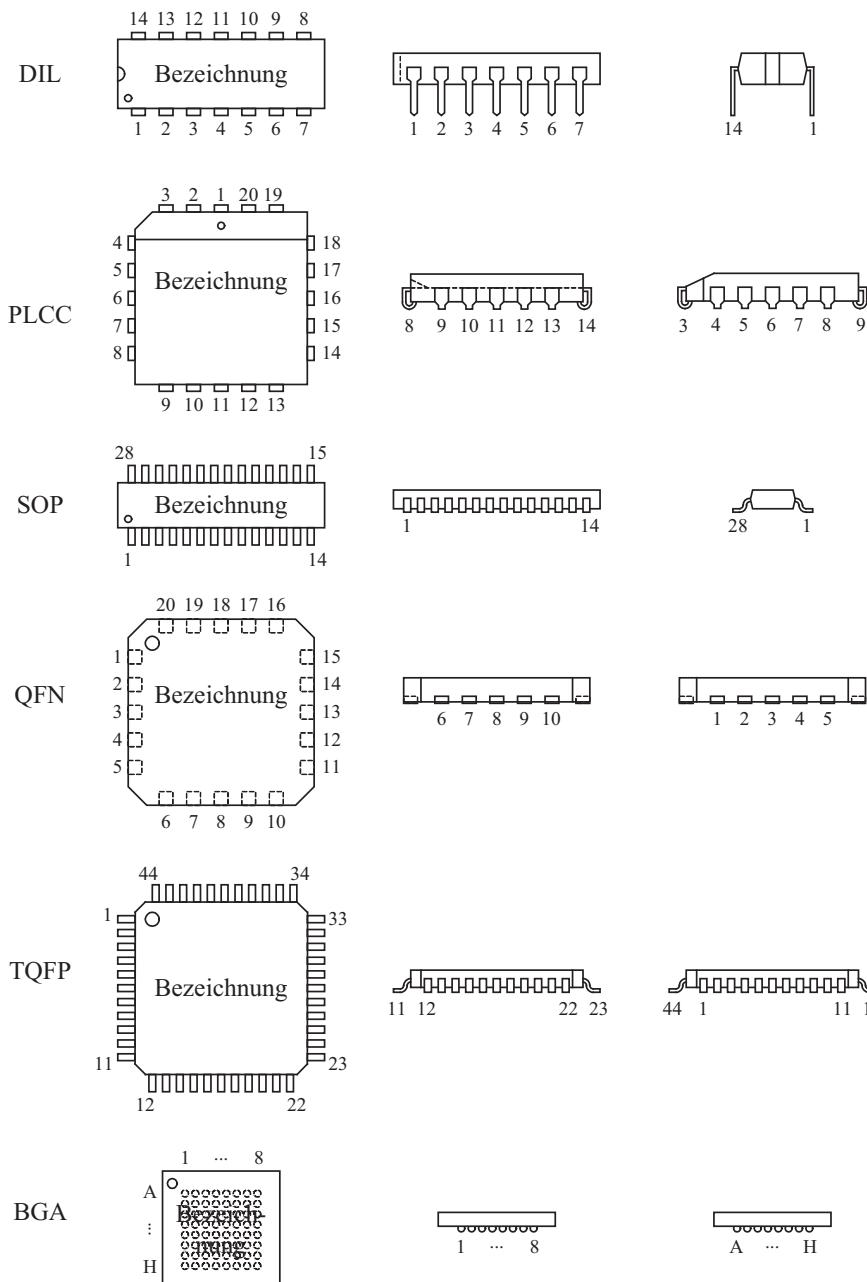


Bild 9.14 Beispiele einiger Gehäusevarianten (Packages)

ist bei vielen Gehäuseformen nicht mehr möglich. Für Testzwecke mit realen Komponenten stehen Adapterplatten zur Verfügung. Hierdurch entstehen jedoch längere Verbindungsleitungen etc., sodass z. B. ein Test mit einer geplanten hohen Taktrate nicht durchführbar ist. Die Testphase wird inzwischen durch die Verwendung von Simulationsprogrammen ersetzt.

Hierbei werden neben dem eigentlichen Verhalten der Bauelemente auch die analogen Eigenschaften der Verdrahtung (Leiterbahnen auf der Leiterplatte) mit einbezogen. Die Simulation vereinfacht erheblich die Überprüfung verschiedener Realisierungen (Struktur, Leiterbahnführung und Bauteilauswahl) aufgrund des nicht mehr benötigten Aufbaus von Prototypen (Testaufbau) mit den zu überprüfenden Variationen. Aufgrund des mehrlagigen Aufbaus der Leiterplatten wäre ein Prototyp eine sehr kostenintensive Fertigung von Kleinstserien (oder Einzelfertigungen). Zu den Surface-Mounted Devices gehören u. a. folgende Gehäuseformen (eine Auswahl wird in Bild 9.14 als Übersicht dargestellt):

Small-Outline Integrated Circuit (SOIC): Es ist die verkleinerte Variante der DIL-Gehäuse. In einem flachen rechteckförmigen Gehäuse sind die Anschlüsse auf zwei Seiten herausgeführt und S-förmig auf die Ebene der Unterseite geführt (flügelartig). Der Abstand zwischen den Anschläßen beträgt 1,27 mm (1/20 Zoll). Die verkleinerte Variante ist das **Shrink Small-Outline Package** (SSOP) mit einem Abstand zwischen den Anschläßen von 0,635 mm (1/40 Zoll). Es existiert noch die Mini- bzw. Mikro-Variante (mini-SOIC oder micro-SOIC) mit einem Abstand zwischen den Anschläßen von 0,5 mm.

Small-Outline J-leaded Package (SOJ): Entspricht dem SOIC-Aufbau mit J-förmigen Anschläßen (in der Seitenansicht), die bis unter die Unterseite des Bauelementes gehen.

Plastic-Leaded-Chip-Carrier (PLCC) oder **Quad-Flat-J-Lead-Chipcarrier** (QFJ): An vier Seiten herausgeführte Pins, die in etwas kantiger Form bis auf die Unterseite des Bausteins führen. Seitlich betrachtet hat der Anschluss die Form des Buchstabens J (der untere Bogen greift unter das Gehäuse). Der Abstand der Pins (Pitch) ist für den Baustein fest und beträgt 1,27 mm (1/20 Zoll). Diese Gehäuse können über Sockel kontaktiert werden. Eine direkte Lötverbindung mit der Leiterplatte ist über die Anschlusssegmente auf der Unterseite des Gehäuses möglich.

Quad Flat No Leads Package (QFN): Auch als **Micro Lead Frame** (MLF) oder **Micro Lead Package** (MLP) bezeichnet. Ähnlich dem PLCC-Gehäuse, bei dem die Anschlüsse jedoch mechanisch in dem Gehäuse liegen und nicht nach außen herausragen. Kleinere Bauform und enger liegende Anschlüsse (0,4 mm bis 1 mm) für höhere Packungsdichten.

Flatpack: Häufig an 4 Seiten (**Quad Flat Pack**, QFP) herausgeführte Pins. Die Anschlüsse sind S-förmig auf die Ebene der Gehäuseunterseite geführt und zeigen kammartig nach außen. Der Abstand der Pins (Pitch) ist für den Baustein fest und kann zwischen 0,4 mm und 1 mm betragen.

Grid-Array: SMD-Variante des Pin-Grid-Array. Die Land-Grid-Variante (**Land-Grid-Array**, LGA) stellt ein Array an Kontaktflächen zur Verfügung (anstelle der Pins bei dem Pin-Grid-Array, PGA). Bei dem **Ball-Grid-Array** (BGA) sind es Lötperlen (Vorbereitung für den Lötprozess bei mehrlagigen Leiterplatten).

■ 9.4 Spezielle Ausgänge

Der Signalzustand einer Leitung (eines Schaltungsknotens) darf nur von einer Signalquelle bestimmt werden. Wäre das nicht der Fall und würden die Signalquellen unterschiedliche Signalzustände erzwingen wollen, so würde ein sehr hoher Strom fließen und die Bauelemente

könnten zerstört werden. Es gibt jedoch zwei gebräuchliche Varianten von Ausgangsschaltungen, bei denen die Ausgänge parallel geschaltet werden. Es sind diese Ausgänge mit Tri-State-Verhalten, bei denen eine Steuerung vorgibt, welcher Ausgang den Signalpegel bestimmt, und die Open-Kollektor- bzw. Open-Drain-Ausgänge, die ohne zusätzliche Steuerung auskommen.

9.4.1 Tri-State-Ausgang

Tri-State-Ausgänge werden bei Mikrorechnern eingesetzt. Zum einen gibt es auf den Datenleitungen zwischen Mikrorechner (Central Processing Unit, CPU) und Speicher unterschiedliche Datenflussrichtungen (Schreib- und Lesezyklus) und zum anderen muss der Speicherbereich in einfacher Form erweiterbar sein (hinzufügen weiterer Speicherbausteine). Dieses ist möglich, wenn die beteiligten Komponenten an dem gleichen Schaltungsknoten angeschlossen sind und eindeutig festgelegt ist, welcher Baustein bzw. welcher Ausgang den Logikpegel auf diesen Schaltungsknoten vorgibt. Um logische Widersprüche zu vermeiden, darf zu einem Zeitpunkt immer nur ein Ausgang aktiv sein, also als Ausgang fungieren. Bei allen anderen darf der Ausgang den Signalpegel nicht bestimmen, sie sind also elektrisch abzutrennen.

Bild 9.15 zeigt auf der linken Seite einen TTL-Ausgang mit einem separaten Freigabe-Eingang (Enable-Eingang). Im normalen Betrieb ist immer einer der beiden Transistoren im Ausgangszweig niederohmig und der andere hochohmig, sodass entweder aktiv ein L-Pegel (T_1 ist niederohmig) oder ein H-Pegel (T_2 ist niederohmig) erzwungen wird. Wird dieser Ausgang abgeschaltet, so darf keiner der Transistoren niederohmig sein. Damit wird der Anschluss insgesamt hochohmig und gibt damit den Logikpegel nicht mehr vor. Bild 9.15 zeigt auf der rechten Seite die Schaltung mit Relaiskontakteen. Ist der Ausgang aktiviert (enabled), so sind die mittleren Relaiskontakte geschlossen und der durch die äußeren Schaltkontakte erzwungene Logikpegel (nur einer der beiden Kontakte ist geschlossen) gibt den Logikpegel am Ausgang Y vor. Ist der Ausgang inaktiv (disabled), so sind die beiden mittleren Kontakte geöffnet und der Schaltzustand der äußeren Kontakte hat keinen Einfluss auf den Signalpegel am inaktiven Ausgangsanschluss Y. Die Reihenschaltung der beiden Relaiskontakte wird durch eine interne Logikverknüpfung realisiert und der untere Zweig entspricht dem Transistor T_1 und der obere Zweig dem Transistor T_2 . Beide Transistoren dürfen nicht niederohmig sein, weil damit die Spannungsquelle belastet wird und durch die entstehende Erwärmung die Ausgangsschaltung unzulässige Temperaturen erreicht und zerstört werden kann. Tabelle 9.4 zeigt alle Kombinationen für die Ausgangstransistoren.

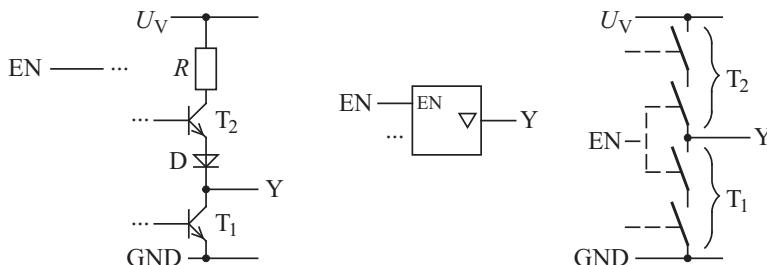


Bild 9.15 Tri-State-Realisierung

en	Verknüpfung	y	Bemerkung
0	0	Z	inaktiv (hochohmig)
0	1	Z	inaktiv (hochohmig)
1	0	0	aktiv 0 (niederohmig nach GND)
1	1	1	aktiv 1 (niederohmig nach U_V)

Tabelle 9.4 Steuerung Tri-State-Ausgang

Üblicherweise wird das Enable-Signal in der 0-aktiven Form verwendet. Bei dem Signalpegel von $\overline{en} = L$ ist der Ausgang aktiv und bei einem Signalpegel von $\overline{en} = H$ ist dieser hochohmig geschaltet und somit elektrisch nicht vorhanden (Eigenschaften der Leitung vernachlässigt). Ausgangssignale sind z. B. die Datenleitungen, über die die Daten zwischen CPU und Speicher ausgetauscht werden. Datenleitungen sind 8, 16 oder 32 parallel ausgeführte Schaltungsknoten (Busbreite von 8, 16 oder 32 Bit). Diese Leitungen gehen an alle beteiligten Komponenten (BUS-Leitung, Verbindung zwischen mehreren Teilnehmern) wie CPU, Programmspeicher (Read Only Memory, ROM) und Datenspeicher (Random Access Memory, RAM), die jeweils aus mehreren Speicherbausteinen bestehen können. Es gibt eine Steuerung, über die die CPU vorgibt, welcher Teilnehmer den Logikpegel auf den Datenleitungen bestimmt. Für den Schreibvorgang ist dies die CPU und alle anderen haben inaktiv geschaltete Ausgänge. Bei dem Lesevorgang sind die CPU-Datenanschlüsse Eingänge und der Ausgang des ausgewählten Speicherbausteins ist aktiv geschaltet und gibt den Logikpegel auf den Datenleitungen vor. Die Auswahl des aktiven Bausteins erfolgt über die von der CPU spezifizierten Adresse (z. B. über 16 Adressleitungen). Für ein Beispiel sollen Bausteine mit 4096 Speicherstellen (mit je 8 Daten-Bits) verwendet werden. Für die interne Verarbeitung werden 12 Adressleitungen ($2^{12} = 4096$) verwendet, die direkt an den Speicherbausteinen anliegen. Die restlichen 4 Adressleitungen dienen zur Auswahl des Speicherbausteins. Ist z. B. der Speicherbereich vollständig belegt, sind $2^4 = 16$ Speicherbausteine parallel vorhanden und mit den gleichen Adressleitungen (Adresseitung A_0 bis A_{11}) und Datenleitungen (z. B. alle 8 Datenleitungen, D_0 bis D_7) verbunden. Die restlichen Adressleitungen (A_{12} bis A_{15}) gehen auf einen Adressdecoder (z. B. zwei Bausteine des Typs 74 138 entsprechend Bild 5.14) und erzeugen einen 0-aktiven 1-aus-16-Code. Diese 16 Leitungen steuern die 16 Speicherbausteine. Der hierüber ausgewählte Baustein gibt mit dem Lesesignal $\overline{rd} = L$ den Inhalt seiner über Adressleitungen A_0 bis A_{11} ausgewählten Speicherstelle an seinen Ausgängen über die Datenleitungen D_0 bis D_7 an die CPU weiter.

Das Prinzip wird in einem kleinen Beispiel in Bild 9.16 dargestellt. A_1 und A_2 stellen die Adressleitungen dar, die für die Bausteinwahl verwendet werden. Der Dateneingang des als Adressdecoders geschalteten Demultiplexers ist auf Masse gelegt (es könnte auch ein Steu-

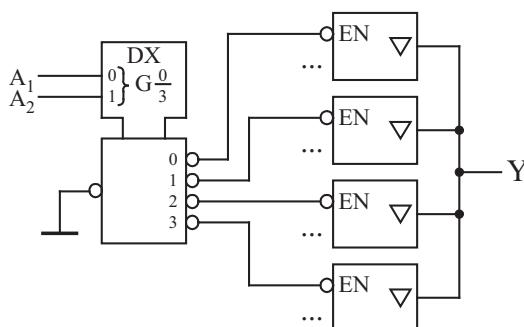


Bild 9.16 Tri-State-Anwendung

ersignal wie \overline{rd} (0-aktives Lesesignal) oder \overline{wr} (0-aktives Schreibsignal) verteilt werden). Die Ausgänge des Adressdecoders geben einen 0-aktiven 1-aus-4-Code aus (Umcodierung der Eingangssignale a_1 und a_2). Der ausgegebene L-Pegel gibt einen Ausgang von den vier Bausteinen frei und dieser bestimmt den am Schaltungsknoten Y vorhandenen Logikpegel (die Ausgänge der drei nicht freigegebenen Bausteine sind hochohmig (Z-Zustand) und haben keinen Einfluss auf diesen Logikpegel).

9.4.2 Open-Kollektor-Ausgang

Die zweite gebräuchliche Variante für parallel geschaltete Ausgänge sind Open-Collector- (OC) bzw. Open-Drain-Ausgänge (OD). Diese Ausgänge sind schaltungsmäßig so weit reduziert, dass sie nur einen L-Pegel aktiv ausgeben können. Der Zweig für die aktive Ausgabe eines H-Pegels fehlt. Bild 9.17 zeigt auf der linken Seite einen TTL-Ausgang, bei dem der nicht vorhandene Schaltungsteil durchgestrichen ist. Die Funktion beeinflusst nicht die Ausgabe von 0-aktiven Signalen wie sie in der Schaltung zur Ansteuerung von LED verwendet werden können (rechte Seite in Bild 9.17).

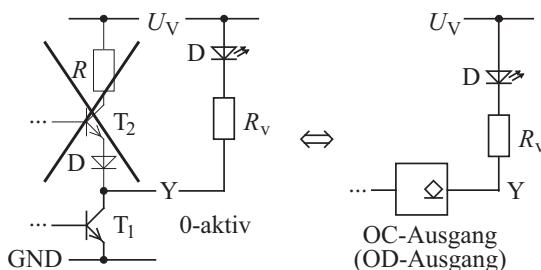


Bild 9.17 Open-Kollektor- (OC) bzw. Open-Drain-Struktur (OD)

Verwendet man nur den Widerstand, so haben wir den klassischen Ausgang der DTL-Schaltung (s. Bild 9.3). Vorteil dieser Schaltung ist, dass mehrere Transistoren für den L-Pegel parallel geschaltet werden können. Sind alle Transistoren hochohmig, so wird der Logikpegel durch den Widerstand auf H-Pegel gehalten. Aufgrund seiner Funktion, dass im passiven Zustand ein H-Pegel vorliegt, heißt dieser Widerstand auch Pull-Up-Widerstand. Ist ein Transistor (oder sind mehrere) leitend, erzwingt dieser (oder erzwingen diese) einen L-Pegel an Anschluss Y. Der Stromfluss wird durch Widerstand R begrenzt. Die OC-Ausgänge können in verschiedenen Geräten eingebaut sein und der Widerstand R dem Eingang zugeordnet werden. Hiermit ist z. B. ein Quittungssignal der Geräte möglich. Erst wenn alle einen H-Pegel ausgeben würden (also keiner einen L-Pegel erzwingt), dann wird der H-Pegel über den Widerstand R erzeugt und der angeschlossene Eingang registriert dies Summensignal. Es entspricht einer UND-Verknüpfung. Die Schaltung heißt deswegen auch Wired-AND (verdrahtetes UND). Bild 9.18 zeigt den Aufbau mit angedeuteten verschiedenen Geräten. Diese Schaltung wird als Quittungssignal (Handshake-Signal) oder zur Synchronisation von Takt- und Datensignalen (z. B. beim I²C- oder CAN-Bus) verwendet. Auf die Bus-Systeme wird hier nicht weiter eingegangen.

Der OC- oder OD-Ausgang kann auch als Leistungsausgang verwendet werden. Häufig können diese Ausgänge einen höheren Strom treiben als die vergleichbaren Logikausgänge. Eine direkte Ansteuerung von Relais ist bei entsprechenden Stromwerten möglich. Die verwendbare Spannung für das Relais richtet sich nach der maximal zulässigen Spannung U_{CEmax} des

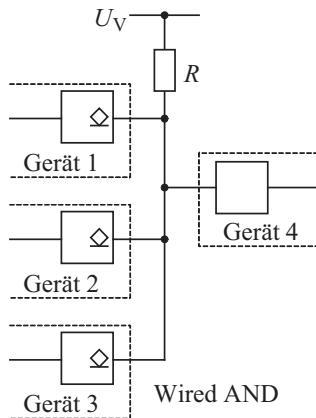


Bild 9.18 Wired-UND-Verknüpfung mit Open-Kollektor- (OC) Ausgangsanschlüssen

verbliebenen Transistors T_1 (s. Bild 9.19). Aufgrund der höheren Spannung sind auch höhere Leistungen schaltbar. Um die Spannung nicht zu überschreiten, sind für den Ausschaltvorgang (die in der Induktivität der Relaisspule gespeicherte Energie entlädt sich bei einer Unterbrechung des fließenden Stromes über die Anschlüsse und dies führt zu sehr hohen Spannungen) Schutzmaßnahmen notwendig. In Bild 9.19 ist es die parallel zum Relais geschaltete Diode. Im aktiven Zustand (L-Pegel an Y) ist sie in Sperrrichtung und ohne Funktion. Im Ausschaltmoment nimmt der Anschluss einen Spannungswert oberhalb der Versorgungsspannung an. Damit wird die Diode leitend und übernimmt den Strom der Relaisspule. Die Dioden-Durchlassspannung ist entgegen der normalen Betriebsspannung gepolt und dies führt zu einer Reduzierung des Stromflusses, bis das Relais schließlich ausschaltet. Um den Ausschaltvorgang zu beschleunigen, kann eine Gegenspannung innerhalb der zulässigen Spannung U_{CEmax} verwendet werden.

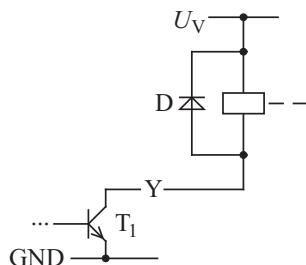


Bild 9.19 Open-Kollektor-Ausgänge für höhere Versorgungsspannungen (Relais mit Schutz-Diode)

■ 9.5 Spezielle Eingänge

Digitale Signale haben zwei Spannungsbereiche, die den Logikpegel L für LOW und den Logikpegel H für HIGH repräsentieren. Zwischen diesen beiden Bereichen liegt ein Spannungsbereich, der nicht verwendet und der bei einem Signalwechsel möglichst schnell durchlaufen werden soll. Für die Schaltungsrealisierung gibt es Maximalzeiten für den Signalwechsel.

Die eigentliche Umschaltung zwischen L und H erfolgt in dieser zu vermeidenden Zone. Der Grenzwert zwischen L und H zeigt eine geringe Abhängigkeit von z. B. der Versorgungsspannung, der Temperatur und den Fertigungstoleranzen. Der Hersteller garantiert eine fehlerfrei Funktion, wenn die vorgegebene maximal zulässige Zeit für den Übergang nicht überschritten wird. Kann diese Zeit nicht eingehalten werden, so ist hier ein Verstärker mit **Schmitt-Trigger-Eingang** zur Signalaufbereitung einzusetzen.

Der Schmitt-Trigger-Eingang verschiebt die Bewertungsschwelle, je nachdem, welchen Logikwert er eingelesen hat. Bei einem L-Pegel am Eingang ist die Schwelle für den H-Pegel um einige 100 mV höher als der normal verwendete Wert (der Wert unterliegt starken Streuungen, ca. 1,5 V bis 2,0 V bei TTL). Der Eingangswert muss somit einen höheren Wert überschreiten, als es normal der Fall wäre. Überschreitet er den oberen Grenzwert, so verschiebt sich hiermit der Grenzwert auf einen niedrigeren Wert (ca. 0,6 V bis 1,1 V bei TTL). Hiernach muss die Eingangsspannung den unteren Grenzwert unterschreiten, um wieder als L-Pegel verwendet zu werden. Mit dieser Methode können langsam ändernde Signale erfasst werden. Nach Erreichen der Schaltschwelle ändern sich Ausgangssignal und Schaltschwelle. Das Ausgangssignal erfüllt die Zeitkriterien für den digitalen Signalwechsel. Eine weitere Anwendung ist die Signalaufbereitung „verrauschter“ Signale (die Spannungswerte wurden z. B. während der Übertragung durch ungewollte Leitungskopplungen beeinflusst und die Einflüsse überschreiten den statischen Sicherheitsabstand zwischen Aus- und Eingangsspeigelbereichen (s. Bild 9.7)). Ein Beispiel zeigt Bild 9.20 für ein „gestörtes“ Eingangssignal und das hieraus erzeugte Ausgangssignal bei einem Verstärker. Die zwei Schaltschwellen zwischen L und H sowie die Hysterese (Differenz der Schaltschwellen) sind eingezzeichnet.

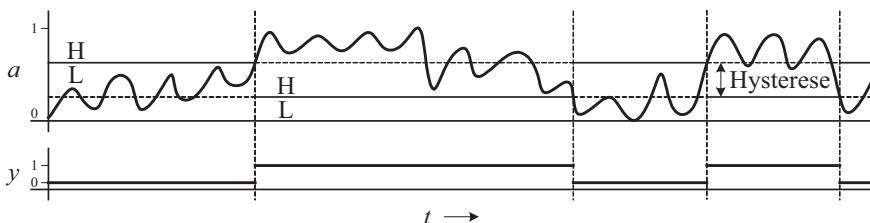


Bild 9.20 Verhalten von Schmitt-Trigger-Eingängen

Bild 9.21 zeigt links das Schaltsymbol eines Verstärkers mit dem Symbol für den Schmitt-Trigger-Eingang, welches die Übertragungsfunktion (Ausgangsspannung als Funktion der Eingangsspannung) andeutet. Eine einfache schaltungstechnische Nachbildung ist rechts daneben gezeigt. An dem Eingang eines Verstärkers liegt die über die zwei Widerstände erzeugte Eingangsspannung U_A der Schaltung an. Sind die Ströme etc. vernachlässigbar und beträgt das Widerstandsverhältnis $R_2/R_1 = 10$, so ergibt sich bei einer Schaltschwelle von 1,5 V und einer Ausgangsspannung von $U_Y = 0V$ eine obere Schaltschwelle von $U_{ASH} = 1,65V$ (bei dieser Eingangsspannung beträgt die Spannung am Eingang des Verstärkers 1,5 V). Bei diesem Spannungswert verlässt die Ausgangsspannung die 0 V. Durch Mittkopplung wird die Eingangsspannung des Verstärkers in den positiveren Bereich gezogen und im Idealfall beträgt

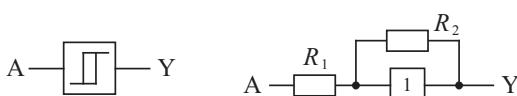


Bild 9.21 Symbol und schaltungstechnische Nachbildung eines Schmitt-Trigger-Einganges

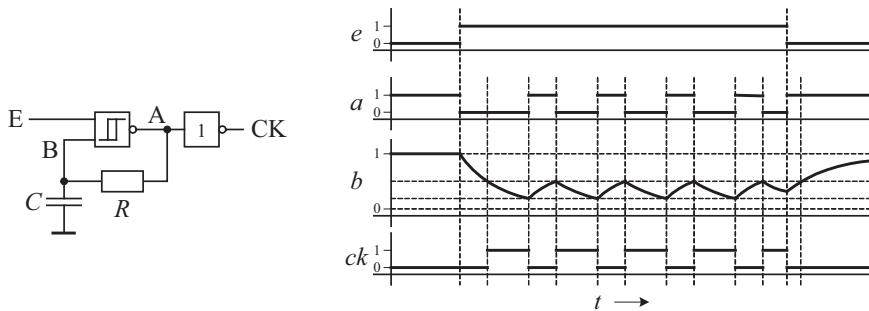


Bild 9.22 Taktgenerator mithilfe eines Schmitt-Trigger-Einganges

nach dem Umschaltvorgang die Eingangsspannung des Verstärkers 1,955 V (deutlich oberhalb der Schaltschwelle von 1,5 V). Nun muss die Eingangsspannung der Schaltung so weit reduziert werden, dass $U_{ASL} = 1,15$ V erreicht wird. Nun verlässt die Ausgangsspannung den Spannungswert $U_Y = 5$ V. Durch Mittkopplung schaltet der Ausgang und erreicht im Idealfall die Spannung $U_Y = 0$ V. Die Eingangsspannung des Verstärkers verändert sich dadurch auf 1,045 V (deutlich unterhalb der Schaltschwelle von 1,5 V). Nun beträgt die Schaltschwelle der Gesamtschaltung wieder $U_{ASH} = 1,65$ V. In realen Anwendungen sind bei einem diskreten Aufbau die Eingangsströme, die Stromabhängigkeit der Quelle (des treibenden Gatters) und der eigenen Ausgangsspannung (belastet durch das Widerstandsnetzwerk und weitere Eingänge etc.) zu berücksichtigen.

Mit diesem Eingangsverhalten können neben der Signalaufbereitung von langsamem und verrauschten Signalen auch andere Funktionen realisiert werden. Bild 9.22 zeigt einen einfachen **Taktgenerator**. Wird der Takt über Steuereingang E freigegeben, erfolgt über Widerstand R die Entladung des Kondensators C in Richtung des L-Pegels. Erreicht die Spannung des Kondensators die untere Schaltschwelle, so wechselt das Signal a seinen Logikwert und der Kondensator wird in Richtung des H-Pegels aufgeladen. Erreicht die Spannung die obere Schaltschwelle, so ändert das Ausgangssignal a wieder seinen Logikwert. Über die Rückführung des Signals a über Widerstand R auf den Kondensator C pendelt die Spannung des Kondensators bei freigegebenem Takt zwischen diesen beiden Schaltschwellen hin und her. Zur Signalverstärkung und zur Vermeidung von Rückkopplungen über den Ausgang der Schaltung wird das Signal a von dem zweiten Inverter (ohne Schmitt-Trigger-Eingang) entkoppelt und als Signal ck am Ausgang CK ausgegeben. Das Zeitverhalten der Signale ist in dem nebenstehenden Impuls-Zeit-Diagramm dargestellt.

Einen etwas anderen Aufbau eines einfachen Taktgenerators zeigt Bild 9.23. Die „Mitkopplung“ erfolgt hier über Kondensator C . Die verwendeten Logikelemente benötigen keinen eigenen Schmitt-Trigger-Eingang. Der Ausgang der Schaltung wird von dem Kondensator C und dem Widerstand R „belastet“. Zur Entkopplung (keine Beeinflussung der Takterzeugung über den Ausgang) könnte ein nachfolgender Verstärker oder ein parallel zum jetzigen Ausgang geschalteter Inverter verwendet werden.

Mit dem Schmitt-Trigger-Eingang lässt sich auch die Funktion eines **Monoflops** nachbilden. Bild 9.24 zeigt eine Schaltung. Im Ruhezustand hat das Ausgangs- und Eingangssignal L-Pegel. Der Eingang des Verstärkers mit Schmitt-Trigger-Eingang wird durch den Widerstand auf 0 V gehalten (C ist entladen). Eine ansteigende Flanke am Eingang E erzeugt einen Signalwechsel

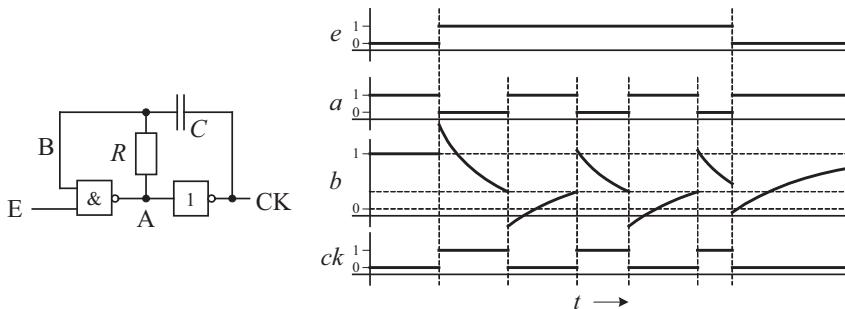


Bild 9.23 Einfacher Taktgenerator

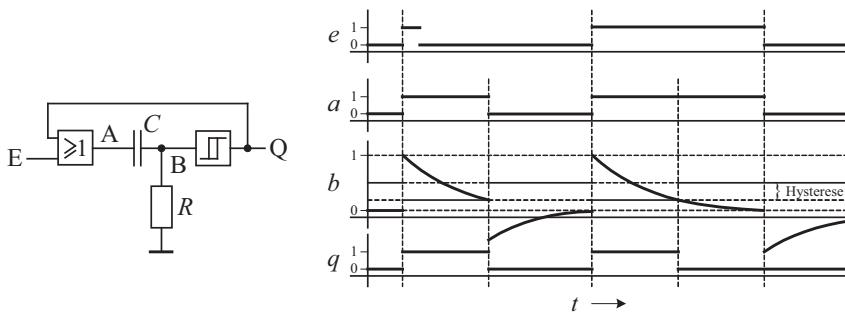


Bild 9.24 Nachbildung eines Monoflops

an Anschluss A, der über den Kondensator auf Anschluss B übertragen wird. Das Ausgangssignal ändert sich auf den H-Pegel. Diese Einstellung wird über die Rückführung gehalten (das Eingangssignal kann ohne Einfluss wieder den L-Pegel annehmen). Der Widerstand lädt den Kondensator (die Spannung von Knoten A nach B steigt), sodass die Spannung an Anschluss B gegen 0 V driftet. Wird nun die untere Schaltschwelle des Schmitt-Trigger-Eingangs erreicht, dann wechselt der Ausgang wieder auf L-Pegel. Mit $e = L$ wechselt das Signal an Anschluss A wieder auf den Ruhepegel und der Kondensator wird über Widerstand R entladen und es entsteht wieder die Ausgangssituation für den nächsten Vorgang. Mit Eingangssignal $e = H$ verschiebt sich die „Erholungsphase“ der Anordnung auf den H-L-Signalwechsel an Eingang E. Erst jetzt wird der Kondensator entladen und der Anfangszustand wiederhergestellt. Eine ausreichende „Erholungsphase“ nach dem Ausgangsimpuls mit $e = L$ ist für eine Sicherstellung der Impulsdauer wichtig.

Ein weiteres Einsatzgebiet ist das **Entprellen** von Eingangssignalen, die bei mechanischen Kontakten entstehen. Das Problem mechanischer Kontakte ist, dass bei einem Zusammenstoß der leitenden Metallflächen diese zurückgeprellt werden (ähnlich einem Ball, der auf einen harten Boden fällt und wieder etwas hochspringt). Hierdurch entstehen für mechanische Elemente sehr kurzzeitige Unterbrechungen der leitenden Verbindung, deren Verlauf ca. eine Millisekunde dauert (die Zeitspanne hängt stark von der Schalterkonstruktion und der Betätigung ab und unterliegt zusätzlich einer starken Streuung). Für die im Nanosekundenbereich arbeitenden Logikelemente ist dieser Umschaltvorgang ein sehr großer Zeitbereich. Es werden bei einem mechanischen Schaltvorgang mehrere Logikwechsel erkannt und von der elektronischen Schaltung verwendet. Es ist z. B. fast unmöglich, einen Zähler über einen mechanischen

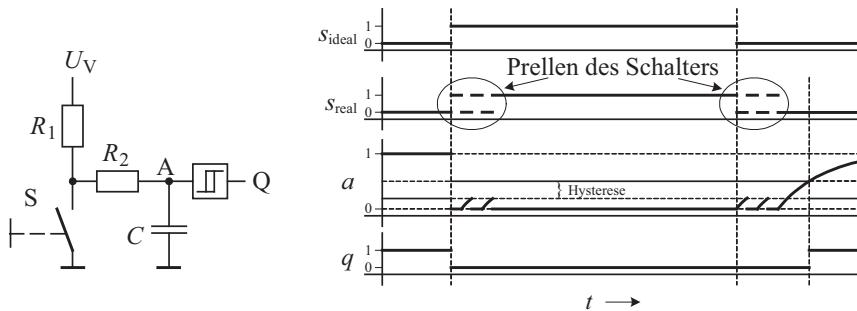


Bild 9.25 Entprellen mechanischer Schalter mithilfe eines Schmitt-Trigger-Einganges

Taster zur Erzeugung des Taktsignals in Einer-Schritten zählen zu lassen (durch den Prellvorgang entstehen mehrere Taktimpulse). Eine Möglichkeit des Entprellens ist die Verlangsamung des elektrischen Signals über einen Kondensator, der über einen Widerstand aufgeladen wird. Ein Beispiel zeigt Bild 9.25. Bei offenem Taster ($s = 0$) wird der Kondensator über die Widerstände R_1 und R_2 auf U_V aufgeladen. Wird der Schalter geschlossen ($s = 1$), so erfolgt eine Entladung des Kondensators über Widerstand R_2 (der Strom über R_1 wird direkt über den Schalter nach Masse geführt). Widerstand R_2 dient zur Strombegrenzung während des Entladevorganges. Bei kleinen Kondensatorwerten und robusten Schaltern kann auf Widerstand R_2 verzichtet werden. Die Digitalisierung des langsamten Signals übernimmt ein Schmitt-Trigger-Eingang. Die Änderungsgeschwindigkeit der Kondensatorspannung darf während des Prellvorganges nicht die Schaltschwelle des Schmitt-Triggers erreichen. Mithilfe dieser Schaltung kann mit einem Taster ein einzelner Impuls für eine digitale Schaltung erzeugt werden. Das Zeitverhalten ist in dem nebenstehenden Impuls-Zeit-Diagramm dargestellt.

Eine weitere Möglichkeit zum Entprellen von Signalen mechanischer Schalter zeigt Bild 9.26. In diesem Aufbau wird ein Basis-FF verwendet. Wird über den Schaltkontakt (Um- oder Wechselschalter) ein L-Signal an Anschluss A oder B erzeugt, so gibt das FF ein H- oder L-Signal aus. Während des Umschaltvorganges (der Schaltkontakt hat keine leitende Verbindung zu Anschluss A oder B) werden beide Eingänge über die Widerstände auf H-Pegel gehalten und das FF behält seinen alten Zustand bei. Mit dem ersten Kontakt des Schaltkontakte erfolgt die Umschaltung. Einen beispielhaften Zeitverlauf zeigt nebenstehendes Impuls-Zeit-Diagramm.

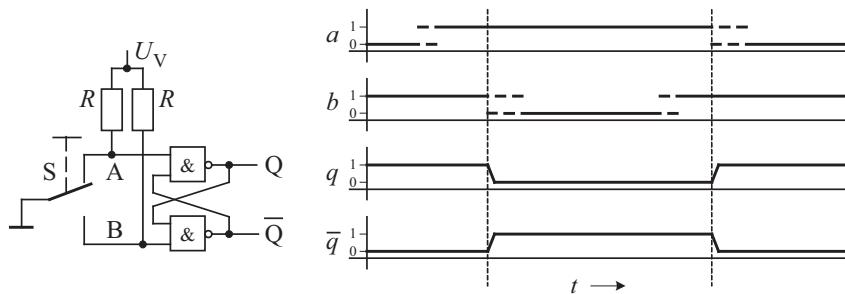


Bild 9.26 Entprellen eines mechanischen Schalters mit einem RS-FF

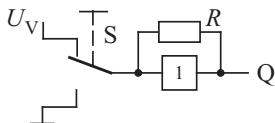


Bild 9.27 Entprellen mechanischer Schalter durch Mittkopplung

Die Schaltung hat ähnliches Verhalten zu dem in Bild 9.27 dargestellten Verstärker mit „Selbsthaltung“. Ein kräftiges H- oder L-Signal, das über den Schalter erzeugt wird, überschreibt das schwache zurückgeführte Signal und definiert damit den aktuellen Logikpegel. Während des Umschaltvorganges wird der alte Zustand über das vorhandene schwache Signal gehalten. Diese Rückführung entspricht einer Mittkopplung, wie sie in der Schmitt-Trigger-Nachbildung in Bild 9.21 dargestellt ist.

■ 9.6 Strukturen komplexer Bausteine

Digitalschaltungen werden für kommerzielle Anwendungen nur noch in Ausnahmefällen aus niedrigintegrierten Komponenten (auf Gatterebene) aufgebaut. Die Verwendung standardisierter Strukturen, wie sie bei der Beschreibung der Steuerwerke bereits verwendet wurden, ist inzwischen weit verbreitet. Gleichungen eines Umcodierungsnetzwerkes werden z. B. mit 2-lagigen Netzwerken realisiert. Dies könnte durch eine UND- mit nachfolgender ODER-Verknüpfung (DNF) aber auch mit einer ODER- und nachfolgender UND-Verknüpfung (KNF) erfolgen. Verbreitet hat sich die UND-/ODER-Struktur. Die in Kapitel 4 verwendete Minimierung mit dem KV-Diagramm wurde für diese Gleichungsform (DNF) durchgeführt. Die andere Darstellung (KNF) kann über eine Negation der Ein- und Ausgänge entsprechend angepasst werden.

Bei einem **2-lagigen Netzwerk** stehen die Eingangssignale in der nicht negierten und der negierten Form zur Verfügung. Es erfolgt zuerst die UND-Verknüpfung zur Erzeugung der Primterme (minimierte Minterme). Diese Werte werden über ODER-Verknüpfungen zusammengefasst. Soll diese Grundstruktur den jeweiligen Anforderungen variabel angepasst werden, so kann hierzu die Verknüpfung der Eingangssignale mit den UND-Gattern zur Erzeugung der Primterme und bzw. oder die Verknüpfung der Primterme mit den ODER-Gattern zur Erzeugung der Ausgangssignale genutzt werden. Hier haben sich zwei Varianten etabliert:

In der **Mikrorechnertechnik** findet man eine feste Verknüpfung der UND-Gatter und eine variable Verknüpfung der ODER-Gatter als Programmspeicher (Programmable Read Only Memory, PROM), in der löschenbaren Version als EPROM (Eraseable PROM) oder EEPROM (Electrical Eraseable PROM). Dieser „Speicher“ realisiert eine einfache Umformung, wie sie in der Wahrheitstabelle dargestellt wird. Jede Zeile wird durch eine UND-Verknüpfung realisiert (UND-Array) und die Verknüpfungen, die zu einer 1 führen, werden über programmierbare ODER-Verknüpfungen (ODER-Array) zusammengefasst. Die Wahrheitstabelle (Darstellung des ROM-Speicherinhaltes) wird ohne Minimierung in das PROM übertragen. In klassischen digitalen Steuerwerken war hierdurch eine über Sockel austauschbare und damit „updatefähige“ Hardwarerealisierung möglich.

Für die Erstellung von **Schaltnetzen** hat sich eine andere Variante etabliert. Hier werden die Wahrheitstabellen minimiert und die entstehenden Primterme sind programmierbar. Fest vor-

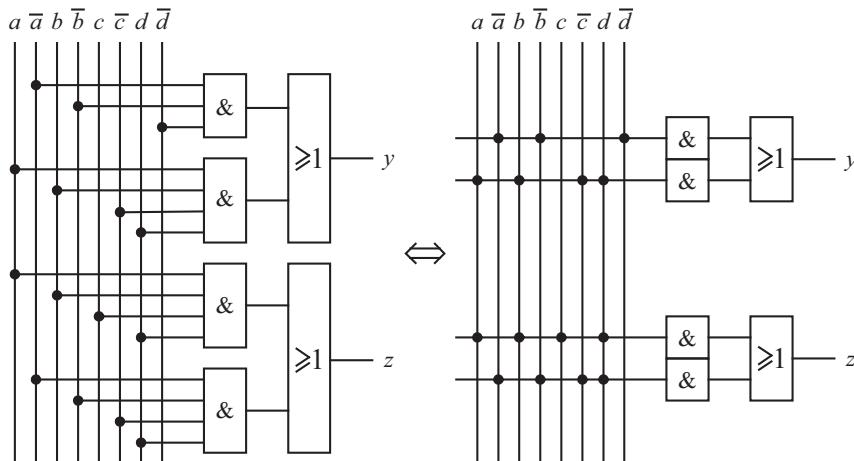


Bild 9.28 Darstellung einer zweistufigen Verknüpfung (UND-ODER-Verknüpfung)

gegeben ist die Anzahl zusammenfassbarer Primterme (feste Anzahl der ODER-Verknüpfung mit acht oder mehr Primtermen). Dies ist die Gruppe der Programmierbaren Logikelemente (Programmable Logic Devices, PLD). Sollte die Anzahl verknüpfbarer Primterme bei sehr umfangreichen Gleichungen nicht mit einem „Durchlauf“ realisierbar sein, so werden z. B. die ersten acht Primterme zusammengefasst und das Ausgangssignal wieder als Eingangssignal zurückgeführt und bei einem zweiten „Durchlauf“ mit weiteren sieben Primtermen verknüpft etc. Die Beschränkung auf programmierbare UND-Verknüpfungen verringert die Chipfläche und führt zu schnelleren Verknüpfungen.

Für eine übersichtliche Darstellung umfangreicher Verknüpfungen ist das Schaltbild nicht mehr geeignet. Der Platzbedarf von einem ODER-Gatter, das über acht UND-Gatter versorgt wird, von denen jedes wiederum 40 Eingänge (20 Signale in nicht negierter und negierter Form) haben können, ist sehr unanschaulich. Bild 9.28 zeigt auf der linken Seite eine kleine Schaltung einer UND-/ODER-Verknüpfung. Die gleiche Schaltung wird auf der rechten Seite in einer übersichtlicheren Form dargestellt. Die waagerechten Linien stellen den Bereich verwendbarer Eingangssignale dar. Bei den real verwendeten Eingangssignalen wird dies durch einen Punkt symbolisiert. Das obere UND-Gatter auf der rechten Seite hat also drei Eingangssignale (\bar{a} , \bar{b} und \bar{d}) wie in der linken Darstellung in dem Schaltbild veranschaulicht.

In der Darstellung sind für die Verknüpfung unterschiedliche Symbole möglich. In einem nicht programmierten Array werden die möglichen Verbindungen durch ein kleines liegendes Kreuz symbolisiert. Nach der Programmierung und bei nicht programmierbaren Kopplungen stellt ein Punkt eine feste Verbindung dar (keine physikalische Verbindung zwischen diesen Leitungen, es ist die Darstellung einer Verbindung zu einem Eingang des UND-Gatters) und eine einfache Kreuzung der Linien symbolisiert keine Abhängigkeit. Bild 9.29 zeigt diese Symbolik. Komplexe Verknüpfungen können dadurch übersichtlich dargestellt werden.

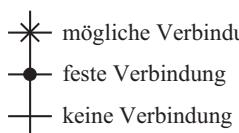
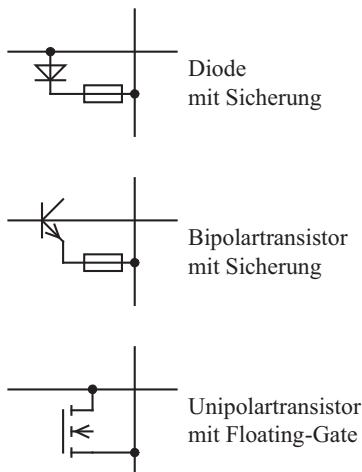


Bild 9.29 Darstellung von Verbindungen

**Bild 9.30** Beispiele für programmierbare Verbindungen

Die verwendeten Verbindungen können auf unterschiedliche Weise realisiert werden. Eine klassische, nicht wieder umkehrbare Programmierung wird durch die ersten beiden Schaltungen in Bild 9.30 wiedergegeben. Nach der Fertigung sind z. B. alle möglichen Verbindungen durch kleine Brücken (Sicherungen, Fuse) vorhanden. Die nicht benötigten Verbindungen werden durch hohe Stromwerte „weggebrannt“. Es bleibt das gewünschte Netzwerk übrig, das eine lange Funktionsdauer, auch unter ionisierender Strahlung, gewährleistet. Unter dem Begriff „antifuse“ ist die entgegengesetzte Realisierung gemeint, bei der während des Programmierungsvorganges benötigte Verbindungen aufgebaut werden. Hier gibt es eine Vielzahl an herstellerspezifischen Varianten, die hier nicht weiter vertieft werden.

Für den Bereich der löschenbaren Programmierung steht die untere Variante in Bild 9.30. Während des Programmierungsvorganges werden Ladungen auf das Gate des Unipolartransistors gebracht, der danach leitend ist. Die aufgebrachte Ladung soll mindestens 20 Jahre halten. Diese Bausteine können in der klassischen Variante durch UV-Strahlung wieder in den ursprünglichen Zustand versetzt werden (wie bei den EPROM-Bausteinen). In der gebräuchlichen Form sind diese Verbindungen elektrisch löschenbar und neu programmierbar.

Für einen flexibleren Einsatz der programmierbaren Schaltungen wurden die UND-/ODER-Arrays mit D-FF an den Ausgängen erweitert. Mithilfe eines Multiplexers kann das Signal des UND-/ODER-Arrays direkt oder das gespeicherte Signal in nicht negierter oder negierter Form verwendet werden. Bild 9.31 zeigt den Bereich eines PLD mit entsprechendem Ausgangsnetzwerk für ein Ausgangssignal. Das programmierbare Ausgangsnetzwerk wird häufig Makro-Zelle genannt. Nach dem UND-/ODER-Netzwerk steht das Signal in allen vier Varianten zur Verfügung und das gewünschte Signal kann über den programmierbaren Multiplexer ausgewählt werden. Für Bussignale (s. Abschnitt 9.4.1) kann der Anschluss hochohmig geschaltet werden (Tri-State). Wird der Ausgang nicht benötigt, kann er auch ganz abgeschaltet werden und der physikalische Pin steht als zusätzlicher Eingang zur Verfügung. Ein klassischer Baustein war der GAL22V10, der z. B. in einem DIL- oder SOIC-Gehäuse mit 24 Anschlüssen zur Verfügung stand. Er hatte 22 Signalanschlüsse von denen maximal 10 als Ausgang (10 Strukturen ähnlich Bild 9.31, mit gemeinsamen Takt- und Rücksetzsignal) verwendbar waren. In dem PLCC-Gehäuse hatte dieser Baustein 28 Anschlüsse und konnte in der isp-Variante (In System Programmable, isp) im eingebauten Zustand gelöscht und neu programmiert werden.

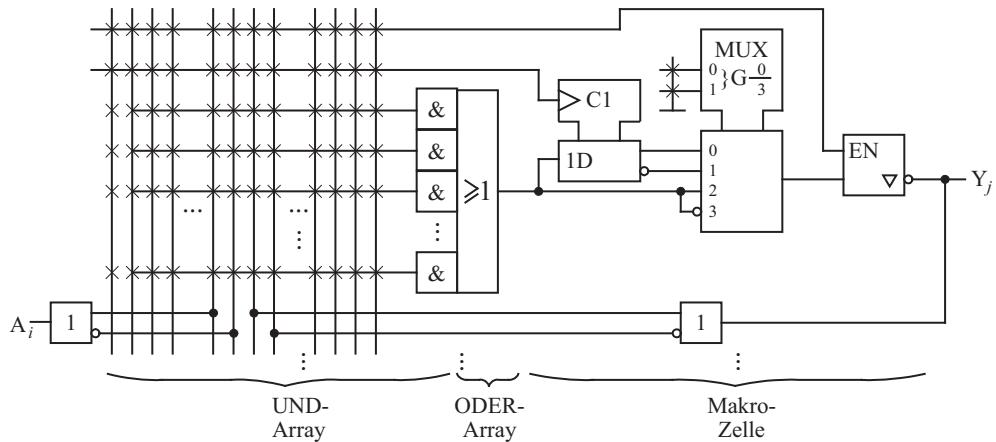


Bild 9.31 Aufbau eines UND-/ODER-Arrays mit Makro-Zelle eines PLD (Eingang i und Ausgang j)

Berücksichtigt man bei der Schaltungserstellung die strukturellen Gegebenheiten der verwendeten Hardware, so kann der Aufwand reduziert werden. Bild 9.32 zeigt in der linken Darstellung ein D-Register mit 4 Bit. Hier wird z. B. ein BCD-Wert gespeichert, der anschließend über das Umcodierungsnetzwerk auf einer 7-Segment-Anzeige dargestellt werden soll. Diese Realisierung überschreitet bereits die Ressourcen des als Beispiel verwendeten GAL22V10. Für das D-Register wird keine Verknüpfung in dem UND-/ODER-Array benötigt (nur durchgereicht). In der Makro-Zelle erfolgt die Speicherung in den D-FF und die Rückführung der Signale. Bei der Umcodierung erfolgt die gleichungsmäßige Verknüpfung für die 7 Ausgangssignale und diese werden direkt an den Pins ausgegeben. Hierzu sind 4 Makro-Zellen für das D-Register und 7 UND-/ODER-Arrays, also 11 Strukturen notwendig. Der GAL22V10 stellt jedoch nur 10 Strukturen zur Verfügung. Vertauscht man die Reihenfolge und führt zuerst die Umcodierung durch und speichert die 7 Signale in einem D-Register, so werden nur sieben Makro-Zellen benötigt. In diesem Fall sind noch drei UND-/ODER-Arrays mit Makro-Zellen frei. Trotz des höheren Aufwandes (es werden drei D-FF zusätzlich benötigt) ist diese Realisierung günstiger, da sie den Aufbau der vorgegebenen Schaltung berücksichtigt.

Eine Weiterentwicklung sind die Komplexen Programmierbaren Logik-Bausteine (Complex Programmable Logic Devices, CPLD). Einfach ausgedrückt, enthalten sie mehrere mit dem GAL22V10 vergleichbare Strukturen. Erweiterungen gibt es bei den Taktsignalen (mehr als ein

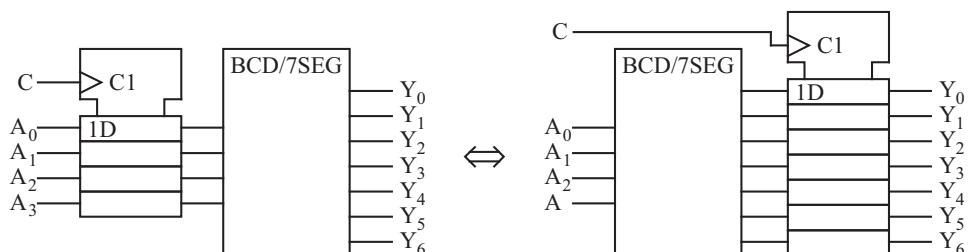


Bild 9.32 Realisierung einer Umcodierung mit Speicher unter Berücksichtigung der Schaltungstopologie

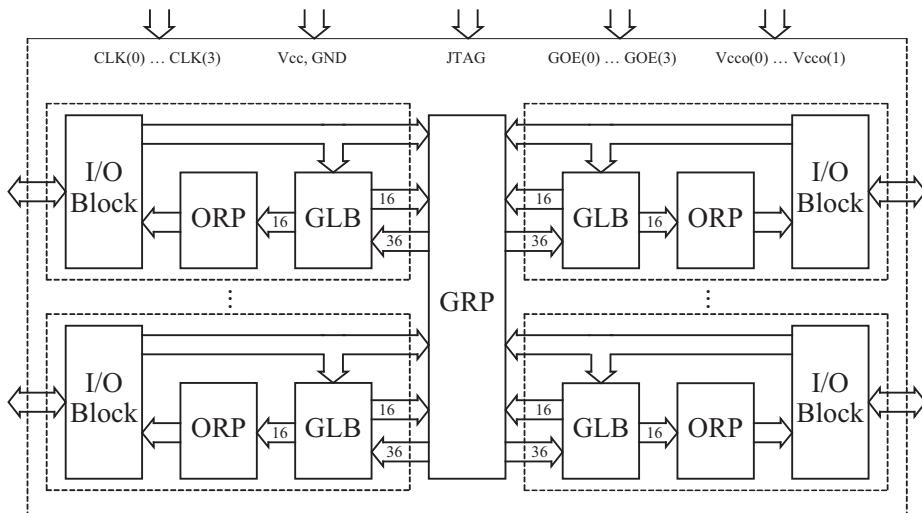


Bild 9.33 Vereinfachte Struktur eines CPLD (Lattice ispMACH4000 family)

Taktsignal), den flexibleren Rücksetzmöglichkeiten der Speicher (Reset- und Presetfunktion) und der reduzierten Anzahl an externen Anschlüssen (interne Signale belegen keinen physikalischen Pin).

Bild 9.33 zeigt den Block-Plan des ispMACH4000 von Lattice. Der zentrale Global Routing Pool (GRP) ist eine variable Zuordnung aller verwendeten Eingangssignale und rückgekoppelter interner Signale zu den einzelnen Funktionsblöcken. Je nach Bausteingröße variiert die Anzahl dieser Funktionsblöcke mit GLB, ORP und I/O-Block. Der Generic Logic Block (GLB) beinhaltet die eigentliche Logikverknüpfung mit dem programmierbaren AND-Array und einem variablen OR-Array (die Zuordnung der UND-Verknüpfungen ist variabel) sowie den Makro-Zellen (mit Taktauswahl und Preset bzw. Reset) und den Rückführungen zu dem GRP. Der Output Routing Pool (ORP) biete eine variable Zuordnung zu den I/O-Zellen (I/O-Block) des Bausteins. Die I/O-Zellen sind die physikalische Verbindung zu den externen Anschlüssen (Pins) des Bausteins und können diese einzeln als Ausgänge (z. B. für verschiedene Low-Voltage-Logikfamilien, als OD-Ausgang oder mit Tri-State-Eigenschaft sowie zusätzlich mit einer von zwei möglichen Flankensteilheiten) und/oder Eingang (mit zuschaltbarem Pull-Up- und/oder Pull-Down-Widerstand) schalten. Des Weiteren stehen funktionsbedingte Eingänge zur Verfügung wie (Takt-)Eingänge (CLK(0) bis CLK(3)), Tri-State-Steuerungen (Global OE Signal, GOE(0) bis GOE(3)) und Anschlüsse für die Versorgungsspannungen der Ausgangstreiber (Vcco(0) und Vcco(1)). Zusätzlich benötigt der Baustein eine Spannungsversorgung (Vcc und GND) und die Anschlüsse für die Programmierung (Standardisierter Anschluss „Joint Test Action Group“, JTAG). Je nach Komplexität gibt es den Baustein in verschiedenen Gehäuseformen angefangen vom 44TQFP (44 Pins (30 I/O Pins)) bis zum 256fpBGA (fine pitch BGA mit 256 Pins (208 I/O Pins)).

Flexiblere Strukturen bieten Field Programmable Gate Arrays (FPGA). Hier werden Ein- und Ausgänge über Ports am Rande des Substrats geführt. Intern ist eine Vielzahl von Logikelementen (Programmable Function Units, PFU) vorhanden, die über einen Verbindungsreich (Flexible Routing, FR) nahezu beliebig miteinander verknüpft werden können. Die

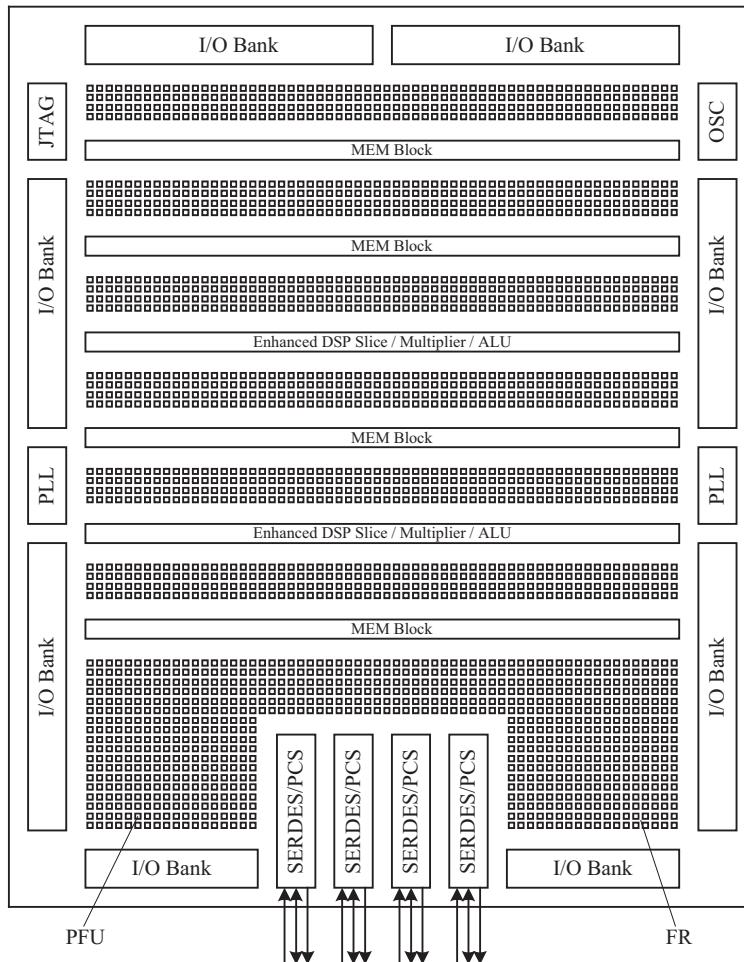


Bild 9.34 Vereinfachte Struktur eines FPGA (Beispiel Lattice-ECP3-Family)

Art der benötigten Logikverknüpfungen wird für jedes Element in den PFUs über Look Up Table (LUT) realisiert (s. Anwendung des Datenselektors in Abschnitt 5.3). Hierdurch ergibt sich eine hohe Flexibilität, die aufgrund der Komplexität nur mit Softwaretools genutzt werden kann. Probleme dieser Strukturen sind Nachbildungen von schnellen seriellen Schnittstellen, Rechenelementen und Speicherbausteinen, da diese nicht zeitoptimal arbeiten und vergleichsweise viel Chipfläche benötigen würden. Als Lösung stehen diese Komponenten in vorgefertigten Strukturen innerhalb der Felder mit den PFUs zur Verfügung.

Bei der als Beispiel verwendeten Lattice-ECP3-Familie stehen bis zu 149 kLUTs (152.576 LUTs) zur Verfügung. Der interne Aufbau unterstützt Rechnerstrukturen. Hierzu stehen bis zu 16 sehr schnelle Schnittstellen bis 3.2 Gbps (3,2 Giga Bits per Second) Übertragungsrate zur Verfügung. Unterstützende Hardware kann für verschiedene Protokolle eingestellt werden. Optimierte Rechnerstrukturen für Digitale Signalprozessoren (DSP) stehen als Bit-Slice-Elemente (bis 160 Bit-Slices) zur Verfügung. Arithmetic Logic Unit (ALU) bis 54 Bit und Hardware-

Multiplizierer sind ebenfalls vorhanden. Hinzu kommen 6,85 MBit zentraler Random-Access-Memory-Bereich (RAM) und bis 303 kBit verteilter RAM-Bereich. Für die Taktversorgung sind zwei interne Taktgeneratoren (Oszillator, OSC) und bis zu 10 Phase-Locked-Loop(PLL)-Schaltungen vorhanden. Die Schnittstellen nach außen zu den Pins (I/O-Bank) decken einen weiten Bereich an Logikfamilien, speziell die Low-Voltage-Varianten, ab. Die Gehäuse haben bis zu 1156 Anschlüsse (davon 16 serielle und 586 I/O-Anschlüsse) im fpBGA (Gehäusegröße: 35 mm × 35 mm).

Aufgrund der nur noch über Softwaretools handhabbaren Schaltungen (bis über 500 Ein-/Ausgänge, bis ca. 1 MByte RAM, bis 150.000 LUT etc.) und der immer günstiger werdenden Herstellung komplexer programmierbarer Bauelemente stellt sich allgemein die Frage, ob die Kenntnis der grundlegenden Funktionen digitaler Schaltungen überhaupt noch für eine kommerzielle Schaltungsentwicklung benötigt wird. Eine wirtschaftlich orientierte Entwicklung mit komplexen Softwaretools und immer preiswerter werdenden Hardwarekomponenten verdrängt die Bedeutung der Grundlagenkenntnisse, auf die alles aufbaut.

10

Musterlösungen

■ 10.1 Lösungen zu Kapitel 2

Aufgabe 2-1:

Tabelle 10.1 Vergleich der Gleichungen 2.13 bis 2.16

ba	$\bar{b}\bar{a}$	$a \wedge b$	$\bar{a} \wedge \bar{b}$	$\overline{(a \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b})}$	$a \vee b$	$\bar{a} \vee \bar{b}$	$(a \vee b) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b})$
0 0	1 1	0	1	0	0	1	0
0 1	1 0	0	0	1	1	1	1
1 0	0 1	0	0	1	1	1	1
1 1	0 0	1	0	0	1	0	0

ba	$\bar{b}\bar{a}$	$a \wedge \bar{b}$	$\bar{a} \wedge b$	$(a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b)$	$a \vee \bar{b}$	$\bar{a} \vee b$	$\overline{(a \vee \bar{b}) \wedge (\bar{a} \vee b)}$
0 0	1 1	0	0	0	1	1	0
0 1	1 0	1	0	1	1	0	1
1 0	0 1	0	1	1	0	1	1
1 1	0 0	0	0	0	1	1	0

Alle vier Gleichungen beschreiben das gleiche Ausgangsverhalten.

Aufgabe 2-2:

Tabelle 10.2 Vergleich der Gleichungen 2.17 und 2.18

cba	$\bar{c}\bar{b}\bar{a}$	$\bar{a} \vee \bar{b} \vee c$	$\bar{b} \wedge c$	$(\bar{a} \vee \bar{b} \vee c) \wedge (\bar{b} \wedge c)$	$\bar{a} \wedge \bar{c}$	$\bar{b} \vee (\bar{a} \wedge \bar{c})$
0 0 0	1 1 1	1	1	1	1	1
0 0 1	1 1 0	1	1	1	0	1
0 1 0	1 0 1	1	1	1	1	1
0 1 1	1 0 0	0	1	0	0	0
1 0 0	0 1 1	1	1	1	0	1
1 0 1	0 1 0	1	1	1	0	1
1 1 0	0 0 1	1	0	0	0	0
1 1 1	0 0 0	1	0	0	0	0

Beide Gleichungen beschreiben den gleichen funktionalen Zusammenhang.

Aufgabe 2-3:**Tabelle 10.3** Vergleich der Topologie Bild 2.19 (UND-Verknüpfung)

$d\ c\ b\ a$	$a \wedge b$	$c \wedge d$	$(a \wedge b) \wedge (c \wedge d)$	$(a \wedge b) \wedge c$	$((a \wedge b) \wedge c) \wedge d$	$a \wedge b \wedge c \wedge d$
0 0 0 0	0	0	0	0	0	0
0 0 0 1	0	0	0	0	0	0
0 0 1 0	0	0	0	0	0	0
0 0 1 1	1	0	0	0	0	0
0 1 0 0	0	0	0	0	0	0
0 1 0 1	0	0	0	0	0	0
0 1 1 0	0	0	0	0	0	0
0 1 1 1	1	0	0	1	0	0
1 0 0 0	0	0	0	0	0	0
1 0 0 1	0	0	0	0	0	0
1 0 1 0	0	0	0	0	0	0
1 0 1 1	1	0	0	0	0	0
1 1 0 0	0	1	0	0	0	0
1 1 0 1	0	1	0	0	0	0
1 1 1 0	0	1	0	0	0	0
1 1 1 1	1	1	1	1	1	1

Die Zusammenschaltung von UND-Verknüpfungen ist beliebig.

Aufgabe 2-4:**Tabelle 10.4** Vergleich der Topologie Bild 2.19 (NAND-Verknüpfung)

$d\ c\ b\ a$	$\overline{a \wedge b}$	$\overline{c \wedge d}$	$\overline{\overline{a \wedge b} \wedge \overline{c \wedge d}}$	$\overline{\overline{a \wedge b} \wedge c}$	$\overline{\overline{\overline{a \wedge b} \wedge c} \wedge d}$	$\overline{\overline{a \wedge b} \wedge c \wedge d}$
0 0 0 0	1	1	0	1	1	1
0 0 0 1	1	1	0	1	1	1
0 0 1 0	1	1	0	1	1	1
0 0 1 1	0	1	1	1	1	1
0 1 0 0	1	1	0	0	1	1
0 1 0 1	1	1	0	0	1	1
0 1 1 0	1	1	0	0	1	1
0 1 1 1	0	1	1	1	1	1
1 0 0 0	1	1	0	1	0	1
1 0 0 1	1	1	0	1	0	1
1 0 1 0	1	1	0	1	0	1
1 0 1 1	0	1	1	1	0	1
1 1 0 0	1	0	1	0	1	1
1 1 0 1	1	0	1	0	1	1
1 1 1 0	1	0	1	0	1	1
1 1 1 1	0	0	1	1	0	0

Die Zusammenschaltung von NAND-Verknüpfungen ist **nicht** beliebig.

Aufgabe 2-5:**Tabelle 10.5** Vergleich der Topologie Bild 2.19 („= 1“-Verknüpfung) \Rightarrow Ungerade ($2k+1$)

$d\ c\ b\ a$	$a \oplus b$	$c \oplus d$	$(a \oplus b) \oplus (a \oplus b)$	$(a \oplus b) \oplus c$	$((a \oplus b) \oplus c) \oplus d$	$2k+1$
0 0 0 0	0	0	0	0	0	0
0 0 0 1	1	0	1	1	1	1
0 0 1 0	1	0	1	1	1	1
0 0 1 1	0	0	0	0	0	0
0 1 0 0	0	1	1	1	1	1
0 1 0 1	1	1	0	0	0	0
0 1 1 0	1	1	0	0	0	0
0 1 1 1	0	1	1	1	1	1
1 0 0 0	0	1	1	0	1	1
1 0 0 1	1	1	0	1	0	0
1 0 1 0	1	1	0	1	0	0
1 0 1 1	0	1	1	0	1	1
1 1 0 0	0	0	0	1	0	0
1 1 0 1	1	0	1	0	1	1
1 1 1 0	1	0	1	0	1	1
1 1 1 1	0	0	0	1	0	0

Die Zusammenschaltung mehrerer XOR-Verknüpfungen zur Realisierung eines Logikelementes für mehrere Eingänge liefert ein UNGERADE-Element ($2k+1$).

Aufgabe 2-6:**Tabelle 10.6** Vergleich der Topologie Bild 2.19 („=“-Verknüpfung) \Rightarrow Gerade ($2k$)

$d\ c\ b\ a$	$a \odot b$	$c \odot d$	$(a \odot b) \odot (a \odot b)$	$(a \odot b) \odot c$	$((a \odot b) \odot c) \odot d$	$2k$
0 0 0 0	1	1	1	0	1	1
0 0 0 1	0	1	0	1	0	0
0 0 1 0	0	1	0	1	0	0
0 0 1 1	1	1	1	0	1	1
0 1 0 0	1	0	0	1	0	0
0 1 0 1	0	0	1	0	1	1
0 1 1 0	0	0	1	0	1	1
0 1 1 1	1	0	0	1	0	0
1 0 0 0	1	0	0	0	0	0
1 0 0 1	0	0	1	1	1	1
1 0 1 0	0	0	1	1	1	1
1 0 1 1	1	0	0	0	0	0
1 1 0 0	1	1	1	1	1	1
1 1 0 1	0	1	0	0	0	0
1 1 1 0	0	1	0	0	0	0
1 1 1 1	1	1	1	1	1	1

Die Zusammenschaltung einer **ungeraden** Anzahl an ÄQUIVALENZ-Verknüpfungen mit je 2 Eingängen zur Realisierung eines Logikelementes für mehrere Eingänge (**gerade** Anzahl an Eingängen) liefert ein GERADE-Element ($2k$).

Aufgabe 2-7:**Tabelle 10.7** Vergleich „=1“ und „=“ für 3 Eingangsvariablen

cba	$a \oplus b$	$(a \oplus b) \oplus c$	„=1“	$a \odot b$	$(a \odot b) \odot c$	„=“
	z_S	z_P		z_S	z_P	
0 0 0	0	0	0	1	0	1
0 0 1	1	1	1	0	1	0
0 1 0	1	1	1	0	1	0
0 1 1	0	0	0	1	0	0
1 0 0	0	1	1	1	1	0
1 0 1	1	0	0	0	0	0
1 1 0	1	0	0	0	0	0
1 1 1	0	1	0	1	1	1

Der Vergleich zeigt, dass alle Logikelemente unterschiedliches Verhalten aufweisen.

Verknüpfungen mit der Kennung „=1“ liefern dann am Ausgang eine 1, wenn nur ein Eingang eine 1 führt. Zusammenschaltungen mit XOR führen zu einer „Ungerade“-Anzeige ($2k+1$). Allgemein liefern Verknüpfungen mit der Kennzeichnung „= m “ ein Ergebnis, das anzeigt, dass von den n Eingängen der Verknüpfung m Eingänge eine 1 führen (m -aus- n -Element). Bei zwei Eingängen ($n = 2$) und der Kennzeichnung „= 1“ ($m = 1$) entspricht dies einer XOR-Verknüpfung.

Verknüpfungen mit der Kennung „=“ liefern bei mehreren Eingängen am Ausgang eine 1, wenn alle Eingänge den gleichen Logikzustand haben. Bei zwei Eingängen erhält man die Äquivalenz-Schaltung (negiertes XOR). Bei einer Zusammenschaltung von mehreren Äquivalenz-Schaltungen führt jedes Element zu einer Invertierung der „Ungerade“-Anzeige.

■ 10.2 Lösungen zu Kapitel 3

Aufgabe 3-1:

$$z_1 = a \vee (a \wedge b) = (a \wedge 1) \vee (a \wedge b) = a \wedge (1 \vee b) = a \wedge 1 = a \quad (10.1)$$

$$z_2 = a \wedge (a \vee b) = (a \vee 0) \wedge (a \vee b) = a \vee (0 \wedge b) = a \vee 0 = a \quad (10.2)$$

$$z_3 = a \vee (\overline{a} \wedge b) = (a \vee \overline{a}) \wedge (a \vee b) = 1 \wedge (a \vee b) = a \vee b \quad (10.3)$$

$$z_4 = a \wedge (\overline{a} \vee b) = (a \wedge \overline{a}) \vee (a \wedge b) = 0 \vee (a \wedge b) = a \wedge b \quad (10.4)$$

$$z_5 = (a \wedge b) \vee (a \wedge \overline{b}) = a \wedge (b \vee \overline{b}) = a \wedge 1 = a \quad (10.5)$$

$$z_6 = (a \vee b) \wedge (a \vee \overline{b}) = a \vee (b \wedge \overline{b}) = a \vee 0 = a \quad (10.6)$$

$$\begin{aligned}
z_7 &= (a \wedge b \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge c) = (a \wedge (b \wedge c)) \vee (\bar{a} \wedge (b \wedge c)) \\
&= (a \vee \bar{a}) \wedge (b \wedge c) = 1 \wedge (b \wedge c) = b \wedge c
\end{aligned} \tag{10.7}$$

$$\begin{aligned}
z_8 &= \bar{a} \bar{b} \bar{c} \bar{d} \vee \bar{a} b \bar{c} \bar{d} \vee \bar{a} \bar{b} c \bar{d} \vee \bar{a} b c \bar{d} = \bar{a} \bar{c} \bar{b} \bar{d} \vee \bar{a} \bar{c} b \bar{d} \vee \bar{a} c \bar{b} d \vee \bar{a} c b d \\
&= \bar{a} \bar{c} (\bar{b} \bar{d} \vee b \bar{d} \vee \bar{b} d \vee b d) = \bar{a} \bar{c} \wedge 1 = \bar{a} \wedge \bar{c}
\end{aligned} \tag{10.8}$$

$$\begin{aligned}
z_9 &= \overline{\overline{a} \vee \overline{b} \wedge \overline{\overline{a} \wedge \overline{b}}} = (a \wedge b) \wedge (a \vee b) = (a \wedge b \wedge a) \vee (a \wedge b \wedge b) \\
&= (a \wedge b) \vee (a \wedge b) = a \wedge b
\end{aligned} \tag{10.9}$$

$$\begin{aligned}
z_{10} &= a \bar{b} c \vee \bar{a} \bar{b} \bar{c} \vee a b c \vee \bar{a} b \bar{c} = (a \bar{b} c \vee a b c) \vee (\bar{a} \bar{b} \bar{c} \vee \bar{a} b \bar{c}) \\
&= (a c) \wedge (\bar{b} \vee b) \vee (\bar{a} \bar{c}) \wedge (\bar{b} \vee b) = (a c) \wedge 1 \vee (\bar{a} \bar{c}) \wedge 1 = a c \vee \bar{a} \bar{c}
\end{aligned} \tag{10.10}$$

Aufgabe 3-2:

Tabelle 10.8 Kontrolle z_{10}

cba	$\bar{c} \bar{b} \bar{a}$	$a \bar{b} c$	$\bar{c} \bar{b} \bar{a}$	cba	$\bar{c} b \bar{a}$	z_{10}	ca	$\bar{c} \bar{a}$
0 0 0	1 1 1	0	1	0	0	1	0	1
0 0 1	1 1 0	0	0	0	0	0	0	0
0 1 0	1 0 1	0	0	0	1	1	0	1
0 1 1	1 0 0	0	0	0	0	0	0	0
1 0 0	0 1 1	0	0	0	0	0	0	0
1 0 1	0 1 0	1	0	0	0	1	1	0
1 1 0	0 0 1	0	0	0	0	0	0	0
1 1 1	0 0 0	0	0	1	0	1	1	0

Aufgabe 3-3:

Gleichung aufstellen und minimieren:

$$z = ((\bar{a} \bar{b}) \vee b) \bar{c} \vee a \bar{b} = ((\bar{a} \vee b) \wedge (\bar{b} \vee b)) \bar{c} \vee a \bar{b} = (\bar{a} \vee b) \bar{c} \vee a \bar{b} \tag{10.11}$$

Gleichung erweitern in die KDNF:

$$z = \bar{a} \bar{c} \vee b \bar{c} \vee a \bar{b} = \bar{a} b \bar{c} \vee \bar{a} \bar{b} \bar{c} \vee a b \bar{c} \vee \bar{a} b \bar{c} \vee a \bar{b} c \vee a \bar{b} \bar{c} \tag{10.12}$$

Terme für eine Minimierung neu zusammenstellen (hier: $a \bar{b} \bar{c}$ verdoppeln):

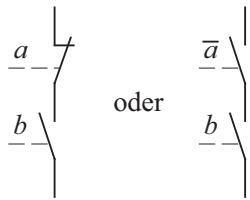
$$z = (\bar{a} \bar{b} \bar{c} \vee a \bar{b} \bar{c} \vee \bar{a} b \bar{c} \vee a b \bar{c}) \vee (a \bar{b} \bar{c} \vee a \bar{b} c) \tag{10.13}$$

Gleichung minimieren:

$$z = \bar{c} (\bar{a} \bar{b} \vee a \bar{b} \vee \bar{a} b \vee a b) \vee a \bar{b} (\bar{c} \vee c) = (\bar{c} \wedge 1) \vee (a \bar{b} \wedge 1) = \bar{c} \vee a \bar{b} \tag{10.14}$$

Aufgabe 3-4:

$$z = \overline{a}b \vee \overline{a}\overline{b} = \overline{a}b \vee \overline{a}b = \overline{a}b \quad (10.15)$$

**Bild 10.1** Minimierte Schaltfunktion in der Kontaktdarstellung**Aufgabe 3-5:**

$$d = \overline{a \vee b} = \overline{a} \wedge \overline{b} \quad (10.16)$$

$$e = \overline{b} \wedge \overline{c} = \overline{b \vee c} \quad (10.17)$$

$$f = \overline{d \vee e} = \overline{d} \wedge \overline{e} \quad (10.18)$$

$$\begin{aligned} z &= \overline{a}f = \overline{a} \vee \overline{f} = \overline{a} \vee d \vee e = \overline{a} \vee \overline{a}\overline{b} \vee \overline{b}\overline{c} = (\overline{a} \wedge \overline{a}) \vee (\overline{a} \wedge \overline{b}) \vee (\overline{b} \wedge \overline{c}) \\ &= \overline{a}(1 \vee b) \vee \overline{b}\overline{c} = \overline{a} \vee \overline{b}\overline{c} \end{aligned} \quad (10.19)$$

Aufgabe 3-6:**Tabelle 10.9** Kontrolle z_1

$d\ c\ b\ a$	$a \wedge b$	$c \wedge d$	z_1	$a \vee c$	$a \vee d$	$b \vee c$	$b \vee d$
0 0 0 0	0	0	0	0	0	0	0
0 0 0 1	0	0	0	1	1	0	0
0 0 1 0	0	0	0	0	0	1	1
0 0 1 1	1	0	1	1	1	1	1
0 1 0 0	0	0	0	1	0	1	0
0 1 0 1	0	0	0	1	1	1	0
0 1 1 0	0	0	0	1	0	1	1
0 1 1 1	1	0	1	1	1	1	1
1 0 0 0	0	0	0	0	1	0	1
1 0 0 1	0	0	0	1	1	0	1
1 0 1 0	0	0	0	0	1	1	1
1 0 1 1	1	0	1	1	1	1	1
1 1 0 0	0	1	1	1	1	1	1
1 1 0 1	0	1	1	1	1	1	1
1 1 1 0	0	1	1	1	1	1	1
1 1 1 1	1	1	1	1	1	1	1

Tabelle 10.10 Kontrolle z_2

$d\ c\ b\ a$	$a \vee b$	$c \vee d$	z_2	$a \wedge c$	$a \wedge d$	$b \wedge c$	$b \wedge d$
0 0 0 0	0	0	0	0	0	0	0
0 0 0 1	1	0	0	0	0	0	0
0 0 1 0	1	0	0	0	0	0	0
0 0 1 1	1	0	0	0	0	0	0
0 1 0 0	0	1	0	0	0	0	0
0 1 0 1	1	1	1	1	0	0	0
0 1 1 0	1	1	1	0	0	1	0
0 1 1 1	1	1	1	1	0	1	0
1 0 0 0	0	1	0	0	0	0	0
1 0 0 1	1	1	1	0	1	0	0
1 0 1 0	1	1	1	0	0	0	1
1 0 1 1	1	1	1	0	1	0	1
1 1 0 0	0	1	0	0	0	0	0
1 1 0 1	1	1	1	1	1	0	0
1 1 1 0	1	1	1	0	0	1	1
1 1 1 1	1	1	1	1	1	1	1

Aufgabe 3-7:

$$\begin{aligned}
 z &= (a \vee b \vee c) \wedge (\overline{a} \vee \overline{b} \vee c) \wedge (a \vee b \vee \overline{c}) \wedge (\overline{a} \vee \overline{b} \vee \overline{c}) \\
 &= (a \vee b \vee c) \wedge (a \vee b \vee \overline{c}) \wedge (\overline{a} \vee \overline{b} \vee c) \wedge (\overline{a} \vee \overline{b} \vee \overline{c}) \\
 &= ((a \vee b) \vee (c \wedge \overline{c})) \wedge ((\overline{a} \vee \overline{b}) \vee (c \wedge \overline{c})) = (a \vee b) \wedge (\overline{a} \vee \overline{b}) \tag{10.20}
 \end{aligned}$$

$$z = (a \vee b) \wedge (\overline{a} \vee \overline{b}) = \overline{\overline{\overline{a} \wedge \overline{b}}} \tag{10.21}$$

$$z = (a \wedge \overline{a}) \vee (a \wedge \overline{b}) \vee (b \wedge \overline{a}) \vee (b \wedge \overline{b}) = (a \wedge \overline{b}) \vee (\overline{a} \wedge b) = \overline{\overline{a \wedge \overline{b}} \wedge \overline{\overline{a} \wedge b}} \tag{10.22}$$

oder mithilfe der Terme der negierten Größe nach Gleichung 10.21:

$$\overline{z} = (a \vee \overline{b}) \wedge (\overline{a} \vee b) = \overline{\overline{a} \wedge \overline{b}} \wedge \overline{a \wedge \overline{b}} \tag{10.23}$$

$$z = \overline{\overline{\overline{a} \wedge \overline{b}}} \wedge \overline{a \wedge \overline{b}} \tag{10.24}$$

■ 10.3 Lösungen zu Kapitel 4

Aufgabe 4-1:

$$\begin{aligned}
 z &= (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge b) = ((\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge \bar{b})) \vee ((a \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge b)) \\
 &= (\bar{b} \wedge (\bar{a} \vee a)) \vee (a \wedge (\bar{b} \vee b)) = (\bar{b} \wedge 1) \vee (a \wedge 1) = \bar{b} \vee a
 \end{aligned} \tag{10.25}$$

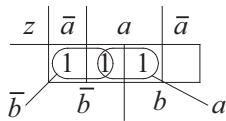


Bild 10.2 Minimierung im KV-Diagramm (Term $a\bar{b}$ wird zweimal verwendet)

Aufgabe 4-2:

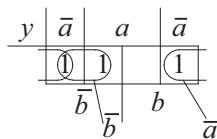


Bild 10.3 Minimierung im KV-Diagramm (Term $\bar{a}\bar{b}$ wird zweimal verwendet, $y = \bar{a} \vee \bar{b}$)

Aufgabe 4-3:

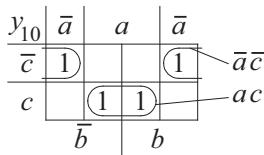


Bild 10.4 Minimierung im KV-Diagramm ($y_{10} = ac \vee \bar{a}\bar{c}$)

Aufgabe 4-4:

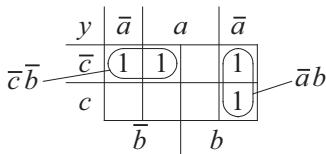


Bild 10.5 Minimierung im KV-Diagramm ($y = \bar{a}b \vee \bar{c}\bar{b}$)

Aufgabe 4-5:

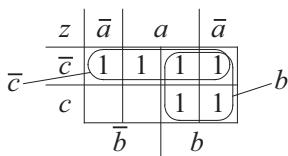
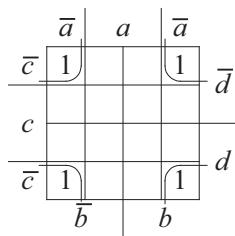
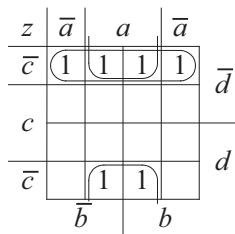
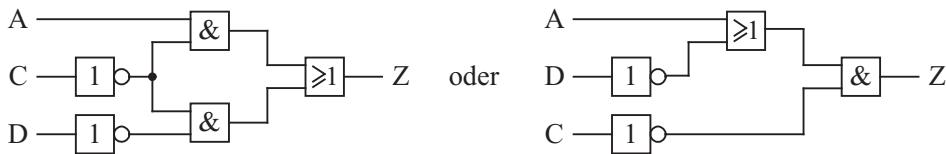
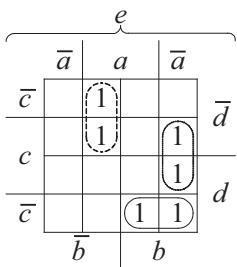
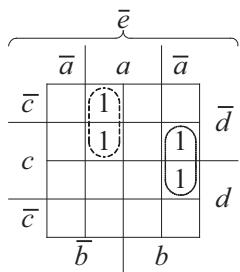


Bild 10.6 Minimierung im KV-Diagramm ($z = b \vee \bar{c}$)

Aufgabe 4-6:**Bild 10.7** Minimierung im KV-Diagramm ($y_8 = \overline{a} \overline{c}$)**Aufgabe 4-7:****Bild 10.8** Minimierung im KV-Diagramm ($z = a \overline{c} \vee \overline{c} \overline{d} = \overline{c}(a \vee \overline{d})$)**Bild 10.9** Schaltung basierend auf der DNF (Standardlösung: $z = a \overline{c} \vee \overline{c} \overline{d}$) und nach zusätzlicher algebraischer Minimierung ($z = \overline{c}(a \vee \overline{d})$)**Aufgabe 4-8:****Bild 10.10** Minimierung im KV-Diagramm ($y = a \overline{b} \overline{d} \vee \overline{a} b c \vee b \overline{c} d e$)

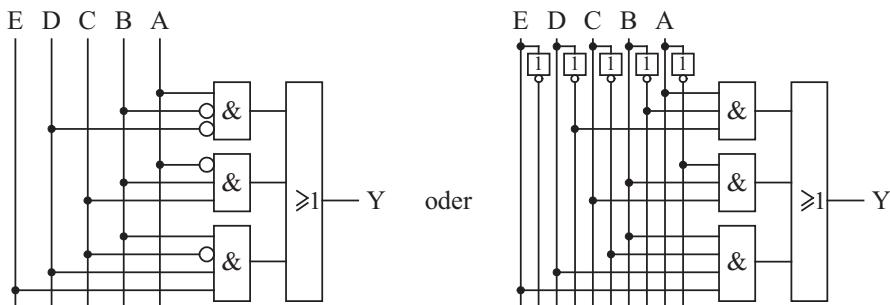


Bild 10.11 Schaltung basierend auf der DNF (Standardlösung)

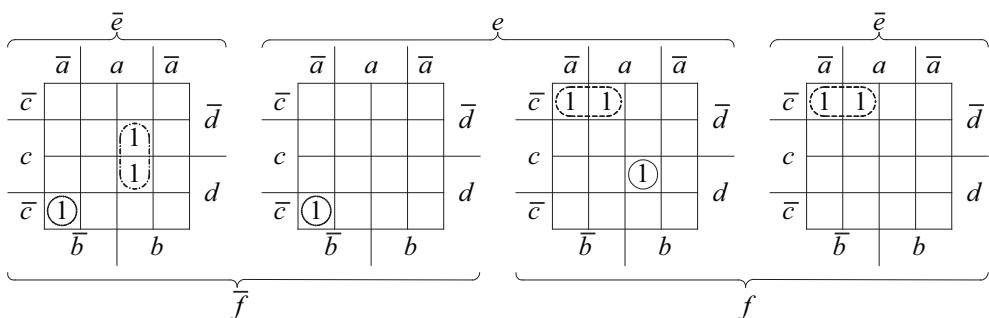
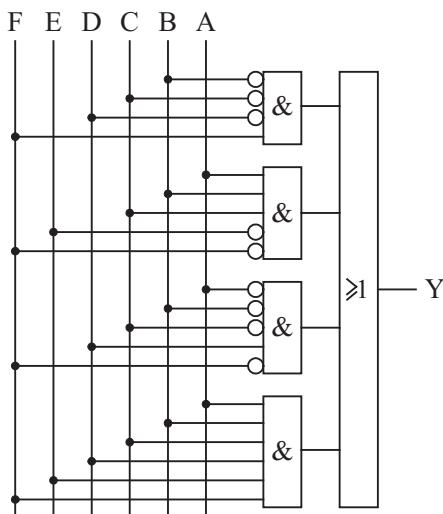
Aufgabe 4-9:Bild 10.12 Minimierung im KV-Diagramm ($y = \bar{b}\bar{c}\bar{d}f \vee abc\bar{e}\bar{f} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}d\bar{f} \vee abcdef$)

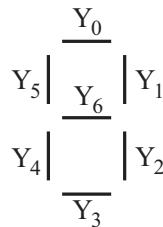
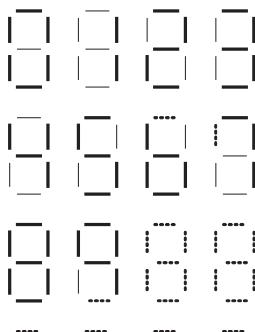
Bild 10.13 Schaltung basierend auf der DNF (Standardlösung)

Aufgabe 4-10:

y	\bar{a}	a	\bar{a}
\bar{c}	1	X	X
c	1		X

Bild 10.14 Minimierung im KV-Diagramm ($y = \bar{a}$)

cba	y	y^*
0 0 0	1	1
0 0 1	X	0
0 1 0	X	1
0 1 1	X	0
1 0 0	1	1
1 0 1	0	0
1 1 0	X	1
1 1 1	0	0

Tabelle 10.11 Minimierung mit Freiheitsgraden (Lösung: y^*)**Aufgabe 4-11:**

| - Leuchtet nicht 0

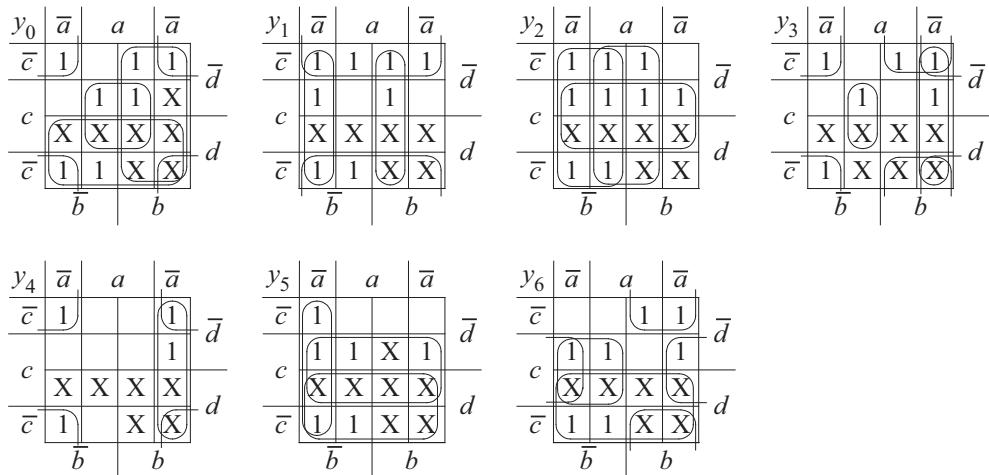
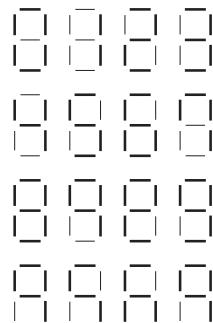
| - Leuchtet 1

| - Don't care X

Bild 10.15 Zifferndarstellung der 7-Segment-Anzeige (Aufgabenstellung)

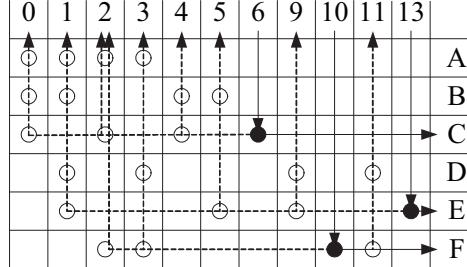
Tabelle 10.12 Wahrheitstabelle einer BCD-Anzeige (BCD \rightarrow 7-Segment-Anzeige, mit Freiheitsgraden)

$dcba$	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_0^*	y_1^*	y_2^*	y_3^*	y_4^*	y_5^*	y_6^*
0 0 0 0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0
0 0 0 1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
0 0 1 0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
0 0 1 1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1
0 1 0 0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1
0 1 0 1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1
0 1 1 0	X	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
0 1 1 1	1	1	1	0	0	X	0	1	1	1	0	0	1	0
1 0 0 0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 0 0 1	1	1	1	X	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
1 0 1 0	X	X	X	X	X	X	X	1	1	0	1	1	1	1
1 0 1 1	X	X	X	X	X	X	X	1	1	1	1	0	1	1
1 1 0 0	X	X	X	X	X	X	X	1	1	1	0	0	1	1
1 1 0 1	X	X	X	X	X	X	X	1	0	1	1	0	1	1
1 1 1 0	X	X	X	X	X	X	X	1	0	1	1	1	1	1
1 1 1 1	X	X	X	X	X	X	X	1	1	1	0	0	1	1

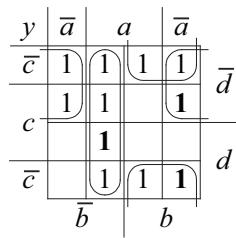
**Bild 10.16** Minimierung im KV-Diagramm**Bild 10.17** Zifferndarstellung der 7-Segment-Anzeige (Ergebnis unter Ausnutzung der Freiheitsgrade (Don't-Care-Felder), Lösung der Aufgabe sind die letzten sechs Symbole (Pseudotetraden))

Aufgabe 4-12:**Tabelle 10.13** Primterm-Ermittlung nach Quine

Index	Minterme				Primterm		
	n	dcba	n	dcba	n	dcba	
0	0	0000 ✓	0,1	000- ✓	0,1,2,3	00--	A $(\bar{c}\bar{d})$
		_____	0,2	00-0 ✓	0,1,4,5	0-0-	B $(\bar{b}\bar{d})$
1	1	0001 ✓	0,4	0-00 ✓	0,2,1,3	s. o.	
	2	0010 ✓		_____	0,2,4,6	0--0	C $(\bar{a}\bar{d})$
	4	0100 ✓	1,3	00-1 ✓	0,4,1,5	s. o.	
		_____	1,5	0-01 ✓	0,4,2,6	s. o.	
2	3	0011 ✓	1,9	-001 ✓			
	5	0101 ✓	2,3	001- ✓	1,3,9,11	-0-1	D $(a\bar{c})$
	6	0110 ✓	2,6	0-10 ✓	1,5,9,13	--01	E $(a\bar{b})$
	9	1001 ✓	2,10	-010 ✓	1,9,3,11	s. o.	
3	10	1010 ✓	4,5	010- ✓	1,9,5,13	s. o.	
		_____	4,6	01-0 ✓	2,3,10,11	-01-	F $(b\bar{c})$
4	11	1011 ✓		_____	2,10,3,11	s. o.	
	13	1101 ✓	3,11	-011 ✓			
			5,13	-101 ✓			
			9,11	10-1 ✓			
			9,13	1-01 ✓			
			10,11	101- ✓			

**Bild 10.18** Primterm-Auswahl nach McClusky
(notwendig sind C, E und F, hiermit sind alle Minterme abgedeckt, Minterm 2 wird zweimal verwendet)

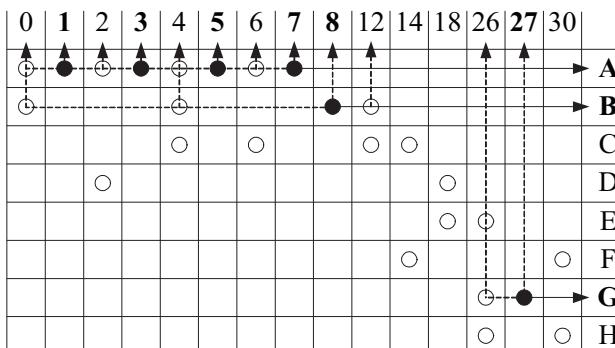
$$y = (C) \vee (E) \vee (F) = \bar{a}\bar{d} \vee a\bar{b} \vee b\bar{c} \quad (10.26)$$

**Bild 10.19** Kontrolle der Minimierung mithilfe des KV-Diagramms
(Bestätigung des Ergebnisses)

Aufgabe 4-13:**Tabelle 10.14** Primterm-Ermittlung nach Quine

Index	Minterme $n \quad edcba$	$n \quad edcba$	$n \quad edcba$	$n \quad edcba$	$n \quad edcba$
0	0 00000 ✓	0,1 0000- ✓	0,1,2,3 000-- ✓	0,1,2,3,4,5,6,7 00--- A	
	0,2 0000-0 ✓	0,1,4,5 00-0- ✓	0,1,4,5,2,3,6,7 s. o.		
1	1 00001 ✓	0,4 00-00 ✓	0,2,1,3 s. o.	0,2,4,6,1,3,5,7 s. o.	
0	2 00010 ✓	0,8 0-000 ✓	0,2,4,6 00--0 ✓		
0	4 00100 ✓		0,4,1,5 s. o.		
0	8 01000 ✓	1,3 000-1 ✓	0,4,2,6 s. o.		
	1,5 00-01 ✓	0,4,8,12 0--00 B			
2	3 00011 ✓	2,3 0001- ✓	0,8,4,12 s. o.		
0	5 00101 ✓	2,6 00-10 ✓			
0	6 00110 ✓	2,18 -0010 D	1,3,5,7 00--1 ✓		
0	12 01100 ✓	4,5 0010- ✓	1,5,3,7 s. o.		
0	18 10010 ✓	4,6 001-0 ✓	2,3,6,7 00-1- ✓		
	4,12 0-100 ✓		2,6,3,7 s. o.		
3	7 00111 ✓	8,12 01-00 ✓	4,5,6,7 001-- ✓		
0	14 01110 ✓		4,6,5,7 s. o.		
0	26 11010 ✓	3,7 00-11 ✓	4,6,12,14 0-1-0 C		
	5,7 001-1 ✓		4,12,6,14 s. o.		
4	27 11011 ✓	6,7 0011- ✓			
	30 11110 ✓	6,14 0-110 ✓			
	12,14 011-0 ✓				
	18,26 1-010 E				
	14,30 -1110 F				
	26,27 1101- G				
	26,30 11-10 H				

Nicht weiter zusammenfassbare Terme sind die Primterme A, B, C, D, E, F, G und H.

**Bild 10.20** Primterm-Auswahl nach McClusky

Minterme 1, 3, 5, 7, 8 und 27 sind jeweils nur in einem Primterm vorhanden, dadurch sind die Primterme A, B und G notwendig. Durch diese Primterme sind alle Minterme bis auf Minterm 14, 18 und 30 berücksichtigt. Primterm F deckt die Minterme 14 und 30 ab und ist deshalb zu verwenden (günstige Kombination). Minterm 18 kann mit Primterm D oder E berücksich-

tigt werden. Beide Terme haben den gleichen Minimierungsgrad (verknüpfen jeweils 2 Terme und verwenden somit 4 Variablen). Hierdurch ergeben sich zwei Gleichungen mit gleicher Komplexität.

$$z_1 = (A) \vee (B) \vee (D) \vee (F) \vee (G) = \bar{d}\bar{e} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{e} \vee \bar{a}b\bar{c}\bar{d} \vee \bar{a}bcd \vee b\bar{c}de \quad (10.27)$$

oder

$$z_2 = (A) \vee (B) \vee (E) \vee (F) \vee (G) = \bar{d}\bar{e} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{e} \vee \bar{a}b\bar{c}e \vee \bar{a}bcd \vee b\bar{c}de \quad (10.28)$$

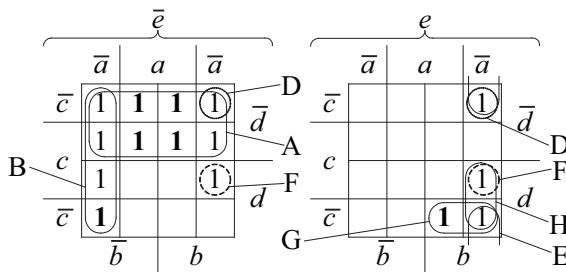


Bild 10.21 Kontrolle der Minimierung mithilfe des KV-Diagramms (mit den eingezeichneten Primtermen)

Die ermittelten Primterme werden durch das KV-Diagramm bestätigt. Der Term 18 (oben rechts in dem KV-Diagramm) kann durch den Primterm D oder E (bilden jeweils eine Zweiergruppe) berücksichtigt werden.

■ 10.4 Lösungen zu Kapitel 5

Aufgabe 5-1:

dcba	y
0 0 0 0	0
0 0 0 1	0
0 0 1 0	1
0 0 1 1	1
0 1 0 0	0
0 1 0 1	1
0 1 1 0	0
0 1 1 1	1
1 0 0 0	0
1 0 0 1	0
1 0 1 0	0
1 0 1 1	1
1 1 0 0	0
1 1 0 1	1
1 1 1 0	0
1 1 1 1	0

Tabelle 10.15 Wahrheitstabelle (Primzahlen)

$$y = a\bar{b}c \vee ab\bar{c} \vee ab\bar{d} \vee b\bar{c}\bar{d} \quad (10.29)$$

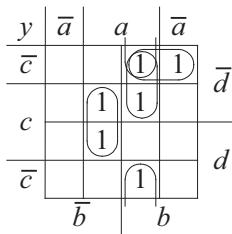


Bild 10.22 Minimierung mithilfe des KV-Diagramms

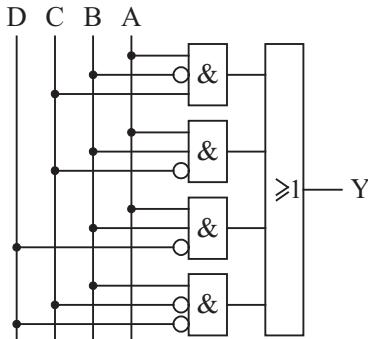


Bild 10.23 Schaltung zur Erkennung von Primzahlen im vierstelligen Dualcode

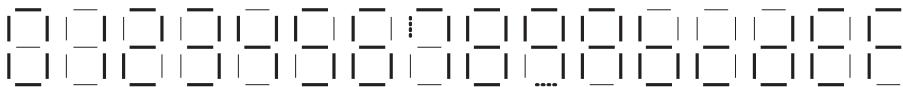
Aufgabe 5-2:

Bild 10.24 Zifferndarstellung der 7-Segment-Anzeige (gemäß Aufgabenstellung)

Tabelle 10.16 Wahrheitstabelle einer 7-Segment-Anzeige (0-aktiv, mit Freiheitsgraden)

$dcba$	\bar{y}_0	\bar{y}_1	\bar{y}_2	\bar{y}_3	\bar{y}_4	\bar{y}_5	\bar{y}_6
0 0 0 0	0	0	0	0	0	0	1
0 0 0 1	1	0	0	1	1	1	1
0 0 1 0	0	0	1	0	0	1	0
0 0 1 1	0	0	0	0	1	1	0
0 1 0 0	1	0	0	1	1	0	0
0 1 0 1	0	1	0	0	1	0	0
0 1 1 0	0	1	0	0	0	0	0
0 1 1 1	0	0	0	1	1	X	1
1 0 0 0	0	0	0	0	0	0	0
1 0 0 1	0	0	0	X	1	0	0
1 0 1 0	0	0	0	1	0	0	0
1 0 1 1	1	1	0	0	0	0	0
1 1 0 0	1	1	1	0	0	1	0
1 1 0 1	1	0	0	0	0	1	0
1 1 1 0	0	1	1	0	0	0	0
1 1 1 1	0	1	1	1	0	0	0

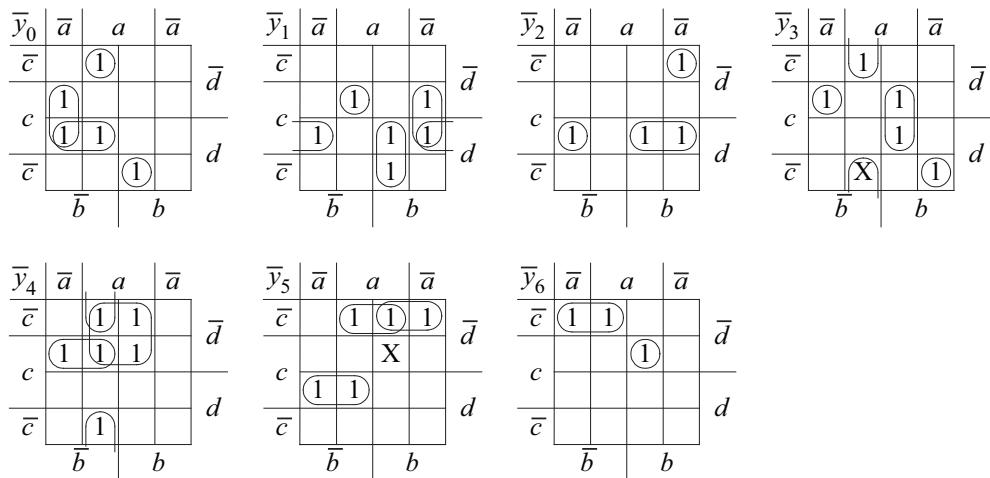


Bild 10.25 Minimierung im KV-Diagramm (7-Segment-Anzeige, 0-aktiv, mit Freiheitsgraden)

$$\bar{y}_0 = \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{b}cd \vee a\bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee ab\bar{c}d \quad (10.30)$$

$$\bar{y}_1 = \bar{a}bc \vee abd \vee a\bar{b}c\bar{d} \vee \bar{a}cd \quad (10.31)$$

$$\bar{y}_2 = bcd \vee \bar{a}b\bar{c}\bar{d} \vee \bar{a}cd \quad (10.32)$$

$$\bar{y}_3 = a\bar{b}\bar{c} \vee abc \vee \bar{a}\bar{b}c\bar{d} \vee \bar{a}b\bar{c}d \quad (10.33)$$

$$\bar{y}_4 = a\bar{d} \vee a\bar{b}\bar{c} \vee \bar{b}cd \quad (10.34)$$

$$\bar{y}_5 = b\bar{c}\bar{d} \vee a\bar{c}\bar{d} \vee \bar{b}cd \quad (10.35)$$

$$\bar{y}_6 = \bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee abc\bar{d} \quad (10.36)$$

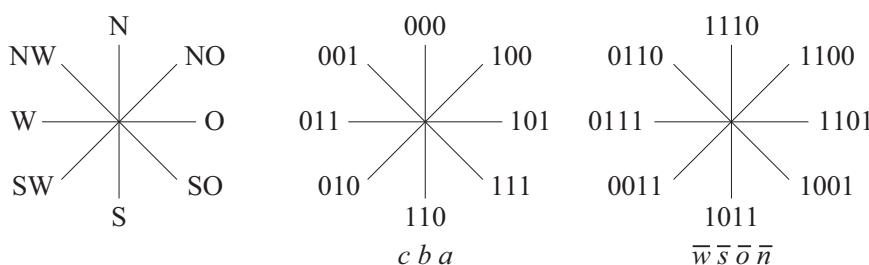
Aufgabe 5-3:


Bild 10.26 Darstellung der Aufgabe (Drehrichtung und Codierung des Gray-Codes ist beliebig)

cba	$\bar{w} \bar{s} \bar{o} \bar{n}$
0 0 0	1 1 1 0
0 0 1	0 1 1 0
0 1 0	0 0 1 1
0 1 1	0 1 1 1
1 0 0	1 1 0 0
1 0 1	1 1 0 1
1 1 0	1 0 1 1
1 1 1	1 0 0 1

Tabelle 10.17 Wahrheitstabelle (0-aktive Signale)

\bar{w}	\bar{a}	a	\bar{a}
\bar{c}	1		
c	1	1 1 1	1

\bar{s}	\bar{a}	a	\bar{a}
\bar{c}	1	1	1
c	1	1	

\bar{o}	\bar{a}	a	\bar{a}
\bar{c}	1 1 1	1	1
c			1

\bar{n}	\bar{a}	a	\bar{a}
\bar{c}		1 1	1
c	1	1	1

Bild 10.27 Minimierung im KV-Diagramm

$$\bar{w} = \bar{a} \bar{b} \vee c \quad (10.37)$$

$$\bar{s} = a \bar{c} \vee \bar{b} \quad (10.38)$$

$$\bar{o} = \bar{a} b \vee \bar{c} \quad (10.39)$$

$$\bar{n} = a c \vee b \quad (10.40)$$

Aufgabe 5-4:

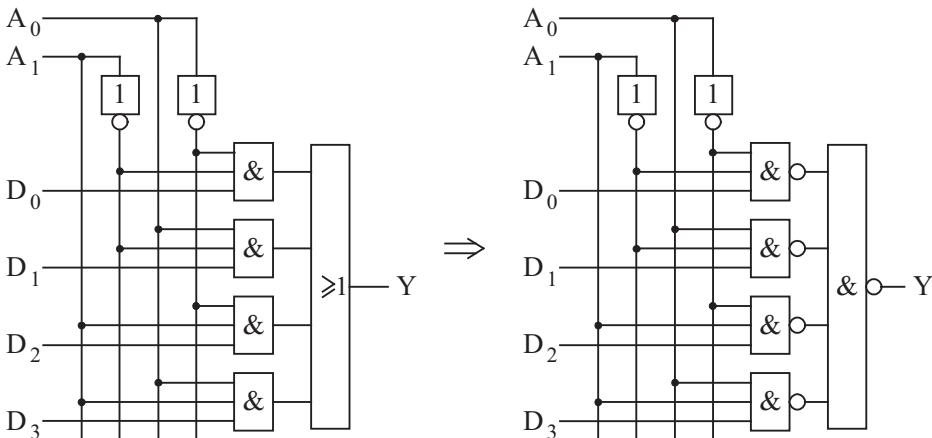


Bild 10.28 Umwandlung einer UND/ODER-Struktur in eine NAND/NAND-Struktur

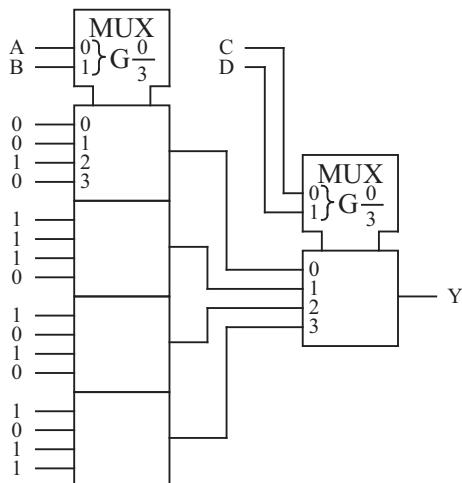
Aufgabe 5-5:

Bild 10.29 Realisierung eines 1-aus-16-Daten selektors aus 1-aus-4-Datenselektoren (die vier Datenselektoren auf der linken Seite werden identisch angesteuert)

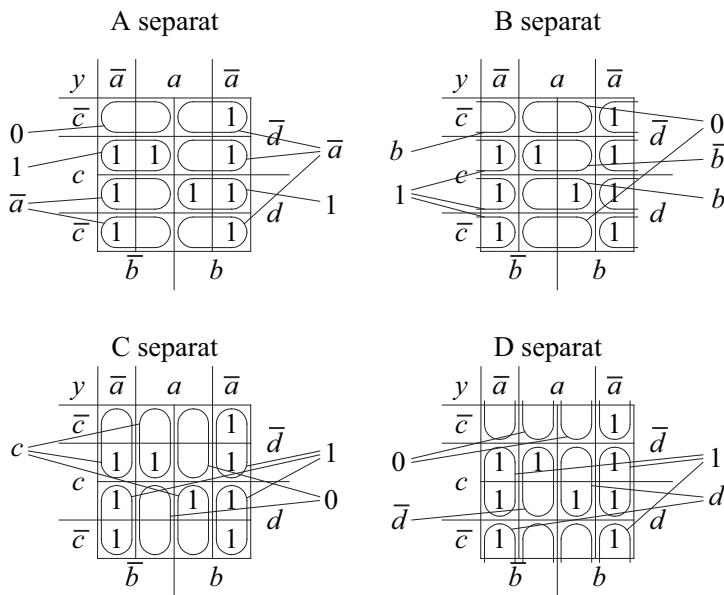
Aufgabe 5-6:

Bild 10.30 Gruppierung der über Daten eingang zugeführten Steuersignalen

Nur Variante C (Steuersignal c wird separat als Datensignal verwendet; Datensignal hat die Größen 0, 1 und c (\bar{c} wird nicht benötigt)) kommt ohne Negation des Steuersignals aus.

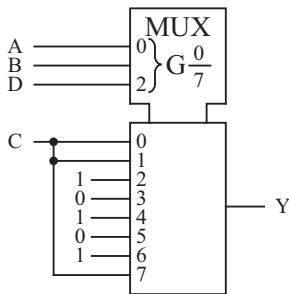


Bild 10.31 Realisierung der Logikverknüpfung mit einem 1-aus-8-Multiplexer

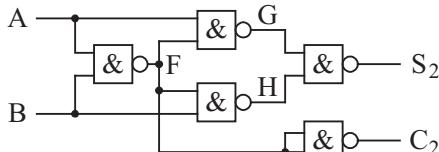
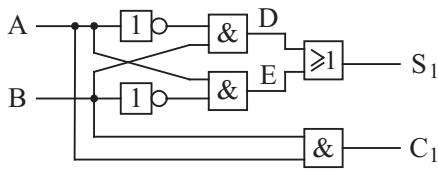
Aufgabe 5-7:

Bild 10.32 Schaltungen eines Halbaddierers

Tabelle 10.18 Wahrheitstabelle (0-aktive Signale)

ba	$\bar{b}\bar{a}$	d	e	c_1	s_1	f	g	h	c_2	s_2
0 0	1 1	0	0	0	0	1	1	1	0	0
0 1	1 0	0	1	0	1	1	0	1	0	1
1 0	0 1	1	0	0	1	1	1	0	0	1
1 1	0 0	0	0	1	0	0	1	1	1	0

Die Signale c_1, s_1 sind identisch mit c_2, s_2 , somit haben die Schaltungen gleiches (statisches) Verhalten.

$$c_1 = ab = \overline{\overline{a}}\overline{b} = \overline{ab}\overline{ab} = c_2 \quad (10.41)$$

$$\begin{aligned}
 s_1 &= \overline{a}b \vee a\overline{b} = (a \wedge \overline{b}) \vee (b \wedge \overline{a}) = (a \wedge \overline{a}) \vee (a \wedge \overline{b}) \vee (b \wedge \overline{a}) \vee (b \wedge \overline{b}) \\
 &= a \wedge (\overline{a} \vee \overline{b}) \vee b \wedge (\overline{a} \vee \overline{b}) = (a \vee b) \wedge (\overline{a} \vee \overline{b}) = (a \vee b) \wedge (\overline{a \wedge b}) \\
 &= (a \wedge \overline{a \wedge b}) \vee (b \wedge \overline{a \wedge b}) = \overline{g} \vee \overline{h} = \overline{g \wedge h} = s_2
 \end{aligned} \quad (10.42)$$

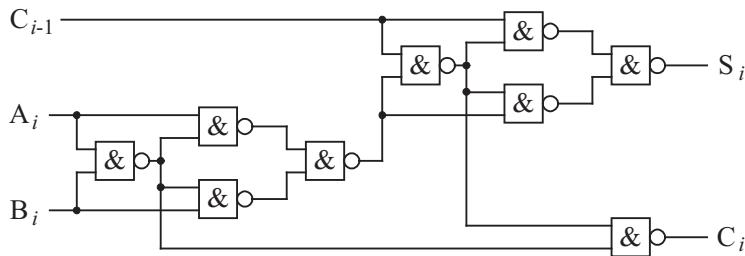
Aufgabe 5-8:

Bild 10.33 Schaltungen eines Volladdierers aus NAND-Gatter mit je 2 Eingängen

Eine ODER-Verknüpfung von zwei negierten Signalen (NAND sind als Inverter geschaltet) entspricht einer NAND-Verknüpfung (nach De Morgan).

■ 10.5 Lösungen zu Kapitel 6

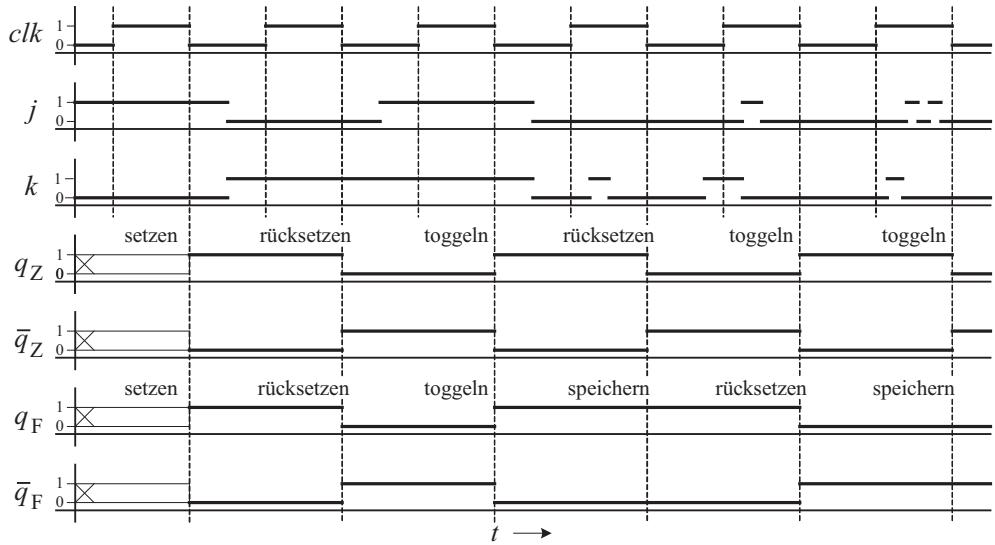
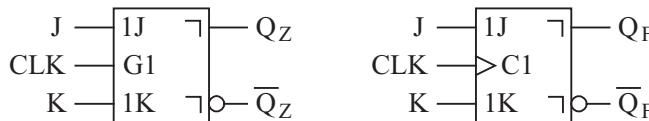
Aufgabe 6-1:

Bild 10.34 Impuls-Zeit-Diagramm eines zustands- und eines flankengesteuerten JK-MS-FF

Durch die Ansteuerung des JK-MS-FF ist zu überprüfen, ob das Master FF nur zum Zeitpunkt der Taktflanke oder während der Pulsdauer des Taktes beeinflusst werden kann (z. B. durch die Signalfolge gemäß Bild 10.34).

Aufgabe 6-2:

Tabelle 10.19 Synthese-Tabelle für S-dominierendes RS-FF

q_n	q_{n+1}	s	r	Bemerkung
0	0	0	X	$s = 0$ und $r = 0$ oder $s = 0$ und $r = 1$
0	1	1	X	$s = 1$ und $r = 0$ oder $s = 1$ und $r = 1$
1	0	0	1	$s = 0$ und $r = 1$
1	1	X	X	$s = 0$ und $r = 0$ oder $s = 1$ und $r = 0$ oder $s = 1$ und $r = 1$

In der letzten Zeile sind als Eingangsgrößen alle Kombinationen zugelassen, mit Ausnahme $s = 0$ und $r = 1$ (Rücksetzen). Dies kann in der Tabelle nicht vollständig angegeben werden.

Aufgabe 6-3:

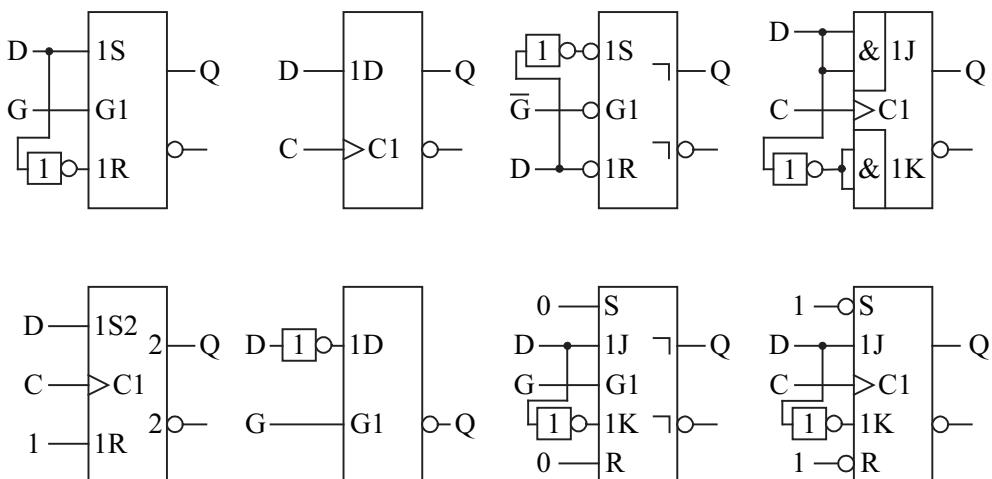
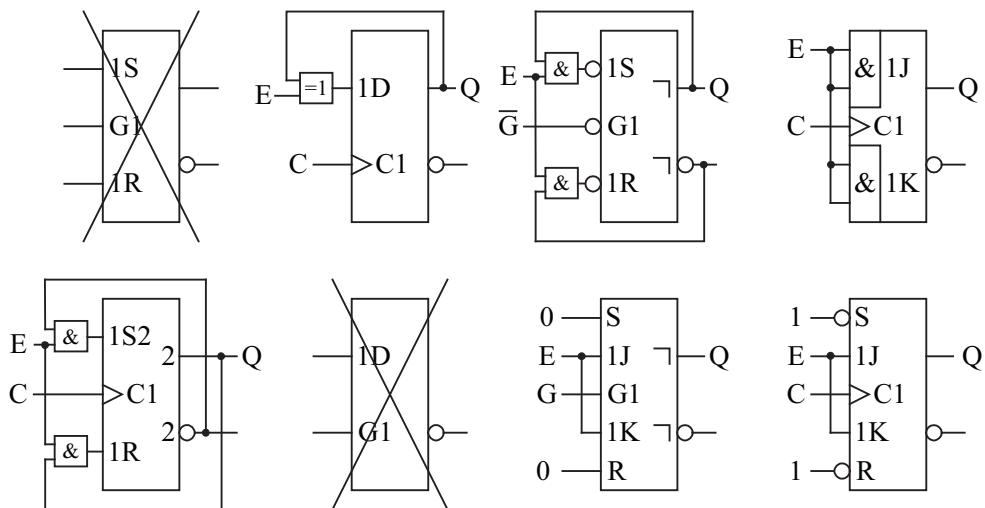
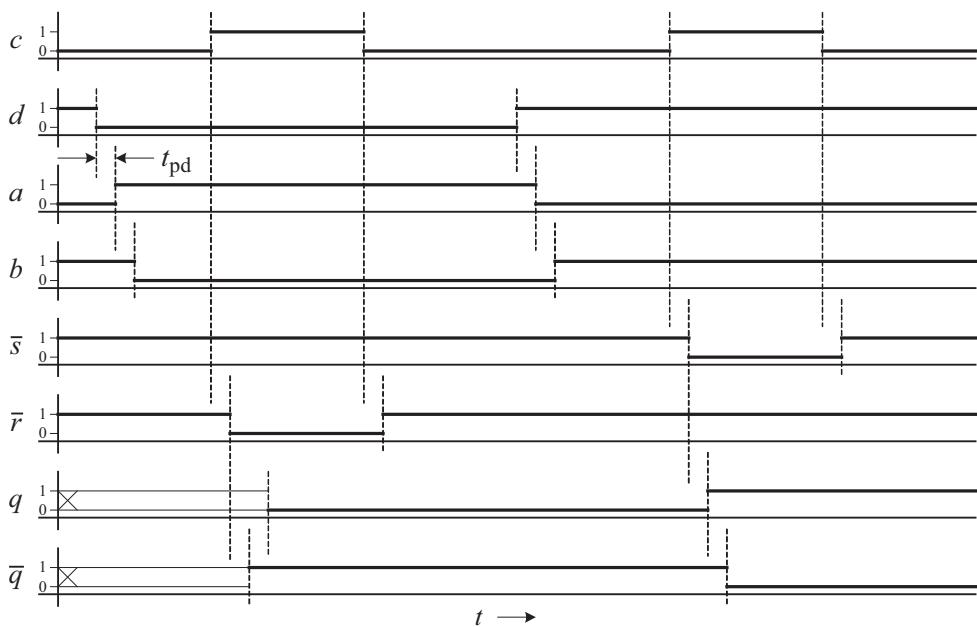


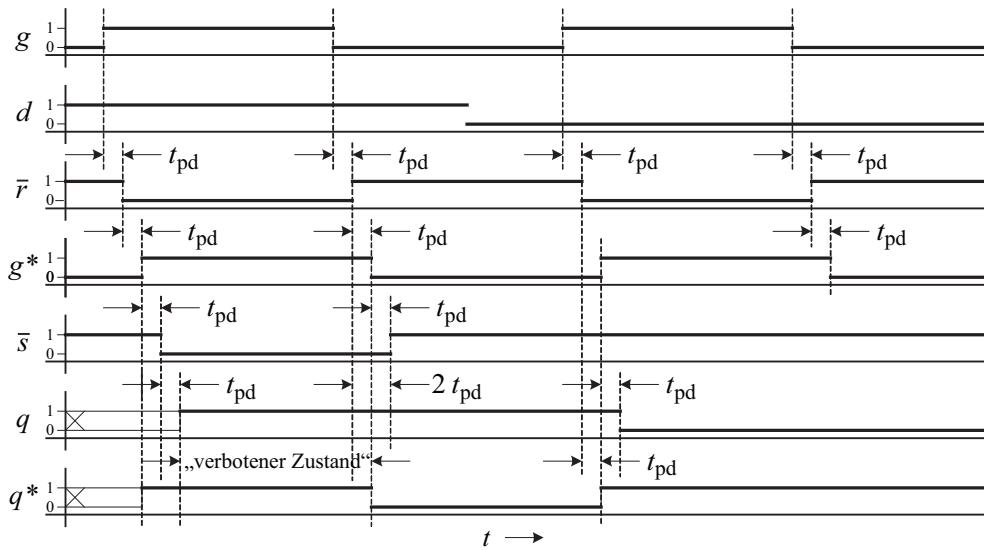
Bild 10.35 Erweiterung (Beispiel) einiger FF zu D-FF

Taktzustandsgesteuerte FF sind mit G gekennzeichnet (negierter Takt mit Negationsstrich, gespeichert wird mit dem $1 \rightarrow 0$ -Wechsel des Taktsignals). Bei den einfachen FF ist während des aktiven Taktzustandes der Transparent-Mode vorhanden, bei den Master-Slave-FF ist der Master freigegeben und dieser kann getoggelt werden. Taktflankengesteuerte FF sind mit C gekennzeichnet (gespeichert wird mit der $0 \rightarrow 1$ -Flanke).

Aufgabe 6-4:**Bild 10.36** Erweiterung (Beispiel) einiger FF zu T-FF

Zustandsgesteuerte FF ohne Master-Slave-Struktur sind nicht geeignet. Zustandsgesteuerte FF sind mit G gekennzeichnet (Master ist während der Pulsdauer aktiviert) und taktfestgesteuerte FF sind mit C gekennzeichnet.

Aufgabe 6-5:**Bild 10.37** Impuls-Zeit-Diagramm eines vereinfachten einflankengesteuerten D-FF

Aufgabe 6-6:**Bild 10.38** Schaltung und Zeitverhalten der Schaltung aus Bild 6.63

Bei dem Speichern des Zustandes „1“ ($d = 1, g = 0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$) in Bild 10.38 ist das Signal \bar{s} für ca. zwei Reaktionszeiten ($2 t_{pd}$) länger aktiv als das Signal \bar{r} . Hierdurch wird der „verbogene Zustand“ über die Funktion „Setzen“ in den speichernden Zustand überführt und es wird eindeutig eine 1 gespeichert.

Bei dem Speichern des Zustandes „1“ ($d = 1, g = 0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$) in Bild 10.39 wechseln bei gleichen Reaktionszeiten des NAND-Gliedes und des Inverters die Signale \bar{s} und \bar{r} gleichzeitig von dem aktiven Zustand „0“ in den passiven Zustand „1“. Hierdurch wird der „verbogene Zustand“ direkt in den speichernden Zustand überführt und der stabile Ausgangszustand ist (nach einigen laufzeitbedingten Zustandswechseln) unbestimmt.

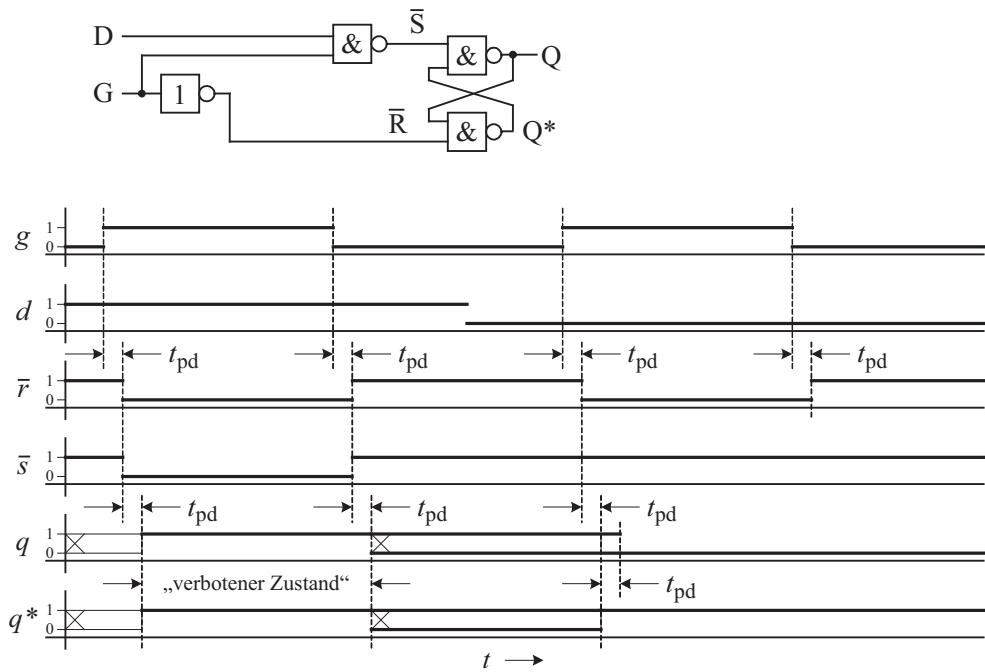


Bild 10.39 Schaltung und Zeitverhalten der Schaltung aus Bild 6.23

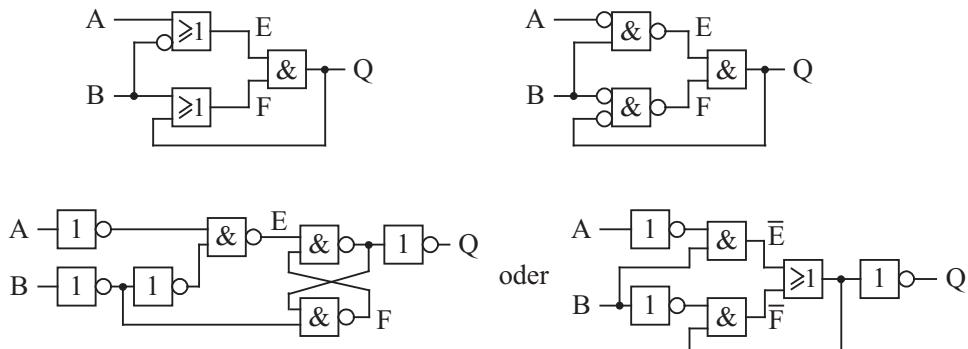
Aufgabe 6-7:

Bild 10.40 Umwandlung einer Testschaltung (Anwendung von De Morgan und Neuzeichnung mit separaten Invertern (links) oder in der Grundstruktur eines Multiplexers (rechts))

Die Schaltung entspricht nach Bild 10.40 z. B. dem D-FF mit zusätzlichem Inverter für das Eingangssignal D und das Ausgangssignal Q. Diese beiden Inverter heben sich in der Funktion auf, sodass die Testschaltung einem positiv zustandsgesteuerten D-FF entspricht. Die Analyse kann auch mit einem Impuls-Zeit-Diagramm erfolgen (ähnlich Bild 10.38).

■ 10.6 Lösungen zu Kapitel 7

Aufgabe 7-1:

Aufgrund des asynchronen Verhaltens treten für die Zeitdauer der Reaktionszeiten t_{pd} der FF instabile Zwischenzustände auf. Den vollständigen Ablauf zeigt Bild 10.41. Diese Zwischenzustände können Schaltungen stören, die z. B. auf diese Bitkombinationen reagieren sollen (z. B. die verwendete RESET-Erkennung).

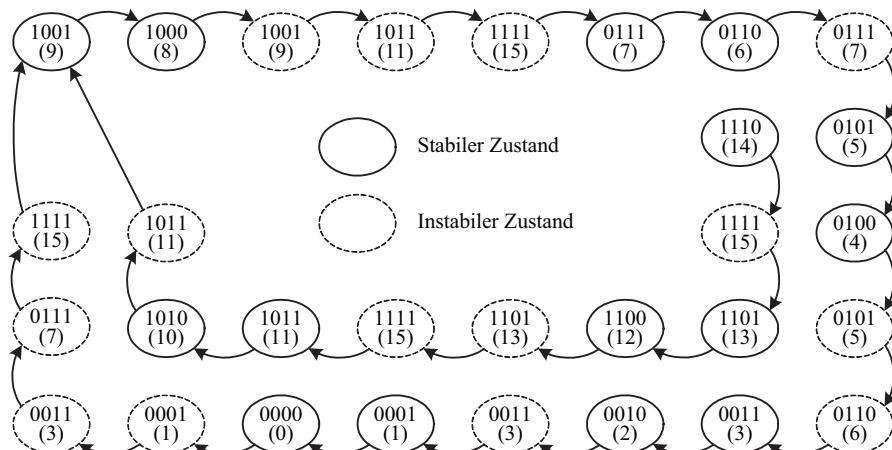


Bild 10.41 Zustandsdiagramm eines asynchronen Rückwärtszählers (mit den instabilen Zwischenzuständen)

Es besteht das Risiko, dass die Schaltung bei dem Übergang von 8 nach 7 durch den temporären Zwischenstand 15 auf den Zustand 9 zurückgesetzt wird. Dies kann durch eine Verzögerung zwischen Ausgang Q_2 und dem Eingang des NAND-Gliedes um mindestens die Reaktionszeit des FF für Q_3 verhindert werden.

Aufgabe 7-2:

Bei dem Modulo-10-Rückwärtszähler in Bild 7.10 wird der Zustand 1111 erkannt und hiermit die FF auf 1001 zurückgesetzt. Es reicht aus, den Zustand 11-- zu detektieren (Zählerstände 12, 13, 14 und 15) und die FF für Q_1 und Q_2 zurückzusetzen.

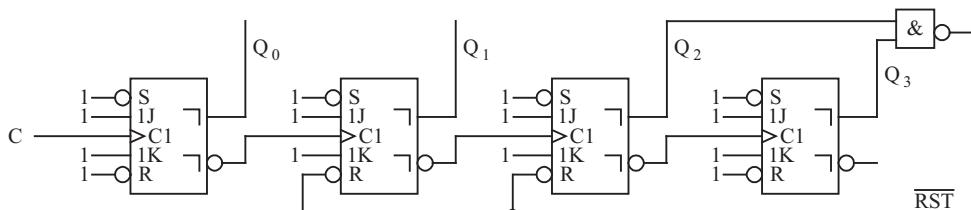
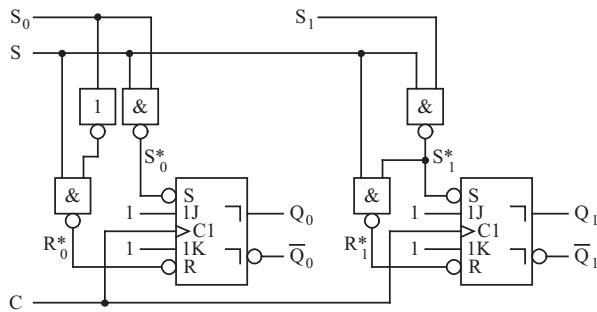
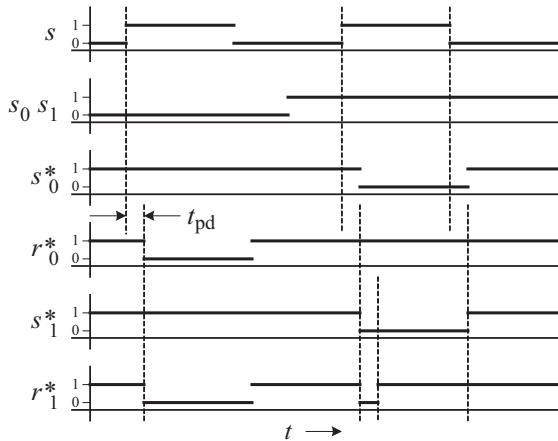


Bild 10.42 Reduzierte Schaltung des asynchronen Modulo-10-Rückwärtszählers aus Bild 7.10

Aufgabe 7-3:**Bild 10.43** Setz-/Rücksetzschaltungen**Tabelle 10.20** Wahrheitstabellen der Setz-/Rücksetzschaltungen

s	s_0	s_0^*	r_0^*	s	s_1	s_1^*	r_1^*
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1	0	1

Das statische Verhalten beider Schaltungen ist identisch (äquivalent).

**Bild 10.44** Impuls-Zeit-Diagramm der Setz-/Rücksetzschaltungen

Aufgrund von Laufzeiten entsteht in der rechten Schaltung zu Beginn des Setzvorganges ein kurzer Rücksetzimpuls, der den „verbotenen Zustand“ anregt. Durch den nachfolgenden Setzvorgang hat dies jedoch keine weitere Auswirkung.

Aufgabe 7-4:

Es ist ein synchroner Zähler mit asynchronem RESET. Bei dem Zählerstand 010 (q_2, q_1, q_0) wird der Zähler auf den Wert 110 gesetzt.

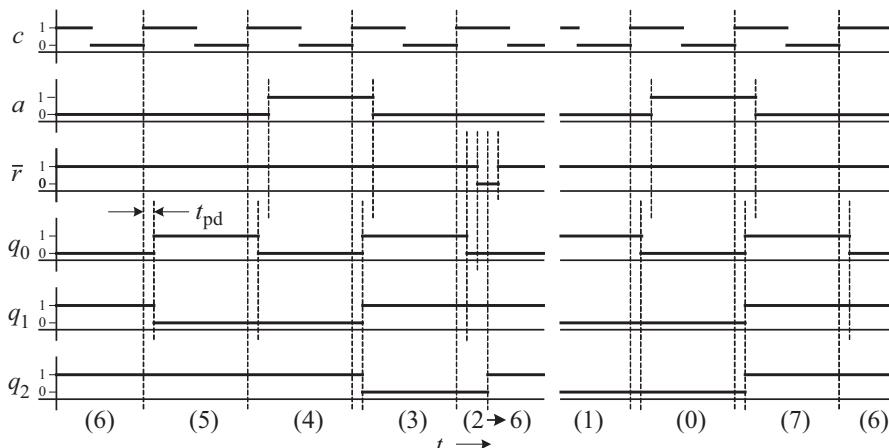


Bild 10.45 Impuls-Zeit-Diagramm des Zählers aus Bild 7.41

Im linken Teil ist die Zählsequenz $6/5/4/3/2 \rightarrow 6\dots$ dargestellt und im rechten Teil die nicht zum Zählumfang gehörenden Werte $1/0/7/6\dots$ Der Zählerzustand 2 ist instabil und wird durch die asynchrone Rücksetzung in den stabilen Zustand 6 überführt. Hieraus ergibt sich das in Bild 10.46 dargestellte vollständige Zustandsdiagramm.

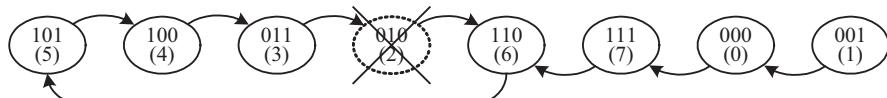


Bild 10.46 Vollständiges Zustandsdiagramm des Zählers aus Bild 7.41

Aufgabe 7-5:

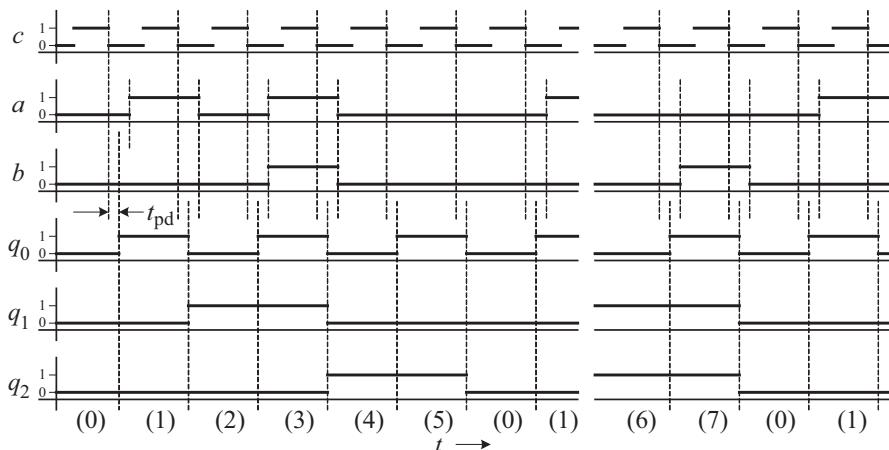


Bild 10.47 Impuls-Zeit-Diagramm des Zählers aus Bild 7.42

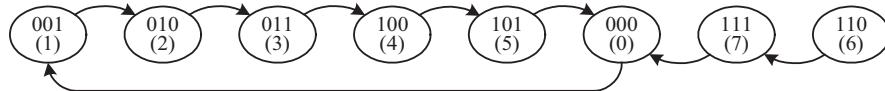


Bild 10.48 Vollständiges Zustandsdiagramm des Zählers aus Bild 7.42

Aufgabe 7-6:

$(q_3 \dots q_0)_n$	$(q_3 \dots q_0)_{n+1}$	$(q_3 \dots q_0)_{n+1}$
0 0 0 0	XXXX	1 1 1 0
0 0 0 1	XXXX	1 0 1 0
0 0 1 0	XXXX	1 1 1 0
0 0 1 1	1 0 1 1	1 0 1 1
0 1 0 0	XXXX	0 1 1 1
0 1 0 1	0 1 1 1	0 1 1 1
0 1 1 0	XXXX	0 0 1 1
0 1 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1
1 0 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0
1 0 0 1	1 0 0 0	1 0 0 0
1 0 1 0	XXXX	1 1 0 0
1 0 1 1	1 0 0 1	1 0 0 1
1 1 0 0	1 1 0 1	1 1 0 1
1 1 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1
1 1 1 0	XXXX	1 0 0 1
1 1 1 1	XXXX	0 0 0 1

Tabelle 10.21 Wahrheits- bzw. Übergangstabellen eines Zählers (JK-FF, vor und nach der Gleichungsermittlung)

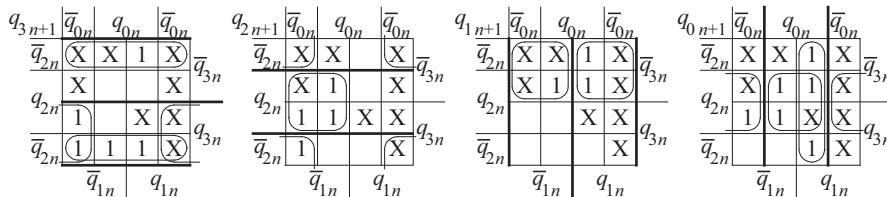


Bild 10.49 KV-Diagramm (JK-FF)

Charakteristische Gleichung eines JK-FF:

$$q_{in+1} = (j_i) \wedge \overline{q_{in}} \vee (\overline{k_i}) \wedge q_{in} \quad (10.43)$$

Gleichungen zur Ansteuerung der JK-FF:

$$q_{3n+1} = (\overline{q_{2n}}) \wedge \overline{q_{3n}} \vee (\overline{q_{0n} \wedge q_{2n}}) \wedge q_{3n} \quad (10.44)$$

$$q_{2n+1} = (\overline{q_{0n}}) \wedge \overline{q_{2n}} \vee (\overline{q_{1n}}) \wedge q_{2n} \quad (10.45)$$

$$q_{1n+1} = (\overline{q_{3n}}) \wedge \overline{q_{1n}} \vee (\overline{q_{3n}}) \wedge q_{1n} \quad (10.46)$$

$$q_{0n+1} = (q_{2n}) \wedge \overline{q_{0n}} \vee (\overline{q_{1n} \vee q_{2n}}) \wedge q_{0n} \quad (10.47)$$

Tabelle 10.22 Gleichungen zur Ansteuerung der JK-FF (durch Koeffizientenvergleich)

FF ₃	FF ₂	FF ₁	FF ₀
$j_3 = \overline{q_{2n}}$	$j_2 = \overline{q_{0n}}$	$j_1 = \overline{q_{3n}}$	$j_0 = q_{2n}$
$k_3 = q_{0n} \wedge q_{2n}$	$k_2 = q_{1n}$	$k_1 = q_{3n}$	$k_0 = \overline{q_{1n} \vee q_{2n}}$

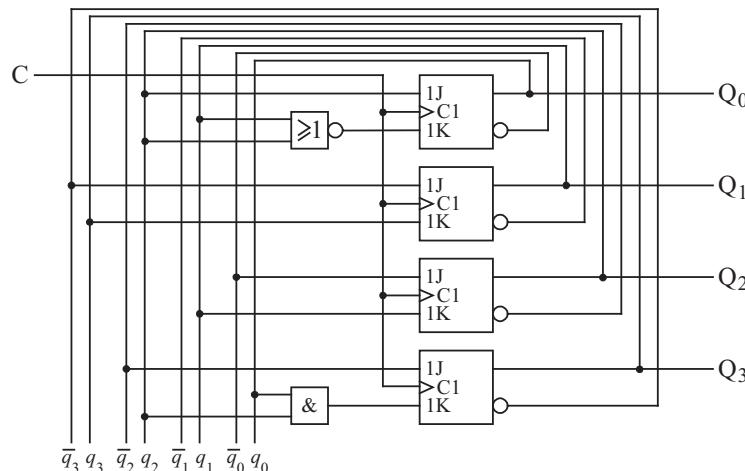


Bild 10.50 Schaltbild (JK-FF)

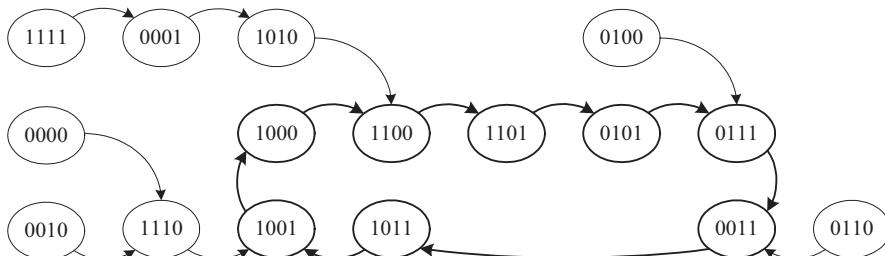


Bild 10.51 Vollständiges Zustandsdiagramm (JK-FF, Zählbereich in Fettdruck)

Das Verhalten des Zählers basiert auf den erstellten Gleichungen. Alle auf diesen Gleichungen beruhenden Zähler haben das gleiche Verhalten (das gleiche vollständige Zustandsdiagramm). Die Erstellung eines Zählers aus T-FF ist auf diesem Wege nicht zu empfehlen. Hier bietet sich die Synthese-Tabelle an, bei der die charakteristischen Eigenschaften der verwendeten FF besser berücksichtigt werden können.

Tabelle 10.23 Wahrheits- bzw. Übergangstabellen eines Zählers (T-FF, Zustandsfolgewert vor der Gleichungsermittlung, Steuersignale vor und nach der Gleichungsermittlung, Zustandsfolgewert nach der Gleichungsermittlung)

$(q_3 \dots q_0)_n$	$(q_3 \dots q_0)_{n+1}$	$(e_3 \dots e_0)_n$	$(e_3 \dots e_0)_n$	$(q_3 \dots q_0)_{n+1}$
0 0 0 0	XXXX	XXXX	1 1 1 0	1 1 1 0
0 0 0 1	XXXX	XXXX	1 0 1 1	1 0 1 0
0 0 1 0	XXXX	XXXX	1 1 0 0	1 1 1 0
0 0 1 1	1 0 1 1	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 1 1
0 1 0 0	XXXX	XXXX	0 0 1 1	0 1 1 1
0 1 0 1	0 1 1 1	0 0 1 0	0 0 1 0	0 1 1 1
0 1 1 0	XXXX	XXXX	0 1 0 1	0 0 1 1
0 1 1 1	0 0 1 1	0 1 0 0	0 1 0 0	0 0 1 1
1 0 0 0	1 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	1 1 0 0
1 0 0 1	1 0 0 0	0 0 0 1	0 0 0 1	1 0 0 0
1 0 1 0	XXXX	XXXX	0 1 1 0	1 1 0 0
1 0 1 1	1 0 0 1	0 0 1 0	0 0 1 0	1 0 0 1
1 1 0 0	1 1 0 1	0 0 0 1	0 0 0 1	1 1 0 1
1 1 0 1	0 1 0 1	1 0 0 0	1 0 0 0	0 1 0 1
1 1 1 0	XXXX	XXXX	0 1 1 1	1 0 0 1
1 1 1 1	XXXX	XXXX	1 1 1 0	0 0 0 1

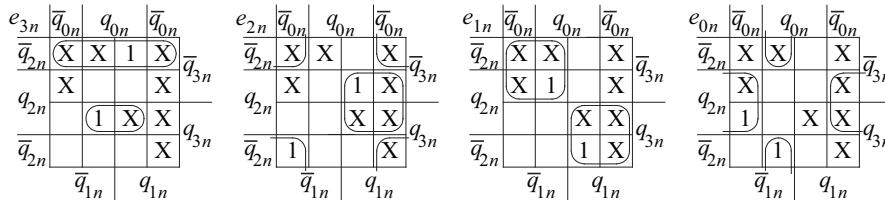


Bild 10.52 KV-Diagramm (T-FF)

Gleichungen zur Ansteuerung der T-FF:

$$e_3 = \overline{q_{2n}} \overline{q_{3n}} \vee q_{0n} q_{2n} q_{3n} \quad (10.48)$$

$$e_2 = q_{1n} q_{2n} \vee \overline{q_{0n}} \overline{q_{2n}} \quad (10.49)$$

$$e_1 = q_{1n} q_{3n} \vee \overline{q_{1n}} \overline{q_{3n}} \quad (10.50)$$

$$e_0 = \overline{q_{0n}} q_{2n} \vee q_{0n} \overline{q_{1n}} \overline{q_{2n}} \quad (10.51)$$

Die Folgezustände sind identisch mit der Realisierung basierend auf JK-FF. Das vollständige Zustandsdiagramm ist in diesem Fall identisch mit Bild 10.51.

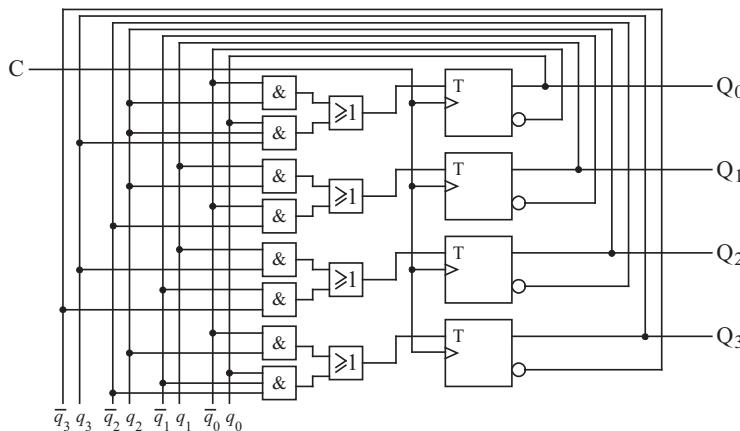


Bild 10.53 Schaltbild (T-FF)

Aufgabe 7-7:

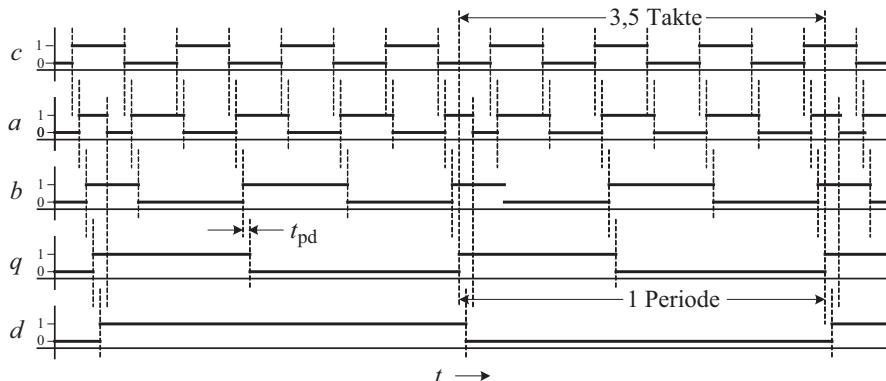


Bild 10.54 Impuls-Zeit-Diagramm des Frequenzteilers aus Bild 7.43

Die Frequenz c wird um den Teilungsfaktor 3,5 heruntergeteilt (7 Taktperioden von c ergeben 2 Taktperioden von q).

Aufgabe 7-8:

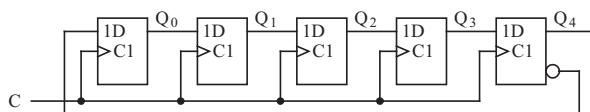


Bild 10.55 Schaltung eines 5-Bit-Johnson-Zählers

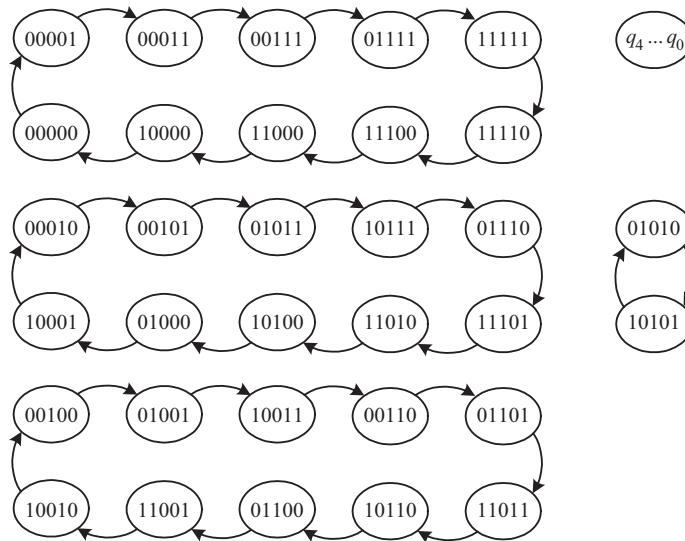


Bild 10.56 Zustandsdiagramm eines 5-Bit-Johnson-Zählers (vier Sequenzen mit je 10 Zuständen und eine Sequenz mit zwei Zuständen)

■ 10.7 Lösungen zu Kapitel 8

Aufgabe 8-1:

In der Tabelle 8.4 sind die unteren vier Bitkombinationen für \vec{z}_{n+1} und \vec{a} nicht definiert und stellen somit Freiheitsgrade für die Minimierung im KV-Diagramm dar. Durch die Gleichungsbestimmung sind diese Übergänge definiert.

Tabelle 10.24 Übergangs- und Ausgangstabelle des Bonbonautomaten (durch Minimierung definierte Übergänge)

z_{1n}	z_{0n}	e_1	e_0	z_{1n+1}	z_{0n+1}	a_2	a_1	a_0
1	1	0	0	1	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1	1	0
1	1	1	1	0	0	0	1	1

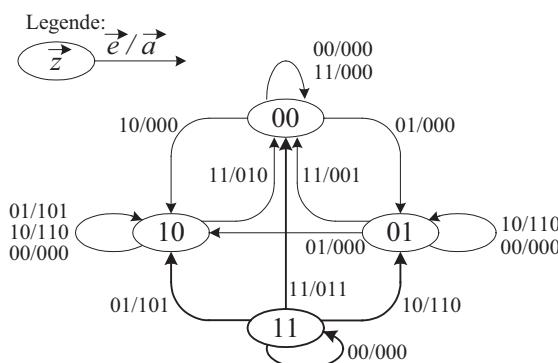


Bild 10.57 Vollständiges Zustandsdiagramm des Bonbonautomaten (Ergänzung in Fettdruck)

Aufgabe 8-2:

z_n	d	e	z_{n+1}	en
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1

Tabelle 10.25 Übergangstabelle der Impulsaufbereitung (basierend auf Tabelle 8.8, Mealy-Automat, T-FF mit Enable-Eingang EN)

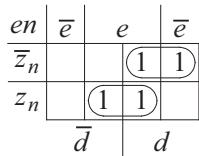


Bild 10.58 Minimierung im KV-Diagramm

$$en = d \bar{z}_n \vee e z_n \quad (10.52)$$

Im KV-Diagramm sind keine Freiheitsgrade vorhanden, das Zustandsdiagramm entspricht Bild 8.11. Die Gleichung unterscheidet sich nur in einer Negation.

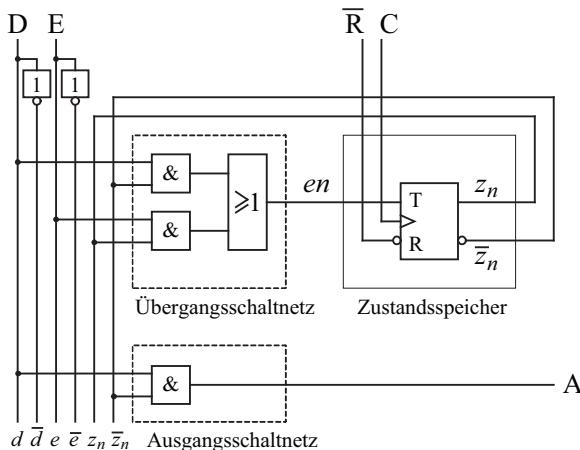
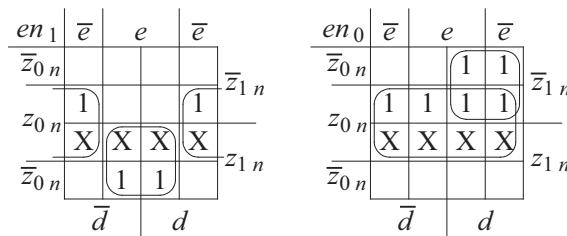


Bild 10.59 Schaltung der Impulsaufbereitung (Mealy-Automat mit T-FF)

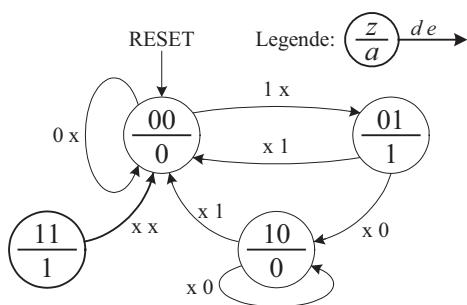
Tabelle 10.26 Übergangstabelle der Impulsaufbereitung (basierend auf Tabelle 8.10, Moore-Automat, T-FF mit Enable-Eingang EN) vor und nach der Minimierung

\vec{z}_n	d	e	\vec{z}_{n+1}	\vec{en}	\vec{en}	\vec{z}_{n+1}
0 0	0	0	0 0	0 0	0 0	0 0
0 0	0	1	0 0	0 0	0 0	0 0
0 0	1	0	0 1	0 1	0 1	0 1
0 0	1	1	0 1	0 1	0 1	0 1
0 1	0	0	1 0	1 1	1 1	1 0
0 1	0	1	0 0	0 1	0 1	0 0
0 1	1	0	1 0	1 1	1 1	1 0
0 1	1	1	0 0	0 1	0 1	0 0
1 0	0	0	1 0	0 0	0 0	1 0
1 0	0	1	0 0	1 0	1 0	0 0
1 0	1	0	1 0	0 0	0 0	1 0
1 0	1	1	0 0	1 0	1 0	0 0
1 1	0	0	XX	XX	1 1	0 0
1 1	0	1	XX	XX	1 1	0 0
1 1	1	0	XX	XX	1 1	0 0
1 1	1	1	XX	XX	1 1	0 0

**Bild 10.60** Minimierung im KV-Diagramm

$$en_1 = e z_{1n} \vee \bar{e} z_{0n} \quad (10.53)$$

$$en_0 = d \bar{z}_{1n} \vee z_{0n} \quad (10.54)$$

**Bild 10.61** Vollständiges Zustandsdiagramm (Moore-Automat, T-FF)

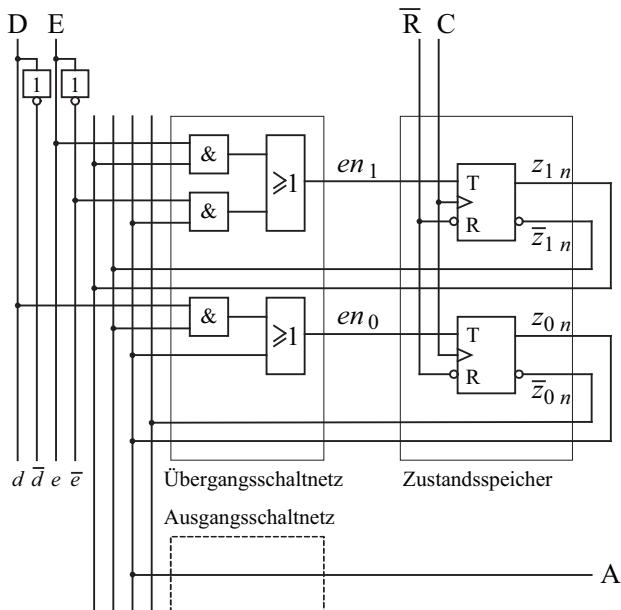


Bild 10.62 Schaltung der Impulsaufbereitung (Moore-Automat mit T-FF)

Aufgabe 8-3:

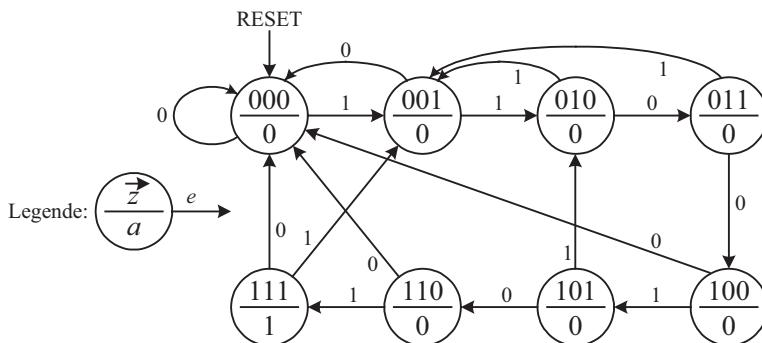


Bild 10.63 Ergänztes Zustandsdiagramm der Sequenzerkennung (Moore-Automat)

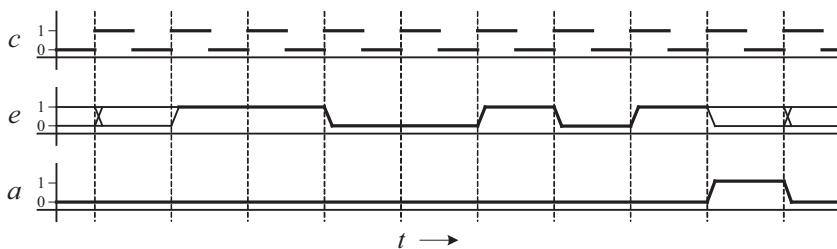


Bild 10.64 Ergänztes Impuls-Zeit-Diagramm der Sequenzerkennung (Moore-Automat)

\vec{z}_n	e	\vec{z}_{n+1}
0 0 0	0	0 0 0
0 0 0	1	0 0 1
0 0 1	0	0 0 0
0 0 1	1	0 1 0
0 1 0	0	0 1 1
0 1 0	1	0 0 1
0 1 1	0	1 0 0
0 1 1	1	0 0 1
1 0 0	0	0 0 0
1 0 0	1	1 0 1
1 0 1	0	1 1 0
1 0 1	1	0 1 0
1 1 0	0	0 0 0
1 1 0	1	1 1 1
1 1 1	0	0 0 0
1 1 1	1	0 0 1

Tabelle 10.27 Übergangstabelle der Sequenzerkennung

\vec{z}_n	a
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	0
1 0 0	0
1 0 1	0
1 1 0	0
1 1 1	1

Tabelle 10.28 Ausgangstabelle der Sequenzerkennung

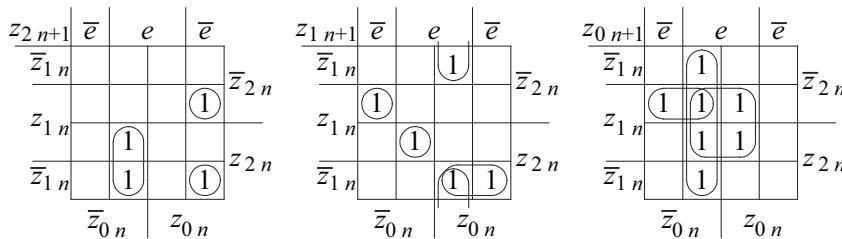


Bild 10.65 Minimierung der Gleichungen des Übergangsnetzwerkes im KV-Diagramm

$$z_{2n+1} = [e \bar{z}_0 z_2 \vee \bar{e} z_0 z_1 \bar{z}_2 \vee \bar{e} z_0 \bar{z}_1 z_2]_n \quad (10.55)$$

$$z_{1n+1} = [z_0 \bar{z}_1 z_2 \vee e z_0 \bar{z}_1 \vee e \bar{z}_0 z_1 z_2 \vee \bar{e} \bar{z}_0 z_1 \bar{z}_2]_n \quad (10.56)$$

$$z_{0n+1} = [e \bar{z}_0 \vee e z_1 \vee \bar{z}_0 z_1 \bar{z}_2]_n \quad (10.57)$$

$$a = [z_0 z_1 z_2]_n = z_{0n} z_{1n} z_{2n} \quad (10.58)$$

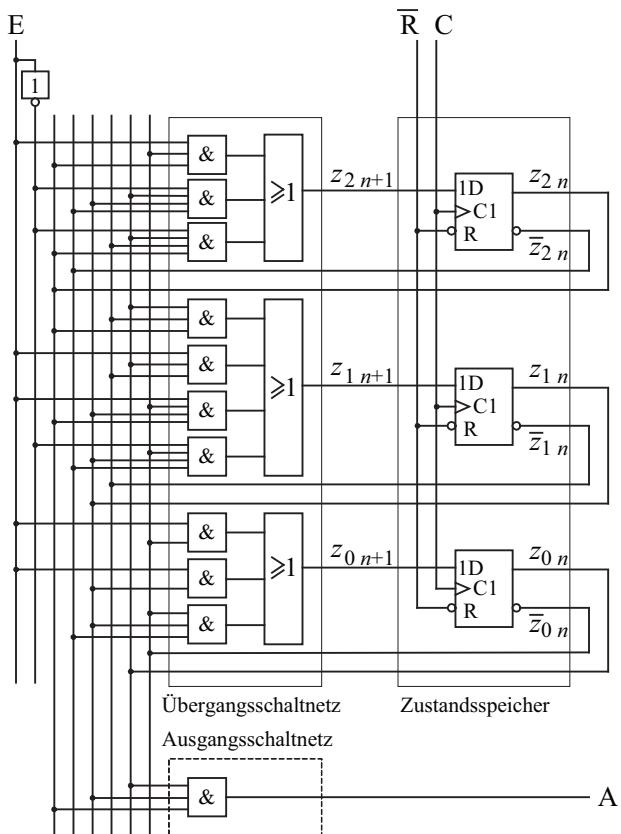


Bild 10.66 Schaltung der Sequenzerkennung

Aufgabe 8-4:

Tabelle 10.29 Wahrheits- oder Übergangstabelle des Schieberegisters

$[z_0, z_1]_n$	r, d	$[z_0, z_1]_{n+1}$
0 0	0 0	0 0
0 0	0 1	0 1
0 0	1 0	0 0
0 0	1 1	1 0
0 1	0 0	1 0
0 1	0 1	1 1
0 1	1 0	0 0
0 1	1 1	1 0
1 0	0 0	0 0
1 0	0 1	0 1
1 0	1 0	0 1
1 0	1 1	1 1
1 1	0 0	1 0
1 1	0 1	1 1
1 1	1 0	0 1
1 1	1 1	1 1

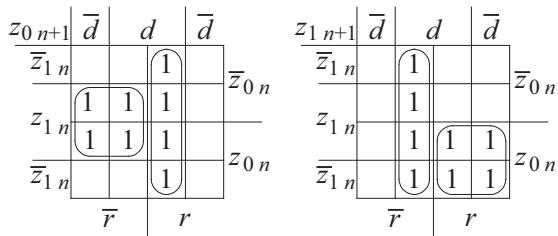


Bild 10.67 Minimierung der Gleichungen des Schieberegisters im KV-Diagramm

$$z_{0 n+1} = \bar{r} z_{1 n} \vee r d \quad (10.59)$$

$$z_{1 n+1} = \bar{r} d \vee r z_{0 n} \quad (10.60)$$

Verzeichnis von Formelzeichen und Abkürzungen

A	Anschlussbezeichnung (Eingang)
ALS	Abkürzung für Advanced Low-Power Schottky (Schaltkreisfamilie)
ALU	Arithmetic Logical Unit
AT	Abkürzung für Ausgabetaste
<i>a</i>	Signalwert auf Anschluss (Leitung) A
B	Anschlussbezeichnung (Eingang)
<i>B</i>	Basiswert des Zahlensystems
<i>b</i>	Signalwert auf Anschluss (Leitung) B
BCD	Abkürzung für Binär Codierte Dezimalziffer
BGA	Ball Grid Array
C	Römisches Zeichen für 100, Anschlussbezeichnung (Eingang oder Carry)
<i>c</i>	Signalwert auf Anschluss (Leitung) C bzw. Lichtgeschwindigkeit
CMOS	Abkürzung für Complementary Metal Oxide Semiconductor
CPLD	Abkürzung für Complex Programmable Logic Device
CPU	Abkürzung für Central Processing Unit
CRC	Abkürzung für Cyclic Redundancy Check
CTR	Abkürzung für Zähler (Counter)
ct	Abkürzung für Zählerstand
D	Römisches Zeichen für 500, Anschlussbezeichnung (Eingang oder FF-Eingang D)
<i>d</i>	Signalwert auf Anschluss (Leitung) D
\vec{d}	Vektor $\vec{d} = \{\dots, d_2, d_1, d_0\}$
DBL	Abkürzung für 2-fach (Double)
DIL	Abkürzung für Dual In-Line (s. auch DIP)
DIN	Deutsches Institut für Normung
DIP	Abkürzung für Dual In-Line Package
DIV	Abkürzung für Teiler (Divisor)
DNF	Disjunktive Normalform
DSP	Digital Signal Processor
DTL	Dioden-Transistor-Logik
DX	Abkürzung für Demultiplexer

E	Anschlussbezeichnung (Eingang)
<i>e</i>	Signalwert auf Anschluss (Leitung) E
\vec{e}	Vektor $\vec{e} = \{\dots, e_2, e_1, e_0\}$
EN	Europäische Norm
F	Anschlussbezeichnung (Eingang)
<i>f</i>	Signalwert auf Anschluss (Leitung) F oder Frequenzwert
FF	Abkürzung für Flipflop
FPGA	Field Programmable Gate Array
FR	Flexible Routing
G	Funktionskennzeichnung (UND-Verknüpfung, Tor, Gate) oder Anschlussbezeichnung (Eingang)
<i>g</i>	Signalwert auf Anschluss (Leitung) G
GAL	Generic Array Logic (PAL mit programmierbarer Ausgangsstruktur zur Nachbildung verschiedener PAL-Varianten, nicht mehr aktuell)
GND	Abkürzung für Masse (Ground)
GRP	Global Routing Pool
H	Kennzeichen für High (positiver Bereich binärer Signale) oder Kennzeichen für Hexadezimalsystem (z. B. H12 für dezimal 18)
HC	Abkürzung für High-Speed-CMOS-Schaltkreisfamilie
HCT	Abkürzung für High-Speed-CMOS-Schaltkreisfamilie mit TTL-Pegel
Hz	Einheit der Frequenz in Hertz (1/s)
I	Römisches Zeichen für den Wert 1
IC	Integrierte Schaltung (Integrated Circuit)
isp	Abkürzung für: In System Programmable
<i>i</i>	Index für Eingang (Input)
J	Anschlussbezeichnung (FF-Eingang J (jump))
<i>J</i>	Stellenzahl (<i>J</i> -stellige Zahl)
<i>j</i>	Laufindex oder Signalwert auf Anschluss (Leitung) J
JTAG	Schnittstelle entsprechend der Joint Test Action Group (IEEE-Standard 1149.1)
K	Anschlussbezeichnung (FF-Eingang K (kill))
KDNF	Kanonische Disjunktive Normalform
KKNF	Kanonische Konjunktive Normalform
KNF	Konjunktive Normalform
KV	Abkürzung für Karnaugh-Veitch (z. B. KV-Diagramm)
L	Kennzeichen für Low (negativer Bereich binärer Signale) oder römisches Zeichen für 50
LS	Abkürzung für Low-Power Schottky (Schaltkreisfamilie)
LSB	Niederwertigstes Bit (Least Significant Bit)
LV	Abkürzung für Low Voltage (Logikbausteine mit niedriger Betriebsspannung)

ld	Logarithmus zur Basis 2
log	Logarithmus zur Basis 10
LUT	Look Up Table
M	Römisches Zeichen für 1000
m	Abkürzung für 10^{-3} (Milli-)
max	Index für Maximalwert
MEM	Abkürzung für Speicher (Memory)
min	Index für Minimalwert
MUX	Abkürzung für Multiplexer bzw. Datenselektor
MS	Abkürzung für Master-Slave (Flipflop-Variante)
MSB	Höchstwertiges Bit (Most Significant Bit)
\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen, Zahlenraum der positiven ganzen Zahlen $\{1, 2, 3, 4, \dots, \infty\}$
N	Anzahl (Anzahl an Werten)
n	Abkürzung für 10^{-9} (Nano-) oder Kennzeichnung einer Flanke (Bezugswert)
<i>n</i>	Laufindex oder Wert an der Stelle <i>j</i> entsprechend des Zahlensystems
O	Kennzeichen für Oktal-System (z. B. O12 für dezimal 10)
o	Index für Ausgang (Output)
OC	Open Collector
OD	Open Drain
OSC	Abkürzung für Oszillator (Oscillator)
PAL	Programmable Array Logic (Zweilagige Logikstruktur mit programmierbarem UND-Array und festem OR-Array, nicht mehr aktuell)
PFU	Programmable Function Unit
PGA	Pin Grid Array
PLA	Programmable Logic Array (Zweilagige Logikstruktur mit programmierbarem UND-Array und programmierbarem OR-Array, veraltet)
PLCC	Plastic-Leaded Chip-Carrier
PLD	Programmable Logic Device (allgemeine Bezeichnung für programmierbare Logikschaltungen)
PLL	Abkürzung für Phasenregelschleife (Phase Locked Loop)
PISO	Abkürzung für Parallel-Seriell-Umsetzung (Parallel In – Serial Out)
Q	Anschlussbezeichnung (Ausgang eines Speichers)
Q	Quantum, Quantisierungsstufe
<i>q</i>	Signalwert auf Anschluss (Leitung) Q
\vec{q}	Vektor $\vec{q} = \{q_1, q_2, q_3, \dots\}$
QFN	Quad Flat No Leads Package

R	Eingangsbezeichnung RESET-Wert oder Anschlussbezeichnung (FF-Eingang R (Reset))
R	Redundanz, ohmscher Widerstand(swert)
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
r	Signalwert auf Anschluss (Leitung) R
RAM	Random Access Memory
ROM	Read Only Memory
RST	Leitungsbezeichnung für die RESET-Funktion
rst	Signalwert auf Anschluss (Leitung) RST
S	Kennbuchstabe für Schalter oder Anschlussbezeichnung für Summe oder Setzen oder Anschlussbezeichnung (FF-Eingang S (Set))
s	Einheit der Zeit (Sekunde)
s	Signalwert auf Anschluss (Leitung) S
SIP	Single In-Line Package
SIPO	Abkürzung für Seriell-Parallel-Umsetzung (Serial In – Parallel Out)
SL	Abkürzung für Schiene nach links (Shift Left)
SMD	Abkürzung für Surface Mounted Devices (Bauteile für Oberflächenmontage)
SOIC	Small-Outline Integrated Circuit
SOP	Small-Outline Package
SR	Abkürzung für Schiene nach rechts (Shift Right)
SSOP	Shrink Small-Outline Package
STD	Abkürzung für 1-fach (Standard)
T	Kennzeichen für Toggle-Funktion (FF-Eingang T)
t	Variable der Zeit
THT	Abkürzung für Through Hole Technology (Bauteile für Durchsteckmontage)
TO	Transistor Single Outline
TP	Abkürzung für Tiefpass
TQFP	Thin Quad Flat Pack
TTL	Abkürzung für Transistor-Transistor-Logik
U	elektrische Spannung (Gleichspannung)
UP/DN	Eingangsbezeichnung zur Vorwärts-/Rückwärts-Umschaltung
up/dn	Signalwert auf Anschluss (Leitung) UP/DN
USB	Abkürzung für Universal Serial Bus
UV	Abkürzung für Ultra-Violett (z. B. UV-Licht)
V	Einheit der elektrischen Spannung (Volt) oder römisches Zeichen für 5 oder Funktionskennzeichnung (ODER-Verknüpfung)
Vcc	Abkürzung für Versorgungsspannung (Voltage-Collector-Collector)
VCO	Abkürzung für spannungsgesteuerter Oszillator (Voltage Controlled Oscillator)

W	Anschlussbezeichnung (Ausgang)
W	Wertigkeit der Stelle j
WT	Abkürzung für Wechseltaste
X	Römisches Zeichen für 10 oder Anschlussbezeichnung (Ausgang) oder Kennzeichen für Don't-Care-Werte (Logikzustand 0 oder 1 ist für den Ausgang zulässig)
x	Kennzeichnung (beliebiger Zustand (0 oder 1), keine Abhängigkeit), auch „-“
X	allgemeiner Wert (Messwert)
x	Signalwert auf Anschluss (Leitung) X oder Stellenwert (Bitstelle x)
XOR	Abkürzung für Exklusive-Oder
X-3	Abkürzung für Excess-3-Code
Y	Anschlussbezeichnung (Ausgang)
y	Signalwert auf Anschluss (Leitung) Y
Z	Anschlussbezeichnung (Ausgang)
z	Signalwert auf Anschluss (Leitung) Z
∞	Kennzeichnung für unendlich
μ	Abkürzung für 10^{-6} (Mikro-)
$\cdot, \&, \wedge$	Kennzeichen einer UND-Verknüpfung
$+, \#, \vee$	Kennzeichen einer ODER-Verknüpfung
$\neg, /, !$	Kennzeichen einer Negation
\downarrow	Kennzeichen einer NOR-Verknüpfung
\parallel	Kennzeichen einer NAND-Verknüpfung (Scheffer-Strich)
$\leftrightarrow, \Leftrightarrow, \oplus$	Kennzeichen einer Antivalenz (XOR)
$\leftrightarrow, \Leftrightarrow, \odot$	Kennzeichen einer Äquivalenz
\rightarrow, \Rightarrow	Kennzeichen einer Implikation
-	Kennzeichnung (beliebiger Zustand (0 oder 1), keine Abhängigkeit), auch „x“
0	Logikwert (falsch, nicht zutreffend)
1	Logikwert (wahr, zutreffend)
$\vdash \dashv$	Symbole für Verbindung
$\nvdash \nvdash$	Symbol für Kreuzung (keine Verbindung)

Literatur

Beuth, Klaus: *Digitaltechnik* (Vogel Fachbuch Elektronik 4). Würzburg: Vogel Verlag, 13. Auflage, 2006.

Borucki, Lorenz: *Digitaltechnik*. Stuttgart: Teubner, 5. Auflage, 2000.

Fricke, Klaus: *Digitaltechnik – Lehr- und Übungsbuch für Elektrotechniker und Informatiker*. Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 6. Auflage, 2009.

Lichtberger, Bernhard: *Praktische Digitaltechnik*. Heidelberg: Hüthig Verlag, 3. Auflage, 1997.

Lipp, Martin und Becker, Jürgen: *Grundlagen der Digitaltechnik*. München: Oldenbourg Verlag, 6. Auflage, 2008.

Morgenstern, Bodo: *Elektronik 3: Digitale Schaltungen und Systeme*. Wiesbaden: Vieweg, 2. Auflage, 1999.

Pernards, Peter: *Digitaltechnik I*. Heidelberg: Hüthig Verlag, 4. Auflage, 2001.

Pernards, Peter: *Digitaltechnik II. Einführung in die Schaltwerke*. Heidelberg: Hüthig Verlag, 1995.

Seifart, Manfred: *Digitale Schaltungen*. Berlin: Verlag Technik, 5. Auflage, 1998.

Siemers, Christian und Sikora, Axel: *Taschenbuch Digitaltechnik*. München: Fachbuchverlag Leipzig, 2. Auflage, 2007.

Index

A

Abzählorschreibweise 15
Addierer 72
Adressdecoder 69
Algebra, Boolesche 36
Antivalenz 32
ANTIVALENZ-Verknüpfung 27
Äquivalenz 32
ÄQUIVALENZ-Verknüpfung 29
Assoziativgesetz 39
Asynchrone Zähler 117
Asynchronzähler 118
Ausgang, retardierter 98, 107
Ausgangsschaltnetz 146, 147
Ausgangstabelle 149
Ausschaltverzögerung 113
Automaten 141
Axiome 37

B

BCD-Code 17, 55
Bindungsregel 41
Bipolar-Transistoren 161
Bit, Least Significant 16
Bit, Most Significant 16
Bit-Slice-Technik 74, 75, 136
Boolesche Algebra 36
Bottom-Up Design 11

C

Charakteristische Gleichung 108, 124
8-4-2-1-Code 17
Codeumsetzer 63
CPLD 49

D

Datenselektor 65
De-Morgansche-Gesetze 40
Demultiplexer 65, 67
Design, Bottom-Up 11
Design, Top-Down 11
D-FF 94, 102, 110, 111
Diode 161
Dioden-Transistor-Logik 163
Disjunktion 24
Disjunktive Normalform 45, 46
Distanz 17
Distributivgesetz 40, 48, 50, 57
Don't-Care-Felder 55
Dual In-Line 172
Dual In-Line Package 172
Dualsystem 16
Dynamische Eingänge 83

E

Eingänge, dynamische 83
Eingangsverstärker 25
Einschaltverzögerung 112
Entprellen 181

F

Flipflop 82, 86
Freigabesignal 84
Freiheitsgrade 55
Frequenzteiler 131
Frequenzvervielfacher 134

G

Gegentakt-Ausgang 164
GERADE-Element 32

Gewicht 17
 Gleichung, Charakteristische 108, 124
 Glitch 119, 171
 Gray-Code 18

H

Halbaddierer 73
 Halbbyte 17
 Hamming-Distanz 18, 19
 Hazzard 171
 Hexadezimalsystem 16

I

Imparitätserkennung 32
 Implikation 29
 In System Programmable 61
 Index 57
 Inhibition 30

J

JK-FF 105, 109, 111
 JK-MS-FF 98, 107
 Johnson-Zähler 138

K

Kanonische Disjunktive Normalform 45
 Kanonische Konjunktive Normalform 47
 Kanonische Normalformen 45
 Karnaugh-Veitch-Tafel 50
 Kippstufen, monostabile 111
 Koeffizientenvergleich 124
 Kombinatorische Schaltungen 82
 Kommutativgesetz 39
 Komparator 75
 Konforme Terme 64
 Konjunktion 22
 Konjunktive Normalform 45, 48
 Konstante 36
 Kontaktdarstellung 37
 KV-Diagramm 50
 KV-Tafel 50

L

Least Significant Bit 16
 Leuchtdiode 161
 Lichtgeschwindigkeit 20
 Logik, Negative 14
 Logik, Positive 14
 Logische Variable 36
 Look Up Table 67

M

Master-FF 98
 m -aus- n -Element 33
 Maxterm 47
 Mealy-Automat 147
 Medwedew-Automat 160
 Mikrosekunden 20
 Millisekunden 20
 Minterm 45
 Möbius-Zähler 138
 Modulo- n -Zähler 121
 Monoflop 111, 180
 Monostabile Kippstufen 111
 Moore-Automat 154
 Most Significant Bit 16
 Multiplexer 65

N

NAND-Verknüpfung 26
 Nanosekunden 20
 NEGATION 24
 Negative Logik 14
 Nibble 17
 NICHT-Element 25
 Normalform, Disjunktive 45, 46
 Normalform, Kanonische 45
 Normalform, Kanonische Disjunktive 45
 Normalform, Kanonische Konjunktive 47
 Normalform, Konjunktive 45, 48
 NOR-Verknüpfung 26

O

ODER-Gatter 24

ODER-Normalform 45
 ODER-Verknüpfung 23
 Ohmsche Widerstände 161
 Oktalsystem 16
 One-Shot 111
 Open-Kollektor 177

P

Parallel-Seriell-Umsetzung 135
 Paritätserkennung 32
 Phase Locked Loop 135
 Pin-Grid-Array 172
 PLD 49
 PLL 135
 Polyadisches Zahlensystem 15, 16
 Positive Logik 14
 Postulate 37
 Primterme 58
 Product Of Sums 47
 Propagation Delay 86
 Pseudorandom-Generator 139
 Pseudotetraden 18
 Puls-/Pausen-Verhältnis 132
 Puls-/Perioden-Verhältnis 132

Q

Quant 12
 Quantisierung 12
 Quantisierungsstufe 12, 14, 16
 Quine-McClusky 56

R

Reaktionszeiten 20
 Redundanz 18, 19
 Reset-Set-Flipflop 86
 Retardierter Ausgang 98, 107
 Römisches Zahlensystem 15
 RS-FF 86, 90, 91, 101, 109, 110
 RS-MS-FF 106
 Rücksetzeingänge 84

S

Schaltalgebra 36
 Schaltbelegungstabelle 22
 Schalterdarstellung 37
 Schaltnetz 118
 Schaltnetze 82
 Schaltungen, kombinatorische 82
 Schaltungen, sequenzielle 82
 Schaltungssynthese 45
 Schaltvariable 36
 Schaltwerk 82, 118, 141
 Schaltwerktafel 149, 155
 Schieberegister 135
 Schmitt-Trigger-Eingang 179
 Schwellwert-Element 33
 Sedenzimalsystem 16
 Sequenzielle Schaltungen 82
 Seriell-Parallel-Umsetzung 135
 Setzeingänge 84
 SHANNONsches Theorem 41
 Shift left 135
 Shift right 135
 Signatur-Register 139
 Slave-FF 98
 Spike 171
 Stellenschreibweise 15
 Stetig 18, 19
 Steuerfunktion 84
 Steuerwerke 141
 Sum Of Products 46
 Surface-Mounted Devices 172
 Synchrone Zähler 117
 Synchronzähler 122
 Synthese-Tabellen 110, 127

T

Taktgenerator 180
 Taktgeneratoren 114
 Terme, konforme 64
 Tetrade 17
 T-FF 106, 110, 111
 Theorem, SHANNONsches 41
 Theoreme 38
 Through Hole Components 172

Through Hole Technology 172
Top-Down Design 11
Torschaltungen 68
Totem-Pole-Ausgang 164
Transistoren 161
Transistor-Transistor-Logik 164
Transmissionsglied 166
Transparent-Mode 94, 95
Tri-State 165, 175

U

Übergangsschaltnetz 146, 147
Übergangstabelle 149
Umcodierung 63
UND vor ODER 42
UND-Gatter 22
UND-Verknüpfung 21, 22
UNGERADE-Element 32
Unipolar-Transistoren 161

V

Variable, logische 36
Verarbeitungsgeschwindigkeit 20
Verknüpfungsgesetz 39
Verstärker 25
Vertauschungsgesetz 39
Verteilungsgesetz 40

Verzögerungselement 113
Volladdierer 73
Volldisjunktionen 47
Vollkonjunktionen 45, 50

W

Wahrheitstabelle 22, 50
Widerstände, ohmsche 161
Widerstands-Dioden-Netzwerk 162

X

XNOR-Verknüpfung 29
XOR-Verknüpfung 28

Z

Zahlensystem, Polyadisches 15, 16
Zahlensystem, Römisches 15
Zähler, asynchrone 117
Zähler, synchrone 117
Zehnersystem 16
Zeitdiagramme 85
Zeitglied 111
Zustandsdarstellung 147, 155
Zustandsdiagramm 88
Zustandsspeicher 146
Zyklisch 19

Gerd Wöstenkühler

Grundlagen der Digitaltechnik

Dieses Lehrbuch vermittelt die Grundlagen digitaler Funktionen und Steuerungen mit ihren elementaren Komponenten und Strukturen. Es richtet sich an Studierende der elektrotechnischen Bachelor-Studiengänge und bietet einen schrittweisen Einstieg in die Grundlagen der Digitaltechnik. Ausgehend von den logischen Verknüpfungen werden zunächst die Grundlagen der Schaltalgebra erläutert. Anschließend erfolgt die Darstellung der digitalen Schaltungssynthese, mit der logische Verknüpfungsschaltungen für Steuerungs- und Rechenzwecke entworfen werden. Weitere Kapitel beschreiben Schaltnetze als Basis-Funktionseinheiten digitaler Schaltungen über Wahrheitstabellen oder Schaltfunktionen, Flipflop-Typen, sequentielle Schaltungen und getaktete Schaltwerke. Abschließend werden die Schaltkreisentwicklung mit ihren physikalischen Randbedingungen erläutert und Hardwarefragen besprochen. Das Verständnis digitaler Grundlagen wird durch eine schrittweise Vertiefung und umfangreiche Übungsmöglichkeiten vermittelt. Über 50 Aufgaben mit Lösungen ermöglichen vorlesungsbegleitend selbständiges Lernen und eine grundlegende Prüfungsvorbereitung.

Der Autor: Prof. Dr.-Ing. Gerd Wöstenkühler lehrt Mess-, Analog- und Digitaltechnik am Fachbereich Automatisierung und Informatik der Hochschule Harz.

HANSER

www.hanser.de

€ 29,90 [D] | € 30,80 [A]

ISBN 978-3-446-42737-2



9 783446 427372